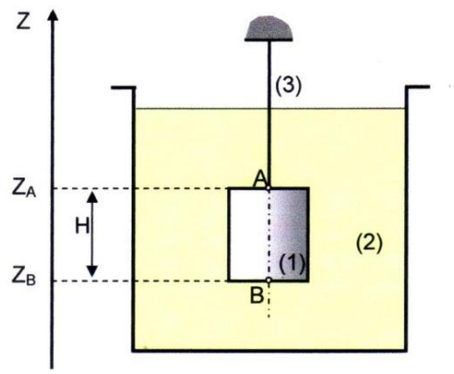
Devoir Surveillé (D.S)

Exercice n°1 : (5 pts)

On considère un cylindre (1) en acier, de rayon R et de hauteur H. Ce cylindre est suspendu par un fil (3) à l'intérieur d'un récipient contenant de l'huile (2). A l'équilibre :

1) Déterminer l'expression de la tension T du fil en utilisant la Relation Fondamentale de l'Hydrostatique.
2) Retrouver la même expression en appliquant le théorème d'Archimède.
3) ***Application numérique :***

R=0,1 m et H=0,2 m ; g=9,81 m/s^2 ; la masse volumique de l'huile ρ_{huile} = 824 kg/m^3 ; la masse volumique de l'acier ρ_{acier} =7800 kg/m^3.



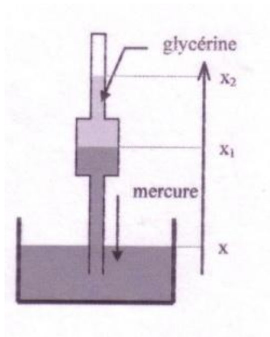
Exercice n° 2 : (5 pts)

Baromètre d'Huyghens : L'appareil est constitué d'une cuve à mercure dont la surface à l'air libre mesure S = 50 cm^2, dans laquelle plonge un tube contenant de bas en haut du mercure, de la glycérine et le vide. La section de ce tube est S_1 = 5cm^2 à l'interface entre le mercure et la glycérine et S_2= 0,25 cm^2 à l'interface entre la glycérine et le vide.

1) Exprimer la pression atmosphérique H en cm de mercure en fonction des abscisses x, x_1 et x_2 des surfaces séparant l'air atmosphérique, le mercure, la glycérine et le vide.

2) Exprimer la sensibilité de ce baromètre dx_2/dH, x_2 étant l'abscisse de la surface séparant la glycérine du vide. Quel est l'intérêt de ce baromètre ?

A.N. *Masse volumique du mercure : ρ = 13600 kg.m^{-3} ; de la glycérine : μ = 1050 kg.m^{-3}.*



<u>Exercice n°3 :</u> (5 pts)

Du liquide glycérique de masse volumique $\rho = 1100$ kg.m^{-3} s'élève à une hauteur moyenne h=1.5cm le long d'un tube de verre vertical de rayon intérieur R = 0.4 mm.

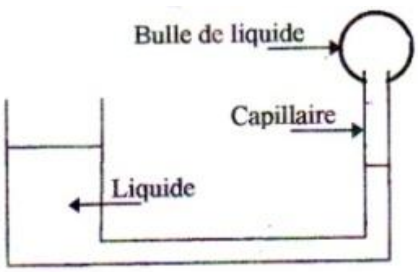
1) Calculer le coefficient de tension superficielle σ de ce liquide en supposant qu'il mouille parfaitement le verre ($\alpha = 0$).
2) On emploie ce liquide pour souffler une bulle de rayon r = 1 cm. Quelle est la surpression ΔP de la bulle ?
3) Quel travail total faut-il fournir pour amener la bulle à cette dimension ?
   a) En utilisant le travail des forces de pression.
   b) En utilisant l'énergie de surface
4) Déterminer le travail si l'on veut tripler le volume de cette bulle.

La pression extérieure est supposée constante et égale à 1 atm.

<u>Exercice n°4 :</u> (5 pts)

Soit un tube en U et en verre, l'une de ces branches est un capillaire de rayon R=0.1 cm. Par sa branche large et dans la position verticale, on verse un liquide de masse volumique ρ = 1g/cm^3 et de constante superficielle $\sigma = 0.072$ N/m. Le mouillement du liquide envers le verre est caractérisé par le rayon r et l'angle $\alpha = 30°$.

1) Faire un schéma détaillé représentant r, R, α et h.
2) Déterminer la dénivellation h entre les deux niveaux du liquide
3) Sur l'extrémité supérieure du capillaire, on place une bulle sphérique, du même liquide et de rayon R' = 2cm (voir figure ci dessous)
   a) Déterminer la pression P'_0 de l'air dans le tube capillaire.
   b) Quelle est la nouvelle dénivellation h' entre les deux surfaces libres du liquide ?



Corrigé D.S1 M.D.F

EX 1: (5 points)

1/A l'équilibre $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F_A} + \vec{F_B} + \cancel{\sum \vec{F_L}}^{\vec{0}} = \vec{0}$ $\sum \vec{F_L}$ force de pression sur la surface latéral

Projection selon l'axe z $\rightarrow$ T-mg-P_A S+P_BS=0 P_A : pression en A

P_B : Pression en Bµ

Avec P_B - P_A $=\rho_{huile}$ gh =>T= mg -(P_B-P_A) s=ρ_{acier} shg-ρ_{huile} gHs

=> T =(ρ_{acier} -ρ_{huile}) s.g.H= ((ρ_{acier} -ρ_{huile})πR^2.gH=T

2/ A l'équilibre $\vec{T} + \vec{P} + \vec{P_A} = \vec{0}$ $\vec{P_A}$: poussé d'Archimède

Projection selon l'axe z $\rightarrow$ T–mg +P_A=0

$P_A = \rho_{huile} \overbrace{\pi R^2 H}^{V} g \rightarrow T = mg - P_A = \rho_{acier}\, Vg - \rho_{huile}\, \pi R^2 Hg$ avec $v = \pi R^2 H$

T= $\rho_{acier}\, \pi R^2$ Hg - ρ_{huile} πR^2Hg =(ρ_{acier} $-$ ρ_{huile})πR^2Hg=T

3/ A.N T = (7800-824) $\pi(0,1)^2$ .0,2 .9,81 =429,5 N

EX 2 :

$$\left.\begin{array}{l} 1/\ p_{atom} = \rho_g (x_1 - x) + pg(x_2 - x_1) \\ \Rightarrow \text{D'autre part :} p_{atom} = \rho\, gH \end{array}\right\} \Rightarrow H = x_1 - x + \frac{p}{\rho}(x_2 - x_1)$$

2/ la conservation des volumes de mercure et de glycérine s'écrit :

$S_1 dx_1 = Sdx$ et $S_1\, dx_1 = S_2 dx_2$

On a : dH $= dx_1 - dx + \frac{p}{\rho} dx_2 - \frac{p}{\rho} d_{x_1}$ exprimons dH en fonction de dx_2

De 1 $\rightarrow$ $dx = -\frac{s_1}{s} dx_1$; $dx_1 = \frac{s_2}{s_1} dx_2$ et $dx = -\frac{s_1}{s} . \frac{s_2}{s_1} dx_2$

$$\Rightarrow dH = \frac{s_2}{s_1} dx_2 + \frac{s_1}{s} . \frac{s_2}{s_1} dx_2 + \frac{p}{\rho} dx_2 - \frac{p}{\rho} \frac{s_2}{s_1} dx_2$$

$$dH = dx_2 \left[\frac{s_2}{s_1} + \frac{s_2}{s} + \frac{p}{\rho} (1 - \frac{s_2}{s_1}) \right]$$

$\frac{dH}{dx_2} = \frac{s_2}{s_1} + \frac{s_2}{s} + \frac{p}{\rho}(1 - \frac{s_2}{s})$ on $\frac{dx_2}{dH} = \frac{1}{\frac{s_2}{s_1} + \frac{s_2}{s} + \frac{p}{\rho}(1 - \frac{s_2}{s_1})}$

A.N $\frac{dx_2}{dH} = 7,8$ ce baromètre est 8 fois plus sensible qu'un baromètre a mercure classique pour le quel $\frac{dx_2}{dH} = 1$

EX3 :

1/ Appliquons la loi de Jurin $\rho gh = \frac{2\sigma}{R} \cos \alpha$

$\alpha = 0 \rightarrow \rho gh = \frac{2\sigma}{R} \rightarrow \sigma = \frac{1}{2} \rho gRh$

A.N $\sigma = 32,3 \text{ mj/m}^2$

2/ appliquons la loi de LAPLACE $\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$ AN : $\Delta p = 12,9$ pa

3/ a) calcul de travail w en utilitaire le travail des forces de pression

$$W = \int_0^r \Delta p . dv = \int_0^r \frac{4\sigma}{r} 4\pi r^2 dr = \int_0^r 16\pi\sigma r dr = 8\pi\sigma r^2$$

A.N : w=81,17μj

b) calcul du travail w en utilisant l'anergie de surface:

W :$\sigma . 2S = \sigma . 2.4\pi r^2$

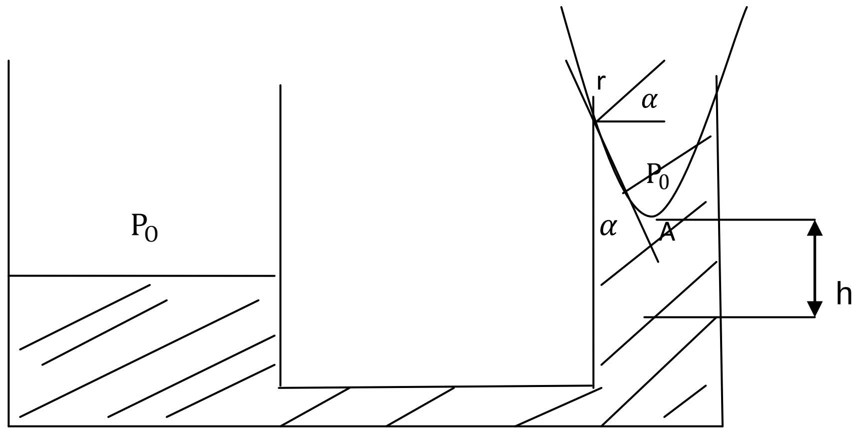
A) W :$= \sigma . 2(S_f - S_i)$

$$\left.\begin{array}{l} S_i = 4\pi r^2 \text{ et } V_{i=} \ {}^4/_3\, \pi r^3 \\ S_{f=} 4\pi r'^2 \text{ et } V_{f=} \ {}^4/_3\, \pi r'^3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} V_{f=} 3v_i \rightarrow {}^4/_3\, \pi r'^3 = 3. {}^4/_3\, \pi r^3 \\ \rightarrow r'^3 = 3r^3 \rightarrow r' = r\sqrt[3]{3} \end{array}$$

$\rightarrow w = \sigma . 2 \left[4\pi (3^{2/3}). r^2 - 4\pi r^2 \right] = 2\sigma 4\pi r^2 (3^{2/3} - 1)$

A.N. w=2.32,3.10^{-3} 4. π.10^{-4}. (2,08-1)=87,67 μj

EX4 :



2/P_0-P_A=$\frac{2\sigma}{r}$ avec P_A=P_0-ρgh=

Donc $P_0 - (P_0 - \rho gh) = \frac{2\sigma}{r}$ => $\rho gh = \frac{2\sigma}{r}$ avec R=rcos α

=> $\rho gh = \frac{2\sigma}{R}\cos\alpha$ => $h = \frac{2\sigma}{\rho g R}\cos\alpha$

A.N H= 12,7mm

3/ la pression P_0' de l'air dans le capillaire est égale a celle de l'air contenu dans le brille de liquide

a) $P_0' - P_0 = \frac{4\sigma}{R'}$ $P_0' = P_0 + \frac{4\sigma}{R'}$ AN :$P_0' = (10^5 + 14{,}4)\ P_0$
b) Dans le capillaire la surpression ΔP sur la surface libre du liquide entraîne une baisse de dénivellation initiale de ΔP tel que :

$\Delta p = P_0' - P_0 = \rho g \Delta h$ => $\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g}$ AN : Δh =1,47 mm

La dénivellation h' entre le deux niveaux des liquides est :

h'= h-Δh A.N : h'=12,7 -1,47=11,23 mm