guide_pharmacie@yahoo.fr

Université de Batna
Faculté de Médecine
Département de Pharmacie

2005/2006

Cours de Probabilité

1ère Année Pharmacie

Chapitre I : Analyse combinatoire

D'après le cahier de :

I. Hadef

Created by: T. Djebaili

Partie 3 : Probabilité

Chapitre I : Analyse conbinatoires

1/ Arrangement :

Definition : On appelle arrangement de p éléments parmi n éléments distincts $(p \leq n)$ une disposition ordonnées de p éléments parmi les n

Calcul A_n^p :

A_n^p : nombre d'arrangement de p éléments pris parmi n éléments $p \leq n$

□ □ □ ... □ p cases

* * * * - - - * * * n objets

En utilisant le placement d'objets dans des cases on voit que tout les arrangement (sans répetition) s'obtient en plaçant

* Dans la 1ère case un des n objets (n choix)

* // // 2ème // un des $n-1$ objet ($n-1$ //)

* ⋮ // $p$ème // // // $(n-p+1)$ objet ($n-p+1$ choix)

Notion factorielle :

Soit $n \in \mathbb{N}$: $n! = n(n-1) \ldots 2 \times 1$

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

2/ Permutation : on appelle permutation possible de n objets pris parmi n objets :

$$A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n! \quad (n = p)$$

3/ Combinaison :

Définition : on appelle combinaison de p éléments pris parmi n éléments tout ensembles que l'on peut former en choisissant p de ces elements sans considerations d'ordre.

Calcul de C_n^p :

C_n^p designe le nombre de combinaison de p éléments pris parmi n.

Avant de Calculer C_n^p essayons de voir l'exemple

Vous êtes 5 personnes, vous voulez que 2 d'entre vous mettant à l'avant de votre voiture.

le n^{bre} de choix possible C_5^2.

Si parmi les deux personnes qui sont à l'avant de la voiture on distingue le chauffeur, il y a A_5^2 manière de choisir les 2 personnes.

Donc : C_5^2 manière de choisir les 2 qui vont devant on peut ensuite permuter ces 2 personnes de 2! façons pour distingue le chauffeur de l'autre : $A_5^2 = 2!\, C_5^2 \Longrightarrow C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!}$.

en général $= C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$

Arrangement avec Repetition :

Definition :

On appelle arrangement avec repetition de p éléments parmi n éléments distincts, une disposition ordonnée de p éléments parmi les n avec repetition possible d'un où plusieurs éléments.

Le nombre totale de tels arrangements donc :

$$n^p = \underbrace{n \times n \times n \cdots \times n}_{p \text{ fois}}$$

Permutation avec repetitions :

Il arrive que parmi les n objets dont ont cherche le n^{bre} de permutation certains d'entre eux le nombre de r, soient tous identiques.

Le calcul du n^{bre} de permutation avec repetition est comme suit P_n avec repetition $= \frac{n!}{r!}$

exp :

Le n^{bre} de permutation avec repetition du mot Batna. est $P_5(\text{avec repetition}) = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$

Generalisation à plusieurs repetition :

Si on considère n objets, parmi lesquels r_1 sont semblables entre eux, r_2 sont semblables entre eux, ..., r_K sont sont semblables entre eux. avec $r_1 + r_2 + \cdots r_K = n$.

Le nombre des permutations des n objets avec repetition $(r_1, \ldots, r_K)$ est :

$$P_n(r_1, r_2, \ldots r_K) = \frac{n!}{r_1! \, r_2! \ldots r_K!}$$

exp : Le n^{bre} de permutation avec repetition avec les lettres du mot constantine : $n = 11$.

$$r_1 = r_N = 3, \quad r_2 = r_t = 2.$$

$$P_{11}(3, 2) = \frac{11!}{3! \, 2!}$$

Formule du binême de Newton :

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b)(a+b) \cdots (a+b)}_{n \text{ fois}}$$

$$(a+b)^n = \sum_{K=0}^{n} C_n^K \, a^{n-K} \cdot b^K.$$

$$= C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \cdots C_n^n a^0 b^n.$$

Propriétés

1/ $C_n^p = C_n^{n-p}$.

2/ $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^{p}$.

3/ $C_n^0 = C_n^n = 1$

Remarque: la relation de Pascal :
$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^{p}$ permet une determination de proche en proche des coefficients C_n^p du moyen du tableau ci dessus appelé triangle de pascale.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

$(a+b)^0 = 1$

$(a+b) = a+b$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ba + b^2$.

$a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$.