CENTRE UNIVERSITAIRE *ZIANE ACHOUR*

Département de TC.SETI-LMD
Institut des sciences et de la technologie

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE

MODULE: Mécanique du point matériel

1ère année (LMD.MI) *Septembre 2007*

Durée : 1 h 30 min

EXERCICE 01: ***(10 points)***

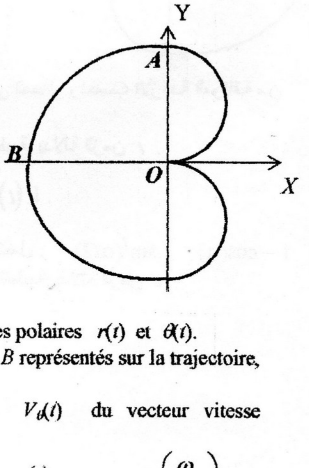
Un cycliste roulant à vitesse constante $V > 0$ sur une route en ligne droite observe, à un instant donné, une voiture distante de d qui démarre devant lui avec une accélération constante $a > 0$.

1. Ecrire l'équation horaire du cycliste et de la voiture; donner la nature de chacun des mouvements (on prend comme origine des temps $t = 0$ l'instant où la voiture démarre, et comme origine des espaces la position du cycliste à cet instant).
2. Si a et V sont fixées, montrez que le cycliste rattrape la voiture seulement si :

$$d \leq \frac{V^2}{2.a}$$

3. Déterminer le temps t_1 de la course poursuite (le temps où le cycliste rattrape la voiture) en fonction de a, V, et d.
4. Tracer les diagrammes des espaces du cycliste et de la voiture (sur le même graphe). Discuter graphiquement les divers scénarios de la course poursuite.
5. A.N. Calculer les temps de croisement pour $d = 10\text{m}$, $a = 2\text{m/s}^2$, $V = 36$ km/h.

EXERCICE 02: ***(10 points)***



Le mouvement décrit par la trajectoire de la figure est appelé cardioïde il est donnée par l'équation suivante :

$$r(\theta) = R - R.\cos\theta$$

Où R est une constante positive.

Dans ce problème, nous poserons $\theta(t) = \omega.t$

Où ω est une constante positive.

1. Donnez les équations horaires du mouvement en coordonnées polaires $r(t)$ et $\theta(t)$.
2. Donnez les coordonnées polaires θ et r des point O , A et B représentés sur la trajectoire, et calculez leurs temps $0 \leq t \leq T$ ($T = 2\pi/\omega$).
3. Calculez les composantes radiale $V_r(t)$ et transversale $V_\theta(t)$ du vecteur vitesse (coordonnées polaires) en fonction de t.
4. En déduire que le module de la vitesse est donné par : $$V(t) = 2R\omega.\sin\left(\frac{\omega}{2}t\right)$$

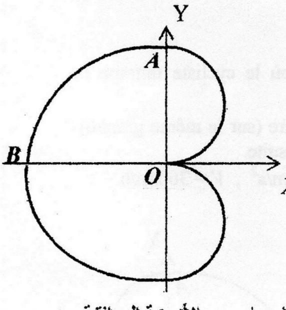
   (On utilise $1 - \cos(\alpha) = 2.\sin^2(\alpha/2)$)
5. Calculez les composantes radiale $a_r(t)$ et transversale $a_\theta(t)$ du vecteur accélération (coordonnées polaires) en fonction de t.
6. Calculez la composante tangentielle a_T du vecteur accélération en fonction de t.
7. En déduire le rayon de courbure ρ à $t = \pi/\omega$.

الامتحان الاستدراكي

التمرين الأول :

يتحرك دراج بسرعة ثابتة $V > 0$ على خط مستقيم، يشاهد في لحظة ما سيارة تبعد عنه بمسافة d تنطلق أمامه بتسارع ثابت $a > 0$.

1. أكتب المعادلات الزمنية لكل من الدراج و السيارة، معطيا طبيعة كل حركة (نعتبر مبدأ الأزمنة $\underline{t = 0}$ لحظة انطلاق السيارة ، و مبدأ الإحداثيات وضعية الدراج في تلك اللحظة).
2. إذا أعطينا V و a، بين أن شرط التحاق الدراج بالسيارة هو: $d \le \dfrac{V^2}{2.a}$
3. حدد t_1 زمن التحاق الدراج بالسيارة بدلالة V ، a و d .
4. أرسم (على نفس المعلم) منحنيات المسافة بدلالة الزمن لكل من الدراج و السيارة، ثم ناقش بيانيا مختلف الحالات (السيناريوهات) الممكنة.
5. **تطبيق عددي**: أحسب أزمنة الالتقاء من أجل $d = 10\text{m}$، $a = 2\text{m/s}^2$ ، $V = 36$ km/h .



التمرين الثاني :

يسمى المسار الموضح في الشكل المقابل بالقلبي و يعطى بالمعادلة : $r(\theta) = R - R.\cos\theta$ حيث R ثابت موجب.

في كل المسألة سنضع $\theta(t) = \omega.t$ ، حيث ω ثابت موجب.

1. جد المعادلات الزمنية للحركة في الإحداثيات القطبية: $r(t)$ و $\theta(t)$.
2. أعط الإحداثيات القطبية θ و r للنقاط O ، A و B الممثلة على المسار واحسب الأزمنة الموافقة من أجل $0 \le t \le T$ ($T = 2\pi/\omega$) .
3. أحسب مركبات شعاع السرعة $V_r(t)$ و $V_\theta(t)$ في الإحداثيات القطبية بدلالة الزمن t .
4. استنتج أن طويلة السرعة تعطى بالعلاقة : $V(t) = 2R\omega.\sin\left(\dfrac{\omega}{2}t\right)$

(استعمل : $1 - \cos(\alpha) = 2.\sin^2(\alpha/2)$)

5. أحسب مركبات شعاع التسارع $a_r(t)$ و $a_\theta(t)$ في الإحداثيات القطبية بدلالة الزمن t .
6. احسب المركبة المماسية a_T لشعاع التسارع بدلالة الزمن t .
7. استنتج نصف قطر الانحناء ρ في اللحظة $t = \pi/\omega$.