CENTRE UNIVERSITAIRE ZIANE ACHOUR – DJELFA

ÉPREUVE FINALE

MODULE : Mécanique du point matériel

Année universitaire 2007/2008

1ère Année LMD (MI) **Durée : 02 heures 04/03/2007**

Questions de cours:

Rappelez l'expression des composantes polaires a_r et a_θ de l'accélération d'un point matériel de masse m situé en M (r ,θ).

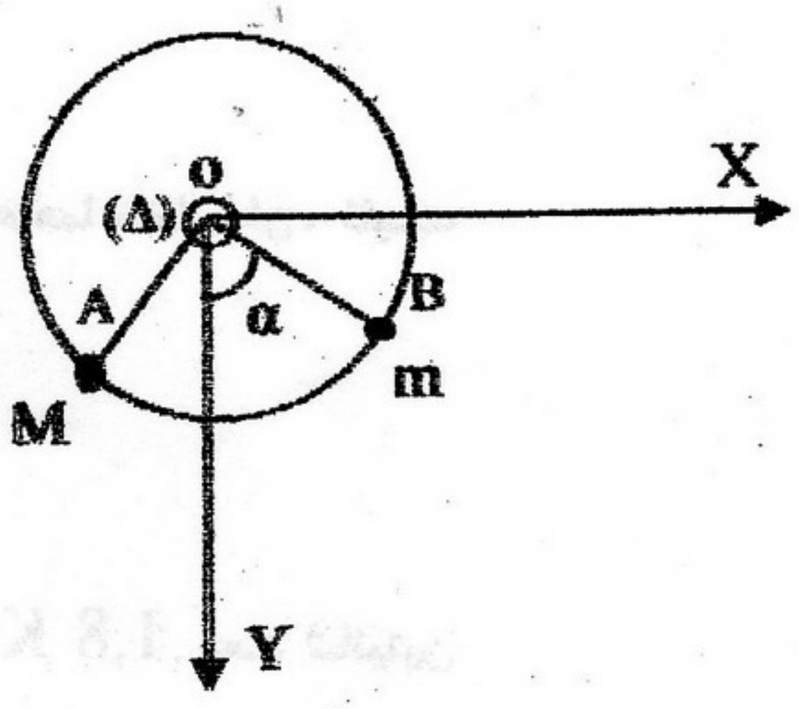
-En déduire l'expression générale des composantes radiale F_r et transversale F_θ de la force résultante $\vec{F}$ qui s'exerce sur lui.

-Montrez que si la quantité $r^2\dot{\theta}$ est constante (indépendante du temps), alors l'une des composantes de $\vec{F}$ s'annule. En déduire que la direction de la force contient un point fixe du plan l'on précisera.

Exercice 1:

Aux extrémités A et B de deux rayons perpendiculaires d'un disque de centre O et d'un axe de rotation (Δ), on accroché deux masses : **M=1732 g** et **m=1000g**, la figure.

- On demande la position d'équilibre.



Exercice 2:

Un petit enfant joue à 5 mètres de sa mère, part soudainement en courant (en ligne droite) à la vitesse constante de 1,8 Km/h. Deux secondes après son départ sa mère lui court après à la vitesse de 7,2 Km/h.

-Quelle distance l'enfant aura-t-il parcourue avant d'être rejoint ? Résolvez graphiquement par diagrammes des espaces, puis par le calcul (analytiquement).

Exercice 3:

Un point matériel M de masse m est lancé avec une vitesse initiale faisant un angle θ avec l'horizontale.

I. Dans le vide "Sans frottement".

1. en appliquant le principe fondamental de la dynamique.
- Calculer alors $\vec{a}$ (t) la vitesse $\vec{V}(t)$ et la position $\overrightarrow{OM}$ (t).
2. Calculer la distance OA (la portée).
3. quelle est l'altitude maximale atteinte par ce projectile Y_{max} (le sommet).

II. Dans l'air "avec frottement".

Le point matériel est soumis à un frottement visqueux du type $\vec{F}_f = -K\vec{V}_f$.

(régime de Stokes)

1. En écrivant la relation fondamentale de la dynamique montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante : $\frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{K}{m}\vec{V} = \vec{g}$.

2. Si la solution de cette équation différentielle est : $\vec{V}(t) = (\vec{V_0} - \frac{m\vec{g}}{K})e^{\frac{K}{m}t} + \vec{C}$

Déterminez le vecteur constant $\vec{C}$.

3. En déduire la position $\overrightarrow{OM}(t)$ et la distance OM maximale atteinte par le point matériel.

الأسئلة النظرية :

أكتب عبارة المركبات، القطرية a_r و العرضية a_θ لتسارع نقطة مادية كتلتها m موجودة في النقطة $M(r,\theta)$ في الإحداثيات القطبية.

استنتج العبارة العامة للمركبات القطرية F_r و العرضية F_θ لمحصلة القوى $\vec{F}$ المطبقة عليها.

بين أنه إذا كان المقدار $r^2\dot{\theta}$ ثابتا (مستقلا عن الزمن) فان إحدى مركبتي القوة $\vec{F}$ تنعدم، ما هي؟ استنتج أن حاملها يشمل نقطة ثابتة من المستوي، المطلوب تحديدها.

التمرين الأول :

على محيط قرص مركزه o قابل للدوران حول محوره (Δ) وعند النقطتين A و B شعاعاهما متعامدان، نثبت كتلتين: $M=1732g$ و $m=1000g$، الشكل. المطلوب تحديد وضع التوازن.

التمرين الثاني:

صبي يلعب على بعد 5 أمتار من أمه، فجأة ينطلق جريا في خط مستقيم بسرعة ثابتة 1,8 Km/h. بعد ثانيتين من انطلاقته تجري خلفه أمه بسرعة ثابتة 7,2 Km/h.

ماهي المسافة التي سيقطعها الصبي قبل أن تدركه أمه؟ أجب بيانيا باستعمال مخطط المسافات ثم تحليليا باستعمال الحساب.

التمرين الثالث:

تقذف نقطة مادية M كتلتها m بسرعة ابتدائية تصنع زاوية θ مع الأفق.

I) في الفراغ "بدون احتكاك"

1. بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك أحسب التسارع $\vec{a}(t)$ السرعة $\vec{V}(t)$ و الموضع $\overrightarrow{OM}(t)$
2. أحسب المسافة OA (المدى).
3. ما هو أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة Y_{max} (القمة).

II) في الهواء "وجود الاحتكاك"

النقطة المادية تخضع لاحتكاك لزج من النوع $\vec{F}_f = -K\vec{V}_f$.

1. بكتابة المبدأ الأساسي للتحريك بين أننا نحصل على المعادلة التفاضلية التالية: $\vec{g} + \frac{K}{m}\vec{V} = \frac{d\vec{V}}{dt}$
2. إذا كان حل هذه المعادلة يكتب من الشكل: $\vec{V}(t) = (\vec{V_0} - \frac{m\vec{g}}{K})e^{\frac{K}{m}t} + \vec{C}$. حدد الشعاع الثابت $\vec{C}$
3. استنتج شعاع الموضع $\overrightarrow{OM}(t)$ والمسافة OM القصوى (المدى) التي تصلها النقطة المادية.