2ème Année *Mécanique des Fluides*

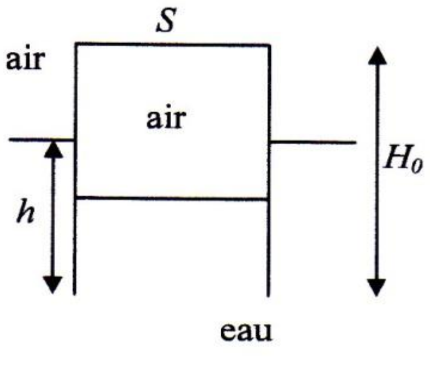
Examen de Synthèse 1

Exercice n° 1 : Cloche dans l'eau :

1) Une cloche cylindrique de masse m, dont l'épaisseur des parois est négligeable, est plongée verticalement dans une cuve remplie d'eau. On désigne respectivement par S et H_0 la section et la hauteur du cylindre, par ρ la masse volumique de l'eau et par p_0 la pression atmosphérique extérieure.
La cloche s'enfonce dans le liquide en emprisonnant un volume d'air initial égal à son volume intérieur. La répartition de la masse de la cloche est tel le que dans son état d'équilibre final elle flotte en restant verticale.
La température est uniforme et constante partout. On négligera la masse volumique de l'air devant celle de l'eau et l'on supposera que la pression de l'air (que l'on assimilera à un gaz parfait) à l'intérieur du récipient est uniforme.
Exprimer la pression p_1 de l'air emprisonné dans la cloche, son volume V_1 et la hauteur h de la partie immergée du récipient.

2) Une vanne située dans la partie supérieure de la cloche permet d'évacuer une quantité d'air suffisante pour que la cloche s'enfonce jusqu'à ce que la base du cylindre effleure juste la surface de l'eau dans la cuve. Calculer la pression p_2 et le volume V_2 de l'air dans la cloche.

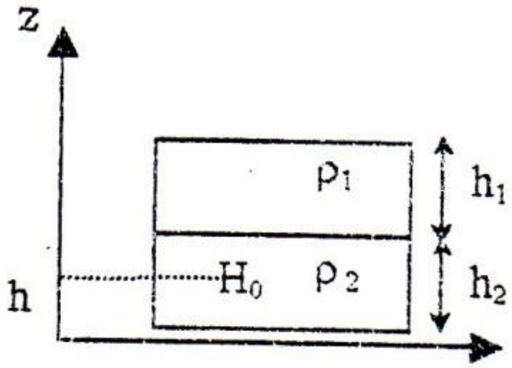
3) La cloche vide est maintenant déposée à l'envers sur l'eau et elle est remplie d'un liquide de masse volumique $\rho_0 > \rho$. Quel est le volume maximal V_M de liquide que l'on peut mettre dans la cloche avant qu'elle ne coule ?



Exercice n°2 :
On remplit un récipient cylindrique avec deux liquides de masses volumiques différentes qui ne se mélangent pas.

1) Calculer la pression P appliquée au point H_0 de hauteur h.
2) Calculer la pressin P' exercée par les deux liquides sur le fond du cylindre.

Application numérique : $h_1 = h_2 = 0.2\ m$; $h = 0.1m$; $\rho_1 = 1 g/cm^3$; $\rho_2 = 13.6\ 10^3\ kg/m^3$



Exercice n° 3 :
Dans les poumons ; en fin d'expiration, la surface totale des alvéoles pulmonaires est de 75 m^2, leurs volumes est de 3 litres

1) Calculer le rayon moyen d'une alvéole et le nombre total d'alvéoles.
2) Lors de l'inspiration, le volume pulmonaire augmente de 1.5 litre.
   Calculer l'augmentation de la surface des alvéoles
3) La surface des alvéoles est recouverte d'un film lipidique dont la tension superficielle est de 20 mN/m. Calculer l'énergie nécessaire à l'augmentation de la surface des alvéoles lors de l'inspiration.

Exercice n°4 :
Un tube capillaire de verre de longueur L=10 cm fermé à son extrémité supérieure et rempli d'air à la pression P_0 est plongé verticalement sur la moitié de sa longueur dans un liquide dont la surface est soumise à la pression P_0. Le liquide mouille parfaitement le verre.
On considère que l'air enfermé dans le tube capillaire se comporte comme un gaz parfait

1) Quelle devrait-être la valeur R du rayon interne du capillaire pour que la hauteur d'ascension du liquide dans le capillaire soit nulle ?
2) En réalité, le rayon interne du capillaire est R' = 70 µm. Quelle est la hauteur h d'ascension du liquide dans le tube capillaire ?

$\sigma = 0.7$ N/m ; $\rho = 500$ $Kg.m^{-3}$; $P_0 = 10^4 Pa$; $g = 10\ ms^{-2}$.

Ecole préparatoire sciences et technique

Corrigé d'examen de synthèse (Mécanique de Fluides)

EX1:

1) La floche en équilibre → somme des forces qui lui sont appliqués est nulle

$Mg + P_0S - P_1S = 0 \rightarrow P_1 = P_0 + \frac{mg}{s}$

PV= constante $\rightarrow P_1V_1 = P_0H_0S \rightarrow V_1 = \frac{P_0\,H_0S}{P_0+\frac{mg}{s}} = \frac{P_0\,H_0\,S^2}{P_0S+mg}$

On a : $P_1 = P_0 + \rho g(h - H)$

Avec $H = \frac{V_0}{S} - \frac{V_1}{S} = \frac{V_0}{s} - \frac{P_0H_0S^2}{(P_0S+mg)S} = \frac{V_0}{s} - \frac{P_0H_0S}{(P_0S+mg)}$

$$(h - H) = \frac{P_1 - P_0}{\rho g} \rightarrow h = \frac{P_1 - P_0}{\rho g} + H$$

$$\rightarrow h = \frac{P_1 - P_0}{\rho g} + \frac{v_0}{s} - \frac{P_0\,H_0\,S}{P_0s+mg} = \frac{P_1 - P_0}{\rho g} + H_0 - \frac{P_0\,H_0\,s}{P_0s+mg}$$

$$h = H_0 - \frac{P_0H_0\,S}{P_0S+mg} + \frac{mg}{S\rho g} = \frac{mgH_0 + H_0P_0S - P_0H_0S}{P_0S+mg} + \frac{m}{\rho S}$$

$$h = \frac{mgH_0}{P_0S+mg} + \frac{m}{\rho S}$$

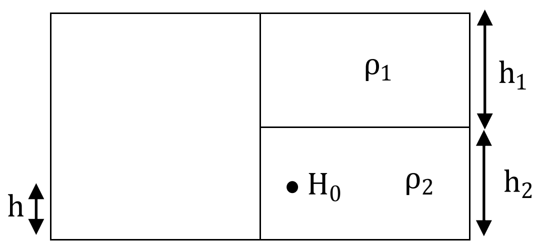
2) L'équilibre de la cloche implique : $P_2S = P_0S + mg \rightarrow \quad P_2 = P_0 + \frac{mg}{S}$

$P_2 = P_0 + \frac{\rho g V_2}{S} \rightarrow V_2 = \frac{m}{\rho}$ par identification

3) appliquons la théorie d'Archimède :
$mg + \rho_0 V_m g = \rho H_0 Sg \rightarrow V_m = \frac{\rho H_0 S - m}{\rho_0}$

EX2 :

1) en H_0
$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g(h_2 - h)$
A.N $P = 15{,}6.10^{3}$ Pa
2) P' sur le fond du cylindre
$P' = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$
A.N $P' = 29{,}2.10^{3}$ Pa



EX3 :

On ne tient pas compte de l'AN

1) $S = n4\,\pi\,r^2$ et $V = n\,{}^{4}/_{3}\,\pi r^3 \rightarrow \frac{V}{S} = \frac{n\,{}^{4}/_{3}\pi r^3}{n4\pi r^2} = \frac{r}{3}$

$\rightarrow r = \frac{3V}{S}$

AN : n=$\frac{S}{4\pi r^2}$

2) $V' = \frac{3}{2}V \rightarrow n\,{}^{4}\!/_{3}\,\pi r'^3 = \frac{3}{2} n\,{}^{4}\!/_{3}\,\pi r^3$

$\rightarrow r'^3 = \frac{3}{2} r^3 \rightarrow r' = r\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}$

$\Delta S = S' - S = n4\pi\,(r'^2 - r^2) = n4\pi\left[r^2(\frac{3}{2})^{2/3} - r^2)\right]$

$\Delta s = n4\pi r^2\,\left[(\frac{3}{2})^{2/3} - 1)\right] = s\left[(\frac{3}{2})^{2/3} - 1)\right] = \Delta s$

$= 0{,}307s$

3) $W = \sigma\,\Delta s = 20.10^{-3}\,.23$

EX4 :

1) L'air enfermé se comporte comme un gaz parfait PV=constante
   Le tube est rempli d'air a le pression P_0
   Lorsque l'ascension de liquide dans le tube est mille
   Le volume d'air enfermé correspond à la moitié du volume du tube

$P_0 V_0 = P - \frac{V_0}{2} \rightarrow P = 2P_0$

Au niveau du ménisque la surpression de LAPLACE $\Delta P = \frac{2\sigma}{r}$

Avec R=rcosα (**R** rayon de capillaire **r** rayon du ménisque)

$\Delta P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma}{R}\cos\alpha(\alpha = 0$ liquide morille parfaitement)

$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$ avec $\Delta P = 2P_0 - P_0 \rightarrow P_0 = \frac{2\pi}{R} \rightarrow R = \frac{2\sigma}{P_0}$

AN R=$1{,}4.10^{-4}$m

2) Au niveau du ménisque a la hauteur h

$\Delta P = P' - (P_0 - \rho g h) = \frac{2\sigma}{R'}$

comme $PV = \text{constante} \rightarrow P'\,(\frac{L}{2} - h)S = p_0 LS \rightarrow P' = \frac{P_0 L}{L/_{2} - h}$

Loi de LAPLACE $\Delta P = \frac{2\sigma}{R'} \rightarrow \frac{P_0 L}{L/_{2} - h} - P_0 + \rho g h = \frac{2\sigma}{R'}$

$P_0 L R' - P_0\left(\frac{L}{2} - h\right)R' + \rho g h\left(\frac{L}{2} - h\right)R' = 2\sigma\left(\frac{L}{2} - h\right)$

$\rightarrow -\rho g h^2 R' + h\,(\rho g R'\frac{L}{2} + p_0 R' + 2\sigma) - 2\sigma\frac{L}{2} + P_0\frac{L}{2}R' = 0$

$\rightarrow -\rho g h^2 + h\,(\rho g\frac{L}{2} + P_0 + \frac{2\sigma}{R'}) - \frac{L\sigma}{R'} + P_0\,L/_{2} = 0$

Equation du 2eme ordre donc 2 solutions mais une seule solution valable physiquement:

$h = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A}$ avec $\Delta = B^2 - 4AC$ H=1,66cm