Université A.MIRA de Béjaia

Faculté de Technologie

Département de Technologie.2eme année

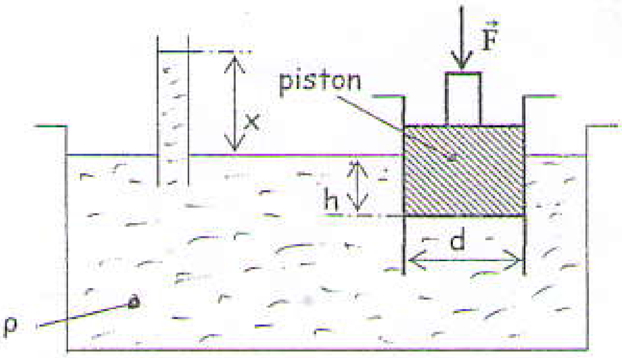
Module de Mécanique des Fluides

Année 2011/2012

EXAMEN FINAL

Durée 02 heures. Documents non autorisés

Exercice 1 (04pts)



Dans le dispositif de la figure ci-contre, le piston a une masse m et un diamètre d.

Déterminer la valeur de x affichée par le piézomètre.

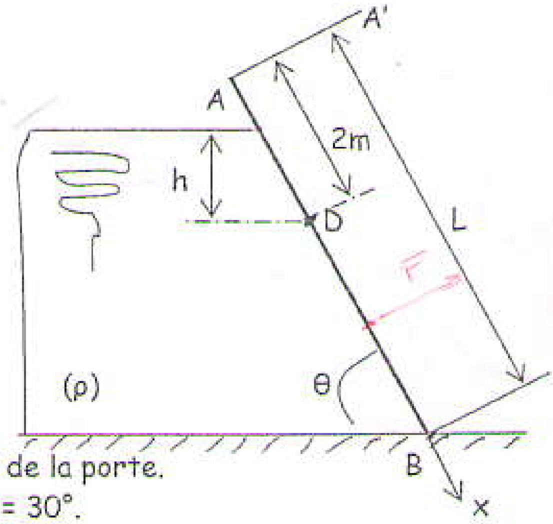
On donne :

$\rho = 10^3$ kg/m^3 ; $g = 10$ m/s^2 ; $m = 12$ kg ;

$F = 200$ N ; $h = 30$ cm ; $d = 20$ cm.

Exercice 2 (08pts)

Le bassin d'eau de la figure ci-contre est fermé par une porte rectangulaire AB de dimensions Lxl et de masse négligeable. La porte est maintenue par un câble AA' perpendiculaire à AB et peut pivoter autour d'un axe horizontal placé en D à la distance AD=2m du bord supérieur. On désigne par h la hauteur de l'eau au dessus de l'axe D.



1°)- Exprimer en fonction de h :

a)- La poussée hydrostatique $\vec{F}$ s'exerçant sur la porte.

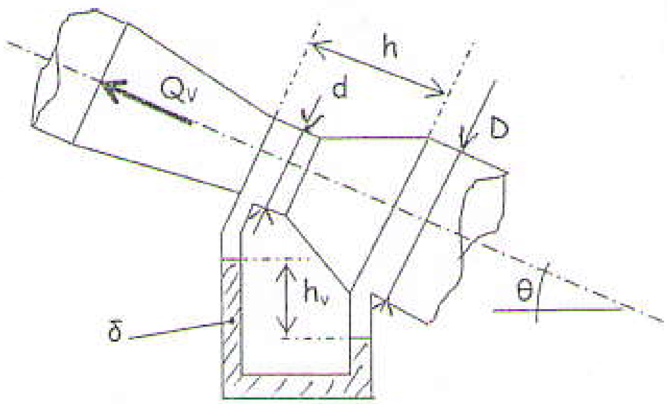
b)- La position X_C du centre de poussée dans le plan de la porte

c)- La tension T dans le câble AA'.

2°)- Faire une application numérique lorsque l'eau atteint le sommet de la porte.

On donne : $\rho = 10^3$ kg/m^3 ; $g = 10$ m/s^2 ; $L = 6$ m ; $l = 2$ m ; $\theta = 30°$.

Exercice 3 (05pts)



Dans le venturi de la figure ci-contre, de l'eau circule de bas en haut sans frottement.

Calculer :

1°)- La chute de pression dans le col

2°)-Le débit d'eau Q_V qui traverse le venturi.

On donne :

$\rho = 10^3$kg/m^3 ; $g = 10$m/s^2 ; $\delta = 13.6$; $h_v = 20$cm;

$h = 30$cm ; $D = 36$cm ; $d = 18$cm ; $\theta = 45°$.

Questions de cours (03pts)

Pour un écoulement plan permanent de fluide isovolume, écrire :

1°)- La définition du potentiel des vitesses

2°)- La définition de la fonction de courant

3°)- L'expression de l'équation de continuité en fonction du potentiel des vitesses.

Université A.MIRA de Béjaia — Année 2011/2012

Faculté de Technologie

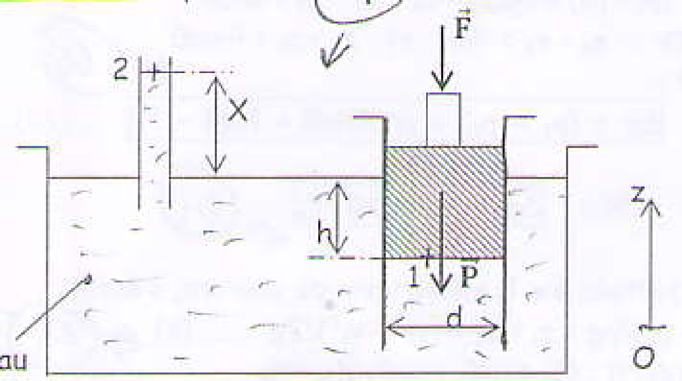
Département de Technologie.2eme année

Module de Mécanique des Fluides

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL

Exercice 1(04pts)

0,5



L'EFH appliquée aux points (1) et (2) donne :

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2$$

$\Leftrightarrow$ $p_1 - p_2 = \rho g(z_2 - z_1)$ ....(a) 1

Or :

$p_2 = p_{at}$

$(z_2 - z_1) = x + h$ 0,5

et $p_1 = (F + P)/S + p_{at} = 4(F + mg)/\pi d^2 + p_{at}$

En remplaçant dans (a) et après arrangement on trouve :

$$\boxed{x = 4(F + mg)/\rho g \pi d^2 - h}$$ 0,5

A.N.: $\boxed{x = 72\ cm}$ 0,5

Exercice 2 (08pts)

1°)- a) Poussée hydrostatique $\vec{F}$ s'exerçant sur la porte.

Soient Oxy un repère dans le plan de la porte et Oz un axe vertical descendant tels que sur la figure.

On a : $F = \rho g Z_G S$; où : 0,5

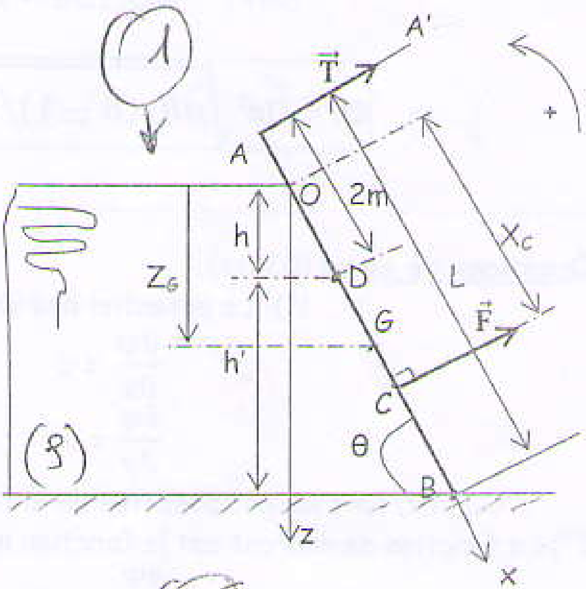
$Z_G = (h + h')/2$; avec : $h' = DB\sin\theta = 2m$

$\Longrightarrow$ $Z_G = (h + 2)/2$ 0,5

$S = l \times OB = 2OB$; avec : $OB = (h + h')/\sin\theta = 2(h + 2)$

soit : $S = 4(h + 2)$ 0,5

$\Longrightarrow$ $\boxed{F = 2\rho g(h + 2)^2}$ 1



$\vec{F}$ est perpendiculaire à AB, dirigée vers la droite et appliquée en C défini par son abscisse X_c

b)- Abscisse X_c du centre de poussée

$\vec{F}$ est appliquée au point C défini dans Oxy par :

$X_c = OC = 2OB/3$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{X_c = 4(h + 2)/3}$ 0,5

c)- Tension T dans le câble AA' 0,5

La tension T sera déterminée en écrivant que :

$\Sigma M_D(\vec{F}_{ex}) = 0$ $\Leftrightarrow$ $-2T + F.CD = 0$ 0,5

$\Leftrightarrow$ $T = F.CD/2$ avec : 0,5

$CD = DB - CB = 4 - OB/3 = 4 - 2(h + 2)/3 = 2(4 - h)/3$

$\Longrightarrow$ $\boxed{T = 2\rho g(h + 2)^2(4 - h)/3}$ 0,5

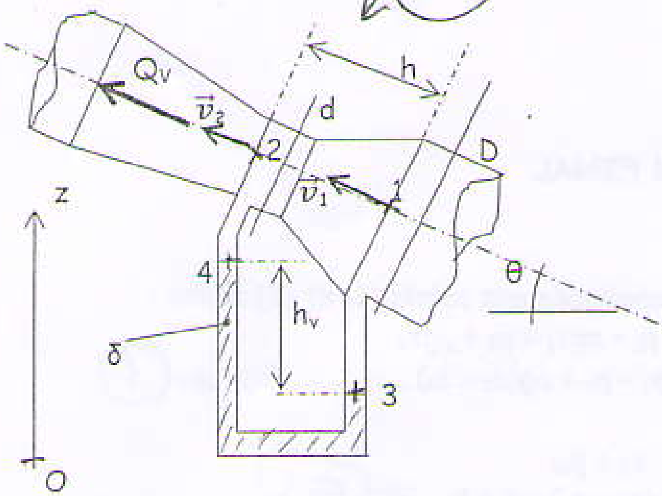
2°)- Application numérique

Lorsque l'eau atteint le sommet de la porte, on a : $h = 2\sin\theta = 1$ m ; soit :

$F = 18.10^4 N$; $X_c = AC = 4m$; $T = 18.10^4 N$

0,5 0,5 0,5

Exercice 3 (05pts) 0,1



1°)- Chute de pression dans le col

L'EFH appliquée entre les points (1) et (3) ; (3) et (4) ; et (4) et (2) nous donne :

$p_3 - p_1 = \rho g(z_1 - z_3)$..............(a) 0,5

$p_3 - p_4 = \rho g\delta h_V$ ....(b) 0,5

$P_4 - p_2 = \rho g(z_2 - z_4)$..............(c) 0,5

En additionnant - (a) + (b) + (c), on obtient :

$(p_1 - p_2) = \rho g(z_3 - z_1 + z_2 - z_4 + \delta h_V)$

Or : $z_3 - z_4 = -h_V$ et $z_2 - z_1 = h\sin\theta$

soit : 0,5

$\boxed{\Delta p = (p_1 - p_2) = \rho g[h\sin\theta + h_V(\delta - 1)]}$ ....(d)

A.N. : $\boxed{\Delta p = 2{,}73.10^4 \text{ Pa}}$ 0,1

2°)- Débit d'eau Q_V traversant le venturi

Le théorème de Bernoulli appliqué aux points (1) et (2) situés sur la même ligne de courant, s'écrit :

$p_1/\rho g + v_1^2/2g + z_1 = p_2/\rho g + v_2^2/2g + z_2 \quad \Leftrightarrow \quad (p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = (v_2^2 - v_1^2)/2g$ ....(e) 0,1

Par ailleurs, la conservation de masse s'écrit : $Q_V = v_1S_1 = v_2S_2$

$\Rightarrow \quad v_1 = 4Q_V/\Pi D^2 \quad$ et $\quad v_2 = 4Q_V/\Pi d^2$ 0,1

(e) $\Leftrightarrow (p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = 8Q_v^2(1/d^4 - 1/D^4)/g\Pi^2$

Or, d'après l'équation (d) on a : $(p_1 - p_2)/\rho g + z_1 - z_2 = h_V(\delta - 1)$

Soit : $8Q_v^2(1/d^4 - 1/D^4)/g\Pi^2 = h_V(\delta - 1)$

$\Rightarrow \quad \boxed{Q_v = \Pi d^2 \sqrt{g h_V(\delta - 1)/8[1 - (\frac{d}{D})^4]}}$ 0,5 A.N. : $\boxed{Q_v = 0{,}186 \text{ m}^3/\text{s}}$ 0,1

Questions de cours (03pts)

1°)- Le potentiel des vitesses est une fonction notée $\varphi(x , y)$ et définie par :

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = u$$
$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = v$$

1

Où (u,v) sont les composantes de la vitesse des particules fluides.

2°)-La fonction de courant est la fonction notée $\Psi(x , y)$ et définie par :

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = -v$$
$$\frac{\partial\Psi}{\partial y} = u$$

1

3°)- L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

En remplaçant u et v par leur valeur en fonction de φ, on obtient : 1

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \nabla^2\varphi = 0$$

ou Laplacien φ = 0