Structures de données avancées :

Concepts du Multidimensionnel

Pr ZEGOUR DJAMEL EDDINE
Ecole Supérieure d'Informatique (ESI)
www.zegour.uuuq.com
email: d_zegour@esi.dz

Concept du multidimensionnel

Les méthodes traditionnelles

- **Utilisent les listes inversées**
- **Autant d'indexes secondaires que d'attributs**
- **Coûteuses pour les grands fichiers**

Les méthodes modernes

- **N'utilisent pratiquement pas d'index**
- **Utilisent le concept des tableaux extensibles**
- **Visent un accès disque**

Concept du multidimensionnel

Terminologie

- **Article = (k_1, k_2, …k_d)**
  d attributs A_1, A_2, ……, A_d , d est la dimension
  K_i appartient à un domaine D_i

- **Généralement, une clé primaire (k_1) et d-1 clés secondaires (k_2, K_3, …K_d)**

- **Article = point de l'espace d-dimensionnel D_1 X D_2 X….X D_d**

Concept du multidimensionnel

Terminologie

- **<u>Requête exacte</u> (Exact match query)**
  Tous les attributs sont spécifiés
  (Articles avec A_1=k_1, A_2=k_2, ….A_d=K_d)

- **<u>Requête partielle</u> (Partial match query)**
  Quelques attributs sont spécifiés

- **<u>Requête par intervalle</u> (Region query)**
  Un intervalle est spécifié pour chaque attribut.

Concept du multidimensionnel

Représentation d'un tableau statique

- Une déclaration typique : $A(a_1:b_1;\ a_2:b_2;\ ......a_n:b_n)$
- Ordre de rangement des sous tableaux $A(i, *, *, ..., *)$:

  $A(a_1, *, *, ..., *)$,
  $A(a_1+1, *, *, ..., *)$,
  $A(a_1+2, *, *, ..., *)$,
  ....,
  $A(b_1, *, *, ..., *)$

Concept du multidimensionnel

Représentation d'un tableau statique

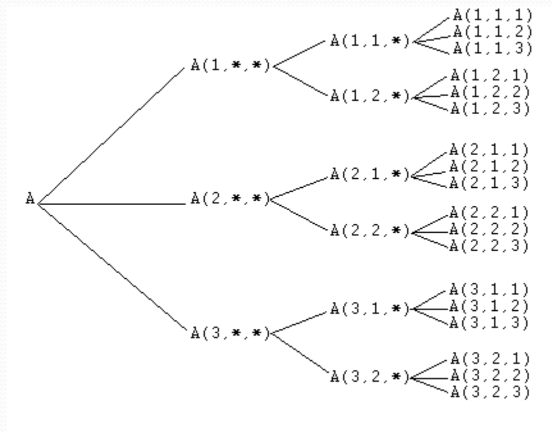
- A l'intérieur de chaque sous tableau $A(i, *, *, ..., *)$, l'ordre suivant des sous sous-tableaux est considéré :

  $A(i, a_2, *, *, ..., *)$,
  $A(i, a_2+1, *, *, ..., *)$,
  $A(i, a_2+2, *, *, ..., *)$,
  ......,
  $A(i, b_2, *, *, ..., *)$

- Et ainsi de suite ...

Concept du multidimensionnel

Exemple pour un tableau A(3, 2, 3)



Concept du multidimensionnel

Adresse d'un élément $A(i_1, i_2 .., i_n)$?

Posons $d_i = b_i - a_i + 1$
Adresse de $A(i_1, *, *, ...)$: $AD_1 = Base + (i_1-a_1)\, d_2 d_3 ... d_n$
Adresse de $A(i_1, i_2, *, ...)$: $AD_2 = AD_1 + (i_2-a_2) d_3 d_4 ... d_n$
Adresse de $A(i_1, i_2, ... i_n)$:
$AD_n = Base + (i_1-a_1) d_2 d_3 .. d_n + (i_2-a_2) d_3 d_4 ... d_n + ... + (i_{n-1}-a_{n-1}) d_n + (i_n-a_n)$

Partie constante : $Base - (a_1 \prod_{i=2,n} d_i + a_2 \prod_{i=3,n} d_i + ... + a_{n-1} d_n + a_n)$

Partie variable : $i_1 \prod_{i=2,n} d_i + i_2 \prod_{i=3,n} d_i + ... + i_{n-1} d_n + i_n$

Concept du multidimensionnel

Adresse d'un élément $A(i_1, i_2 .., i_n)$?

Si $a_1 = a_2 = ... = a_n = 0$, l'adresse de $A(i_1, i_2, ...i_n)$ est

$$i_1 d_2 d_3 .. d_n + i_2 d_3 d_4 ... d_n + ... + i_{n-1} d_n + i_n$$

Ou bien :

$$\Sigma_{j=1,n} \left(i_j \cdot \Pi_{i=j+1,n} d_i \right)$$

Concept du multidimensionnel

Tableaux extensibles : définition, notations

- **Tableau considéré : $A[0:U_1, 0:U_2, ..., 0:U_k]$, U_i variable**
  L'état initial U_i est 0 pour tout i dans {1, 2, ...,k)
- **$A[j_1, j_2, ...j_k]$ représente un élément du tableau.**
  Chaque j_i est dans l'intervalle $[0..U_i]$
- **Le tableau est représenté en mémoire de manière contiguë $M[0..V]$ avec**
  $V = \Pi_{i=1,k} [(U_i + 1)] - 1$
  $A[0, 0, ...]$ a comme image $M[0]$.

Concept du multidimensionnel

Tableaux extensibles : fonction d'allocation

- ✓ **Un schéma d'allocation du tableau A est une fonction bijective**

Loc : N^k ---> N telle que :

(i) Loc(<0, 0, 0>) = 0

(ii) Loc(<a_1, a_2,...a_k>) < Loc(<b_1, b_2, ...b_k>)
ssi pour $i \leq k$,
$a_t = b_t$ pour $1 \leq t < i$ et
$a_i < b_i$ sinon

Concept du multidimensionnel

Représentation d'un tableau extensible
(KDEA : K-Dimensional Extensible Array)

Utilisation d'un tableau d'index : IXA[1..K, 0..X, 1..K)

Première dimension : 1 tableau par dimension
Deuxième dimension :évolution des indices
Troisième dimension : base et facteur multiplicatif pour chaque dimension

X = Max (U_1, U_2, ...,U_k)

IXA = K tableaux 2-dimensionnel distinct B_i [0..U_i , 1..k] avec i=1, k.

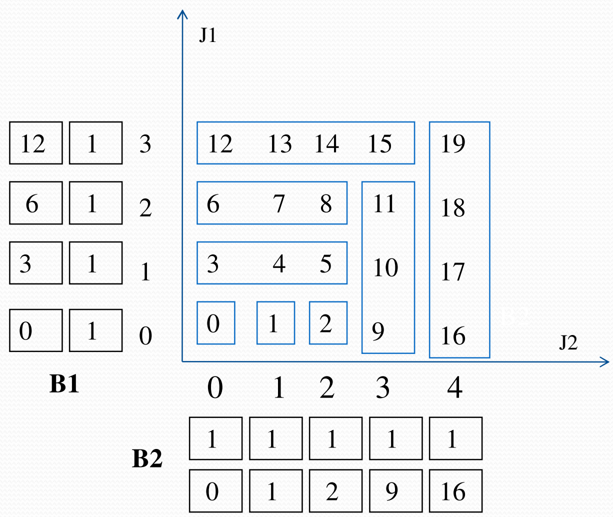
Concept du multidimensionnel

Exemple

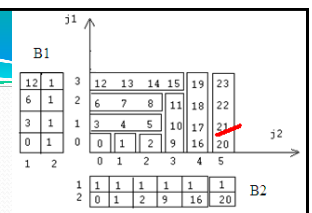
Mécanisme d'expansion dans le cas d'un 2DEA

(U_1, U_2) =

(0, 1)	**[Axe 2]**
(0, 2)	**[Axe 2]**
(1, 2)	**[Axe 1]**
(2, 2)	**[Axe 1]**
(2, 3)	**[Axe 2]**
(3, 3)	**[Axe 1]**
(3, 4)	**[Axe 2]**



Concept du multidimensionnel



Calcul d'adresse

Comment calculer l'adresse d'un élément arbitraire soit A (1, 5) ?

✓Est-ce que A(1, 5) appartient à une ligne ou une colonne?

✓Si A(1, 5) a été ajouté à la ligne 1, B2 (5,2) devrait avoir une valeur inférieure à l'adresse début de la ligne 1 qui est B1 (1, 1).

✓Donc il suffit de prendre le Max entre B2(5,2) et B1 (1,1).

Concept du multidimensionnel

Procédure d'allocation

Étendre(t) : t index, t =1, k

- **1. Étendre $B_t[0:U_t, 1..K]$ à $B_t[0:U_t + 1, 1..K]$**
- **2. $B_t[U_t+1,t] \leftarrow (U_t+1)^* \prod_{r=1, k \text{ et } r \# t.} (U_r + 1)$ [base]**
- **3. $B_t(U_t+1, q] \leftarrow \prod_{r=q+1, ..., k \text{ et } r \# t} (U_r + 1)$ [facteurs multiplicatifs]**
  q=1, K et q <> t.

Concept du multidimensionnel

Fonction d'accès: **Adresse de $A(j_1, j_2, ..., j_k)$?**

- **1. Déterminer l'indice t tel que**
  $B_t[j_t, t] \leftarrow \text{Max} \{ B_i[j_i, i], i=1, ..,K \}$
- **2. Adresse $\leftarrow B_t[j_t,t] + \sum_{r=1, ...,K \text{ et } r \# t} (B_t[j_t, r] * j_r)$**

Concept du multidimensionnel

Exemple Calcul d'adresse

k=2 ; E= 1, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 1, 2

B1

1 :	0	1	2	9	16	20
2 :	1	1	1	1	1	1

B2

1 :	1	1	1	1	1
2 :	0	3	6	12	24

Calcul des adresses

- Adr(0,0)=0 Adr(0,1)=3 Adr(0,2)=6 Adr(0,3)=12 Adr(0,4)=24 Adr(1,0)=1
- Adr(1,1)=4 Adr(1,2)=7 Adr(1,3)=13 Adr(1,4)=25 Adr(2,0)=2 Adr(2,1)=5
- Adr(2,2)=8 Adr(2,3)=14 Adr(2,4)=26 Adr(3,0)=9 Adr(3,1)=10 Adr(3,2)=11 Adr(3,3)=15 Adr(3,4)=27 Adr(4,0)=16 Adr(4,1)=17 Adr(4,2)=18 Adr(4,3)=19
- Adr(4,4)=28 Adr(5,0)=20 Adr(5,1)=21 Adr(5,2)=22 Adr(5,3)=23 Adr(5,4)=29

Concept du multidimensionnel

Exemple Calcul d'adresse

k=3; E=1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3

B1

1 :	0	1	8	27
2 :	1	1	2	3
3 :	1	1	1	1

B2

1 :	1	1	2	3
2 :	0	2	12	36
3 :	1	1	1	1

B3

1 :	1	2	3	4
2 :	1	1	1	1
3 :	0	4	18	48