

Contrôle continu

Département S.T, 2^{ème} année LMD
Module Maths 5
Biskra le 24/05/11

Exercice 1 (6 points)

A partir du polynôme de degré 2 passant par les points $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1))$ et $(x_2, f(x_2))$

1. Obtenir la formule au différence centrée pour le calcul de $f'(x)$.
2. La dérivée de $f(x) = \exp(x)$ en $x = 0$ est égale à
 1. Comparer ce résultat avec celui obtenu par la formule au différence (obtenue en 1) en prenant $h = 0.1$,

التمرين الاول : (6 نقاط)

ابتداءً من كثير حدود ذو درجة 2 في x ، من النقاط $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$
 1- اوجد دستور فروق مركزي لحساب $f'(x)$
 2- متطابقة الحالة $f(x) = e^x$ عند النقطة $x=0$ تساوي 1. قارنا هذه النتيجة مع النتيجة المتحصل عليها بدستور الفروق (السؤال 1) بأخذ $h = 0.1$.

Exercice 2 (7 points)

L'équation différentielle $y'(t) - y(t) = e^{2t}$ avec $y(0) = 2$ possède la solution analytique $y(t) = e^t + e^{2t}$

1. En prenant $h = 0.1$. Faire trois itérations de la méthode d'Euler.
2. Calculer l'erreur commise sur y_3 en comparant les résultats avec la solution analytique $y(0.3)$.

التمرين 2 : (7 نقاط)
 المعادلة التفاضلية $y'(t) - y(t) = e^{2t}$ حيث $y(0) = 2$ لها تقبل حلاً تحليلياً $y(t) = e^t + e^{2t}$
 1- بأخذ $h = 0.1$ احس باستخدام طريقة Euler الحد الثالث
 2- احس الخطأ المركب على y وذلك بمقارنته مع $y(0.3)$

Exercice 3 (5 points)

On utilisant la table ci-dessous calculer $\int_{1.1}^{1.5} f(x)dx$ par :

1. la méthode des trapèzes.
2. la méthode de Simpson.

x	1.1	1.3	1.5
f(x)	3.0042	3.6693	4.4817

N B. (2 points) Il sera tenu compte de la clareté et de la rigueur dans les démonstrations

التمرين 3 : (5 نقاط)
 باستخدام الجدول اسفله احس
 $\int_{1.1}^{1.5} f(x) dx$
 1- طريقة شبه المثلث
 2- طريقة سيمسون

x	1.1	1.3	1.5
f(x)	3.0042	3.6693	4.4817

التوقيع

Corrigé type (Maths 5)

Exercice1(06pts)

1. $L_2(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}f(x_0) + \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}f(x_1) + \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}f(x_2)$ 2pts

Donc $L_2'(x_1) = \frac{f(x_1+h)-f(x_1-h)}{2h}$ (Formule aux différences centrée) 2pt

2. Si $f(x) = e^x$ en $x_1 = 0$ et $h = 0.05$, $L_1'(0) = \frac{e^{0.05}-e^{-0.05}}{2(0.05)} = 1.0004167$ 1pts

L'erreur est obtenue en faisant la différence entre 1 et 1.0004167 1pts

Exercice2(07pts)

$$\begin{cases} y' = y + e^{2t} \\ y(0) = 2 \\ t \in [0, 0.3] \end{cases}$$
 2pts

L'algorithmme d'Euler s'écrit

$$\begin{cases} y_0 \text{ donné} \\ y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) = y_n + h(y_n + e^{2t_n}), n \geq 0 \end{cases}$$

pour $h = 0.1$

n	t_n	y_n	$y_n + e^{2t_n}$	$y_{n+1} = y_n + h(y_n + e^{2t_n})$	
0	0	2	3	2.3	1pt
1	0.1	2.3	3.5214	2.6521	1pt
2	0.2	2.6521	4.1439	3.0665	1pt
3	0.3	3.0665			1pt

Erreur = $y(0.3) - y_3 = e^{0.3} + e^{0.6} - 3.0665 = 0.10548$ 1pt

Exercice3(05pts)

1. Par la methode des trapezes $\int_{1.1}^{1.5} f(x)dx = \frac{h}{2} (y_0 + y_1) = \frac{0.4}{2} (3.0042 + 4.4817) = 1.4972$ 2.5pts

2. Par la methode de Simpson $\int_{1.1}^{1.5} f(x)dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) = \frac{0.2}{3} (3.0042 + 4(3.6693) + 4.4817) = 2.2163$ 2.5pts

N.B.2pts pour la clarté, la rigueur et l'organisation