

# ECOLE PREPARATOIRE EN SCIENCES ECONOMIQUES, COMMERCIALES ET SCIENCES DE GESTION

**Niveau** : 1<sup>ère</sup> Année

**Année Académique** : 2011/2012

**Date** : 30/05/2012



**Module** : Probabilités 1

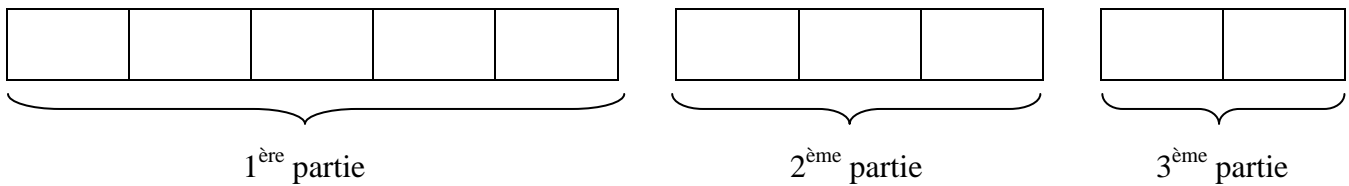
**Site web** : www.prepa-ecg.dz

**Durée de l'examen** : 2 heures

## EXAMEN

### **Exercice 01** : [03 points]

Les plaques d'immatriculations des voitures en Algérie sont formées de 10 chiffres, décomposés en trois parties comme suit :



**1<sup>ère</sup> partie** : 5 chiffres qui représentent un numéro de série.

**2<sup>ème</sup> partie** : 3 chiffres, dont le premier à gauche représente le type de véhicule, les deux autres chiffres indiquent l'année de début de circulation (exemple : 10 pour l'année 2010).

**3<sup>ème</sup> partie** : 2 chiffres qui représentent le code de la wilaya, sachant que l'Algérie compte 48 wilayas.

Si l'on sait que le chiffre qui représente le type de véhicule "voiture touristique" est le chiffre 1. Combien de plaques d'immatriculations différentes peut-on former pour des voitures touristiques qui ont commencé la circulation en 2012 ?

### **Exercice 02** : [04 points]

Un sac S1 contient 8 jetons, dont 4 rouges et 4 bleus.

Un sac S2 contient 10 jetons, dont 4 rouges et 6 bleus.

Un sac S3 contient 12 jetons, dont 8 rouges et 4 bleus.

On lance trois pièces équilibrées :

- Si on obtient 2 fois face, on tire au hasard un jeton du sac 1
- Si on obtient le même résultat pour les trois pièces, on tire au hasard un jeton du sac 2.
- Si on obtient 1 fois face, on tire au hasard un jeton du sac 3.

On tire un jeton de l'un des sacs.

- 1) Quelle est la probabilité pour que le jeton tiré soit rouge ?
- 2) Sachant que le jeton tiré est rouge, quelle est la probabilité qu'il ait été tiré du sac 1 ?
- 3) On rassemble le contenu des trois sacs dans un seul sac, on tire au hasard 2 jetons à la fois (simultanément). Quelle est la probabilité que les deux jetons soient bleus ?

**Exercice 03** : [03 points]

Une urne contient au départ 8 boules rouges et 12 boules jaunes. Chaque fois que l'on tire une boule, on note sa couleur on la réintroduit ainsi qu'une autre boule de couleur différente sachant qu'on dispose que de boules rouges et jaunes. Si l'on procédait à trois tirages :

- 1) Quelle est la probabilité que les deux premières boules tirées soient rouges et la troisième boule jaune ?
- 2) Quelle est la probabilité que les trois boules tirées soient de la même couleur ?

**Exercice 04** : [02 points]

Soit A et B deux évènements quelconques

En utilisant, les informations données dans le tableau ci-dessous, calculez dans les deux cas les probabilités demandées (justifiez votre réponse)

Cas	informations	Probabilités demandées
1)	<ul style="list-style-type: none"><li>- A et B sont incompatibles.</li><li>- <math>P(A \cup B) = 0,5</math>.</li><li>- <math>P(A) = 0,2</math>.</li></ul>	$P(B) = ?$
2)	<ul style="list-style-type: none"><li>- La probabilité de réalisation des deux évènements A et B au même temps est égale à 0,3.</li><li>- A et B sont indépendants.</li><li>- <math>P(B) = 0,6</math>.</li></ul>	$P(B/A) = ?$

**Exercice 01 : [03 points]**

**1<sup>ère</sup> partie** : un arrangement avec répétition de 5 éléments pris parmi 10 ( $Q_{10}^5 = 10^5$  possibilités) **(01pts)**.

**2<sup>ème</sup> partie** : le premier chiffre est le 1, les deux autres chiffres sont 1 et 2, tous les chiffres sont fixés ( $1 \times 1 \times 1$  possibilités) **(0,50pts)**.

**3<sup>ème</sup> partie** : le premier chiffre à gauche peut prendre l'un des chiffre {0,1,2,3,4}, le deuxième chiffre peut prendre l'un des chiffres {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} ( $5 \times 10$  possibilités – 2 possibilités pour les wilaya (00 et 49) donc 48 possibilités) **(01pts)**.

Donc on peut former :  $10^5 \times 1 \times 1 \times 1 \times 48 = 4800.000$  plaques différentes **(0,50pts)**.

**Remarque** : la prise ou non en compte des cas particuliers ne sera pas sanctionnée.

**Exercice 02 : [04 points]**

S1 : tirer un jeton du sac 1

S2 : tirer un jeton du sac 2 **(0,50pts) pour la définition des évènements**

S3 : tirer un jeton du sac 3

R : tirer un jeton rouge

1)  $P(R) = ?$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$P(R) = P(R/S1) \times P(S1) + P(R/S2) \times P(S2) + P(R/S3) \times P(S3) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

Pour l'expérience du lancé des trois pièces  $\Omega = \{(PPF), (PFF), (PPP), (FPP), (FFP), (FFF), (FPF), (PFP)\}$

$$P(S1) = 3/8 = 0,375 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S2) = 2/8 = 0,25 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S3) = 3/8 = 0,375 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S1) = 4/8 = 1/2 = 0,5 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S2) = 4/10 = 2/5 = 0,4 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S3) = 8/12 = 2/3 = 0,67 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R) = (0,5 \times 0,375) + (0,25 \times 0,4) + (0,375 \times 0,67) = (0,1875 + 0,1 + 0,2512) = 0,5387 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

2)  $P(S1/R) = ?$

D'après la formule de bayes, on a :

$$P(S1/R) = P(R/S1) \times P(S1) / (P(R/S1) \times P(S1) + P(R/S2) \times P(S2) + P(R/S3) \times P(S3)) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S1/R) = (0,5 \times 0,375) / ((0,5 \times 0,375) + (0,25 \times 0,4) + (0,375 \times 0,67))$$

$$= 0,1875 / 0,5387$$

$$= 0,3481 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

3) **(01pts)**

B : les deux boules tirées sont bleus

$$P(B) = \text{card}(B) / \text{card}(\Omega) = (C_{14}^2 \times C_{16}^0) / C_{30}^2 = 91/435 = 0,20$$

**Exercice 03** : [03 points]

R<sub>i</sub> : tirer un jeton rouge au i ème tirage

**(0,50pts) pour la définition des évènements**

J<sub>i</sub> : tirer un jeton jaune au i ème tirage

1)  $P(R_1 \cap R_2 \cap J_3)$

D'après la formule des probabilités composées :

$$P(R_1 \cap R_2 \cap J_3) = P(R_1) \times P(R_2/R_1) \times P(J_3/R_1 \cap R_2) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$= (8/20) \times (8/21) \times (14/22) = 0,097 \quad \mathbf{(01pts)}$$

2) C : tirer des jetons de la même couleur

$$C = (R_1 \cap R_2 \cap R_3) \cup (J_1 \cap J_2 \cap J_3) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

D'après la formule des probabilités composées :

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_1) \times P(R_2/R_1) \times P(R_3/R_1 \cap R_2)$$

$$= (8/20) \times (8/21) \times (8/22) = 0,055$$

$$P(J_1 \cap J_2 \cap J_3) = P(J_1) \times P(J_2/J_1) \times P(J_3/J_1 \cap J_2)$$

$$= (12/20) \times (12/21) \times (12/22) = 0,1870$$

$$\text{Finalement } P(C) = P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) + P(J_1 \cap J_2 \cap J_3) = 0,055 + 0,1870 = 0,242 \quad \mathbf{(01pts)}$$

**Exercice 04** : [02 points]**Cas 1 : (01pts)**

A et B sont incompatibles donc  $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5$$

$$P(A) + P(B) = 0,5 \quad \text{donc } P(B) = 0,5 - P(A) = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

**Cas 2 : (01pts)**

-  $P(A \cap B) = 0,3$

- A et B sont indépendants donc  $P(A \cap B) = 0,3 = P(A) \times P(B)$

$$P(A) = P(A \cap B) / P(B) = (0,3 / 0,6) = 0,5 \quad \text{et } P(B/A) = P(A \cap B) / P(A) = 0,3 / 0,5 = 0,6$$