

UNIVERSITE MENTOURI  
 FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
 Année universitaire : 2007 – 2008  
 Formation : LMD (MI)  
 Module : info2  
 Durée: 1 heure 30 mn

Contrôle de longue durée

**Exercice1:** (6 points)

Soit une liste circulaire doublement chaînée où chaque élément (nœud) est constitué de trois champs : prec, info et suiv. Les champs prec et suiv contiennent respectivement l'adresse de l'élément précédent et l'adresse de l'élément suivant. Le champ info concerne les informations relatives à des pièces détachées :

- Label (nom)
- Référence (numéro)
- Prix

- 1) Donner une déclaration en Pascal de cette liste.
- 2) Ecrire une procédure paramétrée en Pascal de rajout au début de cette liste d'une pièce détachée X.

**Exercice2:** (7 points)

Soit une pile P1 de clients d'une banque. Un client est caractérisé par les informations suivantes: Nom; Prénom; Numéro de compte; Solde (montant de son avoir - الرصيد البنكي)

Le directeur de la banque désire éclater cette pile P1 en 2 autres piles P2 et P3 où:

- P2 comporte les clients à découvert (solde  $\leq 0$ )
- P3 comporte les clients qui ne sont pas à découvert (solde  $> 0$ )

- 1) Donner une déclaration en Pascal de ces trois piles
- 2) Ecrire une fonction booléenne en Pascal qui vérifie si une pile est vide.
- 3) Ecrire une procédure paramétrée en Pascal qui réalise l'éclatement en utilisant les procédures paramétrées empiler et dépiler (sans les écrire). La pile P1 reste inchangée.

**Exercice3:** (7 points)

Soit une matrice carrée MAT(N,N) (avec N=10) contenant des entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à 250 ( $\leq 250$ ). On désire mettre dans une file d'attente FP les nombres premiers contenus dans cette matrice.

- 1) Donnez une déclaration en Pascal de la matrice et de la file d'attente.
- 2) Ecrire une fonction **Premier(Nb : integer) : boolean** qui vérifie si un nombre Nb est premier ou non.
- 3) Ecrire une procédure en Pascal qui permet d'enfiler un élément dans la file FP.
- 4) Ecrire une procédure en Pascal qui utilise la fonction premier et la procédure enfiler pour réaliser le travail cité ci-dessus.

**Remarques générales:**

- Dans tout le contrôle, les piles et les files sont dynamiques.
- Il est permis d'utiliser les procédures paramétrées initpile et initfile (qui s'occupent de l'initialisation respectivement de la pile vide et de la file vide) ainsi que de la fonction booléenne filevide (qui teste si la file est vide).
- Les procédures et fonctions non paramétrées ne seront pas prises en compte.

*Bonne Chance*

1) Implementation.

```

const
    N = 30;
Type
    Piece = Record
        Lab : String[N];
        Ref : Integer;      1
        Prix : real
    end;
Liste = ^node;
node = Record
    Prec : Liste;
    Info : Piece;          1
    Suiv : Liste
end;
var
    L : Liste;
    
```

2) Procédure `Rayon (var L : Liste; x : Piece)`;

```

var
    E, Pt : Liste;
Begin
    new (E);
    E^Info := x;      1
    IF L = nil Then
        Begin
            E^prec := E;  1
            E^suiv := E
        end
    else
        Begin
            Pt := L;
            E^suiv := Pt;
            E^prec := Pt^prec;
            (Pt^prec)^suiv := E;  2
            Pt^prec := E
        end;
    L := E
end;
    
```

1/ Implementation.

```

const N = 30;
Type Item = Record
    nom,
    Pnom : string [N]; 1
    num : Integer;
    solde : real
end;
Liste = ^node;
node = Record
    Info : Item;
    Suiv : Liste
end;
Pile = Record
    sommet : Liste
end;
var
    P1, P2, P3 : Pile;
    
```

2/ Fonction vide (P: Pile) : boolean; "
 Begin
 vide := (P.sommet = nil) 1
 end;

3/ Procedure Eclater (P1: Pile; var P2, P3: Pile); 1
 var
 X: Item;
 Begin
 Initialise (P2); 1
 Initialise (P3);
 while not (vide (P1)) Do
 Begin
 Depiler (P1, X);
 IF X.solde <= 0 Then 2
 Empiler (P2, X)
 else
 Empiler (P3, X)
 end
 end;
 end;

3.  $E = \{u \in \mathbb{R}^3 / f(u) = u\}$  sev de  $\mathbb{R}^3$  ?

i)  $f(0_{\mathbb{R}^3}) = 0_{\mathbb{R}^3} \Rightarrow 0_{\mathbb{R}^3} \in E \Rightarrow E \neq \emptyset$

ii) Soient  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  et  $u, u' \in E$ , nous avons

$$f(\alpha u + \beta u') = \alpha f(u) + \beta f(u') \quad (\text{def. de } f)$$

$$= \alpha u + \beta u' \quad (u, u' \in E)$$

$$f(\alpha u + \beta u') = \alpha u + \beta u' \Rightarrow \alpha u + \beta u' \in E$$

4. Recherche d'un supplémentaire  $G$  de  $E$

$$\begin{aligned} E &= \{u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / f(u) = u\} = \{(x, y, z) / (x + y, y + z, z) = (x, y, z)\} \\ &= \{(x, y, z) / x + y = x \wedge y + z = y \wedge z = z\} = \{(x, y, z) / y = z = 0\} = \{(x, 0, 0) / x \in \mathbb{R}\} \\ &= \{(1, 0, 0)\} \end{aligned}$$

Ainsi  $E$  est engendré par le seul vecteur  $e_1 = (1, 0, 0)$  qui en constitue une base, on complète cette dernière en une base de  $\mathbb{R}^3$  en rajoutant, par exemple, les vecteurs  $e_2 = (0, 1, 0)$  et  $e_3 = (0, 0, 1)$  et l'on aura  $G = \{e_2, e_3\}$

Autre possibilité :

$$(\forall u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3) \quad u = (x, 0, 0) + (0, y, z) = u_1 + u_2 \quad (u_1 \in E \wedge u_2 \in G)$$

avec  $G = \{(0, y, z) / y, z \in \mathbb{R}\}$  (sev de  $\mathbb{R}^3$ )

La décomposition étant unique, on a bien  $\mathbb{R}^3 = E \oplus G$

5.

$$(\forall u \in \mathbb{R}^3) \quad g(u) = f(u) - u \Leftrightarrow g(x, y, z) = (x + y, y + z, z) - (x, y, z) = (y, z, 0)$$

$$g^2(u) = g \circ g(u) = g(g(u)) = g(y, z, 0) = (z, 0, 0)$$

$$g^3(u) = g(g^2(u)) = g(z, 0, 0) = (0, 0, 0)$$

$$(\forall u \in \mathbb{R}^3) \quad g^3(u) = 0_{\mathbb{R}^3} \Leftrightarrow g^3 = 0 \Rightarrow (\forall n \geq 3) \quad g^n = 0$$

$$[(\forall u) \quad g(u) = f(u) - u] \Leftrightarrow [f = g + Id_{\mathbb{R}^3}] \Rightarrow f^n = (g + Id_{\mathbb{R}^3})^n = \sum_{p=0}^n C_n^p g^p$$

$$f^n = C_n^0 g^0 + C_n^1 g + C_n^2 g^2 + \underbrace{C_n^3 g^3 + \dots + C_n^n g^n}_0$$

$$= Id_{\mathbb{R}^3} + ng + \frac{n(n-1)}{2} g^2$$

$$f^n(x, y, z) = (x, y, z) + n(y, z, 0) + \frac{n(n-1)}{2} (z, 0, 0) = (x + ny + \frac{n(n-1)}{2} z, y + nz, z)$$

1) Implementation.

const  
N = 10;

Type

Item = 1..255; (\* ou bien Item = Byte \*)

Liste = ^node;

node = Record

Info : Item;

Suiv : liste

end;

Filat = Record

Tete,

queue : liste

end;

matrice = array[1..N, 1..N] of Item;

var

Mat : matrice;

FP : filat;

2/ Fonction Premier (Nb : Integer) : boolean;

var

D : 2.. Nb Div 2; (\* ou bien D : Integer; \*)

Prem : boolean;

Begin

D := 2

Prem := True;

while (D <= Nb Div 2) and (Prem) Do

IF Nb mod D = 0 Then

Prem := false

else

D := D + 1;

If Prem Then

  Premier := True

else

  Premier := false

end;