II-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية.

نشاطات

1 – دراسة ظهور التيار الكهربائي في وشيعة

2 – الطاقة المخزنة في وشيعة

الدراسة النظرية

نشاطات :

مثلها مثل المكثفة، تعتبر الوشيعة عنصرا كهربائيا كثير الاستعمال في الدارات الكهربائية، فهي تستعمل في عدة تركيبات، منها : الميقاتيات الإلكترونية، الدارات الكهرابئية التي ترشح التيار الكهربائي و تضخمه.

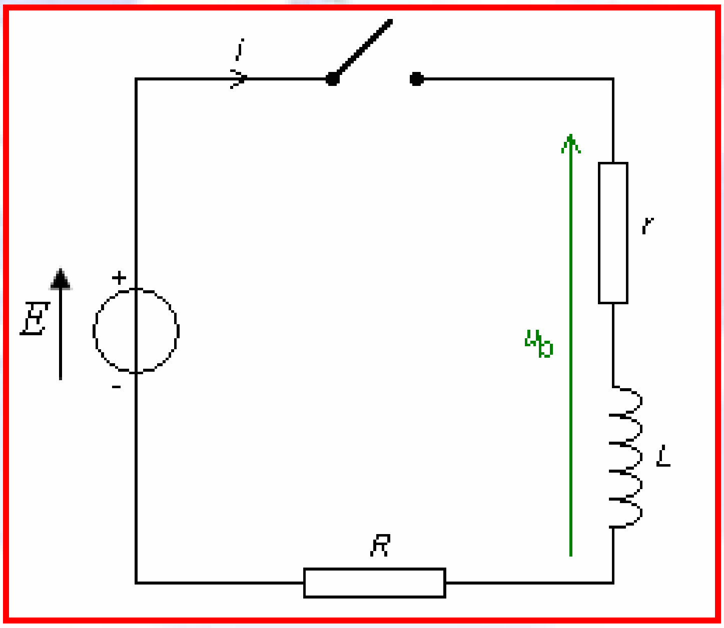
1 – دراسة ظهور التيار الكهربائي في وشيعة

لتحقيق متابعة ظهور التيار الكهربائي في الوشيعة، نستعمل برنامج MICROMEDIA .

نشاط 1:

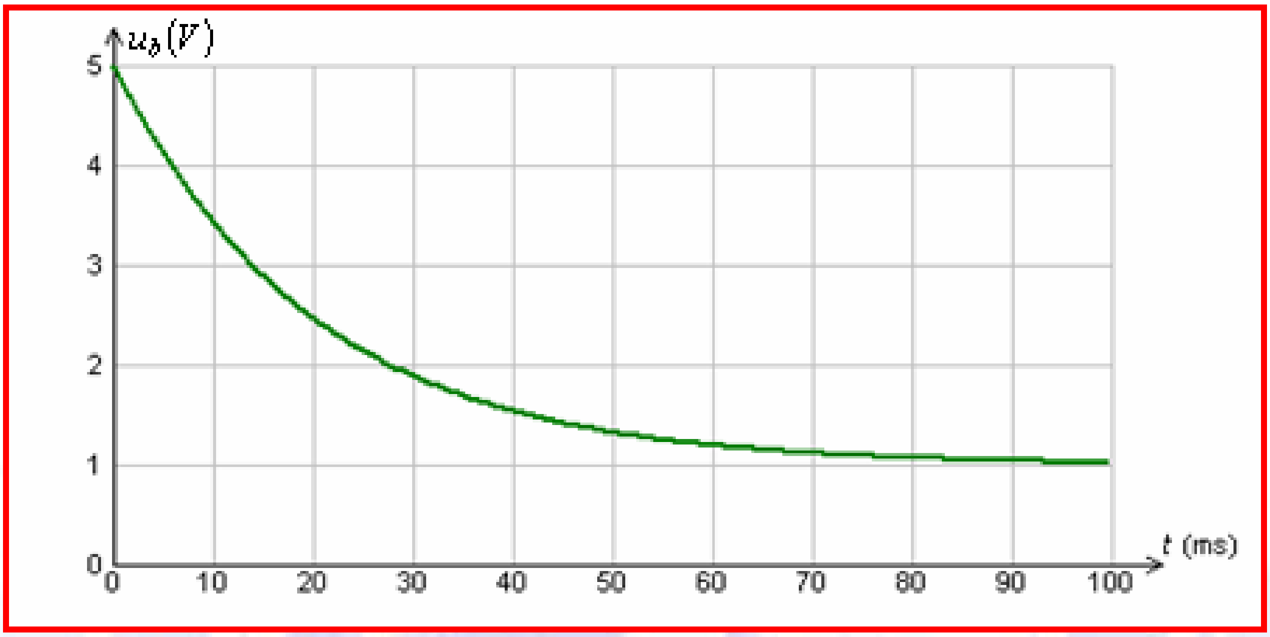
الهدف من هذا النشاط هو تسجيل التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة.

نحقق الدارة الكهربائية كما هو مبين على الشكل التالية:



المقاومة	الوشيعة		المولد
$R = 20\Omega$	$L = 0,5H$	$r = 5\Omega$	$E = 5V$

نغلق القاطعة و نتابع تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة لمدة $100ms$ فنحصل على البيان التالي:



1 – استنتج من البيان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

أ / عند اللحظة $t = 0ms$.

ب / لما (t) يؤول إلى (∞).

2 – ما هي قيمة التوتر u_b قبل غلق القاطعة K.

3 –

أ / إذا قمنا باستبدال الوشيعة بمكثفة، كيف يكون تطور التوتر الكهربائي بين طرفيها بدلالة الزمن؟ قارن.

ب / ما هي القيمة التي يؤول إليها التوتر الكهربائي بين طرفيها لما يؤول الزمن إلى (∞). (معادلة الخط المقارب الأفقي الذي تقبله الدالة $(u_C = f(t)$).

تحليل النشاط:

1 – من البيان نجد:

أ / $u_b(t=0) = 5V$

ب / $u_b(t \to \infty) = 5V$.

2 – قبل غلق القاطعة تكون قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة منعدمة.

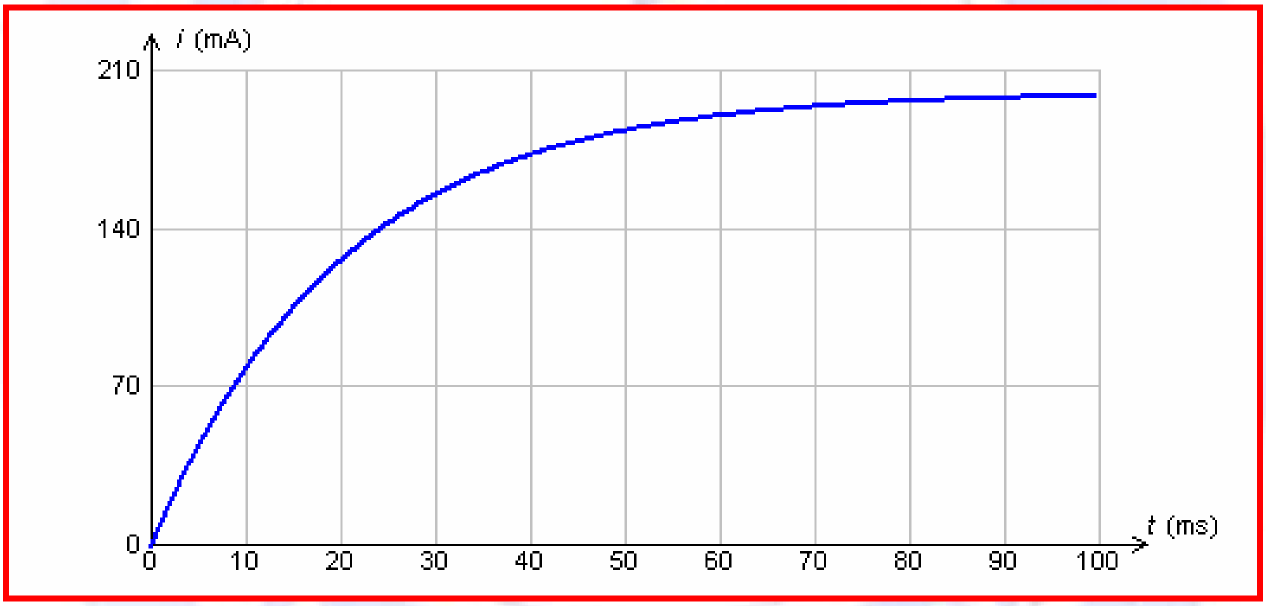
3 – أ / بالنسبة للمكثفة، تكون الدالة التي تمثل تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة دالة مستمرة عند اللحظة $t=0$ و هو الشيء الذي لا يتحقق بالنسبة للوشيعة

3 – ب / معادلة الخط المقارب الأفقي بالنسبة للمكثفة هي $u_C = E$.

نشاط 2:

يهدف هذا النشاط إلى تفسير تطور شدة التيار الكهربائي في وشيعة.

نستعمل من جديد التركيب السابق و لكن هذه المرة نطلب من البرنامج أن يرسم الدالة التي تعبر عن تطور شدة التيار الكهربائي في الوشيعة. تدوم المتابعة $100ms$ فنحصل على البيان التالي:



1– صف تطور شدة التيار الكهربائي في الوشيعة ؟

2 – قارن هذا مع تطور شدة التيار في الدارة RC لما تكون خاضعة لتوتر مستمر ثابت و متزايد.

3 – استنتج من المنحنى البياني شدة التيار الكهربائي المار في الوشيعة لما $t=0$ و لما $t \rightarrow \infty$.

4 – قارن شدة التيار الكهربائي لما $t \rightarrow \infty$ مع القيمة $\dfrac{E}{(R+r)}$.

5 – ما هو العنصر الكهربائي الذي تكافئه الوشيعة لما تصبح شدة التيار التي تجتاز هذه الأخيرة ثابتة (نظام مقارب (Régime asymptotique)).

6 – كيف كانت شدة التيار الكهربائي في الدارة قبل غلق القاطعة K ؟

بم تتميز الدالة $i(t)$ عند اللحظة $t=0$ ؟ ما هو المقدار، في حالة دارة RC ، الذي يتميز بنفس الخاصية؟

7 – نعرف ثابت الزمن (τ) خاص بالدارة RL . بالمطابقة مع ما قمنا به في الدارة RC ، اقترح طريقة تسمح لنا بتعيين بيانيا قيمة المقدار (τ)، وهذا برسم المماس للمنحنى $i(t)$ عند اللحظة $t=0$.

تحليل النشاط:

1 – تتغير شدة التيار الكهربائي من القمة صفر إلى قيمة تقاربها الدالة $i(t)$.

2 – في حالة مكثفة، تتغير شدة التيار من القيمة $i_0 = \frac{E}{R}$ إلى القيمة صفر.

3 – من المنحنى نجد:

$$i(t=0)=0A \quad \text{و} \quad i(t\to\infty)=0,2A$$

4 – نلاحظ أن :

$$\frac{E}{(R+r)}=\frac{5}{(20+5)}=0,2$$

إذن:

$$i(t\to\infty)=\frac{E}{(R+r)}$$

5 – لما تصبح شدة التيار الكهربائي في الدارة ثابتة فإن الوشيعة تكافيء مقاومتها الداخلية r .

6 – قبل غلق القاطعة كانت شدة التيار الكهربائي في الدارة منعدمة.

تعتبر الدالة الزمنية $i(t)$ دالة مستمر عند اللحظة $t=0$ ، و هو ما يميز الدالة $u_C(t)$ في حالة دارة RC .

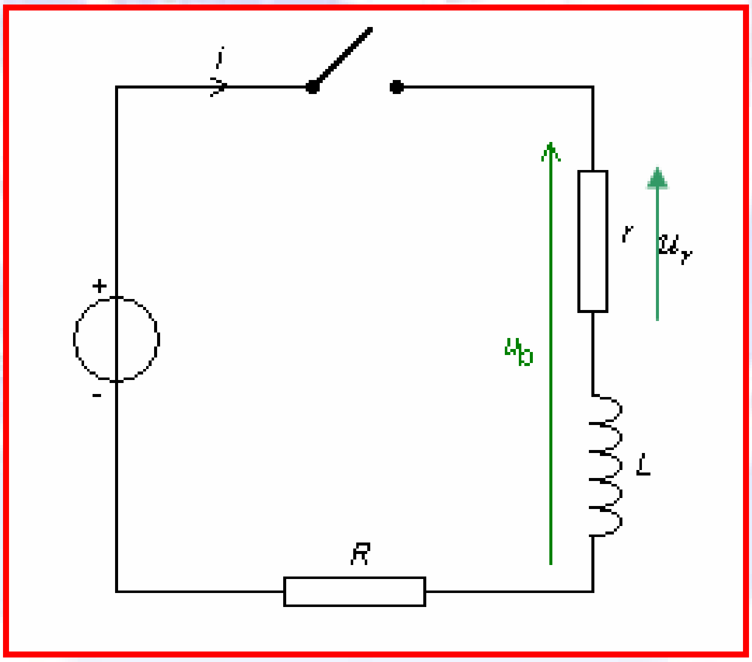
7 – τ هي فاصلة نقطة تقاطع المماس للدالة $i(t)$ عند اللحظة $t=0$ مع الخط المقارب الأفقي للدالة $i(t)$ و الذي معادلته

$$i=i(t\to\infty)=\frac{E}{(R+r)}$$

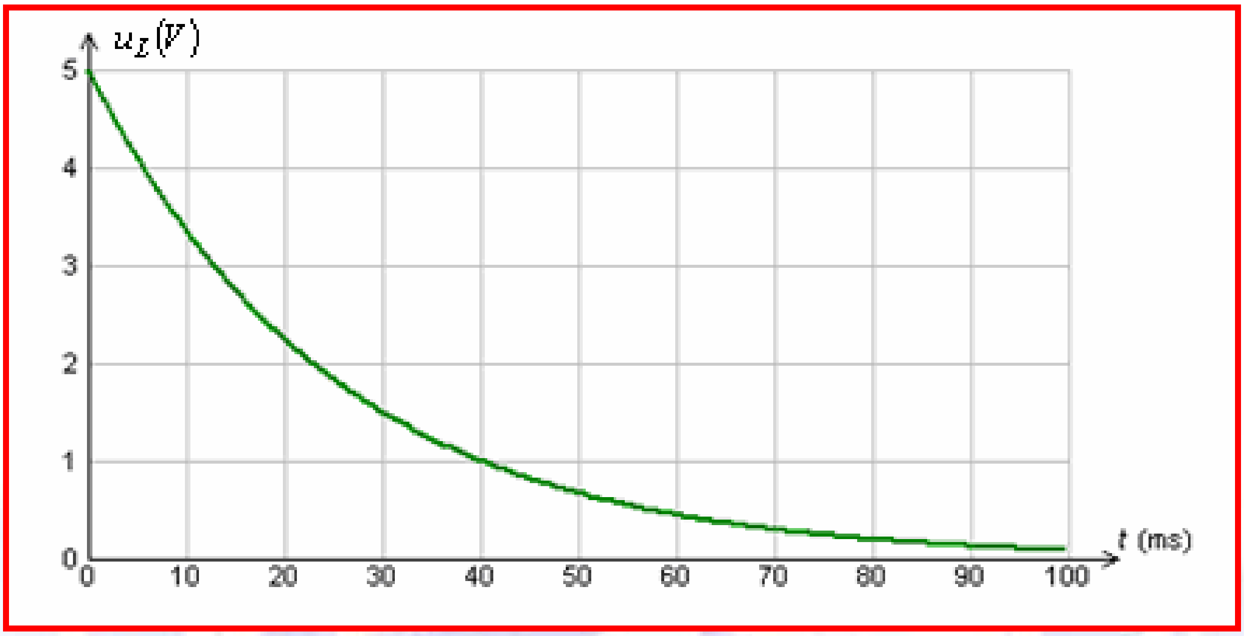
نشاط 3 :

نستعمل الدارة السابقة بحيث تكون المقادير الفيزيائية التي تميز العناصر الكهربائية كما هو مبين في الجدول:

المقاومة	الوشيعة		المولد
$R=20\Omega$	$L=0,5H$	$r=0\Omega$	$E=5V$



نغلق القاطعة و نتابع تطور التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة فنحصل على البيان التالي:



1 – ذكر بالعلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بشدة التيار بالنسبة للمكثفة.

2 – كما هو الحال بالنسبة للمكثفة، العلاقة بين التوتر الكهربائي و التيار الكهربائي بالنسبة للوشيعة المثالية (مقاومتها $r = 0\Omega$) تستعمل المشتق.

أ / انطلاقا من المنحنيين $i(t)$ و $u_L(t)$، ما هي من بين العلاقات المقترحة، العلاقة التي يكون من الممكن أن تميز وشيعة مثالية:

1 – $u_L = -L\frac{di}{dt}$ 2 – $u_L = L\frac{di}{dt}$

3 – $i = L\frac{du_L}{dt}$ 4 – $i = -L\frac{du_L}{dt}$

ب / وضح كيف أعتبرت الوشيعة: كمستقبل (آخذة) أم كمولد؟

3 – كيف يمكن التأكد من هذه العلاقة تجريبيا؟

تحليل النشاط:

1 – العلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بشدة التيار الكهربائي هي:

$$i = C\frac{du}{dt}$$

لما تكون المكثفة في حالة شحن.

2 – أ / العلاقة التي تميز الوشيعة المثالية هي:

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

2 – ب/ الوشيعة اعتبرت كمستقبل (Récepteur).

3 – يمكن التأكد من هذه العلاقة كما يلي:

من أجل كل قيمة لـ t ، نحسب كل من u_L و $\frac{di}{dt}$ ، نمثل بعد ذلك البيان $u_L = f\left(\frac{di}{dt}\right)$

. إذا كانت العلاقة المقترحة صحيحة، يكون المنحنى عبارة خط مستقيم ميله يساوي قيمة الذاتية L للوشيعة.

2 – الطاقة المخزنة في وشيعة

نشاط :

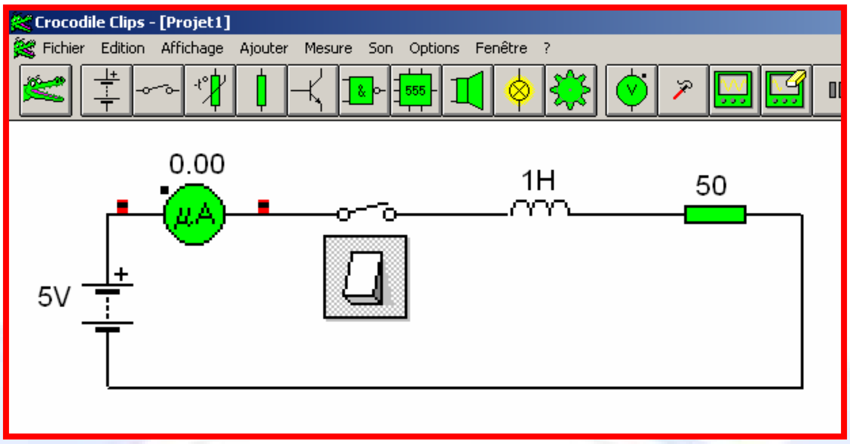
رأينا في حالة المكثفة أن الطاقة الكهربائية التي تخزنها مكثفة سعتها C تعطى بالعلاقة $E_C = Cu^2/2$ لما يطبق بين طرفيها توتر قيمته u.

نبين من خلال هذه الدراسة أن الوشيعة لما يجتازها تيار كهربائي شدته i فإنها تخزن طاقة كهربائية، و التي يكون من الممكن استرجاعها إلى بقية الدارة الكهربائية.

لتفادي إتلاف الأجهزة، نستعمل برنامج Crocodile Clipe .

نشاط 1:

نحقق بواسطة هذا البرنامج الدارة الكهربائية التالية:



نغلق القاطعة ثم ننتظر حتى تصبح شدة التيار الكهربائي التي تجتاز الدارة ثابتة.

1 – ما هي القيمة التي يشير إليها جهاز الأمبير متر؟

2 – هل يمكن تبرير هذه القيمة ؟

3 – نفتح القاطعة و نلاحظ.

أ / ماذا حدث للقاطعة ؟

ب / إذا اعتبرنا أن مقاومة القاطعة لما أصبحت مفتوحة كبيرة جدا أمام المقاومة r للوشيعة، بين أن قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي القاطعة في اللحظة التي تفتح فيها يكون كبيرا جدا.

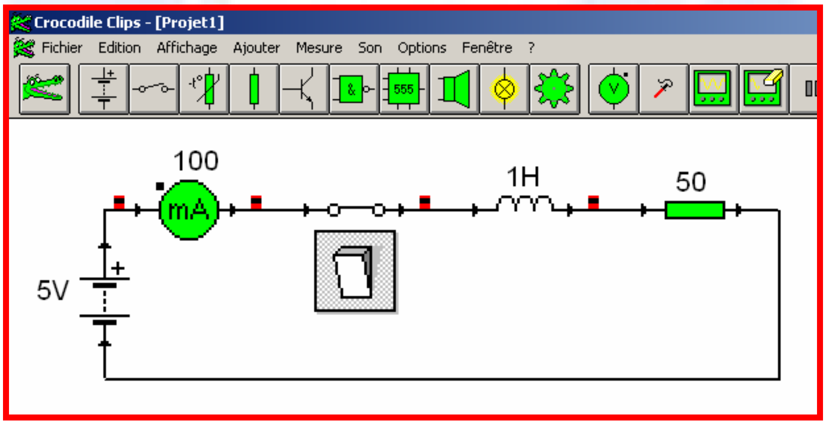
جـ / للتأكد من هذا، أطلب من البرنامج أن يعوض القاطعة و لاحظ ما يكتب على النافذة التي يظهرها البرنامج على الشاشة.

4 – هل تعودت على رؤية هذه الظاهرة الفيزيائية عند فتح قاطعة ما ؟

5 – أعط مثالا عن تركيب تستغل فيه هذه الظاهرة.

تحليل النشاط:

1 – بعد غلق القاطعة تتغير شدة التيار الكهربائي و تستقر عند القيمة $100mA$



2 – يمكن تبرير هذه القيمة كما يلي: $E = u_b$ ، و إذن: $E = (u_L + u_r)$ وبعد التعويض نجد:

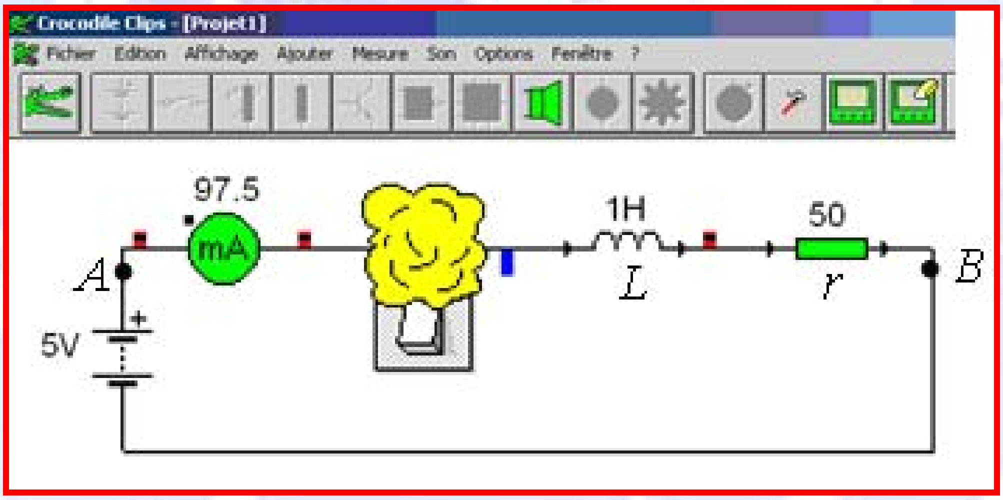
$$E = L\frac{di}{dt} + ri$$

عندما تصبح شدة التيار الكهربائي ثابتة يصبح $\frac{di}{dt} = 0$ و منه نجد:

$$i = \frac{E}{R} = \frac{5}{50} = 100mA$$

و هو ما يبرر القيمة التي يشير إليها جهاز الأمبير متر.

3 – أ / يمثل الشكل التالي الدارة الكهربائية مباشرة عند فتح القاطعة.



نلاحظ أن القاطعة تتلف.

3 – ب / عند فتح القاطعة، يعزل المولد عن الدارة، فيصبح التوتر الكهربائي بين النقطتين A و B منعدما، و عليه، إذا أعتبرنا u_K هو التوتر الكهربائي بين طرفي القاطعة في اللحظة التي تفتح فيها فإننا نكتب:

$$u_K + u_r + u_L = 0$$

$$u_K + u_r + L\frac{di}{dt} = 0$$

بما أن مقاومة القاطعة و هي مفتوحة كبيرة جدا أمام مقاومة الوشيعة، فإننا نهمل مقاومة هذه الأخيرة،

و عليه يمكن كتابة: $u_K = -L\dfrac{di}{dt} = 0$

خلال المدة الزمنية القصيرة جدا التي تفتح فيها القاطعة، يمكن اعتبار أن قيمة مشتق شدة التيار الكهربائي عند لحظة t ، تنتمي للمدة Δt التي فتحت فيها القاطعة، تساوي قيمة تغير شدة التيار الكهربائي بين القيمتين $i = \dfrac{E}{r}$ و $i = 0$ خلال نفس المدة Δt التي فتحت فيها القاطعة، و عليه نكتب:

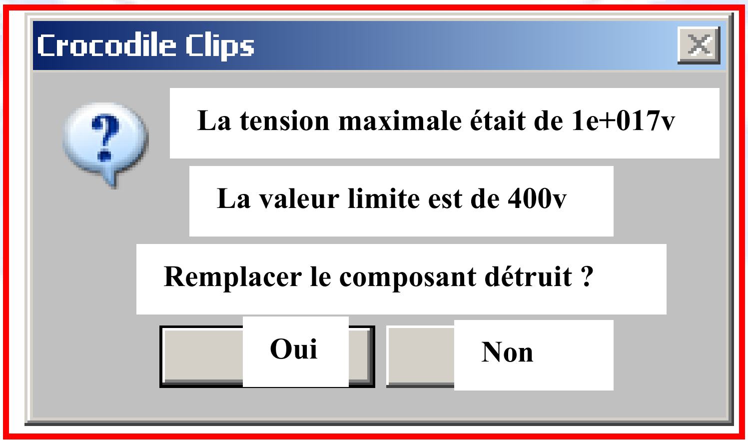
$$\frac{di}{dt} = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{\left(0 - \dfrac{E}{r}\right)}{\Delta t} = -\frac{E}{r\Delta t}$$

و منه تكون عبارة التوتر الكهربائي u_K بين طرفي القاطعة في اللحظة التي فتحت فيها:

$$u_K = -L\left(-\frac{E}{r\Delta t}\right) = \frac{LE}{r\Delta t}$$

بما أن المدة Δt هي مدة صغيرة جدا، فإن التوتر الكهربائي بين طرفي القاطعة يكون كبيرا جدا .

3 – جـ /



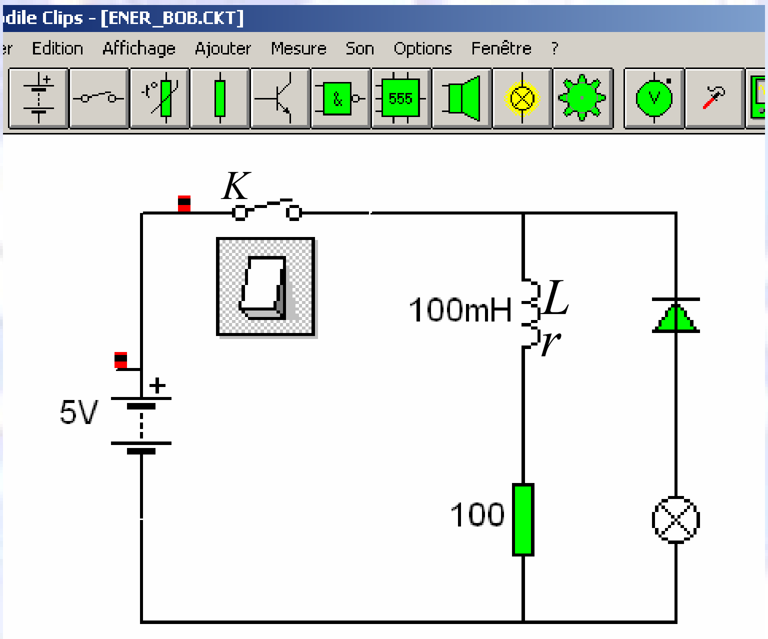
نرى أن البرنامج يشير ،من خلال هذه النافذة، بأن قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي القاطعة في اللحظة التي فتحت فيها كان $u_K = 1.10^{+17} V$ و أن القيمة العظمى التي تتحملها القاطعة هي $400V$ ، و هو ما أدى إلى إتلافها.

4 – في القواطع المنزلية نرى هذه الظاهرة على شكل شرارة كهربائية تظهر في القاطعة عند فتحها و تدعى: **شرارة انقطاع التيار الكهربائي**.

5 – تستغل هذه الظاهرة في أداة الإشعال في المحرك البنزيني، حيث أن الشرارة الكهربائية تولد بين قطبي الشمعة (bougie).

نشاط 2: إبراز الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشيعة.

نحقق بواسطة برنامج Crocodile Clips الدارة الكهربائية التالية:

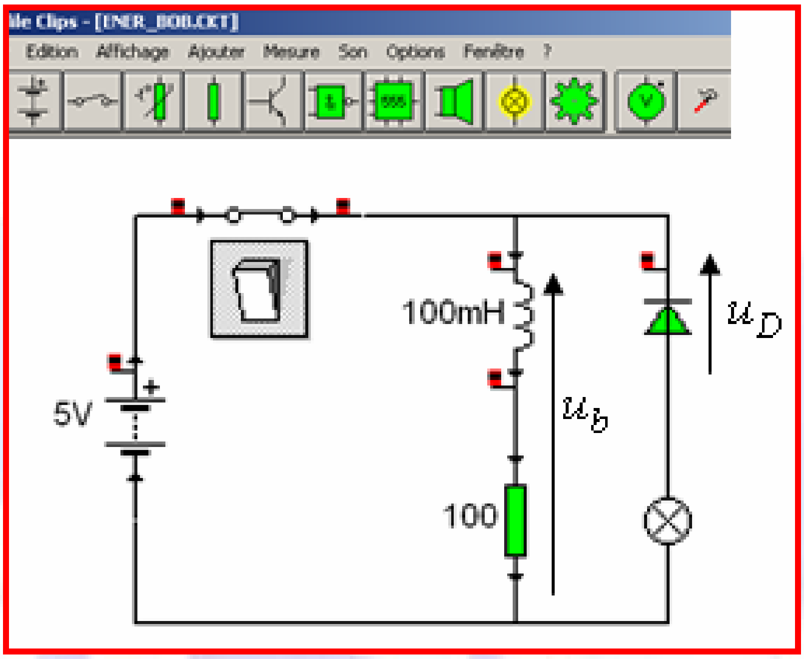


يشتغل الصمام على النحو التالي:

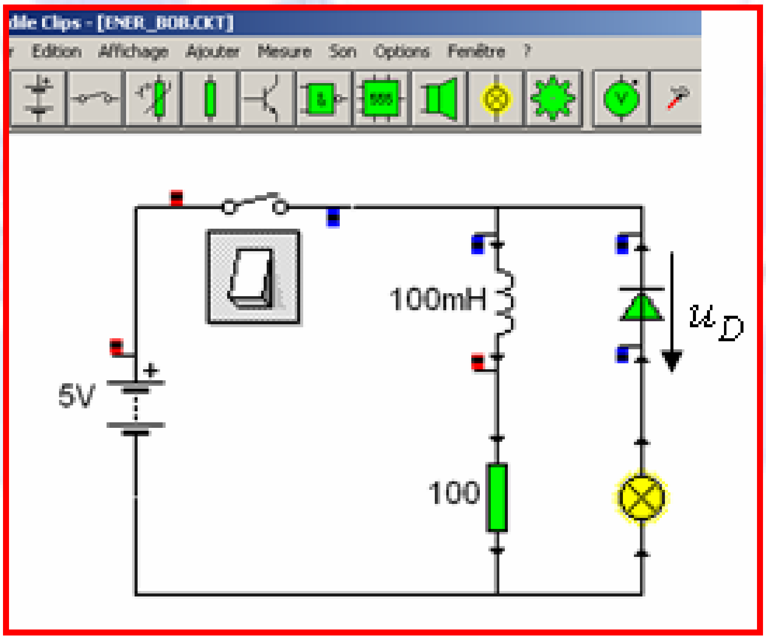
– يمنع مرور التيار إذا كان $u_D < 0$ و نعتبر بذلك أن $i_D = 0$. نقول في هذه الحالة أن الصمام يكافئ قاطعة مفتوحة.

– يسمح بمرور التيار إذا كان $u_D = 0$ و نعتبر بذلك أن $i_D > 0$. نقول في هذه الحالة أن الصمام يكافئ قاطعة مغلقة.

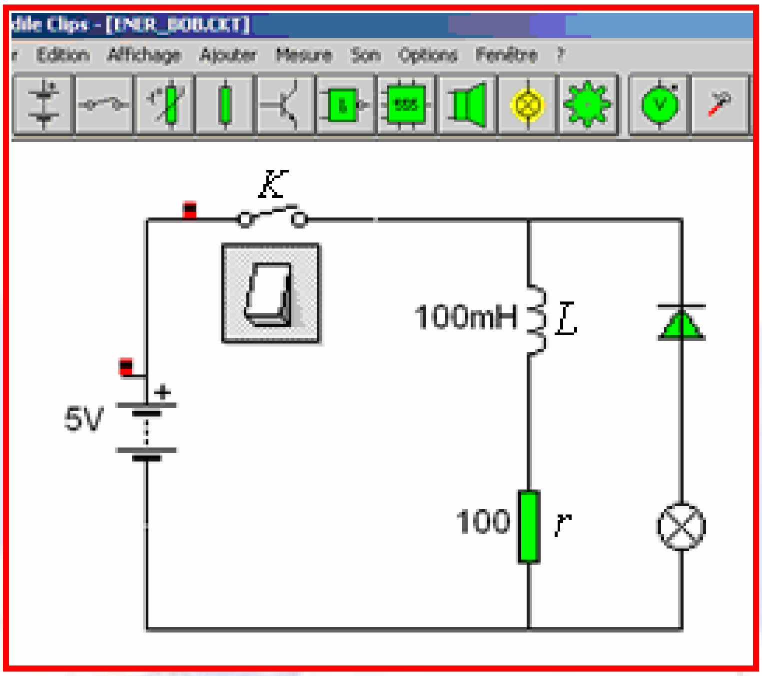
1 – نقوم بغلق القاطعة و نلاحظ المصباح. هل يشتعل المصباح أم لا؟



2 – نفتح القاطعة و نلاحظ من جديد المصباح. هل يشتعل المصباح أو لا؟



هل مدة اشتعاله محدودة أم لا ؟



3 – عندما تكون القاطعة (K) مغلقة فإن الصمام لا يسمح بمرور التيار الكهربائي؟ هل يمكن اعتباره قاطعة مفتوحة؟ ما هي قيمة التوتر u_D بين طرفي الصمام ؟

4 – ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي في الوشيعة لما تكون شدة التيار الكهربائي في الدارة ثابتة ؟

5 – مباشرة لما تفتح القاطعة (K):

أ / ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي i في الوشيعة.

ب / يمرر الصمام التيار، لماذا نعتبره في هذه الحالة قاطعة مغلقة ؟ ما هي إذن قيمة شدة التيار الكهربائي i_D في الصمام و كذلك في المصباح ؟

جـ / إذا كانت مقاومة سلك المصباح R_A ، ما هي قيمة التوتر بين طرفي المصباح ؟ و بين طرفي الوشيعة ؟

د / كيف يمكن تبرير أن المصباح تلقى طاقة كهربائية ؟ من هو العنصر الكهربائي الذي يعطيها هذه الطاقة ؟

6 – مثل الحصيلة الطاقوية الخاصة بالدارة: مولد و وشيعة عند غلق القاطعة، ثم الحصيلة الطاقوية الخاصة بالدارة وشيعة و مصباح لحظة فتح القاطعة.

تحليل النشاط:

1 – عند غلق القاطعة فإن المصباح لا يشتعل.

2 – عند فتح القاطعة يشتعل المصباح و لكنه ينطفئ بعد مدة زمنية قصيرة.

3 – لا يسمح الصمام بمرور التيار الكهربائي و لذا فهو يعتبر قاطعة مفتوحة.

نطبق قانون العروات على العروة التي تحتوي على المولد، الصمام و المصباح.

$$E + u_D + R_A i = 0$$

شدة التيار في الفرع الذي يحتوي على المصباح تكون منعدمة و عليه

نجد:

$$u_D = -E$$

4 – نطبق قانون العروات على الدارة التي تحتوي على مولد و الوشيعة:

$$E + u_b = 0$$

$$E = ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

يعتبر المقدار $\frac{di}{dt}$ يساوي الصفر لأن شدة التيار ثابتة، و منه:

$$i = \frac{E}{R}$$

5 – مباشرة عند فتح القاطعة:

أ / تكون شدة التيار في الوشيعة تساوي $i = \frac{E}{R}$ لأن شدة التيار تعتبر دالة مستمر في حالة دارة

RL

ب / عند غلق القاطعة يصبح التوتر بين طرفي الصمام $u_D = 0$ و بالتالي يمكن اعتباره في هذه الحالة قاطعة مغلقة، لأن القاطعة عندما تكون مغلق يكون التوتر بين طرفيها منعدما (طبعا إذا اعتبرنا أن مقاومتها مهملة $R_K = 0$).

قيمة شدة التيار الكهربائي في الصمام و المصباح ، أي في الفرع من الدارة الذي يحتوي على الصمام و المصباح، هي: $i = \frac{E}{R}$.

جـ / قيمة التوتر بين طرفي المصباح هي:

$$u_A = R_A i = R_A \frac{E}{R}$$

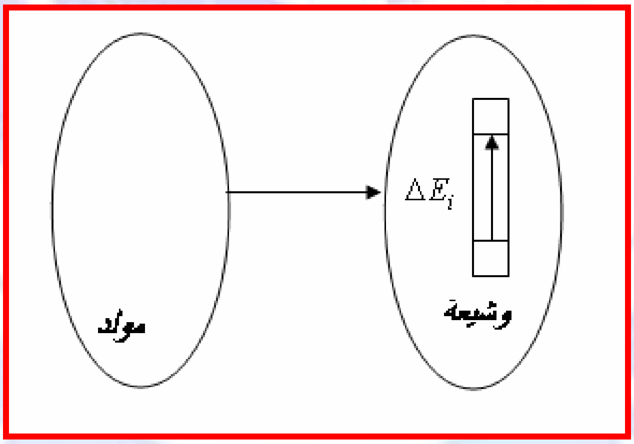
بتطبيق قانون العروة على دارة الصمام و الوشيعة نجد قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة:

$$u_b + R_A i = 0 \quad \text{و منه} \quad u_A = -R_A \frac{E}{R}$$

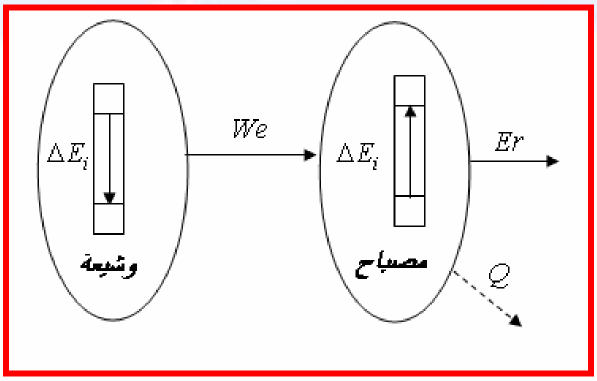
د / بما أن المصباح توهج هذا يعني أن سلكه ارتفعت درجت حرارته و لا يمكن للسلك أن ترتفع درجة حرارته إلا إذا تلقى طاقة.

العنصر الكهربائي الوحيد الموجود في الدارة بعد فتح القاطعة و الذي باستطاعته إعطاء طاقة يتمثل في الوشيعة.

6 – الحصيلة الطاقوية التي توافق غلق القاطعة:



الحصيلة الطاقوية التي توافق فتح القاطعة:



الدراسة النظرية

1 – تعريف الوشيعة و تمثيلها:

تتشكل الوشيعة من سلك، عادة من النحاس، يكون ملفوفا بشكل حلزوني أو مسطح، كما يمكن للوشيعة أن تأخذ عدة أشكال. تلف السلك طبقة من عازل لتجنب الدارة القصيرة. تحتوي الوشيعة على عدد معين من اللفات.

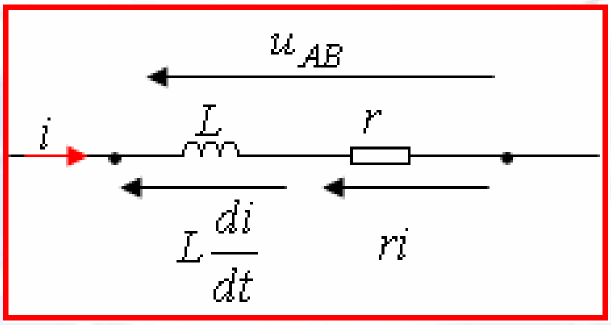
في دارة كهربائية تمثل الوشيعة كما يلي:

حيث r هي مقاومة الوشيعة مقدرة بالأوم (Ω) و L ذاتيتها مقدرة بالهنري (H)

2 – العلاقة بين شدة التيار و التوتر بين طرفي الوشيعة

باعتبار الوشيعة مستقبلة (convention récepteur) العلاقة التي تربط شدة التيار الكهربائي بين طرفي الوشيعة و شدة التيار التي تجتازها تعطى بالعلاقة:

$$u_{AB} = L\frac{di}{dt}(t) + ri(t)$$



المقدار $L\dfrac{di}{dt}$ يميز تصرف الوشيعة. تكون قيمته معتبرة كلما كان التغير في شدة التيار الكهربائي في الوشيعة سريعا.

المقدار ri يعود إلى مقاومة السلك الذي تتشكل منه الوشيعة. في بعض الحالات يهمل هذا المقدار و نقول في مثل هذه الحالة أن الوشيعة مثالية (idéale)، حيث مقاومتها تعتبر و كأنها منعدمة.

3 – تحليل العلاقة الموجودة بين شدة التيار و التوتر بين طرفي الوشيعة

إذا أهملنا مقاومة الوشيعة، تكون عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة:

$$u_{AB} = L\frac{di}{dt}$$

– في الحالة التي تكون شدة التيار الكهربائي في تزايد، يكون المقدار $\frac{di}{dt} > 0$ و عليه يكون التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة موجبا.

– في الحالة التي تكون شدة التيار الكهربائي في تناقص، يكون المقدار $\frac{di}{dt} < 0$ و عليه يكون التوتر بين طرفي الوشيعة سالبا.

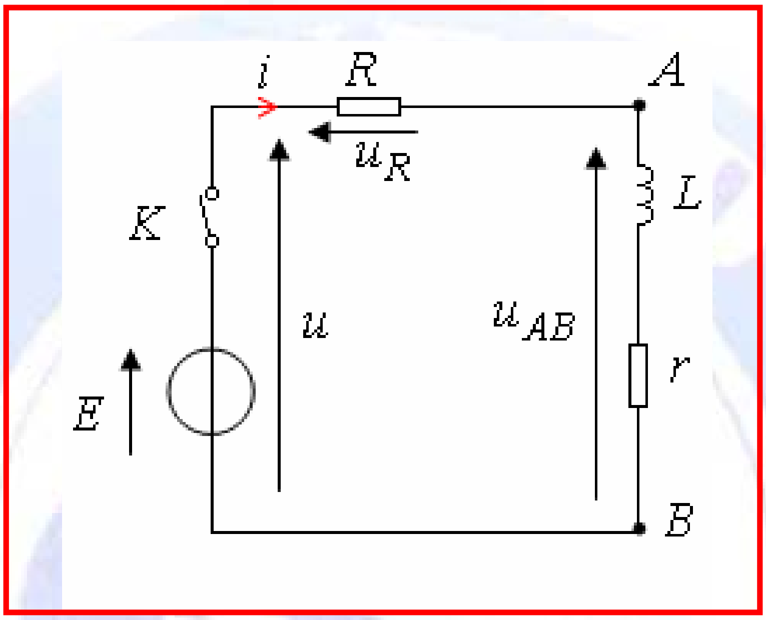
– تكون القيمة المطلقة للتوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة كبيرة كلما كان التغير في شدة التيار الكهربائي في الوشيعة سريعا. في الحالة التي يكون فيها التغير سريعا جدا، تبلغ قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة قيمة كبيرة جدا، و تستغل هذه الظاهرة في أداة الإشعال في المحرك البنزيني، حيث أنه تتولد شرارة كهربائية بين قطبي الشمعة (bougie) بفضل هذا التوتر العالي.

3 – ظهور التيار الكهربائي في ثنائي قطب RL

يتشكل ثنائي قطب RL من وشيعة (r,L) موصلة على التسلسل مع مقاومة R . و بذلك تكون مقاومة الدارة: $R_t = R + r$.

3 – 1 – المعادلة التفاضلية الموافقة لتطور شدة التيار الكهربائي في ثنائي القطب RL

لتكن الدارة الكهربائية المبينة على الشكل التالي:



مباشرة عند غلق القاطعة في اللحظة $t=0$، تأخذ قيمة التوتر بين طرفي ثنائي القطب RL القيمة E. نقول أن ثنائي القطب RL يخضع لتوتر مستمر ثابت قيمته E.

نسمي رد ثنائي القطب RL على التوتر المستمر الثابت المطلق بين طرفيه، شدة التيار $i(t)$ من أجل $t>0$.

نطبق قانون العروة على الدارة المبينة على الشكل فنجد:

$$u = u_{AB} + u_R$$

من أجل $t>0$ تكون $u=E$ و منه : $E = u_{AB} + u_R$.

باعتبار الوشيعة عنصر مستقبل، نكتب:

$$\underbrace{L\frac{di}{dt} + ri}_{\text{وشيعة}} + Ri = E$$

و أخيرا نجد:

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r+R)i}{E} = \frac{E}{L}$$

المعادلة التفاضلية التي تعبر تغيرات $i(t)$ لما يكون ثنائي القطب RL خاضع لتوتر مستمر ثابت هي:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$$

مع $\tau = \frac{L}{R_t} = \frac{L}{R+r}$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى لـ $i(t)$ ذات معامل ثابت و طرف ثاني مختلف عن الصفر.

3 – 2 – ثابت الزمن لثنائي القطب RL .

ثابت الزمن الخص بثنائي قطب RL ، يتشكل من وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r موصلة على التسلسل بمقاومة R ، يعطى بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R_t} = \frac{L}{R+r}$$

حيث المقاومات مقدرة بوحدة الأوم و الذاتية بوحدة الهنري. يقدر ثابت الزمن τ بوحدة الثانية.

نلاحظ أن ثابت الزمن يتناسب طردا مع ذاتية الوشيعة و عكسا مع مقاومة الدارة، هذا يعني من أجل مقامة R_t ثابتة كلما كانت قيمة الذاتية كبيرة كلما كانت قيمة ثابت الزمن كبيرة ، ومن أجل ذاتية ثابتة، كلما كانت قيمة المقاومة R_t كبيرة كلما كانت قيمة ثابت الزمن صغيرة.

3 – 3– حل المعادلة التفاضلية:

الحل العام لهذه المعادلة هو: $i(t) = Ae^{-mt} + b$ حيث A و b ثبتان.

– تعيين b و m من المعادلة التفاضلية:

نقوم باشتقاق i بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{di}{dt}(t) = -mAe^{-mt} .$$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$-mAe^{-mt}+\frac{R_t\left(Ae^{-mt}+b\right)}{L}=\frac{E}{L}$$

بعد ترتيب هذه المعادلة نجد:

$$A\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)e^{-mt}+\frac{R_t b}{L}=\frac{E}{L}$$

بما أن هذه العلاقة يجب أن تتحقق مهما كان $t>0$ ، يكون

$A\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)e^{-mt}=0$ و هو ما يؤدي إلى $\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)=0$

أي $m=\frac{R_t}{L}$ و هذا يعني أن: $\boxed{m=\frac{1}{\tau}}$

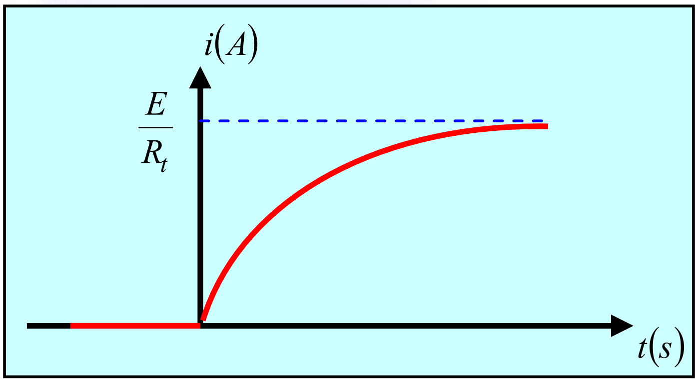
كما أن $\frac{R_t b}{L}=\frac{E}{L}$ و هو ما يؤدي إلى: $\boxed{b=\frac{E}{R_t}}$

تعيين A من الشروط الابتدائية على i .

من خلال المنحنى نلاحظ أن الدالة $i(t)$ مستمرة عند اللحظة $t=0$ حيث نلاحظ أن:

$$i\left(t=0^-\right)=i\left(t=0^+\right)=0$$

كما أن التعويض يعطي: $i\left(0^+\right)=Ae^0+\frac{E}{R_t}$



و منه نستنتج أن :

$$A = \frac{E}{R_t}$$

و من خلال كل هذا نتوصل إلى حل المعادلة التفاضلية الذي يكون كما يلي:

بأخذ بعين الاعتبار الشرط الابتدائي $i(0^+) = 0$ ، يكون حل المعادلة التفاضلية كما يلي:

$$i(t) = \frac{E}{R_t}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

4 – التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة :

اعتمادا على قانون العروات، يمكن كتابة : $u_{AB}(t) = E - Ri(t)$.

من أجل $t > 0$ يكون لدينا: $i(t) = \frac{E}{R_t}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

إذن:

$$u_{AB}(t) = E\left[1 - \frac{R}{R_t}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]$$

نلاحظ أنه : $\lim\limits_{t \to \infty} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ و هو ما يؤدي إلى :

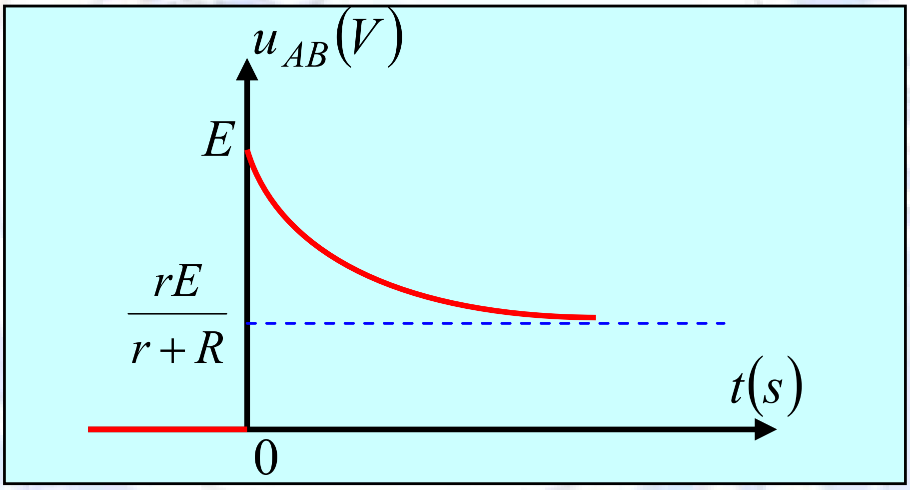
$$u_{AB} = E\left(1 - \frac{R}{R_t}\right) = \frac{Er}{r + R}$$

كما أن $\lim_{t \to 0^+} e^{-\frac{t}{\tau}} = 1$ و هو ما يؤدي إلى:

$$u_{AB}(0^+) = E$$

إلى جانب هذا نعلم أن التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة كان منعدما قبل غلق القاطعة (K)، و هو ما يسمح لنا بكتابة: $u_{AB}(0^-) = 0$.

نلاحظ أن $u_{AB}(0^+) \neq u_{AB}(0^-)$ ومنه نستنتج أن التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة هو عبارة عن دالة زمنية **غير مستمرة** عند اللحظة $t = 0$.



5 – انقطاع التيار في دارة كهربائية RL

5 – 1 – انقطاع التيار

نحدث انقطاع التيار الكهربائي بفتح قاطعة الدارة RL.

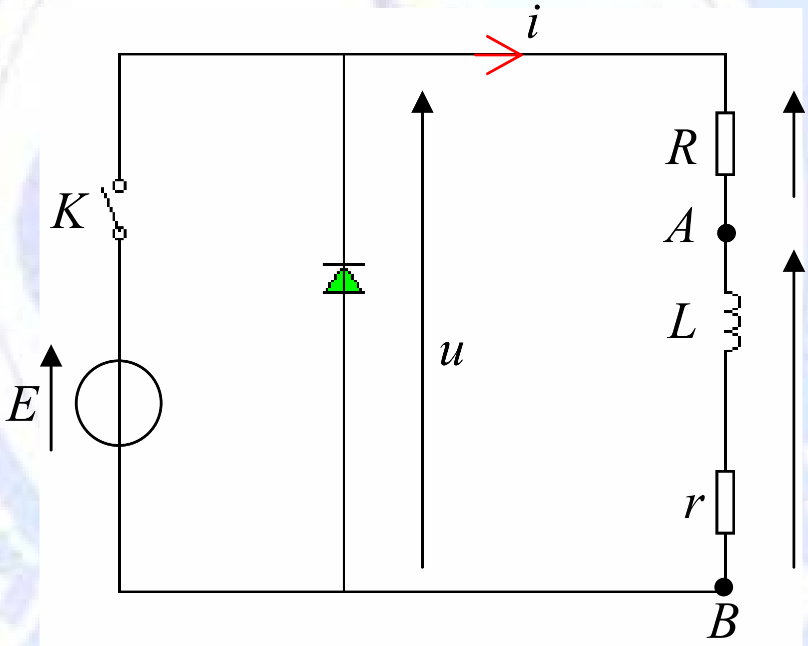
إذا تغيرت شدة التيار الكهربائي مثلا في وشيعة ذاتيتها $L = 1H$ من القيمة $1A$ إلى القيمة $0A$ خلال مدة زمنية $\Delta t = 1ms$ إذن:

$$L\frac{di}{dt} = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{1}{10^{-3}} \simeq -1000V$$

هذا التوتر العالي يظهر في القاطعة على شكل شرارة كهربائية. لكي نتجنب حدوث هذه الشرارة عند فتح القاطعة نستعمل صمام كما هو مبين على التركيب و هو يلعب دور العجلة الحرة (Roue libre).

عندما تكون القاطعة K مغلقة، يكون التوتر u بين طرفي الصمام موجبا و يكون $u = E$. الصمام يمنع مرور التيار في هذه الحالة، حيث أنه يتصرف مثل قاطعة مفتوحة في هذا الفرع من الدارة.

عندما تكون القاطعة K مفتوحة فإن ثنائيات القطب : المقاومة R ، الوشيعة و الصمام تشكل دارة على التسلسل يجتازها نفس التيار. الصمام يكون في هذه الحالة ممرر و هو يكافئ قاطعة مغلقة حيث أن التوتر بين طرفي يكون $u = 0$



في غياب صمام العجلة الحرة، يجب تجنب فتح قاطعة دارة كهربائية تحتوي على وشيعة مغذات بمولد و هي في حالة الاشتغال.

5 – 2 – المعادلة التفاضلية للدارة:

قبل فتح قاطعة الدارة الكهربائي، تكون شدة التيار الكهربائي تساوي قيمة معادلة الخط المقارب الأفقي الذي تقبله الدالة $i(t)$ و هذه القيمة هي:

$$i(t = 0^+) = i(t = 0^-) = \frac{E}{R_t}$$

عند فتح القاطعة في اللحظة $t = 0$ ، فإن التيار لا ينعدم مباشرة.

باستعمال قانون العروة على الدارة التي تحتوي على المقاومة، الوشيعة و الصمام نجد:

$$u = 0 = u_{AB} + u_R$$

نعوض كل توتر بعبارته فنجد:

$$L\frac{di}{dt} + (r + R)i = 0$$

بعد تعديل هذه المعادلة نتوصل إلى المعادلة التفاضلية التالية:

$$\frac{di}{dt} + \frac{(r + R)}{L}i = 0$$

عند فتح قاطعة دارة كهربائية RL تحتوي على صمام العجلة الحرة، فإن معادلة انقطاع التيار الكهربائي تكون:

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0}$$

مع: $\tau = \frac{1}{r + R} = \frac{1}{R_t}$

- ثابت الزمن τ يقدر بالثانية (s).
- ذاتية الوشيعة L تقدر بالهنري (H).
- المقاومة R_t تقدر بالأوم (Ω).

5 – 3 – حل المعادلة التفاضلية:

الحل العام للمعادلة التفاضلية يكون: $i(t) = Ae^{-mt} + b$

تعين m و b انطلاقا من المعادلة التفاضلية.

بعد اشتقاق الحل العام نجد:

$$\frac{di}{dt}(t) = -me^{-mt}$$

نعوض هذه القيمة في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$-mAe^{-mt}+R_t\frac{Ae^{-mt}+b}{L}=0$$

بعد ترتيب هذه المعادلة نجد:

$$A\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)e^{-mt}+\frac{R_t b}{L}=0$$

هذا يستلزم:

$$\frac{R_t b}{L}=0 \quad \text{و} \quad A\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)e^{-mt}=0$$

بما أن $A\neq 0$ نصل إلى: $\left(-m+\frac{R_t}{L}\right)=0$ و هو ما يؤدي إلى:

$$\boxed{m=\frac{R_t}{L}}$$

كما أن $\frac{R_t b}{L}=0$ تؤدي إلى أن:

$$\boxed{b=0}$$

تعيين A انطلاقا من الشروط الابتدائية على شدة التيار i

وجود الوشيعة في الدارة تضمن استمرارية الدالة $i(t)$ عند اللحظة $t=0$ و عليه فإن:

$$i(0^-)=i(0^+)=\frac{E}{R_t}$$

و هو الشرط الابتدائي على شدة التيار .

من المعادلة $i(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ نجد:

$$i(0^+)=Ae^{-\frac{0}{\tau}}=A$$

و بما أن $i\left(0^{+}\right)=\frac{E}{R_t}$ نجد:

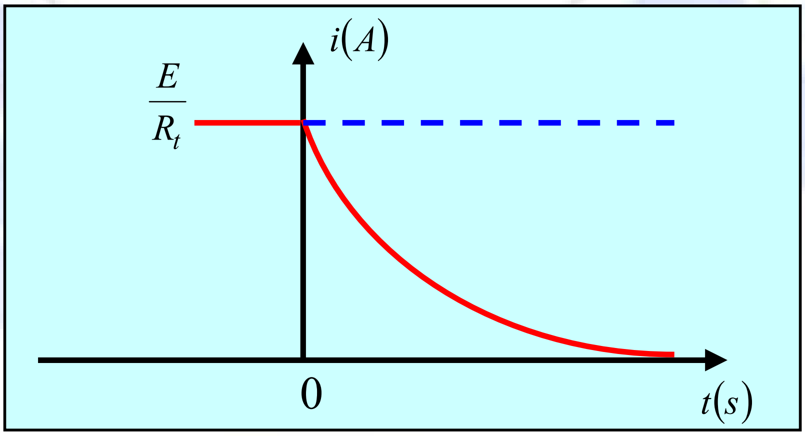
$$A = \frac{E}{R_t}$$

بأخذ بعين الاعتبار الشرط الابتدائي $i\left(t=0^{+}\right)=\frac{E}{R_t}$ الذي تفرضه استمرارية الدالة $i(t)$

عند فتح القاطعة، تكون حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t)=\frac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

كما هو الحال بالنسبة لظهور التيار في دارة RL ، نلاحظ أنه التيار يؤول تدريجيا إلى قيمته النهائية $i=0$. يحدث كل هذا كما لو أن الوشيعة تقاوم انقطاع التيار في الدارة.



5 – 4 – التوتر بين طرفي الوشيعة

لدينا $u_{AB}+u_R=0$ ، و هو ما يؤدي إلى $u_{AB}=-u_R$ ، وهذا يعني أن:

$$u_{AB}(t)=-Ri(t)$$

بعد التعويض نجد:

$$u_{AB}(t) = -\frac{RE}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة مباشرة قبل فتح القاطعة يكون:

$$u_{AB}(0^-) = E - Ri$$

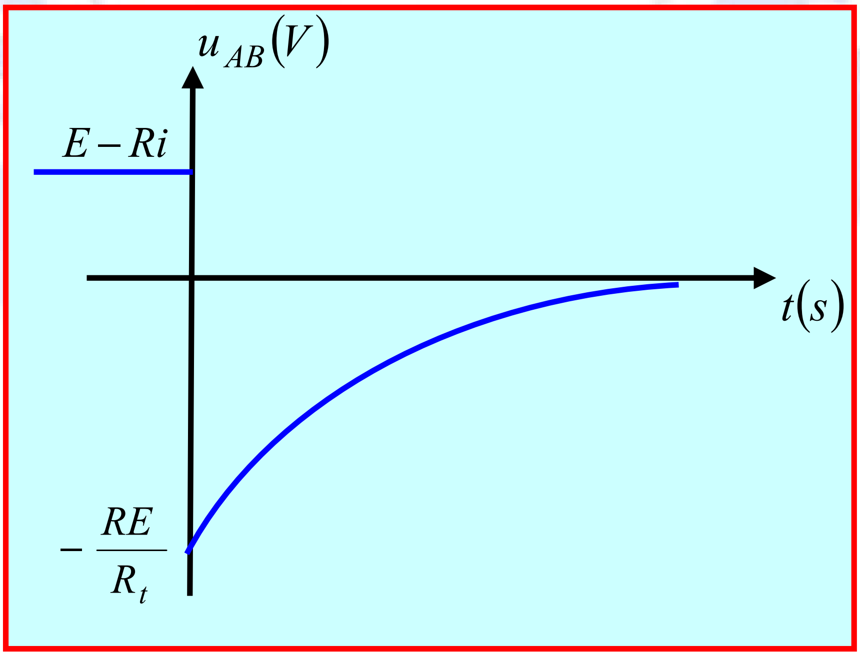
مباشرة بعد فتح القاطعة تصبح قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة:

$$u_{AB}(0^+) = -\frac{RE}{R_t} e^{-\frac{0}{\tau}} = -\frac{RE}{R_t}$$

نلاحظ أن:

$$u_{AB}(0^-) \neq u_{AB}(0^+)$$

إذن الدالة $u_{AB}(t)$ ليست مستمرة عند اللحظة $t = 0$.



6 – ثابت الزمن τ لثنائي قطب RL

6 – 1 – تعيين ثابت الزمن τ

هناك طريقتان لتعيين ثابت الزمن τ و هما مماثلتان لحالة دارة RC .

– الطريقة 1:

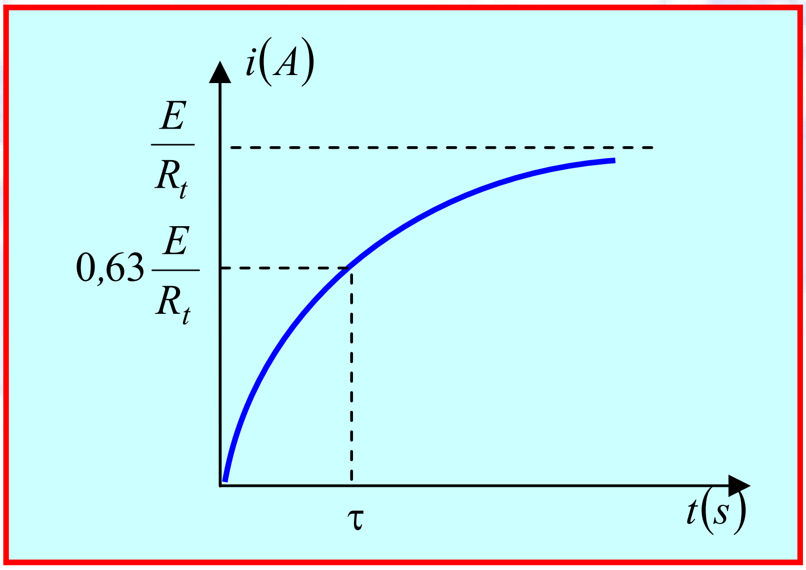
أ / في حالة ظهور التيار الكهربائي:

من المنحنى نعين قيمة المقدار $\frac{E}{R_t}$ و بما أن :

$$i(\tau)=\frac{E}{R_t}\left(1-e^{-1}\right)=0,63.\frac{E}{R_t}$$

نعين فاصلة النقطة التي ترتيبها $0,63\frac{E}{R_t}$.

تمثل هذه الفاصلة قيمة ثابت الزمن τ .



ب / في حالة انقطاع التيار الكهربائي :

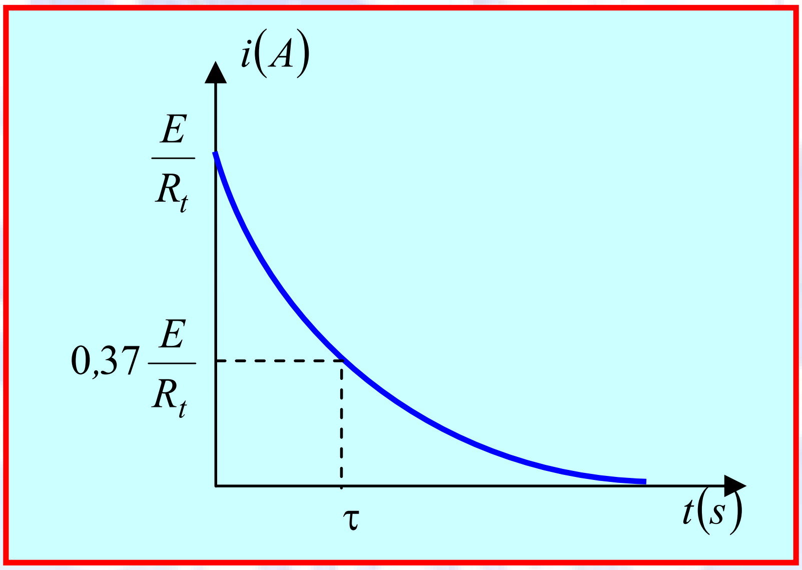
من المنحنى نعين قيمة المقدار $\frac{E}{R_t}$.

و بما أن :

$$i(\tau)=\frac{E}{R_t}e^{-1}=0,37\frac{E}{R_t}$$

نعين فاصلة النقطة التي ترتيبها $0,37\frac{E}{R_t}$.

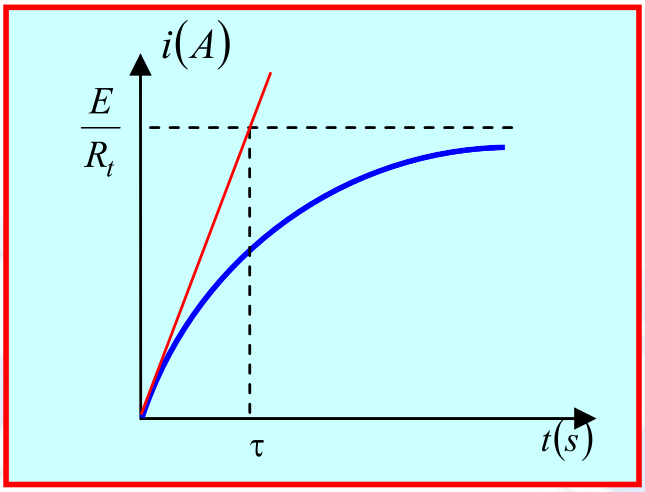
تمثل هذه الفاصلة قيمة ثابت الزمن τ .



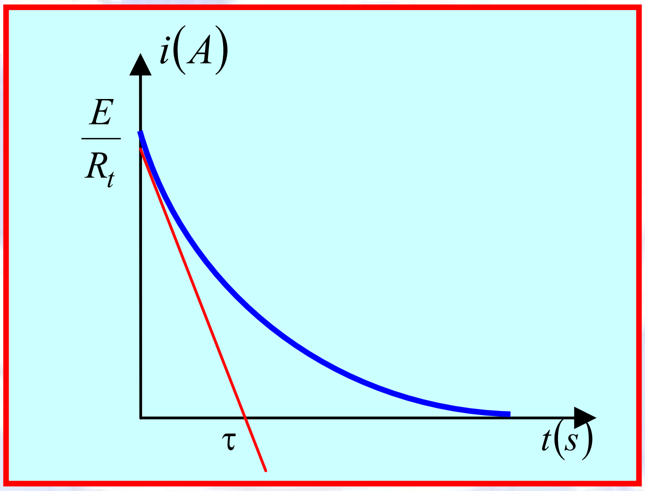
– الطريقة الثانية:

نقوم برسم المماس للمنحنى $i(t)$ عند اللحظة $t=0$

أ / في حالة ظهور التيار الكهربائي، ثابت الزمن τ يمثل فاصلة نقطة تقاطع المماس مع الخط المقارب الأفقي $\frac{E}{R_t}$ للدالة $i(t)$



ب / في حالة انقطاع التيار الكهربائي، ثابت الزمن τ يمثل فاصلة نقطة تقاطع المماس مع محور الأزمة.



6 – 2 – تأثير مميزات الدارة على ثابت الزمن τ .

رأينا في ما سبق أن ثابت الزمن يعطى بالعلاقة:

$$\tau = \frac{L}{R + r}$$

من خلال هذه العبارة و من خلال النشاطات التي قمنا بها في مقدمة هذا الموضوع نستنتج أن ثابت الزمن τ :

– يزداد مع زيادة الذاتية L للوشيعة.

– يتناقص مع زيادة مقاومة الكلية $R_t = R + r$

7 – الطاقة المخزنة في وشيعة :

باعتبار الوشيعة مستقبل (آخذة) (Récepteur)، التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة المثالية (Idéale) هو :

$$u = L\frac{di}{dt}.$$

الاستطاعة الكهربائية التي تتلقاها هي:

$$P_e = u.i = Li\frac{di}{dt}.$$

مشتق i^2 بالنسبة للزمن يكون:

$$\frac{di^2}{dt} = 2i\frac{di}{dt},$$

إذن:
$$P_e = \frac{d\left(\frac{1}{2}Li\right)^2}{dt}$$

و منه نجد:

$$P_e .dt = d\left(\frac{1}{2}Li\right)^2$$

$$E_{bob} = \int_0^t L.i.\frac{di}{dt}.dt = \int_0^i d\left(\frac{1}{2}.L.i^2\right)$$

و منه نجد عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة بن اللحظتين 0 و t

$$\boxed{E_{bob} = \frac{1}{2}.L.i^2}$$

أ