Université Ziane ACHOUR de Djelfa

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département : Mathématiques et Informatique

MASTER Traitement et analyse d'images et de la parole **A.U 2011/2012**

Examen de Module Introduction à la reconnaissance des formes

La durée 1h30

Exercice 01 :

A) Soit X une variable aléatoire dont la densité est

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{c}(1 - x^2) & \text{si } x \in [-1,1] \\ 0 & \text{si non.} \end{cases}$$

a) Trouvez la valeur de la constante c.
b) Déterminez la fonction de répartition F_X de X.
c) Déterminez l'espérance E(X) de X.
d) Calculez la variance et les moments $\mu_k = E[X^k]$; $k = 2; 3$.

B) Soient $\lambda > 0$ et $A \in \mathbb{R}$ deux constantes et soit

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longrightarrow Ae^{-\lambda x}\mathbf{1}[\mathbf{0}, +\infty](x) \end{array}$$

a) Pour $\lambda > 0$ fixé, déterminer A en fonction de λ pour que f soit la densité d'une probabilité sur $\mathbb{R}$.
Dans la suite, on prendra pour A la valeur trouvée à la question a).
b) Soit X une variable aléatoire réelle, qui suit une loi à densité f. Déterminer E(X) et Var(X).

Exercice 02 :

Deux cours ont lieu en parallèle dans deux amphithéâtres contigus. Les deux amphithéâtres, appelés a et b contiennent respectivement 90% et 50% de filles, et dans l'amphi b, il y a 4 fois plus d'étudiants que dans l'amphi a.

Soient les évènements F="être une fille" et A="être dans l'amphi a".

a) On considère la population constituée des étudiants de a et b réunis. Pour cette population, donner P (F/A), P (F/B), P(A).

b) Rappeler la formule de Bayes. Les deux amphithéâtres se vidant simultanément dans le même couloir, quelle est la probabilité qu'une fille choisie au hasard dans ce couloir sorte de l'amphi a ?

Exercice 3 :

Une usine fabrique des pièces, avec une proportion de 0,05 de pièces défectueuses. Le contrôle des fabrications est tel que :

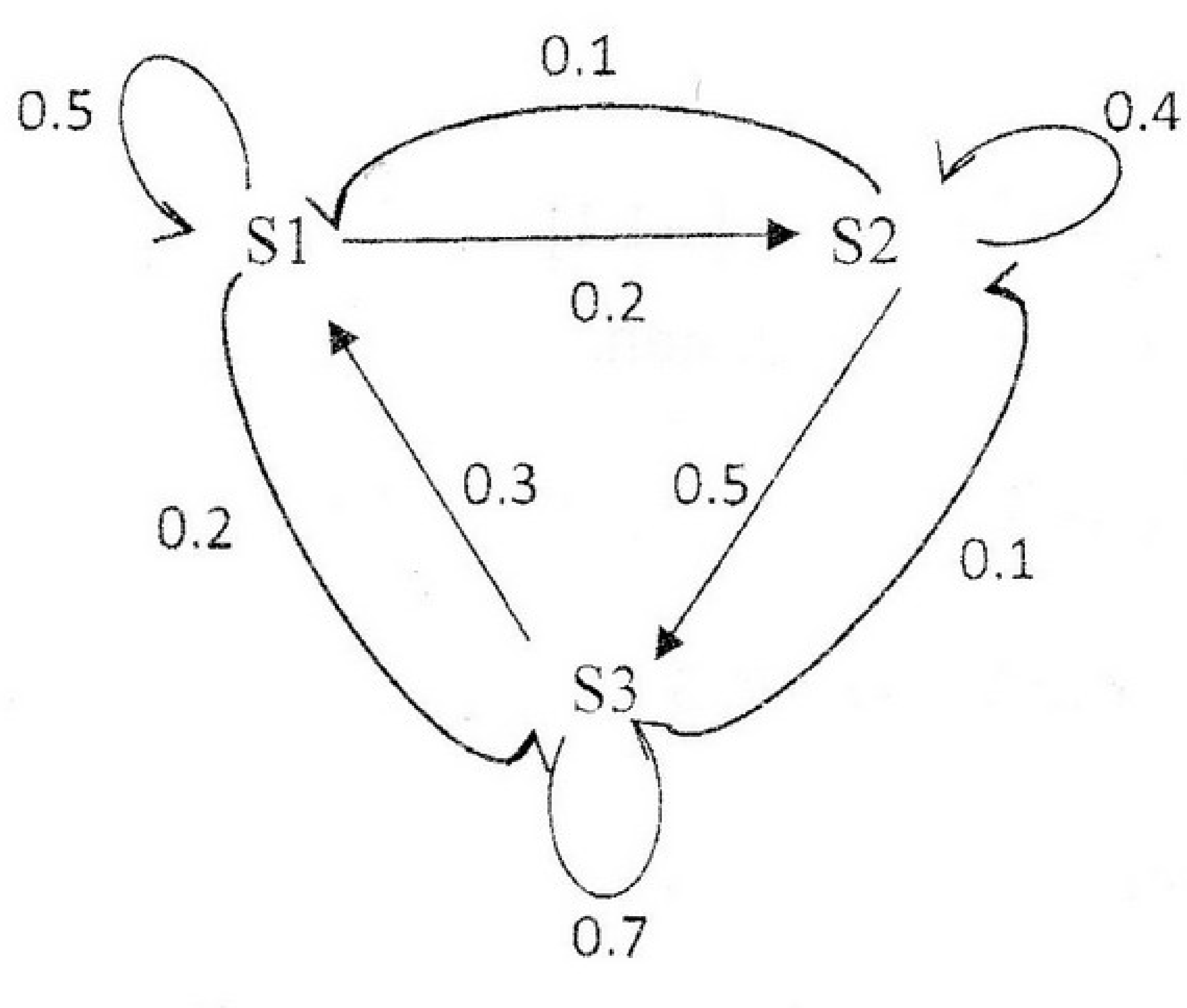
- si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité 0,96.
- si la pièce est mauvaise, elle est refusée avec la probabilité 0,98.

On choisit une pièce au hasard et on la contrôle. Quelle est la probabilité

1. qu'il y ait une erreur de contrôle ?
2. qu'une pièce acceptée soit mauvaise ?

Exercice 4 :

Soit un système de Markov représenté par le diagramme d'états {S1 S2 S3} suivant :



1- Déterminer la matrice de Markov M.
2- Calculer M^2.

Exercice 05 :

Montrer que P (erreur) $= \; 1 - \int_{R1} [P(w1\,/\,x) - P(w2\,/\,x)]\, p(x)dx$

Sachant que la probabilité d'erreur est minimale lorsque R1 (R1 est la région) où $P(w1\,/\,x) > P(w2\,/\,x)$

- $(\int_{R1} P(w1/x)p(x)dx + \int_{R2} P(w1/x)p(x)dx = 1)$