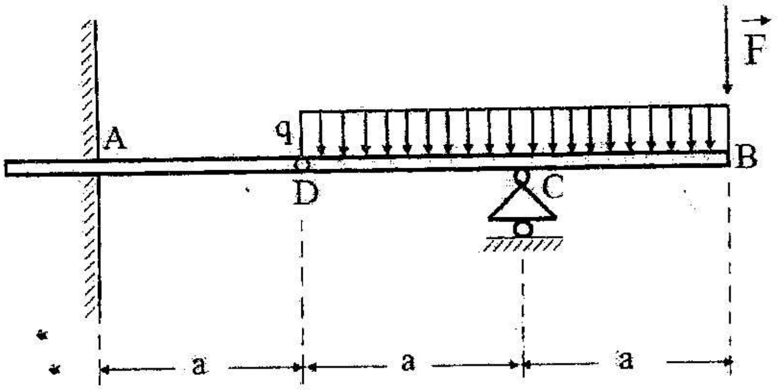
جامعة منتوري قسنطينة
معهد التكنولوجيا و العلوم الدقيقة

السنة الدراسية 2008- 2009
المدة: ساعة و نصف

الامتحان في مادة Physique 4



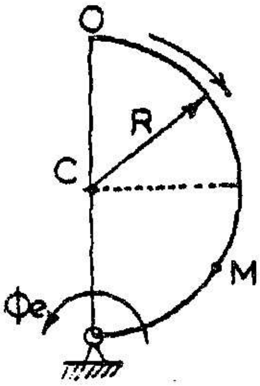
(الشكل 1)

التمرين 1: 7 points

احسب بدلالة a ، F و q ردود الأفعال عند النقطتين A و C. مع العلم أن العارضة AB مهملة الوزن و F قوة شاقولية معلومة مطبقة عند النقطة B.

$$AD = DC = CB = a$$

ملاحظة:
D عبارة عن مفصلة و المسند عند النقطة A موثوق.

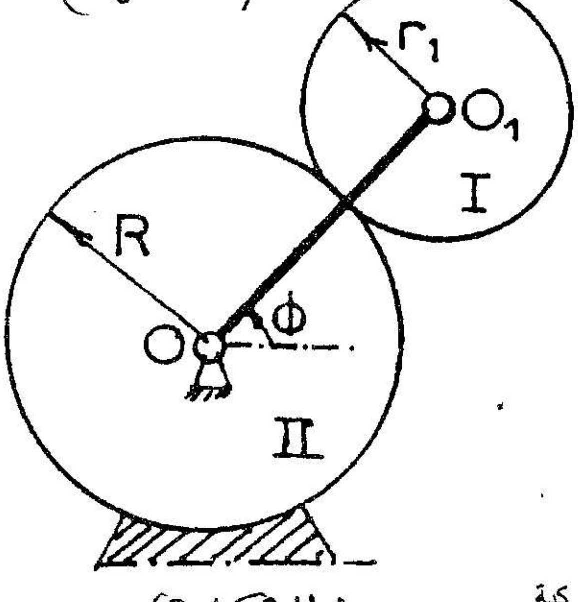


(الشكل 2)

التمرين 2: 7 points

لتكن نقطة M في حركة حسب الشكل (2) .
أوجد السرعة المطلقة V_M والتسارع المطلق γ_M للنقطة M في اللحظة المعطاة t_1 علما أن:

$$\varphi_e = t^2 - t \ \ (rd)$$
$$OM = 10\pi t^2 \ \ (cm)$$
$$R = 20\,cm$$
$$t_1 = 1\,s$$



(الشكل 3)

التمرين 3: 6 points

ترس I كتلته m_1 نصف قطره r_1 يدور حول ترس ثابت II نصف قطره R بواسطة مدورة OO_1 التي هي في حالة دوران تحت تأثير عزم ثابت M .
تتحدد وضعية المدورة OO_1 بالزاوية ϕ . (لاحظ الشكل 3).
أوجد العلاقة التي تربط السرعة الزاوية للترس I بدلالة $\dot{\phi}$ السرعة الزاوية للمدورة OO_1 .
باستعمال نظرية الطاقة الحركية احسب التسارع الزاوي للمدورة OO_1 حيث عزم عطالة المدورة بالنسبة للمحور O هو I_0 و عزم عطالة الترس I بالنسبة للمحور O_1 هو I_1 .

ملاحظة:
الجملة تنطلق من حالة السكون.
نأخذ بعين الاعتبار عمل العزم فقط عند تطبيق نظرية الطاقة الحركية.

حظ سعيد

الحل النموذجي لامتحان Physique 4

التمرين الأول:

ثقل الحمل يساوي:

$$Q = 2qa \qquad (1)$$ 0,25

نقوم بتجزئة الجملة الميكانيكية إلى قسمين:

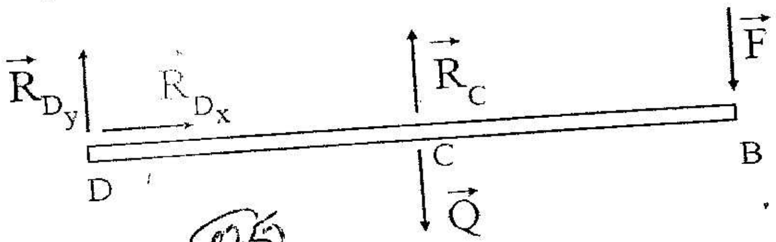
الجزء الأول:

الشروط التحليلية للتوازن

$$\sum_k F_{k_x} = 0 \Rightarrow R_{D_x} = 0 \qquad (2)$$ 0,5

$$\sum_k F_{k_y} = 0 \Rightarrow R_C - F - Q + R_{D_y} = 0 \qquad (3)$$ 0,75

$$\sum_k M_D(F_k) = 0 \Rightarrow -Qa + R_C.a - 2Fa = 0 \qquad (4)$$ 0,75



من العلاقة (4) نستنتج أن رد الفعل عند النقطة C يساوي:

$$R_C = Q + 2F = 2(F + aq) \qquad (5)$$

بالتعويض في العلاقة (3) نجد:

$$R_{D_y} = -F \qquad (6)$$ 0,25

الجزء الثاني:

الشروط التحليلية للتوازن

$$\sum_k F_{k_x} = 0 \Rightarrow -R'_{D_x} + R_{A_x} = 0 \qquad (7)$$ 0,5

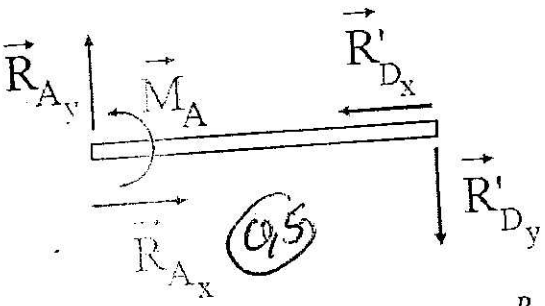
$$\sum_k F_{k_y} = 0 \Rightarrow R_{A_y} - R'_{D_y} = 0 \qquad (8)$$ 0,75

$$\sum_k M_A(F_k) = 0 \Rightarrow M_A - aR'_{D_y} = 0 \qquad (9)$$ 0,75

عند النقطة D لدينا العلاقات:

$$R_{D_x} = R'_{D_x} \qquad (10)$$ 0,25

$$R_{D_y} = R'_{D_y} \qquad (11)$$



من العلاقات (2)، (7) و (10) نستنتج أن:

$$R_{A_x} = 0 \qquad (12)$$ 0,25

من العلاقات (6)، (8) و (11) نستنتج أن:

$$R_{A_y} = -F \qquad (13)$$ 0,25

و منه رد الفعل عند النقطة A يساوي:

$$R_A = F \qquad (14)$$ 0,25

من العلاقات (6) ، (9) و (11) نستنتج أن العزم عند النقطة A يساوي:

$$M_A = -aF \qquad (15)$$ 0,25

ملاحظة: قيمة العزم سالبة و منه لا بد من عكس اتجاه عند النقطة A على الشكل. 0,25

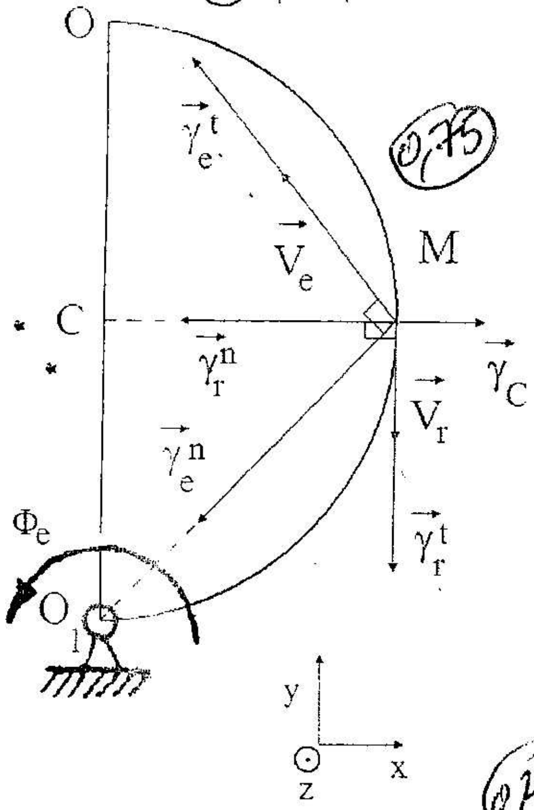
التمرين الثاني:

نقوم أولا بتحديد وضعية النقطة M في اللحظة $t=1\,s$، يساوي القوس $\overset{\frown}{OM}$ في هذه اللحظة

$OM=10\pi\times1^2=10\pi\,cm$ و منه الزاوية α الممسوحة أثناء الحركة تساوي $\alpha=\frac{\overset{\frown}{OM}}{R}=\frac{10\pi}{20}=\frac{\pi}{2}$ أي

0,25 + 0,25

أن النقطة M تكون في الوضعية المبينة على الشكل.



تعطى السرعة المطلقة للنقطة M بدلالة السرعة النسبية و السرعة المكتسبة بالعبارة:

$$\vec{V}_a=\vec{V}_r+\vec{V}_e$$ 0,25

حيث تعطى السرعة النسبية بـــ:

$$V_r=\frac{d}{dt}(\overset{\frown}{OM})=\frac{d}{dt}(10\pi t^2)=20\pi t\,cm/s$$ 0,25

في اللحظة $t=1\,s$ تكون السرعة النسبية مساوية

$$V_r=20\pi=62.83\,cm/s$$ 0,25

وتكون مماسية للدائرة التي مركزها C.

أما السرعة المكتسبة فتساوي:

$$V_e=\omega_e O_1M$$ 0,25

حيث السرعة الزاوية المكتسبة تساوي

$$\omega_e=\frac{d\varphi_e}{dt}=2t-1\,.$$ 0,25

في اللحظة $t=1\,s$ تكون السرعة الزاوية المكتسبة

تساوي $\omega_e=2\times1-1=1\,rad/s$ 0,25

و

$$O_1M=\sqrt{O_1C^2+CM^2}=R\sqrt{2}=20\sqrt{2}\approx28.28\,cm\,.$$ 0,25

و منه قيمة السرعة المكتسبة في اللحظة $t=1\,s$ تساوي:

$$V_e=20\sqrt{2}=28.28\,cm/s$$ 0,25

و تكون عمودية على O_1M و في نفس اتجاه ω_e، لاحظ الشكل.

الزاوية المحصورة بين السرعتين النسبية و المكتسبة تساوي $135°=45°+90°$، و منه قيمة السرعة المطلقة في اللحظة $t=1\,s$ تساوي:

$$V_a=\sqrt{V_r^2+V_e^2+2V_rV_e\cos135°}=47.27\,cm/s$$ 0,25

نقوم الآن بحساب التسارع المطلق.

لدينا:

$$\bar{\gamma}_a=\bar{\gamma}_r+\bar{\gamma}_e+\bar{\gamma}_C$$ 0,25

بما أن الحركة النسبية عبارة عن حركة دورانية فإن التسارع النسبي له مركبتين: مركبة مماسية و مركبة ناظمية

$$\bar{\gamma}_r=\bar{\gamma}_r'+\bar{\gamma}_r''$$

حيث:

$$\gamma_r'=\frac{dV_r}{dt}=\frac{d(20\pi t)}{dt}=20\pi=62.83\,cm/s^2$$ 0,25 + 0,25

$$\gamma_r''=\frac{V_r^2}{R}=\frac{(20\pi)^2}{20}=20\pi^2=197.39\,cm/s^2$$ 0,25 + 0,25

بالمثل فإن حركة الجر عبارة كذلك على حركة دورانية و منه يعطى التسارع المكتسب بدلالة مركبتيه المماسية و الناظمية بالعبارة:

$$\bar{\gamma}_e = \bar{\gamma}'_e + \bar{\gamma}''_e$$

حيث:

$$\gamma'_e = \varepsilon_e O_1 M \quad 0{,}25$$

لكن

$$\varepsilon_e = \frac{d\omega_e}{dt} = 2 \ rd/s^2 \quad 0{,}25$$

و منه

$$\gamma'_e = 40\sqrt{2} = 56.57 \ cm/s^2 \quad 0{,}25$$

$$\gamma''_e = \omega_e^2 O_1 M = 20\sqrt{2} = 28.28 \, cm/s^2 \quad 0{,}25 + 0{,}25$$

ما تسارع Coriolis فيعطى بـ:

$$\bar{\gamma}_C = 2\bar{\omega}_e \wedge \bar{V}_r \quad 0{,}25$$

ما أن $\bar{\omega}_e$ عمودية على $\bar{V}_r$ فإن:

$$\gamma_C = 2\omega_e V_r = 40\pi = 125.66 \, cm/s^2 \quad 0{,}25$$

نتحصل على اتجاه $\bar{\gamma}_C$ باستعمال قاعدة اليد اليمنى أو قاعدة جوكوفسكي.

ينا

$$\bar{\gamma}_a = \bar{\gamma}'_r + \bar{\gamma}''_r + \bar{\gamma}'_e + \bar{\gamma}''_e + \bar{\gamma}_C \quad 0{,}25$$

سقاط هذه العلاقة على المحاور نجد:

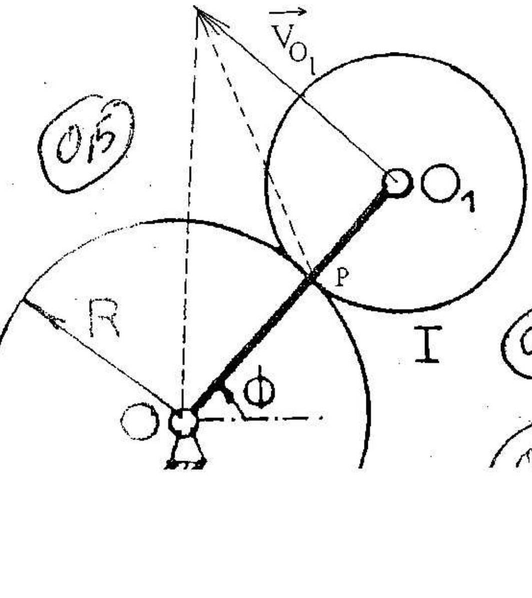
$$\gamma_a^x = \gamma_C - \gamma''_r - \gamma'_e \cos 45° - \gamma''_e \sin 45° = -131.73$$

$$\gamma_a^y = -\gamma'_r + \gamma'_e \sin 45° - \gamma''_e \cos 45° = 82.83$$

منه التسارع المطلق يساوي:

$$\gamma_a = \sqrt{(\gamma_a^x)^2 + (\gamma_a^y)^2} = 155.61 \ cm/s^2 \quad 0{,}25$$

رين الثالث:



هي النقطة التماس بين الترس I المتحرك و س II الساكن. سرعة النقطة P معدومة و منه ن اعتبار هذه النقطة هي المركز اللحظي للدوران س II.

طة O_1 تنتمي إلى المدورة و إلى الترس I و منه العلاقتان:

(

$$0{,}75 \quad \frac{V_{O_1}}{OO_1} = \dot{\phi} \Rightarrow V_{O_1} = \dot{\phi} \ OO_1 = (R + r_1)\dot{\phi}$$

(

$$0{,}75 \quad \frac{V_{O_1}}{PO_1} = \omega_I \Rightarrow V_{O_1} = \omega_I PO_1 = r_1 \omega_I$$