

جامعة منتوري قسنطينة LMD ST2 مراقبة Maths 4

تمرين 1: (الاحتمالات)

لدى لاعب نرد مزور حيث احتمال ظهور أرقامه معطى في الجدول التالي:

الرقم	الإحتمال
6	5
b	a

- 1- احسب a ، b حيث احتمال ظهور رقم 5 هو 4 مرات احتمال ظهور رقم 6.
- 2- رمى اللاعب هذا النرد ما هو احتمال ظهور عدد زوجي ؟ عدد فردي ؟
- 3- ما هو احتمال ظهور رقم 1 علما انه رقاما فرديا؟
- 4- تعتبر الأحداث التالية : A "يظهر عدد زوجي" , B "يظهر عدد مضاعف لـ 3" C "يظهر عدد أقل تماما من 3" .
هل C و A , B و C مستقلان؟

تمرين 2: (الإحصاء)

الجدول التالي يعطي عدد سكان مدينة على مدى 30 سنة متواالية :

رتبة السنة	X
30	25
50	42

رتبة السنة	Y
5	18
10	21

- 1- ارسم سحابة النقط. ماذا تلاحظ ؟
- 2- شكل الجدول الإحصائي.
- 3- احسب معامل الارتباط الخطي m ماذا تستنتج ؟
- 4- عين معادلة مستقيم تسوية Y بدلالة X وارسم هذا المستقيم مع سحابة النقط.
- 5- قدر عدد سكان هذه المدينة من أجل السنة ذات الرتبة 33.
- 6- لتكن الدالة f المعرفة على $[0, +\infty]$ بالشكل:

$$f(x) = ae^{bx}$$

$$\text{عين } a, b \text{ حيث } f(30) = 50, \quad f(0) = 18$$

اجب عن السؤال 5 باستعمال الدالة f .

- 7- في رأيك من يعطي أحسن تسوية لهذه السحابة المستقيم أو الدالة f ؟

سلم الرسم: محور الفواصل: 1 سم \rightarrow 5 سنوات ،
محور الترتيب: 1 سم \rightarrow 5 ألف نسمة

Contrôle Maths 4

Exercice 1 :

Un joueur utilise un dé truqué à 6 faces. La probabilité de voir apparaître chacun des 6 numéros est donnée par le tableau suivant :

numéro	1	2	3	4	5	6
probabilité	0.4	0.15	0.15	0.05	a	b

- 1- calculer a et b, sachant que l'apparition du numéro 5 est 4 fois plus probable que celle du 6.
- 2- Le joueur lance le dé. Quelle est la probabilité de voir apparaître un numéro pair ? un numéro impair ?
- 3- Quelle est la probabilité que ce soit le numéro 1, sachant que c'est un numéro impair ?
- 4- On considère les événements : A « voir apparaître un numéro pair », B « voir apparaître un multiple de 3 », C « voir apparaître un numéro strictement inférieur à 3 ». Est-ce que A et B, A et C, B et C sont indépendants ?

Exercice 2 :

Le tableau suivant donne la population d'une ville sur 30 années consécutives.

Rang de l'année :x	0	5	10	15	20	25	30
Population en milliers :y	18	21	25	30	36	42	50

- 1- Tracer le nuage de points. Qu'est ce que vous remarquez ?
- 2- Tracer le tableau statistique.
- 3- Calculer le coefficient de corrélation ρ . Qu'est ce que vous concluez ?
- 4- Déterminer la droite d'ajustement de Y en X et la tracer avec le nuage de points.
- 5- Déduire de cet ajustement une estimation de la population l'année de rang 33.
- 6- Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty$ par $f(x) = ae^{bx}$; a, b sont des réels.
Déterminer a, b tels que $f(0) = 18$, $f(30) = 50$
Reprendre la question 5 en utilisant la fonction f .
A votre avis, lequel des 2 ajustements vous semble le plus pertinent ?

(la droite des x : 1cm → 5 années , la droite des y : 1cm → 5 milles)

المحض

9p15

نحوين 1

المحض

1)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (0,5)$$

$$0,4 + 0,15 + 0,15 + 0,05 + a + b = 1 ; \quad a = 4 b$$

$$\Rightarrow 0,75 + 5b = 1 \Rightarrow 5b = 0,25 \Rightarrow \boxed{b = 0,05}, \boxed{a = 0,2} \quad (0,5) \quad (0,5)$$

$$2) * P(2 \vee 4 \vee 6) = P(2) + P(4) + P(6) = 0,15 + 0,05 + 0,05 = \boxed{0,25} \quad (0,5)$$

$$* P(1 \vee 3 \vee 5) = P(1) + P(3) + P(5) = 0,4 + 0,15 + 0,2 = \boxed{0,75} \quad (0,5)$$

$$3) \stackrel{؟}{=} P(1 \vee 3 \vee 5) = 1 - P(2 \vee 4 \vee 6) = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$3) P(1 / \text{فرد}) = \frac{P(1 \cap \text{فرد})}{P(\text{فرد})} = \frac{P(1)}{P(\text{فرد})} = \frac{0,4}{0,75} = \boxed{0,54} \quad (1,5)$$

4)

$$P(A) = 0,25 \quad \text{يظهر رقم زوجي} \quad "A"$$

$$\boxed{P(B) = 0,2} \quad \text{ايو} \Rightarrow B = \{3, 6\} \quad \text{هي} \quad "3 \text{ معاشر} \quad " \quad "6 \text{ معاشر} \quad " \quad "B"$$

$$\boxed{P(C) = 0,55} \quad \text{ايو} \Rightarrow C = \{1, 2\} \quad \text{هي} \quad "3 \text{ أقل مما هو} \quad " \quad "1 \text{ أقل مما هو} \quad " \quad "C"$$

$$A \cap B = \{6\} \Rightarrow P(A \cap B) = P(6) = 0,05 \quad (0,5)$$

$$\text{et} \quad P(A) \cdot P(B) = (0,25)(0,2) = 0,05 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{لما} \\ \text{لما} \end{array} \right. \quad (0,5)$$

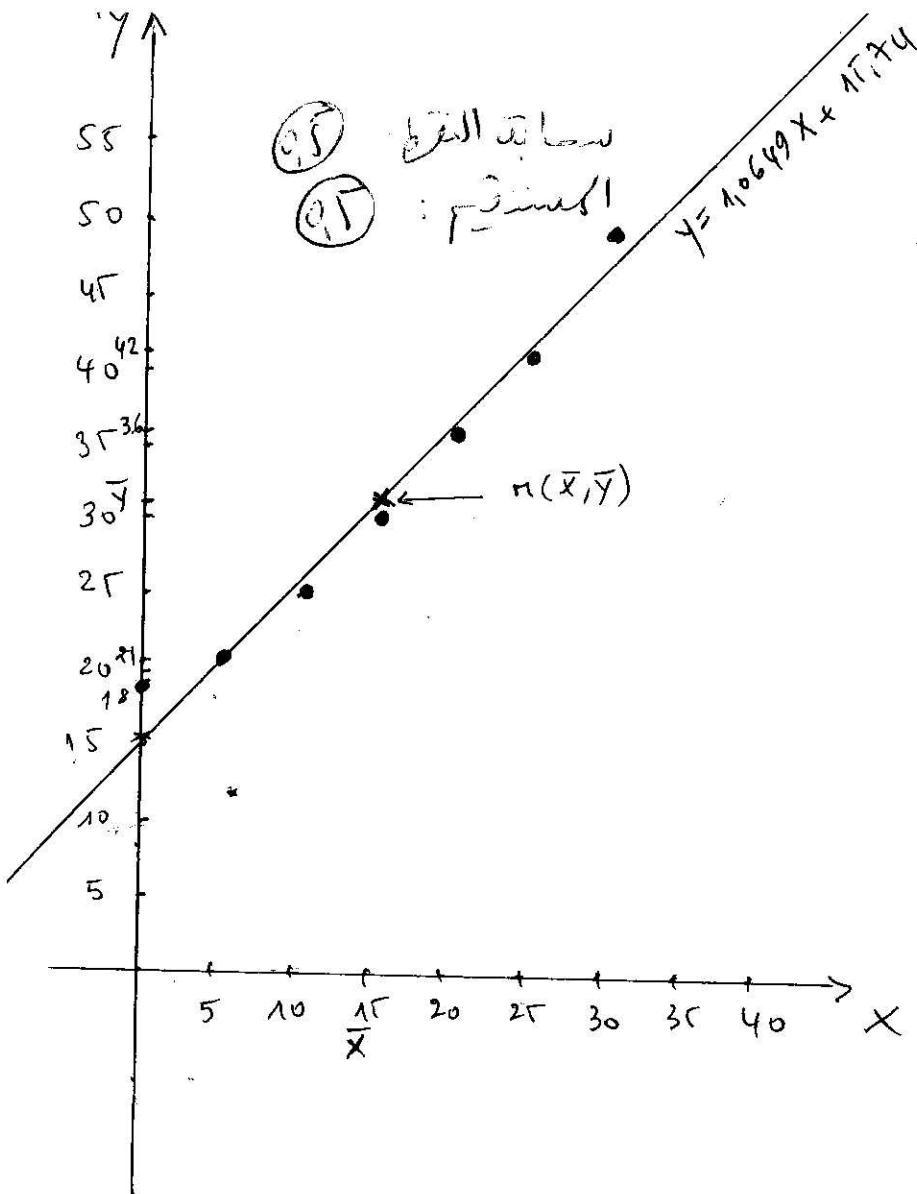
$$A \cap C = \{2\} \Rightarrow P(A \cap C) = P(2) = 0,15 \quad (0,5)$$

$$\text{et} \quad P(A) \cdot P(C) = (0,25)(0,55) = 0,1375 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{لما} \\ \text{لما} \end{array} \right. \quad (0,5)$$

$$B \cap C = \emptyset \Rightarrow P(B \cap C) = 0 \quad (0,5)$$

$$\text{et} \quad P(B) \cdot P(C) = (0,2)(0,55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{لما} \\ \text{لما} \end{array} \right. \quad (0,5)$$



تمرين 2: 11p15

X: معدل رتبة السكان
Y: عدد السكان

هي مساحة المقطع
نلاحظ أن النقاط تقترب
على الصيغة $Y = a + bX$

X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i \cdot Y_i$
0	18	0	324	0
5	21	25	441	105
10	25	100	625	250
15	30	225	900	450
20	36	400	1296	720
25	42	625	1764	1050
30	50	900	2500	1500
\sum	105	222	7850	4075
$\frac{1}{7} \sum$	15	31,71	1121,42	589,14

$$n = 7$$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 X_i = 15$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 Y_i = 31,71$$

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 X_i^2 - \bar{X}^2$$

$$\text{Var}(X) = 325 - 225 = 100$$

$$\Rightarrow \sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} = 10$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 Y_i^2 - \bar{Y}^2$$

$$= 5821,42 - 31,71^2$$

$$\text{Var}(Y) = 115,9 \Rightarrow \sigma_Y = 10,76$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^7 X_i Y_i - \bar{X} \bar{Y} = 582,14 - (15)(31,71) = \boxed{106,49} \quad (0,5)$$

$$g = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{106,49}{(10)(10,76)} = 0,99 \approx 1 \Rightarrow$$

وجود ارتباط دقيق قوي بين X و Y (معادلة منصف ستوية)

$$Y = aX + b; \quad a = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)} = \frac{106,49}{100} = \boxed{1,0649} \quad (0,5)$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 31,71 - (1,0649)(15) = \boxed{15,74} \quad (0,5)$$

$$Y = 1,0649 X + 15,74$$

5): $X = 33 \rightarrow Y = ? \quad Y = 1,0649(33) + 15,74 = \boxed{50,88} \quad (0,5)$

6) $f(x) = a e^{bx}; \quad f(0) = a = 18 \quad (0,2) \quad f(30) = 18 e^{30b} = 50$

$$\Rightarrow e^{30b} = \frac{50}{18} \Rightarrow 30b = \ln \frac{50}{18} = \ln 50 - \ln 18 \\ = 3,91 - 2,89$$

$$\Rightarrow b = \frac{3,91 - 2,89}{30} = 0,034 \quad (0,5)$$

: انت

$$f(x) = 18 e^{0,034 x}$$

$X = 33 \rightarrow Y = f(x) = ?$

$$f(33) = 18 e^{0,034(33)} = 18 e^{1,122} = 18(3,07) = 55,27$$

$$f(33) = \boxed{55,27} \quad (0,5)$$

الدالة f هي التي تعطي أحسن ستوية لهذه النقاط لأنها هو التي يكون أقرب من نقاط المسحاة على المستقيم.