**Examen de Physique 2**
**Semestre 2-2011/2012**

## Exercice 1

On considère deux charges électriques placées sur un axe $Ox$ : $Q_1 = +200 \quad \mu C$ est placée à l'abscisse $x_1 = -1$ mètres, et $Q_2 = -100 \quad \mu C$ est placée à l'abscisse $x_2 = +2$ mètres.

1. Quelle est la force électrique de Coulomb agissant sur $Q_2$ ? (Donner la direction, le sens et le module avec son unité)
2. Calculer le champ électrique créé par les deux charges au point d'abscisse $x = +3$ mètres. (Donner la direction, le sens et le module avec son unité)

On donne : $k = 9 \ \cdot \ 10^9 \quad (N \cdot m^2/C^2)$

## Exercice 2

Dans le vide et loin de tout autre corps, deux petites boules ($M$ et $N$) portent la même charge électrique $q$. Ces deux boules sont suspendues au même point fixe $P$ par deux fils fins, isolants, inextensibles, de masse négligeable et de même longueur tel que $PM = PN = 0,5$ mètre. La masse de chaque boule est de 4 grammes et à l'équilibre l'angle $MPN$ est égal à $\pi/2$.

1. Dessiner sur le schéma toutes les forces agissant sur les deux boules.
2. Déterminer les valeurs possibles de la charge $q$ en $\mu C$.

On donne : $g = 10 \quad (m/s^2)$

## Exercice 3

Une sphère de rayon $R$ et de centre $C$ porte une charge positive. La "densité de charge volumique" en un point de la sphère ne dépend que de la distance $r$ qui sépare ce point du centre de la sphère $C$ :

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad\qquad (r \leq R)$$

où $\rho_0$ est une constante.

1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le vecteur champ électrique $\vec{E}$ en fonction de $r$ dans tout l'espace.
2. Tracer le graphe du module de $E$ en fonction de $r$.
3. Pour quelle distance $r$, ce champ électrique est maximal ?

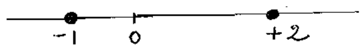
## Exercice 4

Soit un ensemble supposé rigide de deux charges $(+q)$ et $(-q)$, (dipôle électrique), situées à une distance $2a$ l'une de l'autre. On appelle $A$ le point milieu entre les deux charges.

1. Calculer le potentiel $V(r)$ en un point $M$ de l'espace à une distance $r$ du point $A$.
2. Comment s'écrit ce potentiel lorsque $r$ est très grand devant $2a$ $(r >> 2a)$ ?
3. En déduire le champ électrique, lorsque $r >> 2a$.

Correction : Physique 2

Ex1

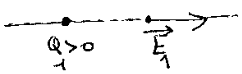



1. Force de Coulomb agissant sur $Q_2$
   - direction : Axe $Ox$
   - sens : de $Q_2$ vers $Q_1$ (force attractive)
   - Module :

$$F = \left| k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \right| = 20\ N$$

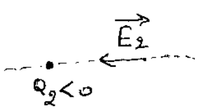
2- Champ electrique en $x = +3$

• champ crée par $Q_1$ : $E_1$




- direction : $Ox$
- sens : $Q_1 > 0 \Rightarrow$ sortant de $Q_1$
- Module : $E_1 = \dfrac{k|Q_1|}{(x - x_1)^2} = 112500\ N/C$

• champ crée par $Q_2$ : $E_2$




- direction : $Ox$
- sens : $Q_2 < 0 \Rightarrow$ rentrant vers $Q_2$
- Module : $E_2 = \dfrac{k|Q_2|}{(x - x_2)^2} = 900000\ N/C$

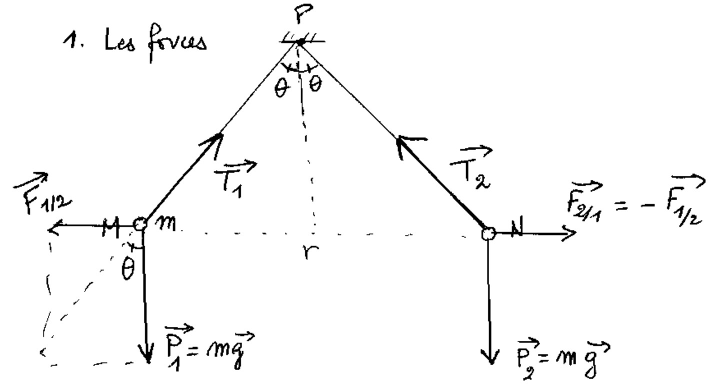
Le Champ electrique total en $x = +3$ est la superposition de ces 2 champs :

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} \Rightarrow |\vec{E}| = 900000 - 112500 = 787500\ N/C$$

sens : inverse de l'axe $Ox$

Ex2

1. Les forces

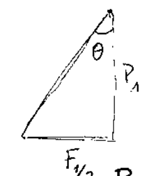



$\vec{F}$ : forces de Coulomb
$\vec{P}$ : Poids des boules
$\vec{T}$ : tensions des fils

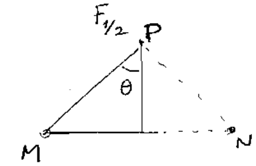
2. A l'equilibre, on a : (sur M)

$$\vec{F_{1/2}} + \vec{P_1} + \vec{T_1} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow tg\theta = \frac{F_{1/2}}{P} = \frac{\left(k \frac{q^2}{MN^2}\right)}{mg}$$




avec : $\sin\theta = \dfrac{(MN/2)}{PM}$




$$\Rightarrow q^2 = \frac{4mg}{k} PM^2 \, tg(\theta) \sin^2(\theta)$$

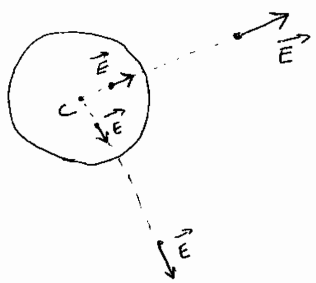
, donc 2 valeurs possibles pour q.

AN : $q = 1,5\ \mu C$

ou : $q = -1,5\ \mu C$

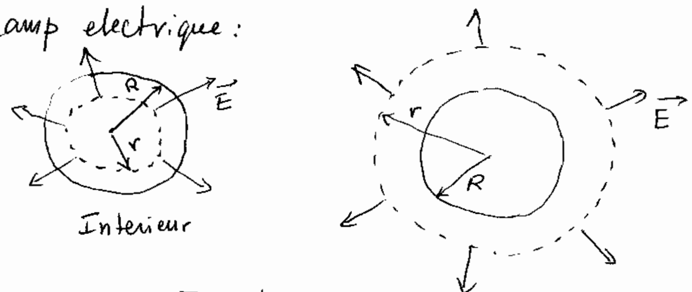
Ex3

1. Le problème est à symétrie sphérique




$\vec E$ est dirigé dans la direction radiale.

On choisit une surface de Gauss sphérique à l'intérieur ou à l'extérieur de la sphère pour calculer le champ électrique :




Par le théorème de Gauss :

$$\Phi = \oint dS\, \vec{n} \cdot \vec{E} = 4\pi r^2\, E(r) = \frac{Q(r)}{\varepsilon_0}$$

- Intérieur :

$$Q(r) = \int_0^r \rho(r)\, dV = \int_0^r dr\, 4\pi r^2 \rho(r) = \frac{4\pi\rho_0\, r^3(5R^2-3r^2)}{15\, R^2}$$

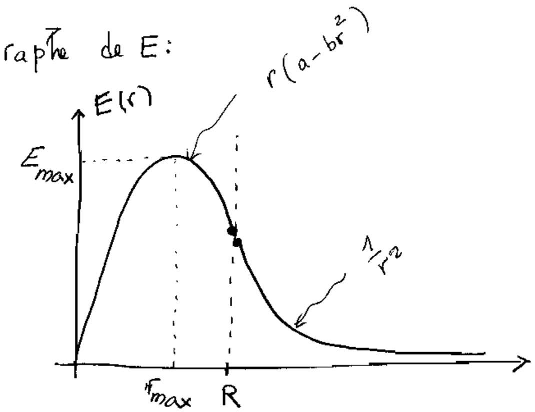
- Extérieur :

$$Q(r) = \int_0^R \rho(r)\, dV = \frac{8\rho_0 R^3 \pi}{15}$$

Donc :

$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{\rho_0\, r\,(5R^2-3r^2)}{15\varepsilon_0 R^2} & \text{si } r \leq R \\ \dfrac{2\rho_0 R^3}{15\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r^2} & \text{si } r \geq R \end{cases}$$

2 - Graphe de E:

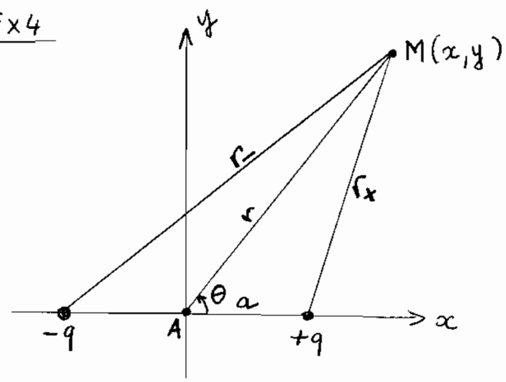



Lorsque $r = R \Rightarrow E(R) = \dfrac{2\rho_0 R}{15\varepsilon_0}$

3 - Le champ électrique est maximal à l'intérieur de la sphère lorsque :

$$\frac{d}{dr} E(r) = 0 \Longrightarrow r_{max} = \frac{+\sqrt{5}}{3} R$$

Ex4




on se place dans le plan formé par les 2charges et le point M où on veut calculer le potentiel.

on peut utiliser les coordonnées polaires $(r, \theta)$ :

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

$$V(M) = -\frac{kq}{r_-} + \frac{kq}{r_+}$$

$r_-$ est la distance de $(-q)$ à $M$.
$r_+$ " " " " $(+q)$ à $M$.


on voit que :

$$\vec{r}_+ = \vec{r} - \vec{a}$$

$$\Rightarrow r_+^2 = r^2 + a^2 - 2\,\vec{r}\cdot\vec{a}$$
$$= r^2 + a^2 - 2ra\cos\theta$$
$$= r^2\left[1 - \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right]$$

De même $r_-^2 = r^2\left[1 + \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right]$

D'où le potentiel :

$$V(M) = \frac{kq}{r}\left[\left(1 - \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)^{-1/2}\right]$$

2. Lorsque $r$ est très grand devant $a$.
Les termes en $\frac{a}{r}$, $\frac{a^2}{r^2}$ sont petits par rapport à 1.
on utilise le developpement suivant :

$$(1+x)^{-1/2} \simeq 1 - \frac{1}{2}x$$

$$\Rightarrow V(M) \simeq 2kqa\,\frac{\cos\theta}{r^2} = \frac{2kqa\,x}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

3. on utilise $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ pour determiner le champ electrique.

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

$$= 2kqa\left[\frac{(2x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^{5/2}}\vec{i} - \frac{3xy}{(x^2+y^2)^{5/2}}\vec{j}\right]$$

ou bien :

$$= \frac{2kqa}{r^3}\left[\left(3\cos^2\theta - 1\right)\vec{i} + 3\cos\theta\sin\theta\,\vec{j}\right]$$