# I- تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة خلال شحنها وتفريغها في ناقل أومي.

1 – تقديم المكثفة

2 – ماذا يحدث للمكثفة عندما توصل في دارة كهربائية

3 – هل توجد مكثفات مستقطبة ؟

4 – ماذا تعني قيمة التوتر التي يكتبها الصانع على المكثفة؟

5 – سعة مكثفة: العلاقة $Q = C.U$

6 – تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة خلال شحنها و تفريغها في ناقل أومي

7 – تأثير كل من مقاومة الدارة و سعة المكثفة على المقدار $\tau$

8 – الطاقة المخزنة في مكثفة

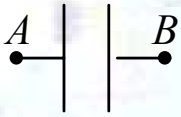
الدراسة النظرية

# النشاطات :

## 1 – تقديم المكثفة:

تتكون المكثفة من صفيحتين ناقلتين متقابلتين و يفصل بينهما عازل ( الهواء، ورق، خزف، برافين ... ).

تدعى كل صفيحة لبوسا. تحتوي المكثفة على لبوسين، ويرمز للمكثفة في دارة كهربائية بالرمز :



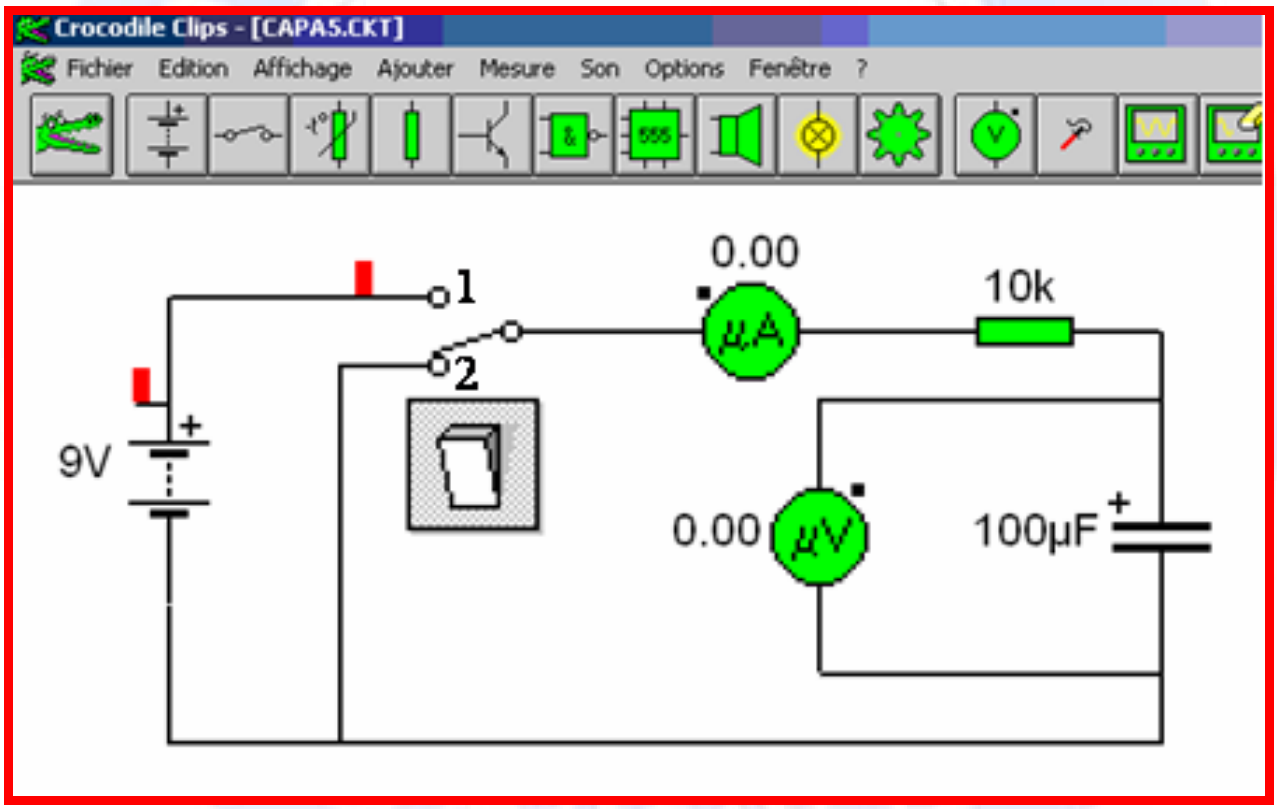

نجد المكثفة في السوق التجارية على عدة أشكال كما تبينه الصورة التالية

## 2 – ماذا يحدث للمكثفة عندما توصل في دارة كهربائية :

لملاحظة ما الذي يحدث للمكثفة لما تربط في دارة كهربائية نستعمل برنامج CROCODILE Clips و نحاول أن نفسر ماذا يحدث للمكثفة على المستوى المجهري عندما تركب في دارة كهربائية.

**- التفسير المجهري لشحن و تفريغ مكثفة**

نحقق بواسطة البرنامج Crocodile Clips دارة كهربائية ، بحيث تكون القاطعة في الوضع ( 2 ) كما هو مبين على التركيب التالي:



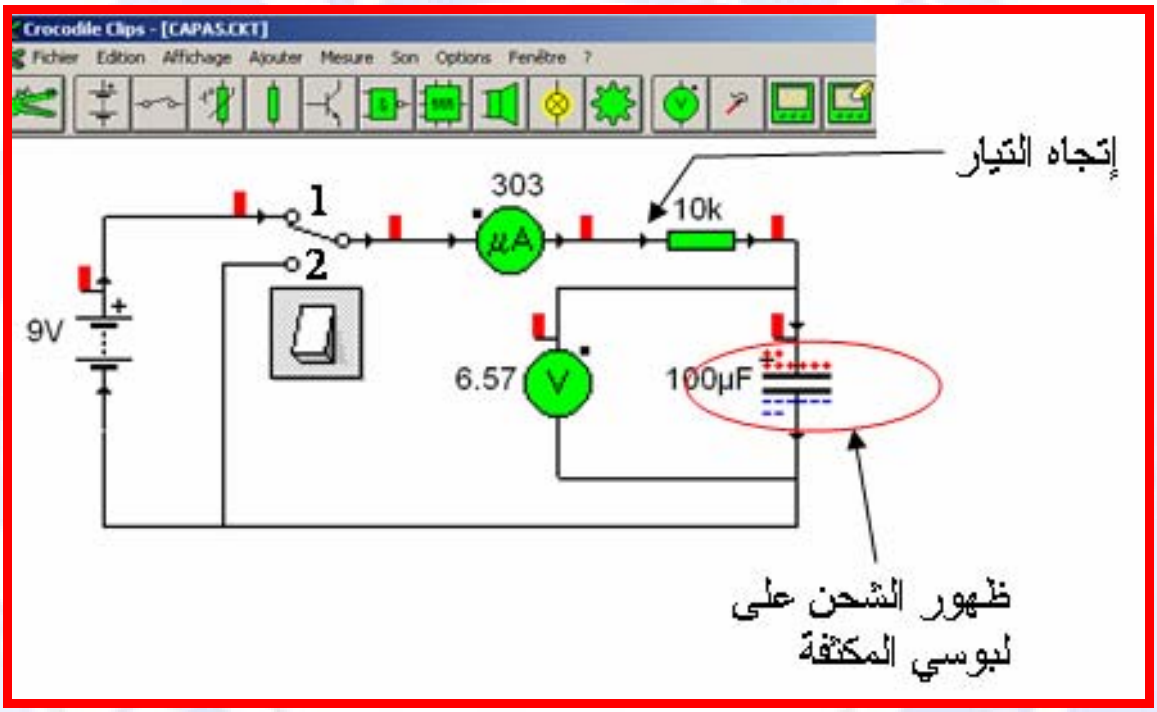

**في حالة الشحن:**

1 – ضع القاطعة في الوضع ( 1 ) ثم لاحظ اتجاه التيار بين طرفي المقاومة و لاحظ كذلك ماذا يحث على لبوسي المكثفة.

2 – كيف تفسر هذه الملاحظات على المستوى المجهري ؟

**تحليل النشاط:**

1 – عند وضع القاطعة في الوضع ( 1 ) تصبح المكثفة موصلة مع المولد. نلاحظ أن التيار الكهربائي يدخل في المقاومة من قطبها الذي يتصل بالقطب الموجب للمولد و يخرج من قطبها الأخر. كما أن لبوس المكثفة المتصل بالقطب الموجب للمولد تظهر عليه شحن موجبة بينما اللبوس المتصل بالقطب السالب للمولد تظهر عليه شحن سالبة، كما هو مبين على الشكل التالي:



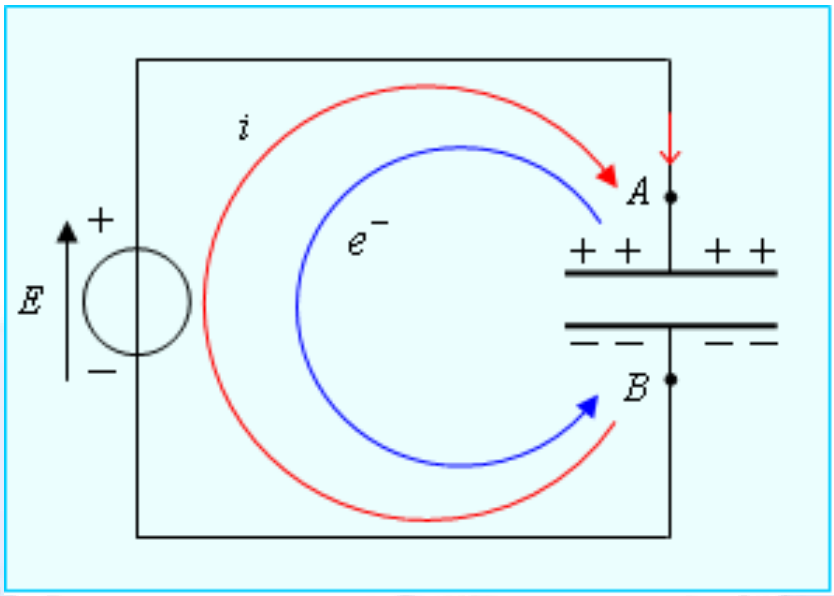

**2 – التفسير المجهري لهذه الملاحظات:**

عندما نركب مكثفة مع مولد ، كما تبينه الصورة، فإنه "يقتلع" الإلكترونات الحرة الموجودة في المعدن الذي يشكل الصفيحة $A$ و ينقلها نحو الصفيحة $B$ ، محدثا بذلك حركة للإلكترونات مما يؤدي إلى ظهور تيار كهربائي.

الشحن التي تصل إلى الصفيحة $B$ لا يمكنها اجتياز المكثفة لأن الصفيحتين يفصل بينهما عازل، وهذا ما يؤدي إلى تراكم هذه الشحن على هذه الصفيحة. نقولعندها **إن المكثفة تشحن.**

عند لحظة زمنية $t$ ، يحدث تراكم لكمية من الشحن $q_A$ الموجبة ( ناتجة من تناقص الإلكترونات ) على الصفيحة $A$ و يحدث كذلك تراكم كمية من الشحن $q_B$ السالبة ( ناتجة من تزايد الإلكترونات ) على الصفيحة $B$

اللبوس الذي يتصل بالقطب الموجب للمولد هو **اللبوس الموجب.**




**انطلاقا من مبدأ انحفاظ الشحنة، فإن الشحن $q_A$ و $q_B$ التي يحملها كل لبوس عند لحظة زمنية $t$ تحقق العلاقة:** $q_A = -q_B$

يحدث تكهرب الصفيحتين اختلالا في التوازن الكهربائي الموجود بين الصفيحتين $A$ و $B$، و هو ما ينشأ عنه توتر كهربائي $u_{AB}$ غير منعدم، بل يكون في تزايد مستمر إلى أن تبلغ قيمته قيمة التوتر بين طرفي المولد. عند هذه اللحظة تنعدم شدة التيار.

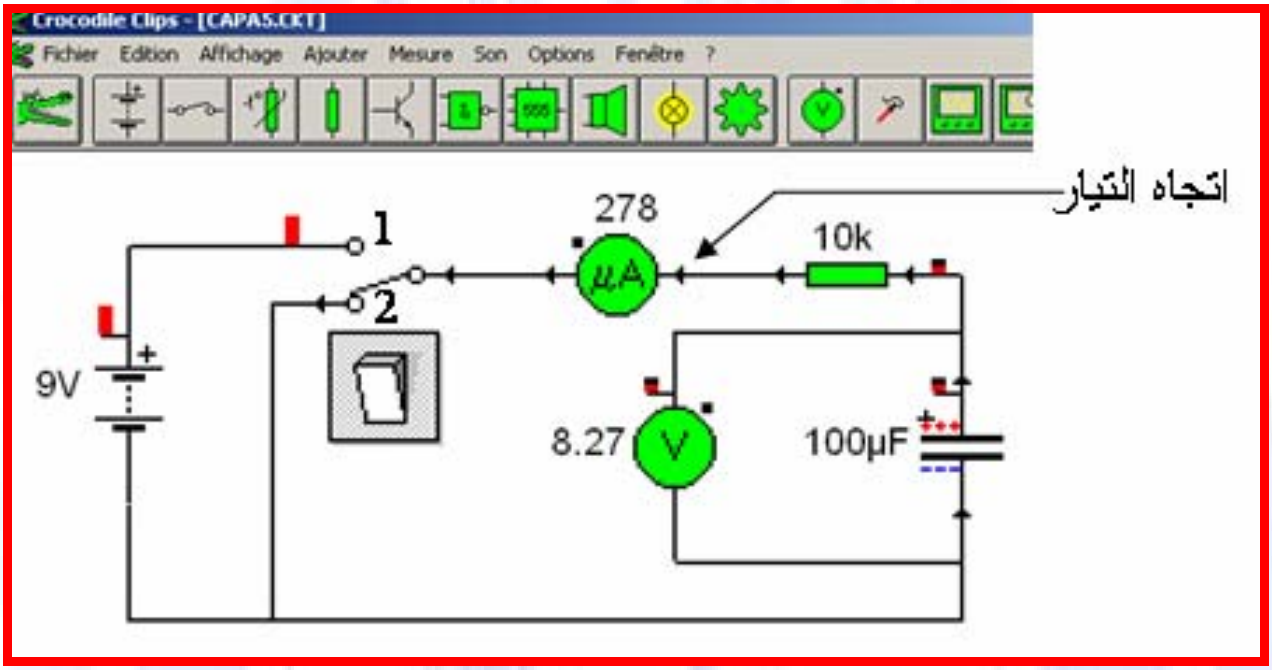
**في حالة التفريغ:**

1 – ضع القاطعة في الوضع ( 2 ) ثم لاحظ اتجاه التيار بين طرفي المقاومة و لاحظ كذلك ماذا يحث على لبوسي المكثفة.

2 – كيف تفسر هذه الملاحظات على المستوى المجهري ؟

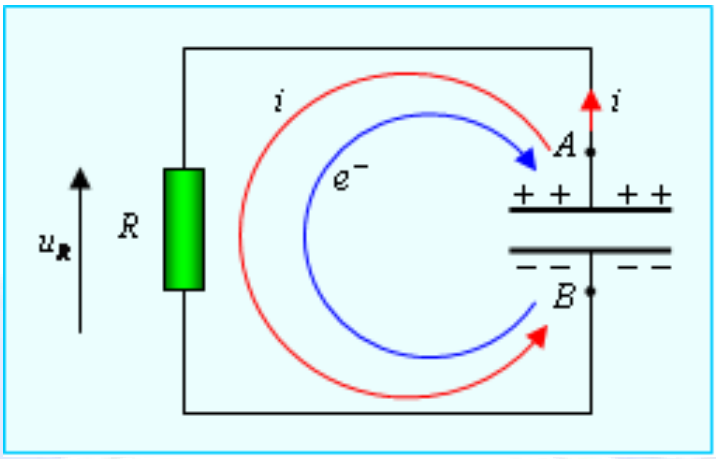
**تحليل النشاط:**

1 – عند وضع القاطعة في الوضع (2 ) تصبح المكثفة معزولة عن المولد. نلاحظ أن جهة التيار الكهربائي في هذه الدارة تكون عكس ما كانت عليه في دارة الشحن. كما أن الشحن الكهربائية التي كانت متراكمة على اللبوسين تأخذ في الزوال تدريجيا مع مرور مدة التفريغ.



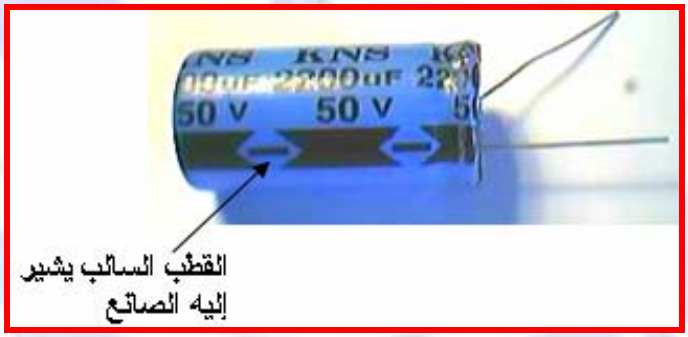

**2 – التفسير المجهري لهذه الملاحظات:**

في غياب المولد في الدارة، فإن الإلكترونات التي تكون قد تراكمت على اللبوس السالب عند الشحن، تنتقل عبر أسلاك التوصيل و عبر المقاومة نحو اللبوس الموجب. يظهر نتيجة لذلك تيار كهربائي من الصفيحة الموجبة نحو الصفيحة السالبة، و تتناقص ، مع مرور الوقت، كمية الشحن التي كانت قد تراكمت على اللبوسين أثناء عملية الشحن. نقول: **إن المكثفة تفرغ**




## 3 – هل توجد مكثفات مستقطبة ؟

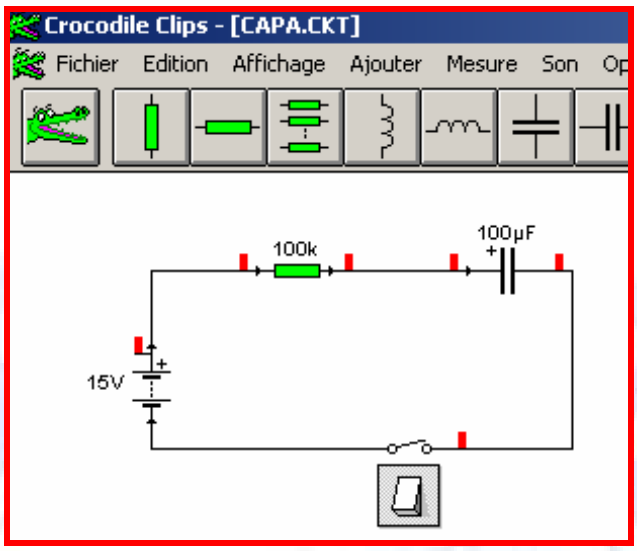
عند ملاحظتنا لبعض المكثفات، و التي تدعى المكثفات الكيميائية، نلاحظ أن الصانع يشير إلى قطبها السالب كما تبرزه الصورة التالية:




**لماذا يشير الصانع إلى القطب السالب للمكثفة الكيميائية ؟**

**نشاط 1:**

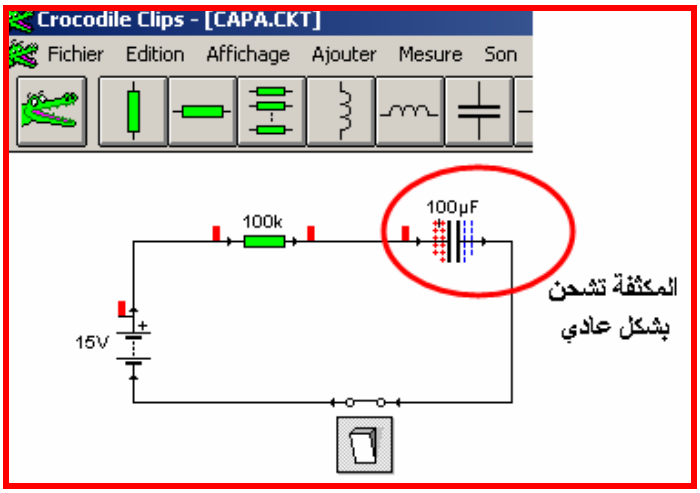
نحقق الدارة الكهربائية التالية باستعمال مكثفة كيميائية. نراعي أن يكون القطب الموجب لهذه المكثفة متصلا بالقطب الموجب للمولد كما هو مبين على الصورة.




نقوم بغلق القاطعة. هل تشتغل المكثفة بأمان ؟

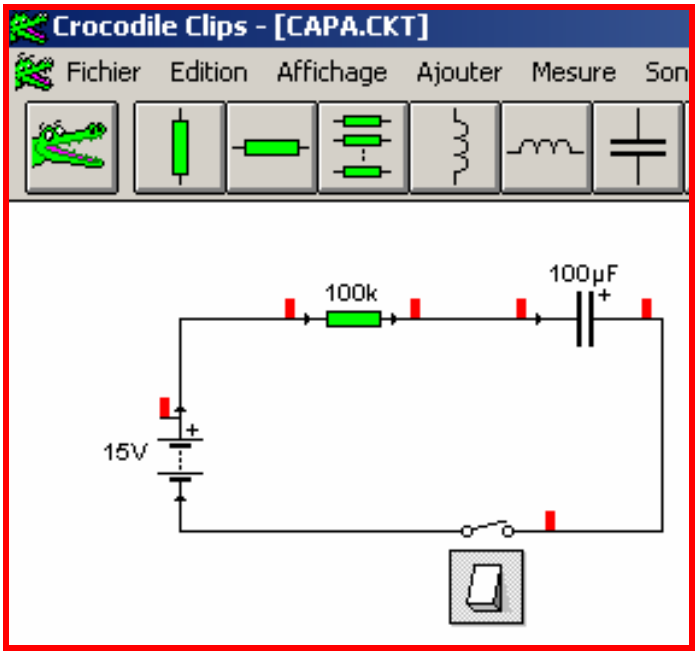
**تحليل النشاط:**

عند غلق القاطعة نلاحظ أن المكثفة تشحن بشكل عادي، فهي تشتغل بشكل عادي.




## نشاط 2:

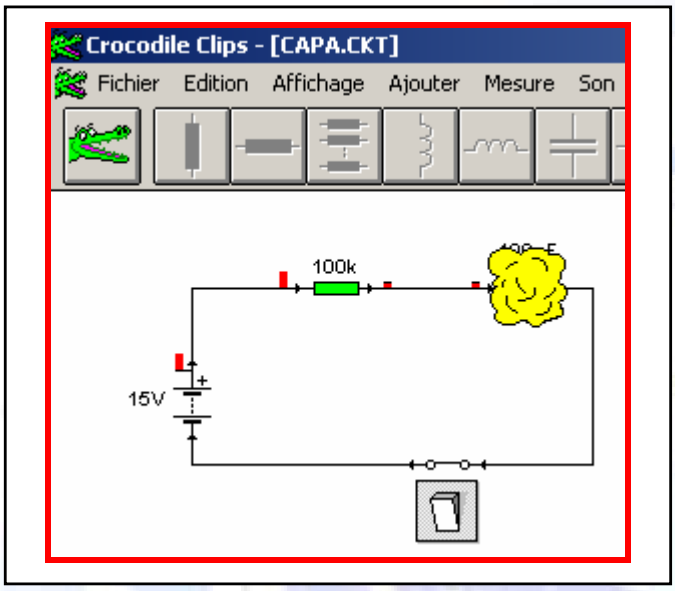
نحافظ على الدارة الكهربائية السابقة بنفس عناصرها و لكن هذه المرة نقلب المكثفة الكيميائية بحيث يتصل قطبها السالب بالقطب الموجب للمولد، كما يبينه الشكل التالي:



1 – نقوم بغلق القاطعة. ماذا تلاحظ ؟

2 – ماذا تستنتج في ما يخص توصيل المكثفة المستقطبة ؟

**تحليل النشاط:**




1 – ثواني فقط بعد غلق القاطعة تنفجر المكثفة.

2 – عند توصيل المكثفة المستقطبة يجب أخذ الاحتياط التالي:

**القطب السالب للمكثفة يتصل بالقطب السالب للمولـد**

## 4 – ماذا تعني قيمة التوتر التي يكتبها الصانع على المكثفة؟

نلاحظ أن الصانع، زيادة على سعة المكثفة التي يكتبها فوق المكثفة، فإنه يشير إلى قيمة أخرى، مقدرة بالفولط.


يشير الصانع إلى القيمة 50 V.

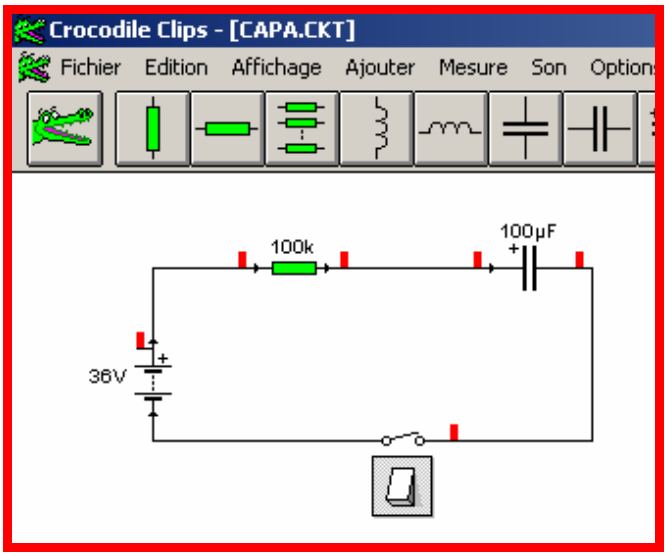
يشير الصانع إلى القيمة 250 V.

**نشاط:**

نأخذ مكثفة مكتوبا عليها القيمتين التاليتين: $C=100\mu F$ و $35\,V$.

لمعرفة مدلول القيمة $35\,V$، نحقق دارة كهربائية باستعمال برنامج CROCOCLIP و هذا لكي نتجنب إتلاف الأجهزة.

تحتوي هذه الدارة على مولد كهربائي للتوتر المستمر، ناقل أومي مقاومته $R=100K\Omega$ و قاطعة.




1 – تحقق الدارة الكهربائية، و القاطعة مفتوحة، ثم أضبط قيمة التوتر الكهربائي الذي يطبقه المولد على القيمة $36\,V$ كما هو مبين على الشكل.

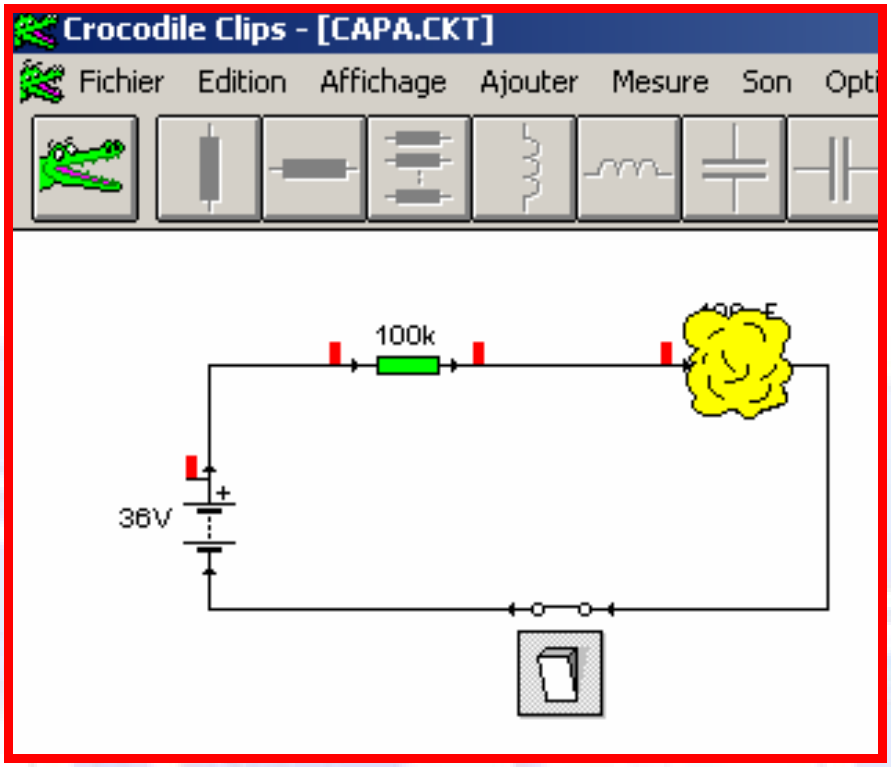
2 – أغلق القاطعة ثم انتظر قليلا ( حوالي 40 s ). ماذا تلاحظ ؟

3 – ماذا تستنتج في ما يخص القيمة $35\,V$ ؟

**تحليل النشاط:**

1 - تحقيق الدارة

2 – بعد حوالي $40\ s$ من لحظة غلق القاطعة، تتخرب المكثفة.




3 – نستنتج أن القيمة $35\,V$ هي القيمة العظمى التي تتحملها المكثفة دون أن تتخرب. فيجب، إذن، قبل توصيل المكثفة في دارة كهربائية، اختيار المكثفة التي تصلح من حيث السعة و كذلك من حيث التوتر الأعظمي الذي تتحمله بين طرفيها.

يسمى هذا التوتر : **توتر التخريب ( Tension de claquage ).**

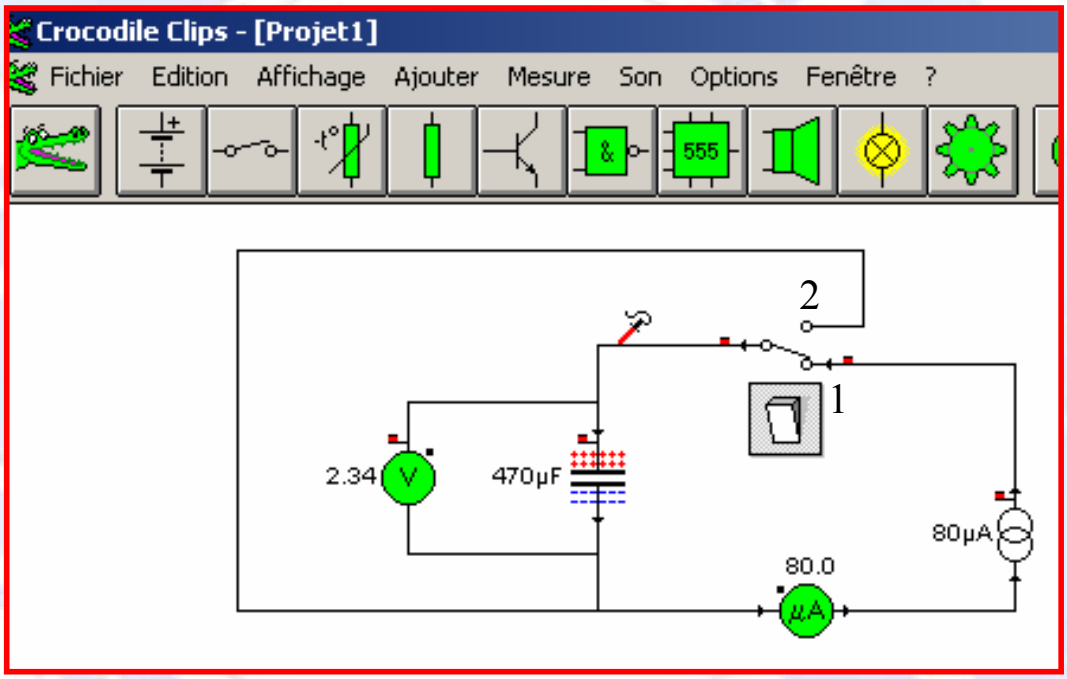
## 5 – سعة مكثفة: العلاقة $Q = C.U$

**نشاط:**

**شحن مكثفة بتيار ثابت.**

لتحقيق هذا النشاط نستعمل برنامج crocodile CLIP .

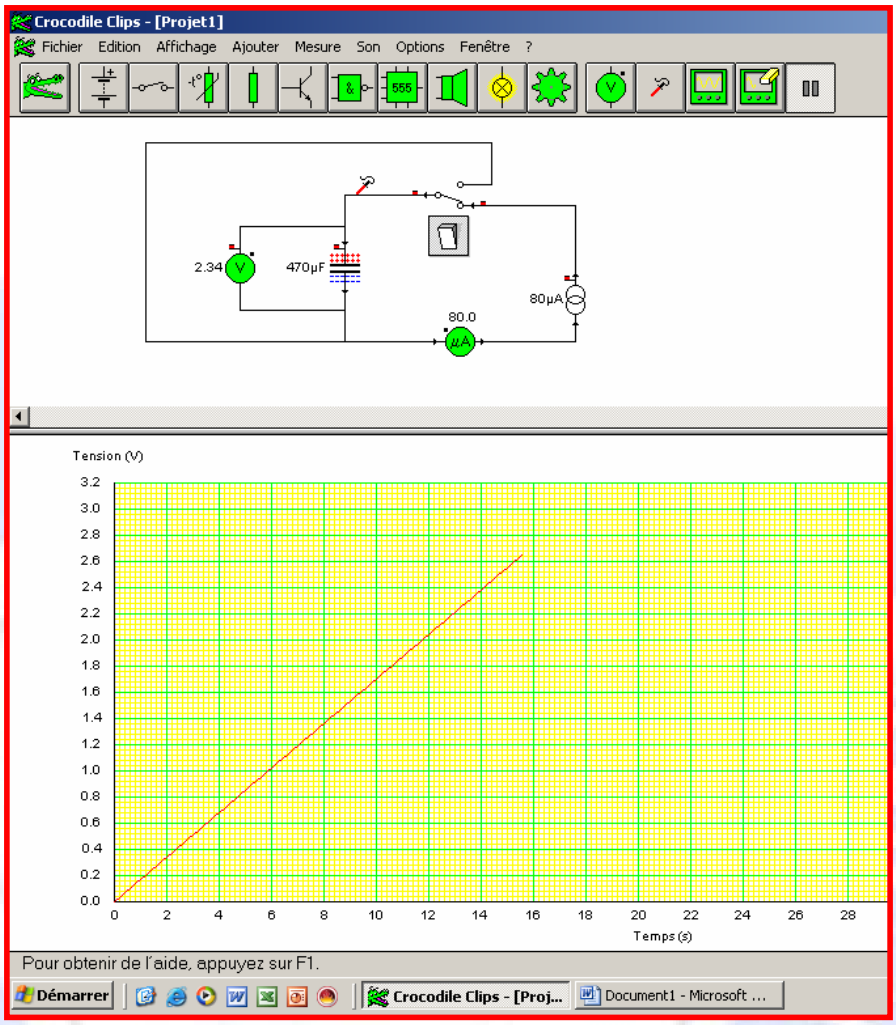
نحقق التركيب المبين على الشكل التالي:




- نستعمل مكثفة يكون مكتوب عليها $C = 470\mu F$
- مولد للتيار المستمر يغذي الدارة بتيار ثابت قيمته $i = 80\mu A$
- أمبير متر و فولط متر يوصلان في الدارة كما هو مبين على التركيب.

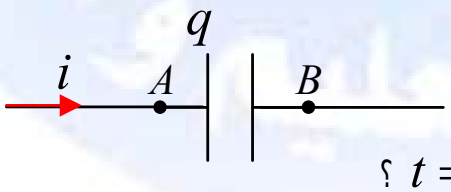
قبل الشروع في الدراسة تكون القاطعة في الوضع (2).

نقلب القاطعة في الوضع ( 1 ) و نتابع تغيرات التوتر $u_c$ بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن فنحصل على ما يلي:




نعتبر أن شدة التيار الذي تجتاز الفرع الذي يحتوي على المكثفة تعطى بالعلاقة:

$$i = \frac{dq}{dt}$$




1 – ما هي قيمة الشحنة $q_A$ في اللحظة $t = 0$ ؟

2 – علما أن شدة التيار في هذه التجربة هي شدة ثابتة و قيمتها $(i)$، بين أنه من أجل $t > 0$ فإن $q_A$ تتناسب طرديا مع $t$. ما هو ثابت التناسب ؟

3 – باستعمال البيان الذي تحصلت عليه، و كذلك نتيجة السؤال السابق، بين أن $q_A$ تتناسب طردا مع $u_C$.

4 – ثابت التناسب الموجود بين $q_A$ و $u_c$ هو مقدار مميز للمكثفات، يدعى **السعة**. يرمز لهذا المقدار بالرمز $C$ و وحدته في جملة الوحدات الدولية هي **الفاراد** $(F)$. استنتج قيمة السعة $C$ للمكثفة التي استعملت في هذه التجربة ثم قارنها مع القيمة التي كتبت عليها.

5 – لماذا يجب تفادي لمس قطبي مكثفة مشحونة ؟

6 – لماذا توضع هذه المعلومة على بعض الأجهزة الكهرومنزلية " يجب عدم فتح الجهاز حتى ولو كان خارج التغذية " ؟

**تحليل النشاط:**

1 – في اللحظة $t=0$ تكون $q_A=0$.

2 – لدينا من معطيات التحليل :

$$i=\frac{dq}{dt}$$

و منه نجد:

$$q_A=i.t+q_A(t=0)$$

و بما أن في اللحظة $t=0$ تكون $q_A=0$ ، نجد:

$$q_A=i.t \quad .....(1)$$

نلاحظ أن ثابت التناسب هو : $i$

3 – البيان الذي تحصلنا عليه عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ ، معادلته :

$$u_c=K.t \quad .....(2)$$

حيث $K$ يمثل ثابت التناسب و هو كذلك معامل توجيه المستقيم.

نستخرج الزمن $t$ من العبارة ( 2 ):

$$t=\frac{u_c}{K} \quad ..... \quad (3)$$

نعوض (3) في (1) فنجد:

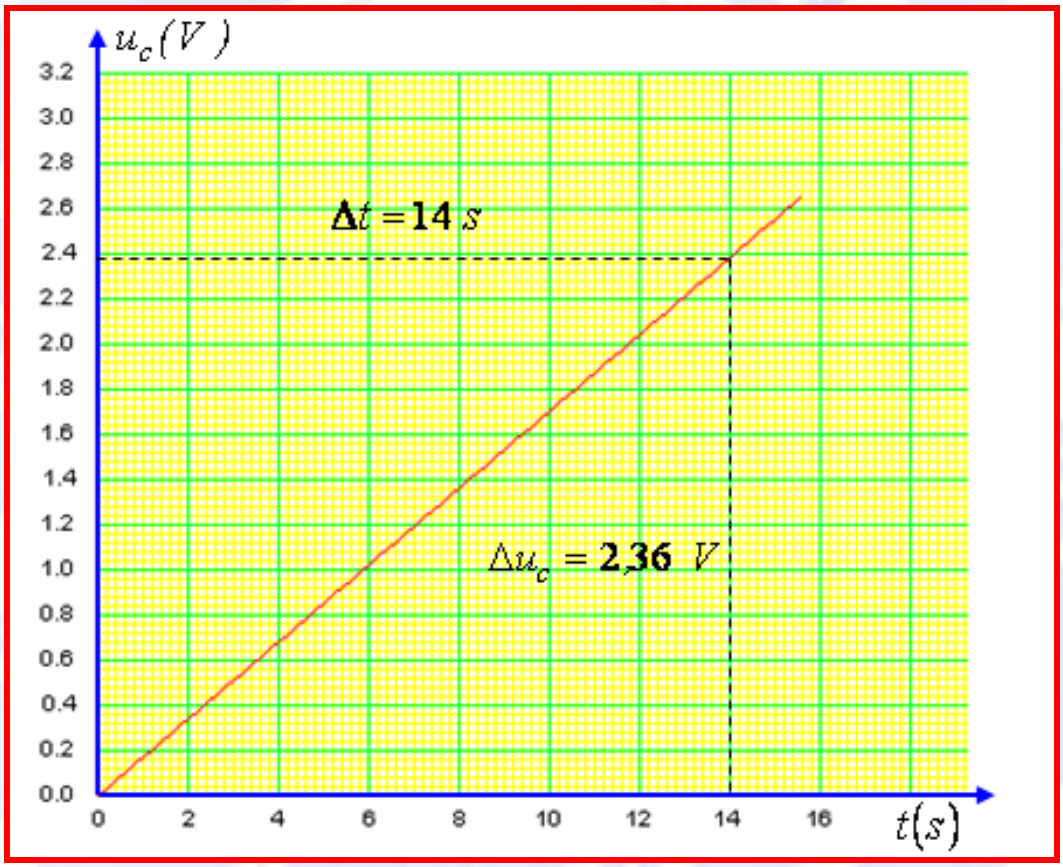
$$\boxed{q_A=\left(\frac{i}{K}\right).u_c}$$

مع $\left(\frac{i}{K}\right) = cst$ .

4 – حسب نص النشاط يمكن أن نضع:

$$C = \left(\frac{i}{K}\right)$$

– من البيان نجد:




$$K = \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = \frac{2{,}36}{14} = 0{,}17$$

و منه نستنتج قيمة السعة:

$$C = \frac{i}{K} = \frac{80.10^{-6}}{0{,}17} = 470{,}6\ \mu F$$

$$C = 470{,}6\ \mu F$$

نرى أن القيمة التي أشار إليها الصانع تتفق مع القيمة التي تم استخراجها من خل هذه الدراسة.

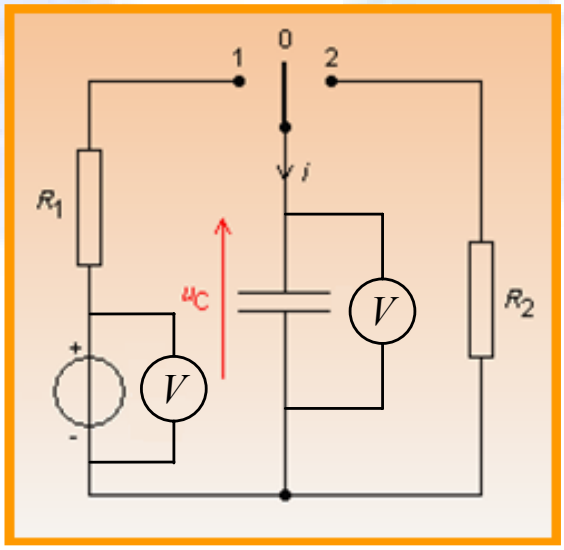
5 – عندما تكون مكثفة مشحونة فإنه يوجد توتر كهربائي بين قطبيها. عند لمس هذين القطبين فإننا نتلقى صدمة كهربائية.

6 – الأجهزة الكهرومنزلية تستعمل مكثفات، وتبقى هذه الأخيرة مشحونة حتى عند عزل الأجهزة عن التغذية، و لتفادي الصدمة الكهربائية يحذر الصانع من عدم فتح هذه الأجهزة حتى و لو كانت غير مغذاة.

## 6 – تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة خلال شحنها و تفريغها في ناقل أومي

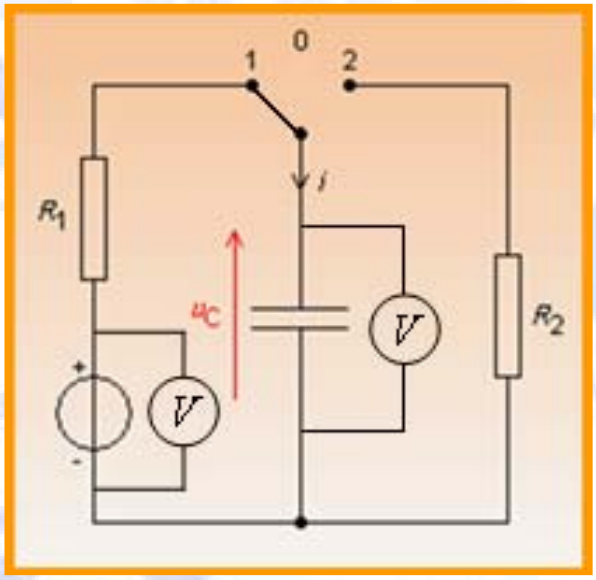
نحقق الدارة الكهربائية التالية: $R_1 = 10K\Omega$ ، $C = 2200\mu F$ كيميائية، $E = 6V$

نركب فولط متر رقمي بين طرفي كل من المولد و المكثفة.



**6 – 1 – تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة خلال عملية شحنها.**

نضع القاطعة في الوضع ( 1 ) كما هو مبين على الشكل التالي:




في نفس اللحظة نشغل الميقاتية و نتابع تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن. نتائج القياس نلخصها في الجدول التالي:

| t(s) | 0 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_c$(V) | 0 | 1,19 | 2,10 | 2,79 | 3,32 | 3,72 | 4,03 | 4,22 | 4,44 | 4,57 | 4,67 |

1 – أرسم المنحنى $u_c = f(t)$.

2 – أرسم المماس عند المبدأ.

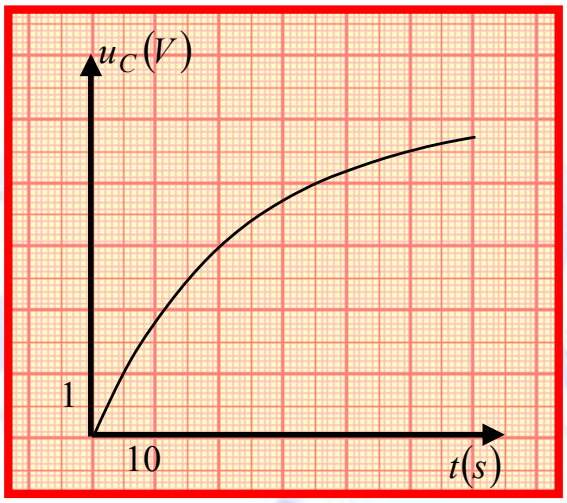
3 – نرمز لفاصلة نقطة تقاطع المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ مع المستقيم الذي معادلته $u_c = E$ بالرمز $(\tau)$. عين هذه الفاصلة.

4 – يعرف الجداء $(RC)$ على أنه ثابت الزمن لثنائي القطب $RC$. قارن بين $(\tau)$ و الجداء $RC$. استنتج.

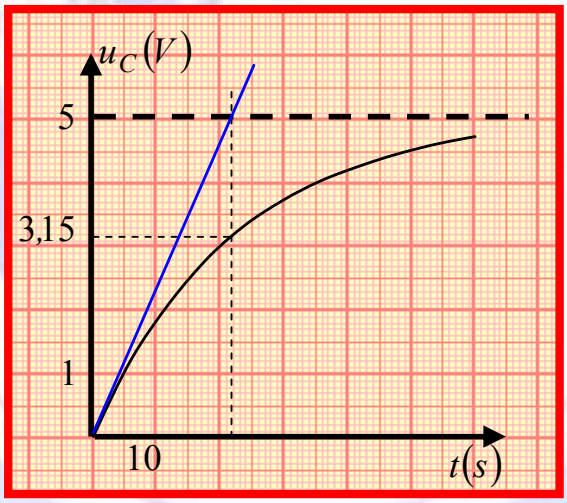
5 – أوجد باستعمال الوحدات الدولية ، وحدة المقدار $RC$

**تحليل النشاط:**

1 – رسم البيان.




2 و 3 – رسم المماس عند المبدأ موضح على البيان.




تحديد فاصلة نقطة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $u_c = E = 5V$.

من البيان نجد: $t = 10 \times 2,2 = 22s$

$$\boxed{t = 22\ s}$$

4 – نحسب أولا الجداء $RC$

$$R.C = 10.10^3 \times 2200.10^{-6}$$

فنجد:

$$R\ .C\ = \ 22$$

مقارنة الجداء $R\ .C$ مع $(\tau)$.

$$\frac{RC}{\tau} = 1$$

إذن :

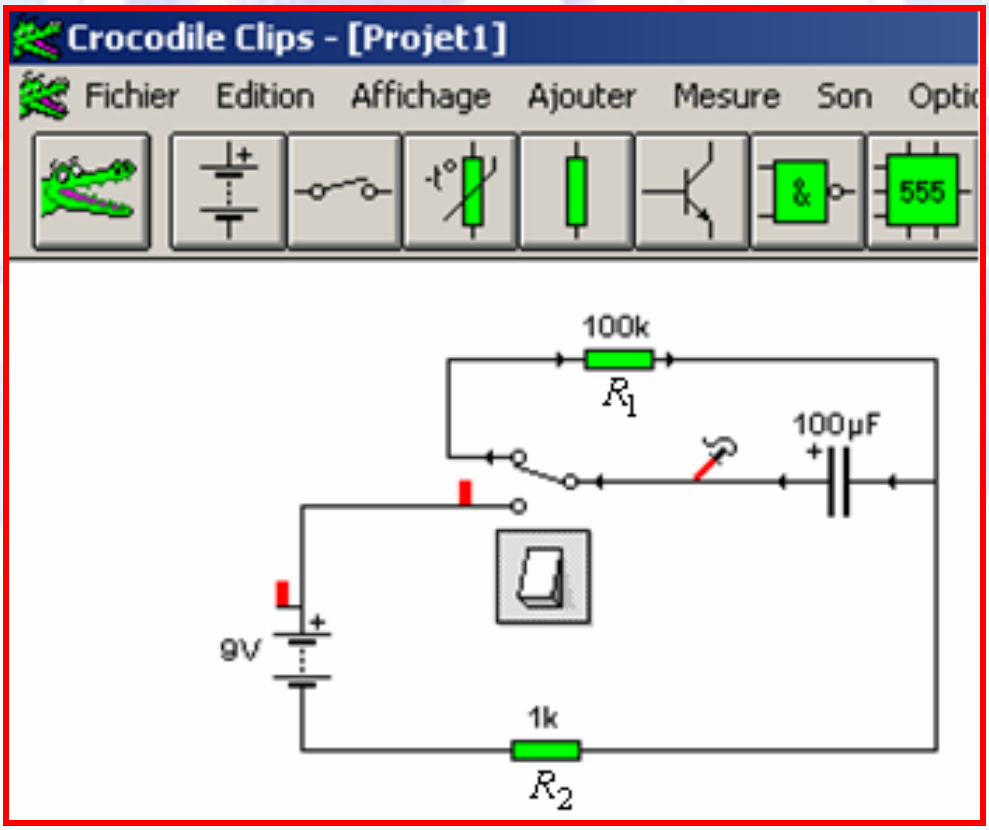
$$R\ .C = \tau$$

نستنتج من خلال هذا التحليل أن ثابت الزمن الخاص بثنائي القطب $RC$ يساوي قيمة الجداء $RC$ . و عليه نكتب:

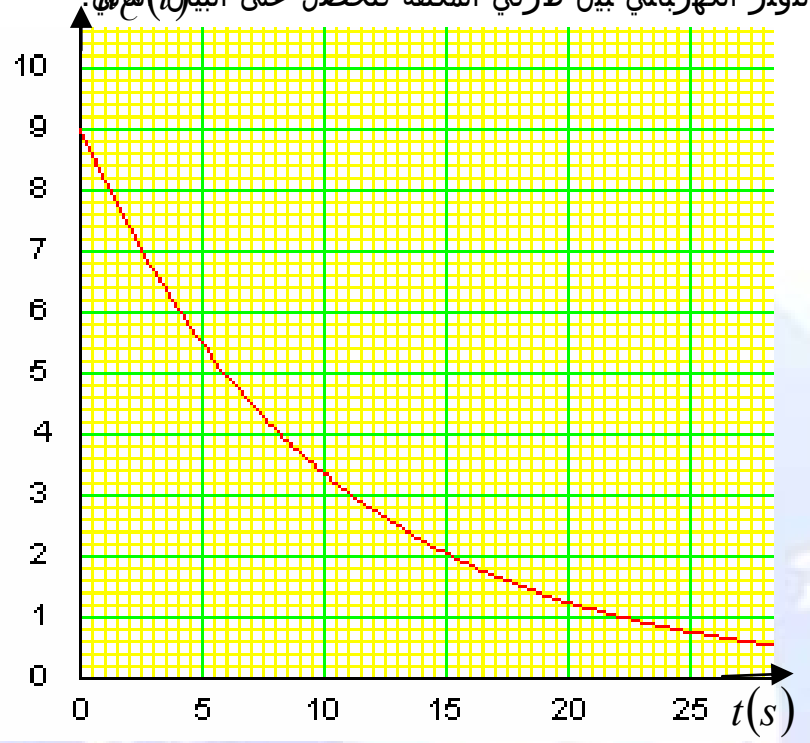
$$\boxed{R\ .C = \tau}$$

**6 – 2 – تطور التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة خلال عملية تفريغها.**

بواسطة برنامج Crocodile clips نحقق الدارة الكهربائية المبينة على الشكل:



نتابع تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة فنحصل على البيان التالي: $u_C(t)$



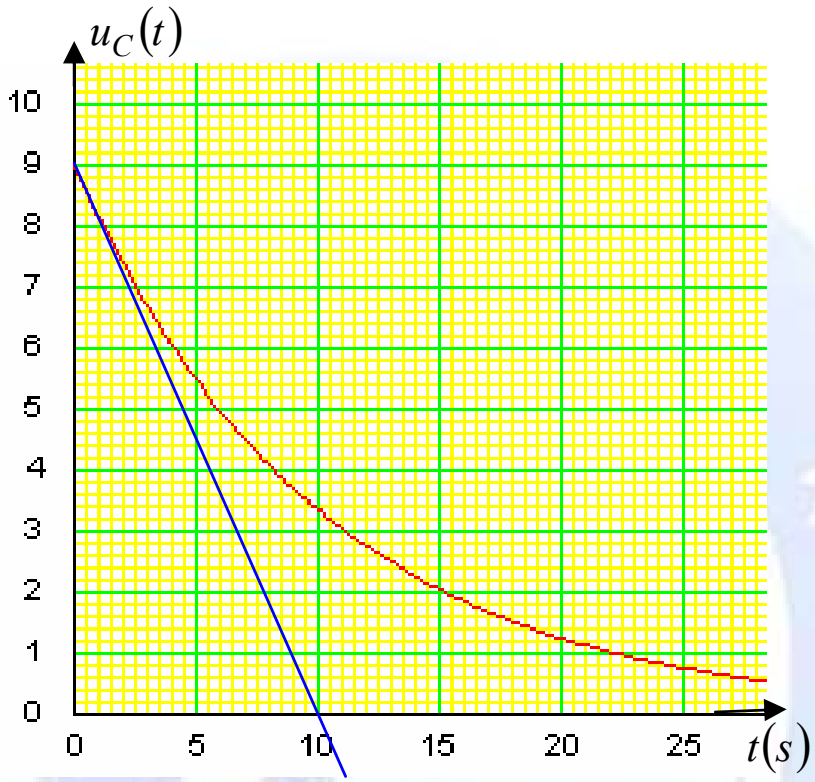

1 – أرسم المماس عند النقطة التي ترتيبها $u_C(t=0)=9V$

2 – نسمي فاصلة نقطة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $u_C = 0\,V$ ثابت الزمن و نرمز لها بالرمز: $(\tau)$ . حدد هذه الفاصلة.

3 – قارن هذه الفاصلة مع الجداء $RC$

**تحليل النشاط:**

1 – رسم المماس مبين على الشكل التالي:




2 – فاصلة نقطة تقاطع المماس مع المستقيم الذي معادلته $u_C = 0\,V$ هي:

$$\boxed{\tau = 10\ s}$$

3 – نقوم بحساب الجداء $RC$ :

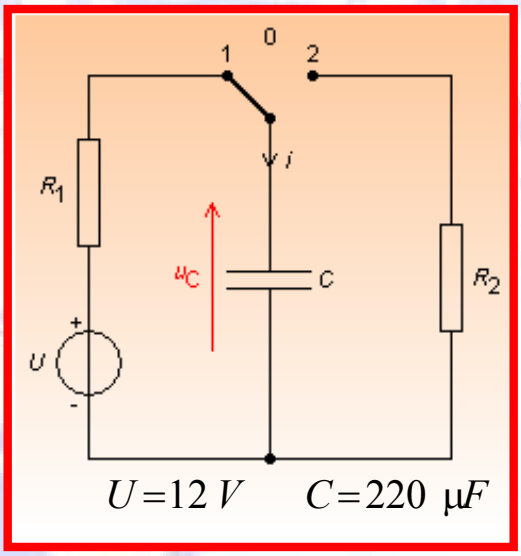
$$RC = 10.10^3 \times 100.10^{-6} = 10$$

نلاحظ أن الجداء $RC$ يساوي ثابت الزمن $(\tau)$

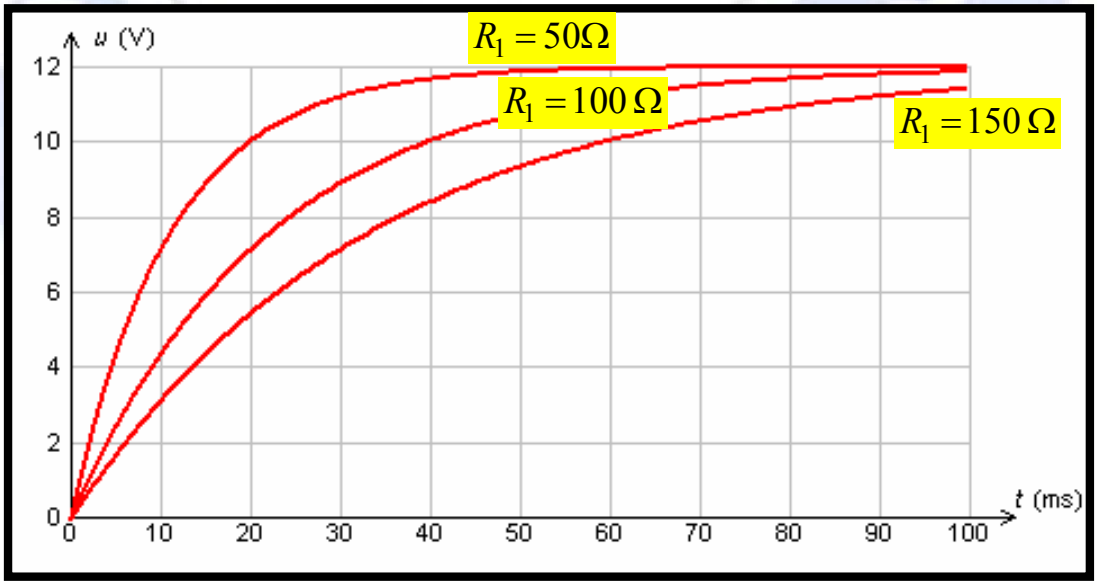
## 7 – تأثير كل من مقاومة الدارة و سعة المكثفة على المقدار $\tau$

**نشاط 1: تأثير المقاومة $R$**

نحقق الدارة الكهربائية التالية و هذا باستعمال برنامج Micromega




نحقق الرسم البياني لثلاثة منحنيات في نفس البيان. في كل مرة نغير قيمة المقاومة $R_1$ ، فنحصل على المنحنيات التالية:



1 – أحسب قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ .

2 – استنتج قيمة المقدار $\tau$ بالنسبة لكل منحنى.

3 – ماذا تستنتج في ما يخص تغير $\tau$ مع قيمة المقاومة التي تشحن عبرها المكثفة.

**تحليل النشاط:**

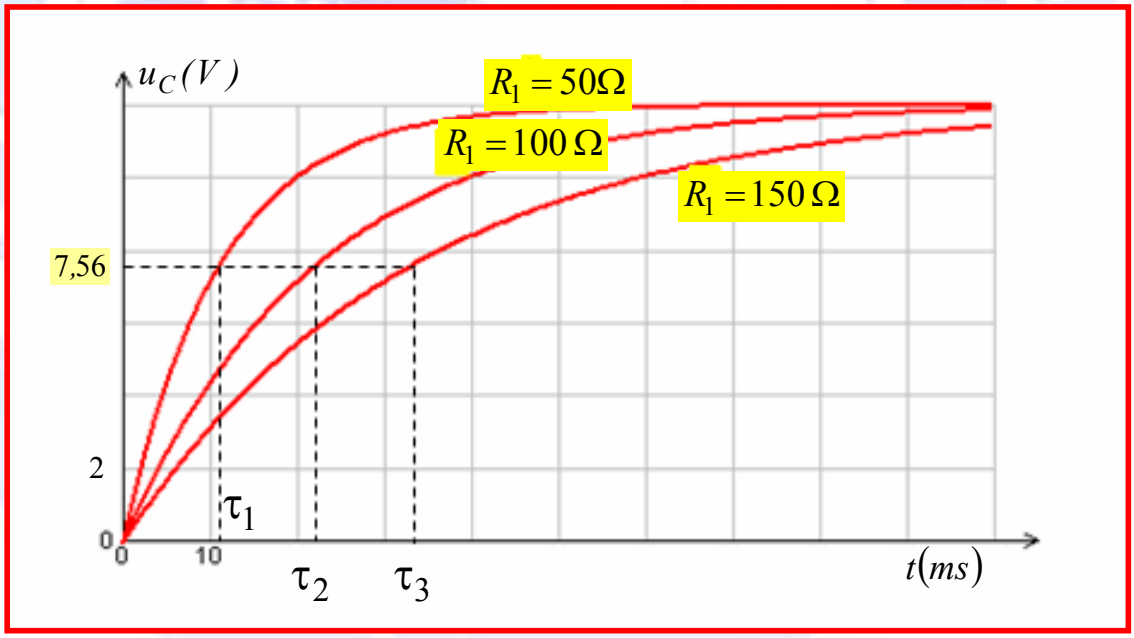
1 – العبارة التي تعطي قيمة التوتر اللحظي بين طرفي المكثفة هي:

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

نعوض $t = \tau$ في هذه المعادلة فنجد:

$$u_C(t = \tau) = 0,63.E \quad = 0,63 \times 12 = 7,56\,V$$

2 – نعين على هذه المنحنيات ، فاصلة النقطة التي ترتيبها هي $u_C = 7,56\,V$ هي $\tau$




– بالنسبة للمنحنى رقم 1 : $\tau_1 = 10,8\ ms$

– بالنسبة للمنحنى رقم 2 : $\tau_2 = 22\ ms$

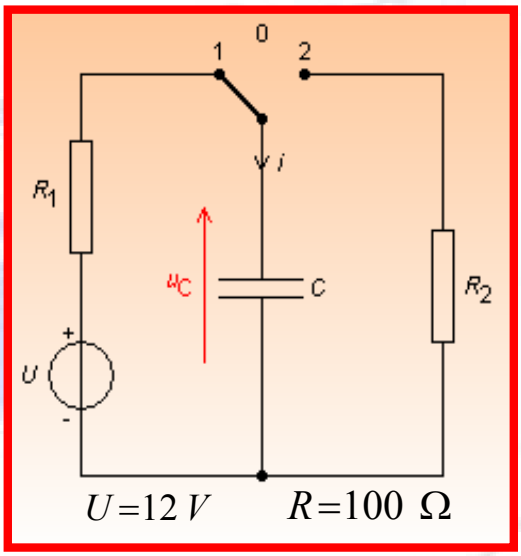
– بالنسبة للمنحنى رقم 3: $\tau_3 = 33,2\ ms$

## 3 – الاستنتاج :

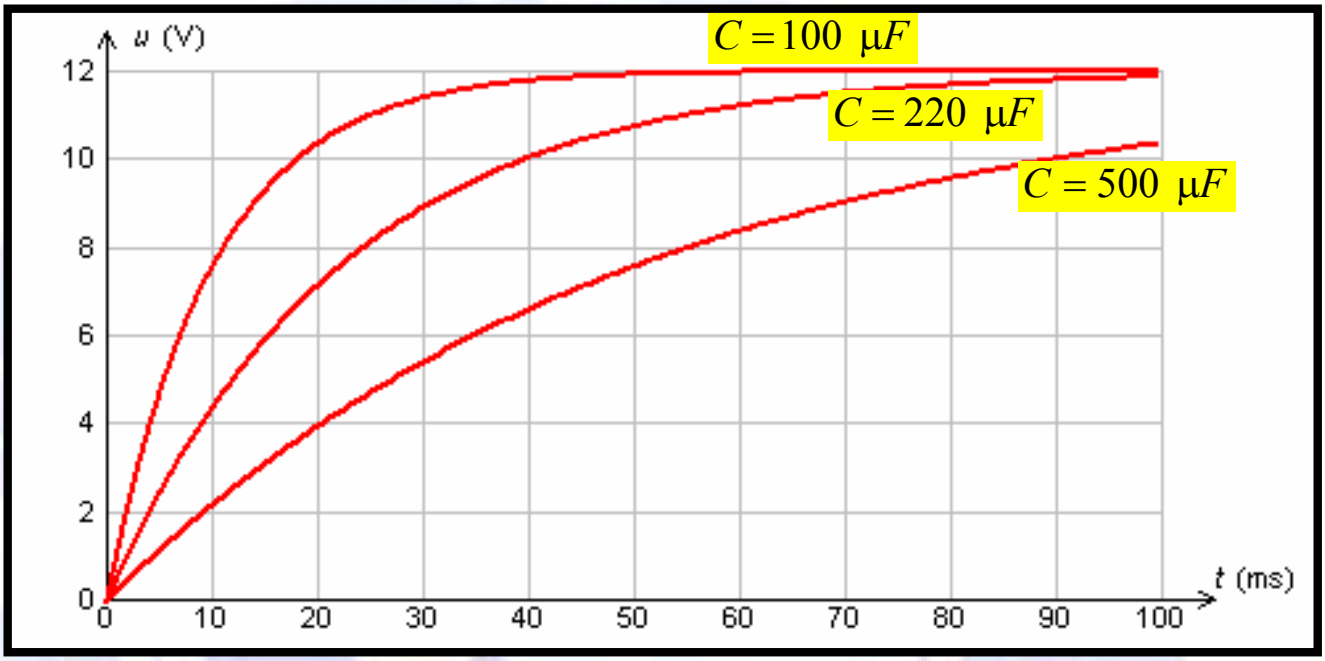
| |
|---|
| يزداد ثابت الزمن $\tau$ مع زيادة قيمة المقاومة التي تشحن عبرها المكثفة. |

**نشاط 2: تأثير سعة المكثفة:**

نحقق الدارة الكهربائية التالية و هذا باستعمال برنامج Micrométga.



نحقق الرسم البياني لثلاثة منحنيات في نفس البيان. في كل مرة نغير قيمة المقاومة $C$ ، فنحصل على المنحنيات التالية:




1 – أحسب قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ .

2 – استنتج قيمة المقدار $\tau$ بالنسبة لكل منحنى.

3 – ماذا تستنتج في ما يخص تغير $\tau$ مع تغير قيمة سعة المكثفة.

**تحليل النشاط:**

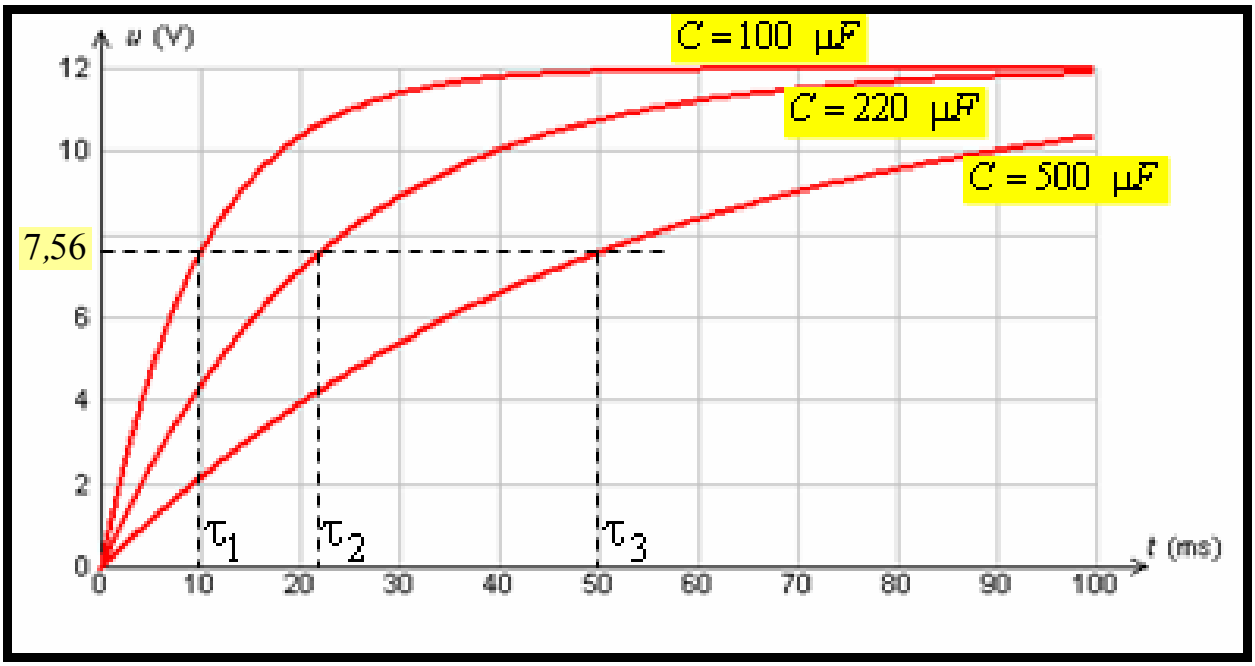
1 – العبارة التي تعطي قيمة التوتر اللحظي بين طرفي المكثفة هي:

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

نعوض $t = \tau$ في هذه المعادلة فنجد:

$$u_C(t = \tau) = 0,63.E \quad = 0,63 \times 12 = 7,56\,V$$

2 – على هذه المنحنيات ، فاصلة النقطة التي ترتيبها هي $u_C = 7,56V$ هي $\tau$




- بالنسبة للمنحنى رقم 1 : $\tau_1 = 10 \ ms$
- بالنسبة للمنحنى رقم 2 : $\tau_2 = 22 \ ms$
- بالنسبة للمنحنى رقم 3: $\tau_3 = 50 \ ms$

**3 – الاستنتاج:**

| |
|---|
| يزداد ثابت الزمن $\tau$ مع زيادة قيمة سعة المكثفة. |

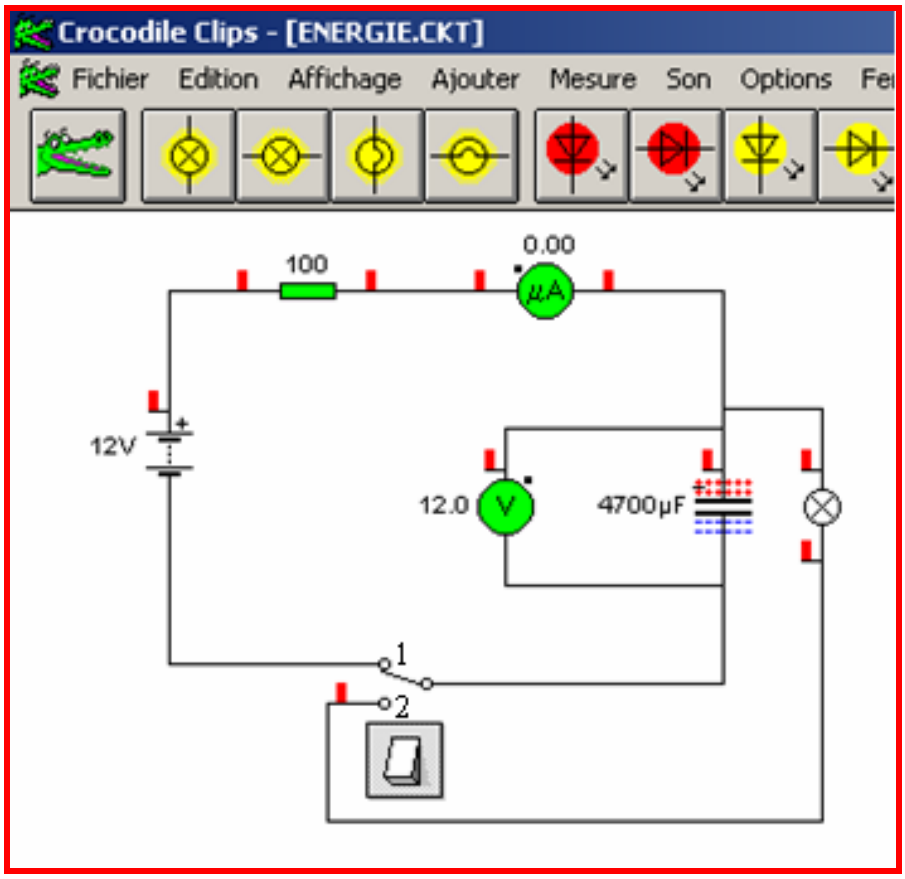
**ملاحظة:**

نصل إلى نفس الاستنتاج عندما نقوم بتفريغ المكثفة.

## 8 – الطاقة المخزنة في مكثفة :

**نشاط:**

نحقق باستعمال برنامج Crocodile Clips الدارة الكهربائية المبينة على الشكل:



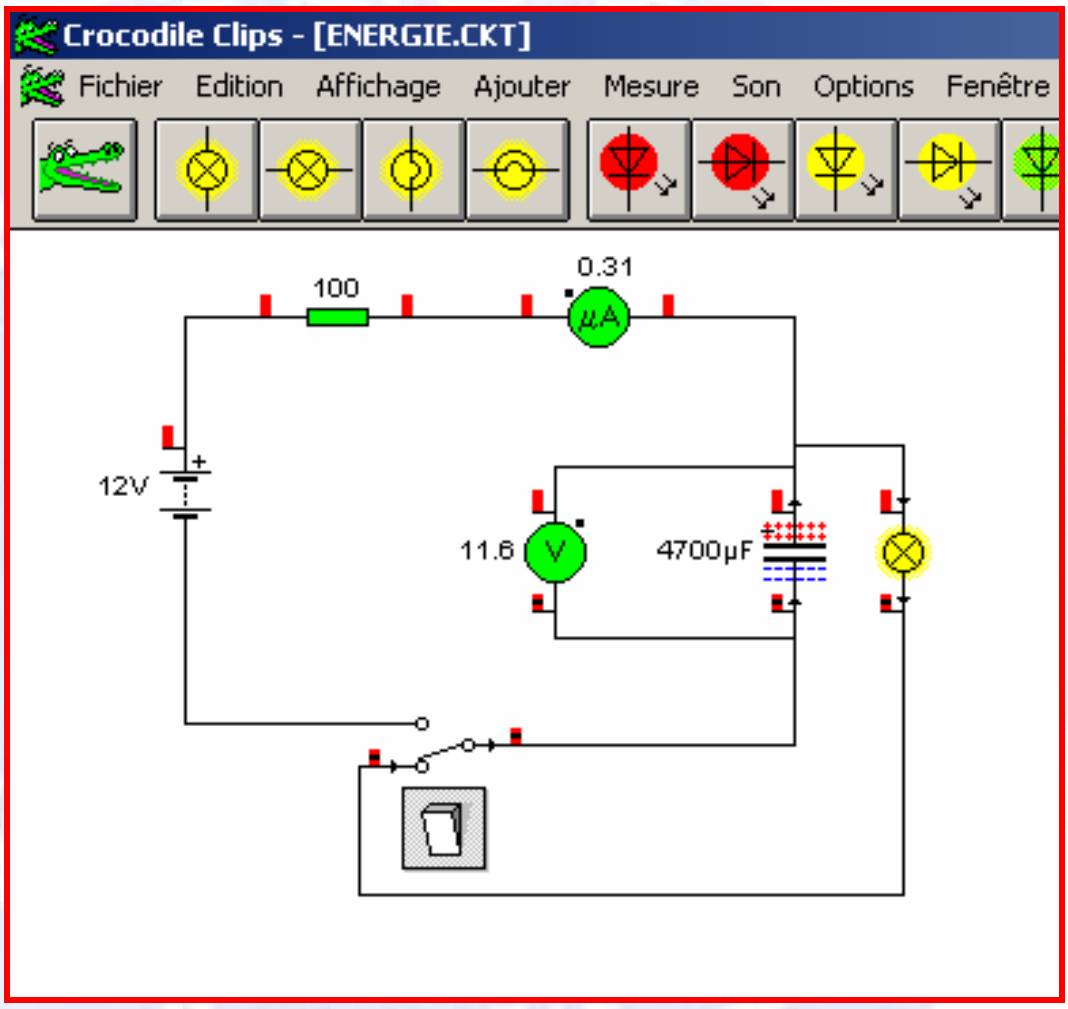

نضع القاطعة في الوضع (1) لكي تشحن المكثفة. ننتظر حتى تصبح قيمة التوتر $u_C$ بين طرفي المكثفة تساوي $E$ .

1 – أقلب القاطعة في الوضع (2) و لاحظ المصباح الموصل بين طرفي المكثفة.

2 – كيف تفسر ما تشاهده ؟ أعط الحصيلة الطاقوية لشحن و تفريغ المكثفة

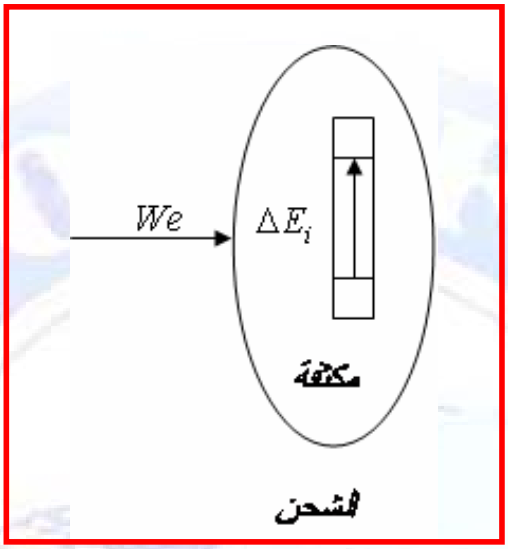
**تحليل النشاط:**

1 – عند وضع القاطعة في الوضع (2) نلاحظ اشتعال المصباح لفترة زمنية ثم ينطفئ، في نفس الوقت المكثفة تفرغ و التوتر بين طرفيها يتناقص.

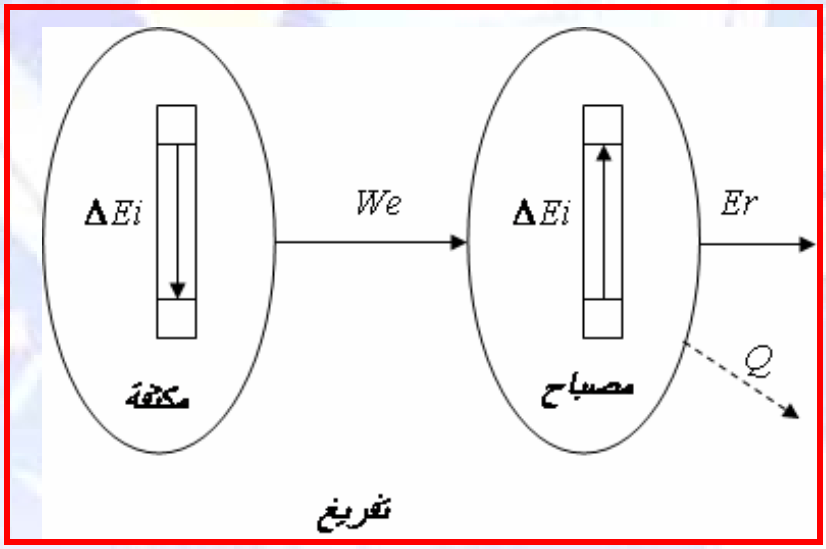



2 – أثناء شحن المكثفة قمنا بتخزين طاقة فيها على شكل شحن كهربائية، و عندها تكون الطاقة الداخلية للمكثفة قد ارتفعت لأنه أحدثنا اختلال في التوازن الكهربائي الذي كان في المكثفة قبل توصيلها بالمولد، و عند تفريغها في المصباح حولت الطاقة الداخلية التي خزنت في المكثفة إلى المصباح عن طريق التحويل الكهربائي، و هو ما أدى إلى توهجه لفترة زمنية قليلة قبل انطفائه من جديد.

يمكن تمثيل الحصيلة الطاقوية الخاصة بعملية شحن المكثفة:




خلال الثواني الأولى من عملية التفريغ، تكون الحصيلة الطاقوية:



# الدراسة النظرية

## 1 – العلاقة بين شدة التيار و الشحنة.

نعلم أن شدة التيار الكهربائي هي عبارة السرعة التي تتحرك بها الشحن في فرع معين من دارة كهربائية.

إذا كان التيار الكهربائي تيارا مستمرا ثابتا، فإن شدة هذا التيار تعطى بالعلاقة:

$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

حيث $Q$ كمية الشحن التي تعبر مقطع من الفرع خلال مدة زمنية $\Delta t$ .

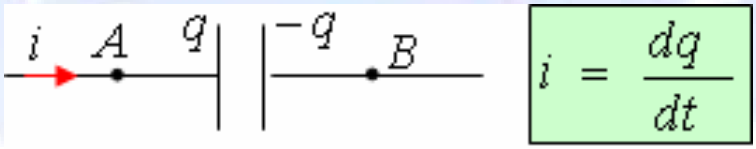
إذا كان هذا الفرع من الدارة يحتوي على مكثفة، $Q$ تساوي التغير $\Delta q$ الذي يحدث في الشحنة $q$ التي يحملها اللبوس الذي يوجه إليه السهم الذي يوجه الفرع.

و عليه، فمن أجل تيار متغير، يتعلق بالزمن، فإن شدة التيار اللحظية تساوي في كل لحظة مشتق كمية الكهرباء المخزنة في المكثفة بالنسبة للزمن:

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

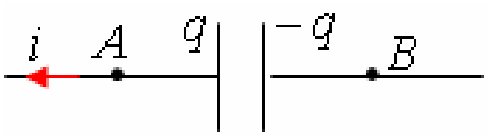
حيث $q$ هي الشحنة التي يحملها اللبوس الذي يوجه إليه السهم الذي يوجه الفرع و تكون مقدرة بالكولون $(C)$ ، الزمن بالثانية $(s)$ و شدة التيار بالأمبير $(A)$ .

بالنسبة للشكل-1 - ، إذا كانت $i > 0$ فإن المكثفة تشحن، أما إذا كانت $i < 0$ فإن المكثفة تفرغ.




شكل-1-

بالنسبة للشكل-2- ، إذا كانت $i > 0$ فإن المكثفة تفرغ، أما إذا كانت $i < 0$ فإن المكثفة تشحن.




شكل-2-

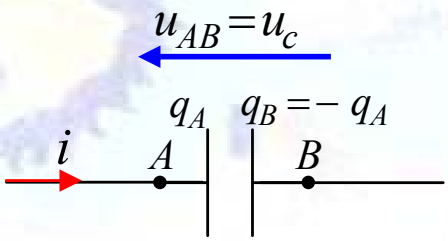
$$i = -\frac{dq}{dt}$$

## 2 – العلاقة بين الشحنة و التوتر.

الشحنة الكهربائية التي يحملها أحد لبوسي المكثفة تتناسب طردا مع التوتر الكهربائي المطبق بين لبوسيها. ثابت التناسب هو مقدار يميز المكثفة، يدعى: **سعة المكثفة** و يرمز له بالرمز $C$ و وحدته في جملة الوحدات الدولية هي وحدة **الفاراد** التي يرمز لها بالرمز $F$.

حسب اللبوس المعتبر، العلاقة التي تربط شحنة المكثفة بالتوتر الكهربائي الموجود بين طرفيها هي:

$$q_A = C.u_{AB} \quad \text{أو} \quad q_B = -C.u_{AB}$$




تعتبر السعة $C$ للمكثفة مقدار موجب، و هي تدلنا على قدرة المكثفة على تخزين كمية معينة من الشحن.



إذا عتبرنا مكثفة سعتها $C_1 = 100\mu F$ و مكثفة أخرى سعتها $C_2 = 1000\mu F$ ، فإنه من أجل نفس التوتر $U$ المطبق بين قطبيهما يكون لدينا $Q_1 = C_1 \times U$ و $Q_2 = C_2 \times U$، وإذا قمنا بحساب النسبة بين $Q_1$ و $Q_2$ نجد:

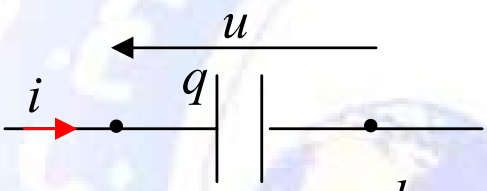
$$\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{C_2\times U}{C_1\times U}=\frac{1000}{100}=10$$

هذا يعني أن: $Q_2=10.Q_1$ .

من أجل توتر ثابت، كلما كانت سعة المكثفة كبيرة كلما كانت قدرتها على تخزين الشحن كبيرة يمكن مقارنة هذا مع سعة البرميل، كلما كانت سعة البرميل كبيرة كلما كانت كمية الماء التي يخزنها كبيرة.

### 3 – العلاقة بين شدة التيار و التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة:

إذا أعتبرنا المكثفة في حالة الشحن، فإن العلاقات السابقة التي تم استخراجها تكتب كما يلي:




$$q(t)=C.u(t) \qquad \text{و} \qquad i(t)=\frac{dq}{dt}$$

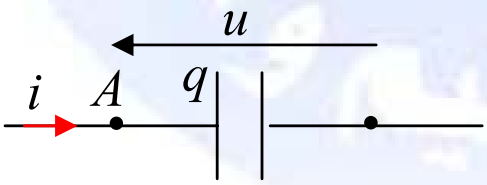
إذا قمنا باشتقاق $q(t)$ نجد:

$$\boxed{i(t)=C.\frac{du(t)}{dt}}$$

**تطبيق:**

مكثفة سعتها تقدر بـ $C=56\ \mu F$ .

في اللحظة $t=0$ يوجد توتر كهربائي بين طرفي هذه المكثفة قيمته $u_{AB}=1\ V$ .




نجري في فرع الدارة الذي يحتوي على هذه المكثفة و لمدة $\Delta t=10s$ ، تيارا كهربائي شدته ثابتة و قيمتها $I=3,4\ \mu A$ .

1 – أحسب ، عند اللحظة $t=0$ ، قيمة الشحنة التي تحملها الصفيحة التي يوجه إليها السهم الذي يوجه الفرع.

2 – أحسب قيمة شحنتها $q_A(t=10s)$ التي تحملها عند اللحظة $10s$ .

3 – استنتج قيمة التوتر بين طرفيها $u_{AB}(t=10s)$ عند هذه اللحظة.

**الإجابة:**

1 - قيمة الشحنة:

$$q_A(t=0)=C.u_{AB}(t=0)=56.10^{-6}\times 1=5{,}6.10^{-6}C$$

$$\boxed{q_A(t=0)=5{,}6.10^{-6}C}$$

2 – قيمة الشحنة عند اللحظة $t=10s$.

حسب نص التمرين، فإن شدة التيار الكهربائي ثابتة، و بالتالي يمكن كتابة:

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

هذا يعني أن قيمة مشتق الشحنة بالنسبة للزمن عند لحظة ما تساوي قيمة التغير الذي يحدث في قيمة الشحنة خلال المدة الزمنية $\Delta t$.

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q(t=10s)-q(t=0s)}{\Delta t}$$

و منه نكتب:

$$\boxed{q(t=10s)=I.\Delta t+q(t=0s)}$$

نعوض فنجد:

$$q(t=10s)=3{,}4.10^{-6}\times 10+5{,}6.10^{-6}=9{,}5.10^{-6}C$$

$$\boxed{q(t=10s)=9{,}5.10^{-6}C}$$

3 – انطلاقا من العلاقة التي تربط التوتر الكهربائي بالشحنة الكهربائية نجد:

$$\boxed{u_{AB}(t=10s)=\frac{q_A(t=10s)}{C}}$$

بعد التعويض نجد:

$$u_{AB}(t=10s)=\frac{9.10^{-6}}{56.10^{-6}}=1,6\,V$$

$$\boxed{u_{AB}(t=10s)=1,6\,V}$$

6 – أوجد المعادلة التفاضلية الخاصة بشحن المكثفة.

7 – أعط حل هذه المعادلة.

8 – ضع في حل المعادلة التفاضلية $t=\tau$ . ماذا تلاحظ ؟ استنتج.

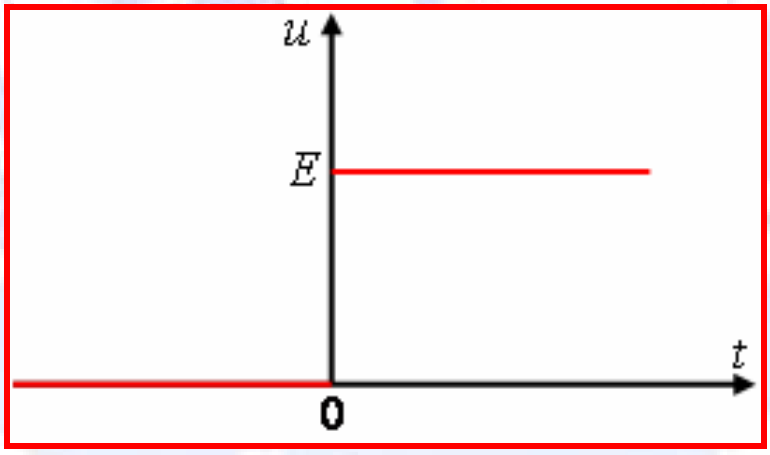
## 4 – تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة

### 4 – 1 – حالة الشحن:

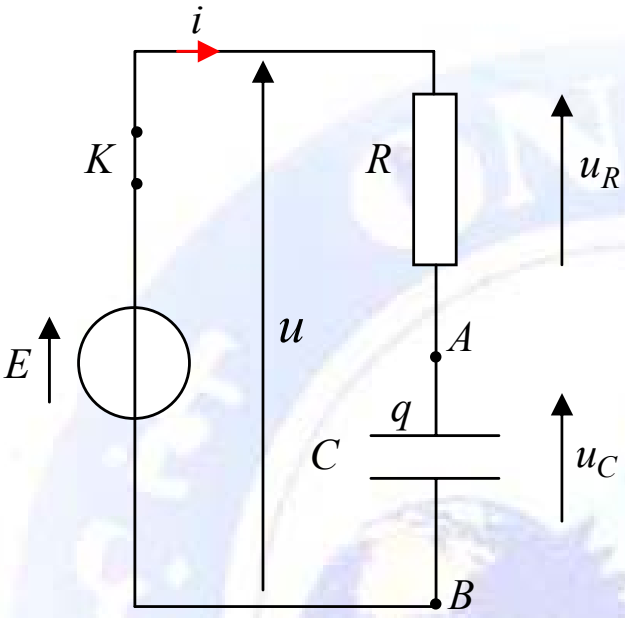
نسمي ثنائي القطب $RC$ ، التوصيل على التسلسل بين مكثفة سعتها $C$ و ناقل أومي مقاومته $R$ .

نعتبر أن التوتر الكهربائي يكون مستمرا موجبا إذا كانت الإشارة الكهربائية من الشكل:

$u(t)=0$ من أجل $t<0$ و $u(t)=E$ من أجل $t\geq 0$



يمكن الحصول على توتر كهربائي مستمر موجب باستعمال مولد قوته المحركة الكهربائية $(E)$ و قاطعة $(K)$ . عندما تكون القاطعة $(K)$ مفتوحة يكون $u=0$ و عندما تكون القاطعة مغلقة يكون $u=E$




**أ / المعادلة التفاضلية للدارة**

نفرض أنه عند غلق القاطعة تكون المكثفة مفرغة و يكون بذلك التوتر الكهربائي طرفيها منعدما. بعد هذا تشحن المكثفة تدريجيا مع مرور الوقت.

من أجل $t>0$ تتحقق العلاقة :

$$u=E=u_R+u_C$$

$$E=Ri+u_C$$

$$E=R.C.\frac{du_C}{dt}+u_C$$

نقسم طرفا هذه المعادلة على المقدار $RC$ فنجد:

$$\frac{E}{RC}=\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C$$

لقد بينا أن $RC=\tau$ ، ومنه نجد:

$$\boxed{\frac{E}{\tau}=\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{\tau}u_C}$$

تدعى هذه المعادلة: **المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي** $u_C(t)$ **بين طرفي المكثفة**_في دارة كهربائية $RC$ تخضع لمستوى واحد من التوتر.

هذه المعادلة هي من الدرجة الأولى بمعاملات ثابتة و ذات طرف ثاني غير منعدم.

**حل هذه المعادلة:**

تقبل هذه المعادلة حل من الشكل:

$$u_C(t) = Ae^{-m.t} + b$$

حيث $A$ ، $m$ و $b$ ثوابت.

**تعيين الثوابت:**

- **تعيين الثابتين** $(m)$ **و** $(b)$

نقوم باشتقاق حل المعادلة التفاضلية بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -m.A.e^{-m.t}$$

نعوض بعد ذلك في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$\frac{E}{\tau} = -m.A.e^{-mt} + \frac{1}{\tau}\left(A.m.e^{-mt} + b\right)$$

بعد تعديل المعادلة نجد:

$$\frac{E}{\tau} = A\left(-m + \frac{1}{\tau}\right)e^{-mt} + \frac{b}{\tau}$$

يجب أن تتحقق هذه العلاقة مهما كان $t > 0$ ، هذا يجعل :

$$A\left(-m + \frac{1}{\tau}\right) = 0$$

إذن :

$$\boxed{m = \frac{1}{\tau}}$$

و كذلك:

$$\boxed{b = E}$$

- **تعيين الثابت** $A$

إذا تغير التوتر $u_C$ بين طرفي المكثفة بمقدار $\delta u_C > 0$ خلال مدة زمنية $\delta t$ متناهية في الصغر ، فإن المشتق $\frac{du_C(t)}{dt}$ يؤول إلى ما لا نهاية:

$$\lim_{\delta t \to 0} \frac{du_C(t)}{dt} = \infty$$

حسب المعادلة التفاضلية التي تحصلنا عليها، $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E - u_c}{\tau} = \infty$ هذا يجعل $E - u_C$ يؤول إلى ما لا نهاية

$$\lim_{\delta t \to 0} \frac{du_C(t)}{dt} = \lim_{\delta t \to 0} \left( \frac{E - u_C}{\tau} \right) = \infty$$

هذا يجعل المقدار $(E - u_C) \to \infty$ و هو الشيء الذي لا يمكن أن يحدث.

نستنتج أن التوتر $u_C(t)$ بين طرفي مكثفة هو عبارة عن دالة زمنية مستمرة، فلا يمكن عند لحظة ما أن تنتقل من قيمة لأخرى.

إذا اعتبرنا أن المكثفة تكون مفرغة، مباشرة قبل غلق القاطعة، يكون التوتر بين طرفيها:

$$u_C(t = 0^-) = 0$$

نرمز للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة مباشرة بعد غلق القاطعة كما يلي: $u_C(t = 0^+)$.

الشرط الابتدائي على $u_C$ يفرضه استمرارية الدالة في اللحظة $t = 0$:

$$u_C(t = 0^+) = u_C(t = 0^-)$$

إذن: $u_C(t = 0^+) = 0$ و بما أن $u_C(t = 0^+) = Ae^0 + E$ فإننا نجد:

$$\boxed{A = -E}$$

انطلاقا من القيمة الابتدائية $u_C(t = 0^+) = 0$ يكون حل المعادلة التفاضلية:

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

ملاحظة:

يمكن استنتاج المعادلة التفاضلية $q(t)$ الخاصة بشحنة المكثفة:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = \frac{E}{R}$$

**إيجاد وحدة المقدار** $RC$ .

$$[R.C] = [R] \times [C]$$

لدينا: $i = C \cdot \frac{du}{dt}$

إذن: $[C] = \frac{[i] \times [t]}{[u]}$

من أجل مقاومة، يكون لدينا:

$u = Ri$ و بالتالي : $[R] = \frac{[u]}{[i]}$

نعوض كل هذا فنجد:

$$[RC] = [R] \times [C] = \frac{[u] \times [i] \times [t]}{[u] \times [i]} = [t]$$

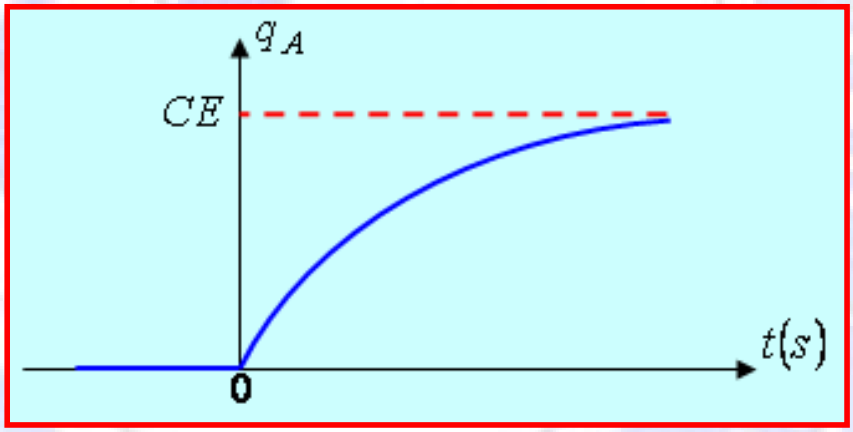
نستنتج من خلال هذا التحليل أن وحدة المقدار $RC$ هي وحدة زمن و يقدر بالثانية.

**ب / المعادلة الزمنية لشحنة المكثفة $q(t)$**

انطلاقا من معادلة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة، و علما أن شحنة المكثفة و التوتر الكهربائي بين طرفيها تربطهما العلاقة $q = C.u_C$ ، يمكن إيجاد الدالة $q(t)$ التي تعبر عن تطور الشحنة الكهربائية التي يحملها اللبوس $(A)$ للمكثفة بدلالة الزمن

الدالة التي تعطي قيمة الشحنة $q$ بدلالة الزمن الخاصة باللبوس $(A)$ للمكثفة هـ ـ ـ ي:

$$q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



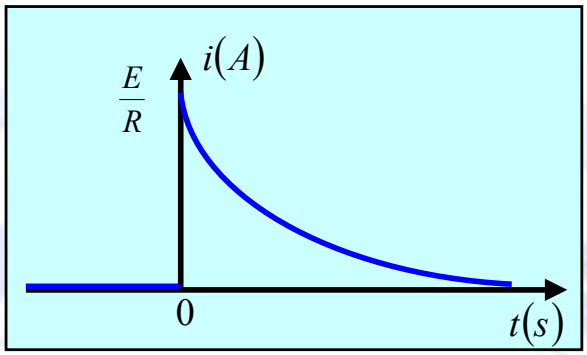

تتزايد الشحنة $q$ للبوس الموجب للمكثفة حتى يصبح التوتر $u_C$ ثابتا و قيمته تساوي $E$ .

**جـ / المعادلة الزمنية $i(t)$ لشدة التيار في الدارة.**

نحصل على هذه المعادلة باشتقاق الدالة $q(t)$ بالنسبة للزمن.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نلاحظ أن شدة التيار الكهربائي تتناقص، و هذا التناقص يخضع للدالة الأسية التي تعبر عن تغير شدة التيار الكهربائي في الدارة.



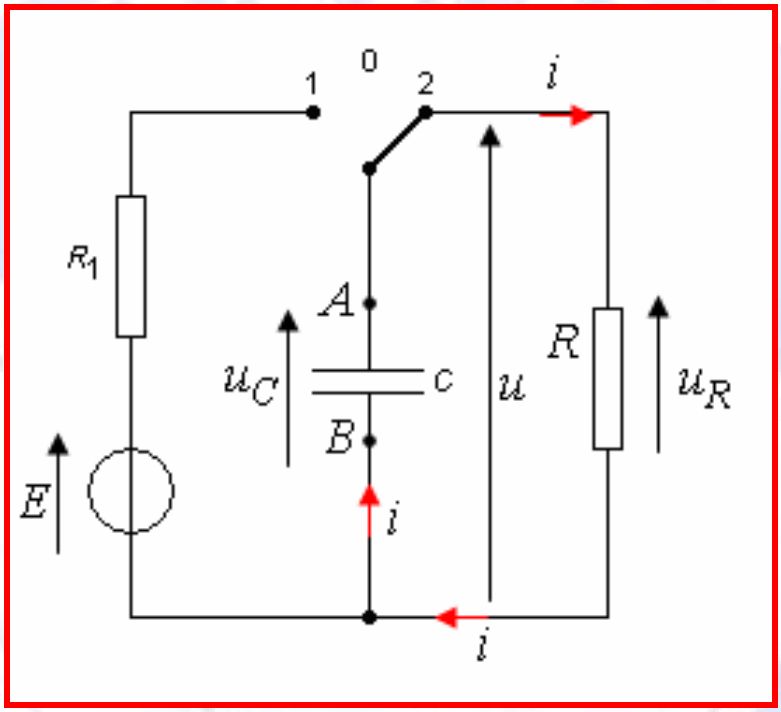

عند غلق القاطعة تكون قيمة شدة التيار في الدارة تساوي $\frac{E}{R}$ ثم تبدأ في التناقص إلى أن تؤول إلى الصفر. عندها يكون شحن المكثفة قد تم و تكون قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها ثابتا.

عكس ما هو عليه بالنسبة للمنحنيين اللذين يمثلان الدالتين $u_C(t)$ و $q(t)$، فالدالة $i(t)$ ليست مستمرة عند اللحظة $t=0$ التي توافق غلق القاطعة.

$$\lim_{t\to 0^-} i(t)=0 \qquad \text{و} \qquad \lim_{t\to 0^+} i(t)=\frac{E}{R}$$

**4 – 2 – تفريغ المكثفة:**

نعتبر الدارة المبين على الشكل التالي:




نفرض أنه في اللحظة التي نقلب القاطعة في الوضع (2) تكون المكثفة مشحونة و يكون التوتر بين طرفيها يساوي $E$ .

في اللحظة $t=0$ ، اللحظة التي توضع القاطعة في الوضع ( 2 )، تتغير قيمة التوتر بين طرفي المكثفة من القيمة $E$ إلى القيمة الصفر. نقول إن ثنائي القطب يخضع لتوتر كهربائي ثابت موجب و متناقص

تنتقل الإلكترونات المتراكمة على اللبوس $B$ عبر السلك نحو اللبوس $A$ و هذا يؤدي إلى ظهور تيار كهربائي في الدارة من اللبوس $A$ إلى اللبوس $B$ . مع مرور الوقت تتناقص قيمة الشحن التي تكون قد تراكمت على لبوسي المكثفة خلال عملية الشحن. نقول: **إن المكثفة تفرغ**

**أ / المعادلة التفاضلية لادارة التفريغ.**

قانون جمع التوترات يسمح لنا بكتابة المعادلة التالية:

$$u_C + u_R = u = 0$$
$$u_C - Ri = 0$$

نعلم أن $i = -\frac{dq}{dt}$ لما تكون المكثفة في حالة تفريغ و كذلك $q = C.u_C$ ، إذن يمكن كتابة:

$$.i = -C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C - R\left(-C\frac{du_C}{dt}\right) = 0$$

بالتعويض نجد المعادلة التفاضلية للتوتر $u_C$ بين طرفي المكثفة خلال عملية التفريغ في مقاومة :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0}$$

$\tau = RC$ و هو ثابت الزمن مقدر بالثانية.

$R$ مقاومة الدارة و هي مقدرة بالأوم $(\Omega)$

$C$ سعة المكثفة و هي مقدرة بالفاراد $(F)$.

نلاحظ أن المعادلة التفاضلية هي معادلة من الدرجة الأولى بمعامل ثابت و طرف ثاني منعدم.

باستعمال العلاقة: $u_C = \frac{q}{C}$ ، نحصل على المعادلة التفاضلية $q(t)$

$$\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau}q = 0}$$

**حل المعادلة التفاضلية:**

الحل العام لهذه المعادلة يكون من الشكل:

$$u_C(t) = Ae^{-mt} + b$$

**تعيين $m$ و $b$ إنطلاقا من المعادلة التفاضلية**

نقوم باشتقاق معادلة الحل العام فنجد:

$$\frac{du_C}{dt} = -mAe^{-m\,t}.$$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد:

$$-mtAe^{-mt} + \frac{\left(Ae^{-mt} + b\right)}{\tau} = 0$$

بعد تعديل نجد:

$$A\left(\frac{1}{\tau} - m\right)e^{-mt} + \frac{b}{\tau} = 0$$

يجب أن تتحقق هذه المساواة مهما كان $t > 0$.

إذن: $\frac{1}{\tau} - m = 0$ و منه نجد:

$$\boxed{m = \frac{1}{\tau}}$$

كذلك: $\frac{b}{\tau} = 0$ و منه نجد:

$$\boxed{b = 0}$$

**تعيين $A$ من الشرط الابتدائي على $u_C$**

المكثفة تفرض استمرارية التوتر $u_C$ بين طرفيها عند اللحظة $t = 0$، و بالتالي يتحقق $u_C\left(0^-\right) = u_C\left(0^+\right)$

و بما أن $u_C\left(0^-\right) = E$ ، إذن $u_C\left(0^+\right) = E$ و هو الشرط الابتدائي على التوتر.

من المعادلة $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ نستخرج: $u_C\left(0^+\right) = Ae^{-\frac{0}{\tau}} = A$

و بما أن $u_C\left(0^+\right)=E$ ، إذن:

$$\boxed{A = E}$$

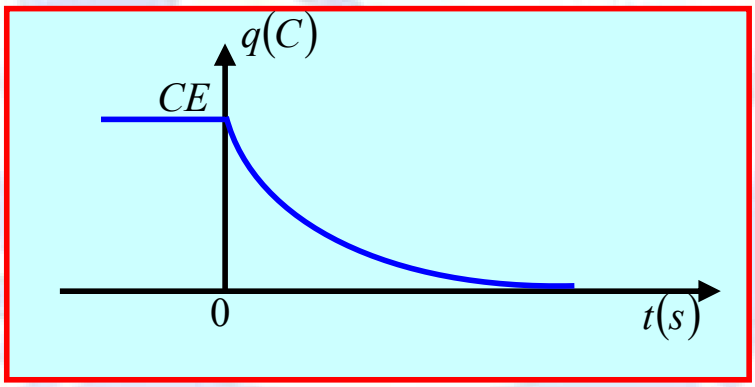
و منه يكون حل المعادلة التفاضلية:

$$\boxed{u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$

**ب / المعادلة الزمنية لشحنة المكثفة:**

المعادلة الزمنية التي تعطي تغير الشحنة الكهربائية في اللبوس الموجب $(A)$ هي:

$$\boxed{q(t) = CEe^{-\frac{t}{\tau}}}$$



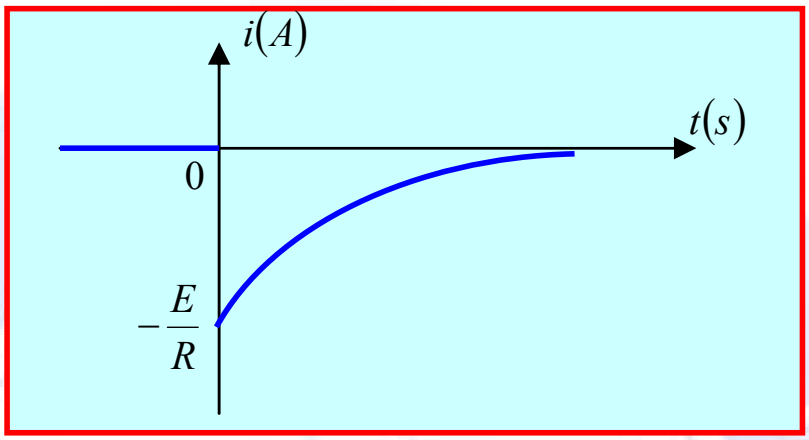

تتناقص شحنة المكثفة حتى تصبح قيمة التوتر $u_C$ ثابتة و منعدمة كما هو مبين على المنحنى

**جـ / المعادلة الزمنية $i(t)$ لشدة التيار في الدارة.**

نحصل على هذه المعادلة باشتقاق الدالة $q(t)$ بالنسبة للزمن.

عندما تتفرغ مكثفة في ناقل أومي، فإن المعادلة الزمنية لشدة التيار الكهربائي في الدارة تكتب على الشكل التالي:

$$i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$




نلاحظ أن شدة التيار الكهربائي ليست مستمرة عند اللحظة $t = 0$، فهي تزداد تدريجيا ابتداء من القيمة $-\frac{E}{R}$ التي نحصل عليها لحظة قلب القاطعة في الوضع (2) إلى القيمة الصفر التي توافق اللحظة التي تكون فيها تفريغ المكثفة قد انتهى و هي كذلك اللحظة التي تكون فيها $u_C = 0$

**د / ثابت الزمن $\tau$ لثنائي القطب $RC$**

**- طريقتا تعيين ثابت الزمن $\tau$**

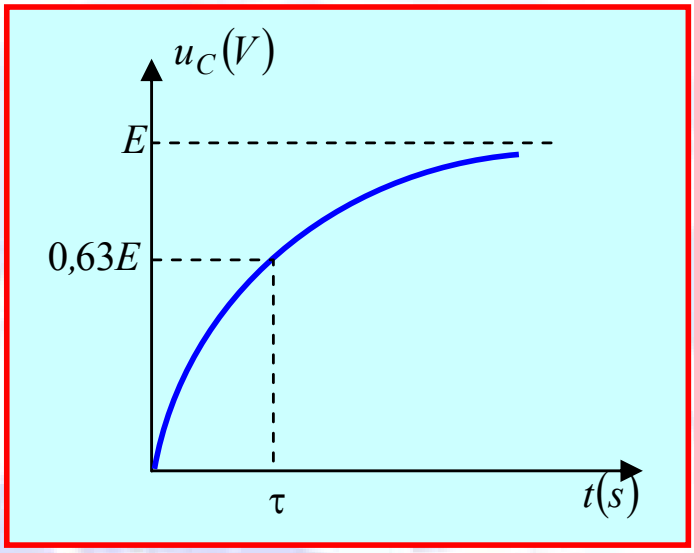
**الطريقة الأولى:**

تعتمد هذه الطريقة على المنحنى $u_C = f(t)$ الذي نحصل عليه من خلال الدراسة التجريبية التي نقوم بها عند شحن أو تفريغ مكثفة سعتها $(C)$ و هي موصلة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $(R)$.

نعلم أنه في الحالة التي يطبق بين طرفي ثنائي القطب $RC$ توتر مستمر متزايد فإن:

$$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0{,}63E$$

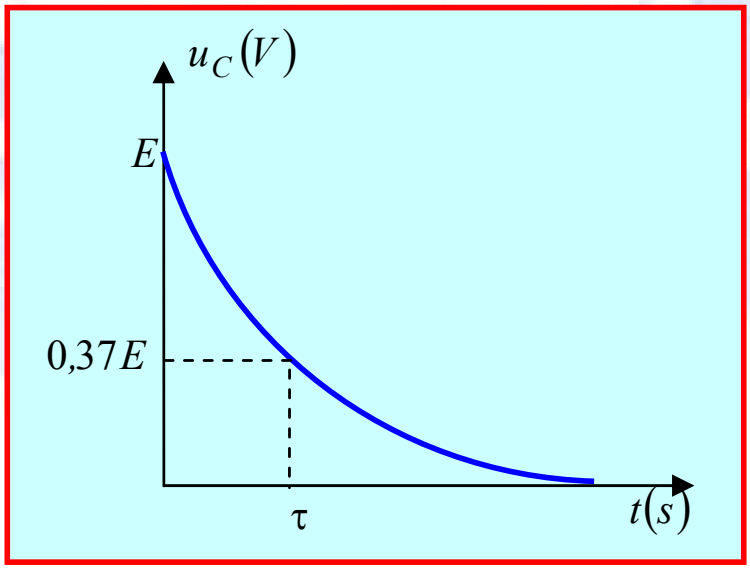
نقرأ على المنحنى قيمة $(E)$ ، و هي معادلة الخط المقارب الأفقي الذي تقبله الدالة $u_C = f(t)$ . نحسب بعد ذلك قيمة $0,63E$ . عندها تكون قيمة المقدار $\tau$ هي قيمة فاصلة نقطة المنحنى التي ترتيبها $0,63E$ .




في الحالة التي يطبق بين طرفي ثنائي القطب $RC$ توتر كهربائي مستمر متناقص فإن:

$$u_C(\tau) = E.e^{-1} = 0,37E$$

على المنحنى $u_C = f(t)$ ، فاصلة النقطة التي ترتيبها $0,37E$ هي قيمة المقدار $\tau$ .

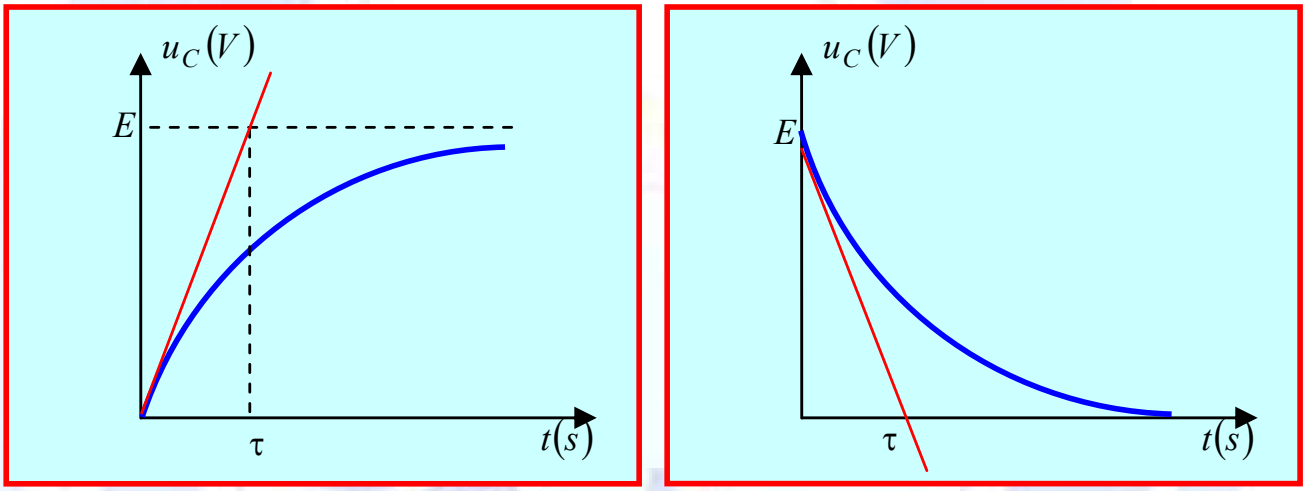


**الطريقة الثانية:**

نستغل ميزة من مميزات الدالة الأسية: المماس للدالة في النقطة التي فاصلتها $t=0$ تقطع الخط المقارب الأفقي في نقطة فاصلتها $\tau$ .

- إذا كان التوتر بين طرفي المكثفة في تزايد، تكون معادلة المماس: $u_C = E$
- إذا كان التوتر بين طرفي المكثفة في تناقص، تكون معادلة المماس:

$$u_C = 0$$




**ملاحظة:**

عمليا، نعتبر أن المرحلة الانتقالية تدوم $t = 5\tau$ ، سواء كان شحن أو تفريغ للمكثفة.

**تأثير كل من المقاومة $R$ و السعة $C$ على ثابت الزمن.**

في دارة كهربائية $RC$ ، شحن أو تفريغ مكثفة سعتها $C$ يتم بشكل أبطأ كلما كانت قيمة المقاومة $R$ كبيرة ، ويحدث نفس الشيء إذا زادت قيمة سعة المكثفة من أجل مقاومة $R$ ثابتة.

## 5 – الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثفة

الاستطاعة الكهربائية التي تتلقاها المكثفة هي:

$$Pe = u_{AB}.i .$$

كما أن التوتر بين طرفي المكثفة يعطى بالعلاقة:

$$u_{AB} = \frac{q_A}{C} .$$

نعوض $u_{AB}=\frac{q_A}{C}$ و $i=\frac{dq_A}{dt}$ في المعادلة $Pe=u_{AB}.i$ فنجد:

$$Pe=\frac{1}{C}q\frac{dq}{dt}.....(1)$$

إذا قمنا باشتقاق $q^2$ بالنسبة للزمن نحصل على:

$$\frac{dq^2}{dt}=2q\frac{dq}{dt}$$

نعوض في المعادلة (1) فنجد: $Pe=\frac{d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{dt}$

لنفرض أنه خلال مدة زمنية $\Delta t$ تبقى الاستطاعة $Pe$ ثابتة، وعليه:

$$Pe=\frac{\Delta\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)}{\Delta t}$$

و منه نجد: $Pe.\Delta t=\Delta\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)$

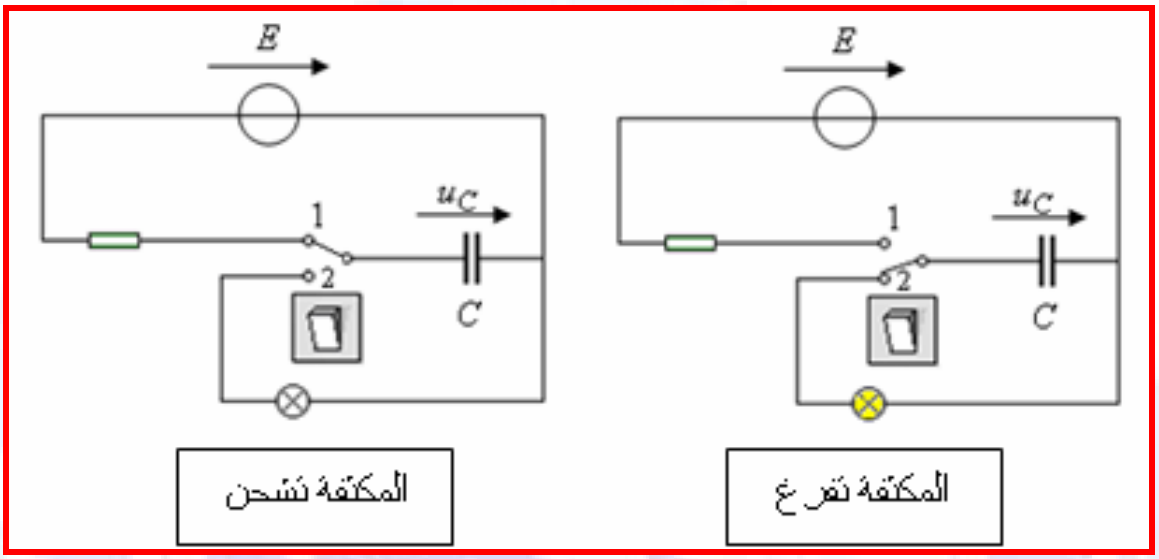
الطاقة الكهربائية $(Pe.\Delta t)$ التي تتلقاها المكثفة تساوي التغير في الطاقة $E_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ الذي يحدث للطاقة المخزنة في المكثفة.

عندما تكون مكثفة سعتها $C$ مشحونة فإنها تخزن طاقة $E_C$ . إذا كان $u_C$ هو التوتر الكهربائي بين طرفيها و $q$ هي الشحنة الكهربائية المخزنة على لبوسها، فإن هذه الطاقة تعطى بالعبارة:

$$\boxed{E_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}} \quad \text{أو} \quad \boxed{E_C=\frac{1}{2}C.u_C^2}$$

و تكون مقدرة بالجول.

تستعمل القدرة التي تتميز بها المكثفة على تخزين الطاقة الكهربائية و قدرته على استرجاعها في عدة تجهيزات، و على سبيل المثال نذكر: المصباح الوامض لآلة تصوير ، الذاكرات RAM للحاسوب




**تطبيق:**

التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة في اللحظة $t_1$ هو $u_C(t_1)=6,3\,V$ . في اللحظة $t_2$ تكون الطاقة المخزنة في المكثفة مقسومة على اثنين.

سعة هذه المكثفة هي $C=10\mu F$ .

1 – أحسب الطاقة التي كانت مخزنة في اللحظة $t_1$ .

2 – أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t_2)$ بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t_2$ .

**تحليل التطبيق:**

– 1

$$E_C(t_1)=\frac{1}{2}C.u_C^2(t_1)=\frac{1}{2}\times 10.10^{-6}\times(6,3)^2=2,0.10^{-4}J$$

$$E_C(t_2)=\frac{1}{2}E_C(t_1)=1,0.10^{-4}J \quad -2$$

$$u_C(t_2)\sqrt{\frac{2.E_C(t_2)}{C}} = \sqrt{\frac{2\times 1{,}0.10^{-4}}{10.10^{-6}}}$$

$$u_C(t_2) = 4{,}5\ V$$