V – حدود ميكانيك نيوتن

الذرة في الميكانيك الكلاسيكي

الطاقة الميكانيكية للجملة (أرض + قمر)

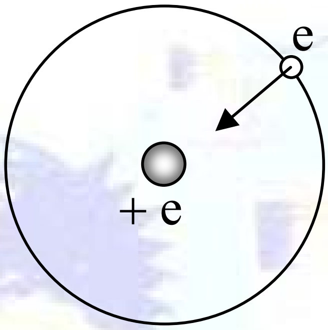
طاقة الجملة (بروتون + نترون) في ذرة الهيدروجين

الذرة في الميكانيك الكلاسيكي :

اعتمادا على قوانين الميكانيك الكلاسيكي، يمكننا أن نفرض بأن الإلكترون نظرا لخفته بالنسبة للنواة و نظرا كذلك لشحنته الكهربائية المخالفة لشحنة النواة فإن هذا يتماشى كله مع النموذج الكوكبي الذي أقترحه رازرفورد Rutherford في البداية.

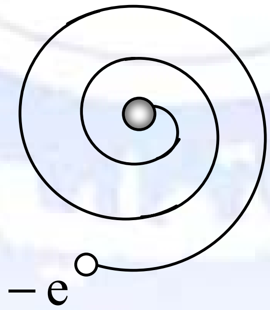
إذا طبقنا قوانين ميكانيك نيوتن على الإلكترون في ذرة الهيدروجين فإننا نصل إلى النتائج التالية:

بما أن الإلكترون يخضع لقوة جذب النواة له (قوة كولون)، فإن مساره يكون دائريا أو اهليليجيا.



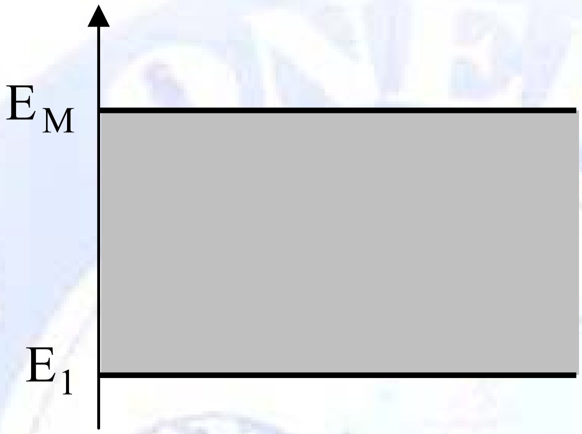
إن حركة هذا الإلكترون، حول النواة، تولد تيارا كهربائيا مما يؤدي إلى توليد حقل مغناطيسي في كامل الفضاء المجاور له.

يترتب عن هذا أن الذرة تشع طاقة، وهو ما يؤدي إلى تناقص في طاقة الإلكترون، فيفقد بذلك سرعته تدريجيا حتى يسقط في النهاية على النواة



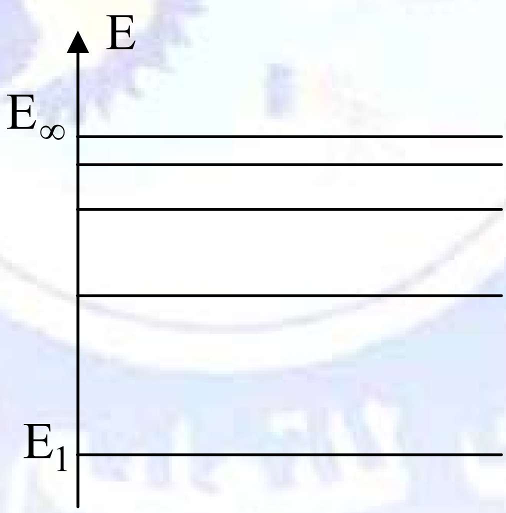
و حسب النظرية الكهرومغناطيسية، فإن الإلكترون يصدر موجات كهرومغناطيسية تواترها يساوي تواتر الحركة الدورانية حول النواة.

إن الطاقة الصادرة بفضل الإشعاع تتغير بشكل مستمر، حيث أن طاقة الإلكترون تتغير من الأعلى إلى الأسفل و تأخذ كل القيم المحصورة بين E_1 و قيمة أعظمية E_M

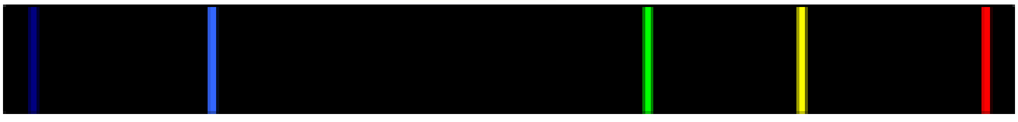


كل هذه النتائج في تناقض تام مع التجربة حيث أن:

- الإلكترون لا يسقط على النواة ،
- و طاقة الإلكترون تتغير بشكل متقطع (discontinue)، فهي تأخذ بعض القيم الخاصة.



هذا من جهة، و من جهة أخرى فإن ميكانيك نيوتن عجز على تفسير ظاهرة وجود الأطياف المتقطعة.

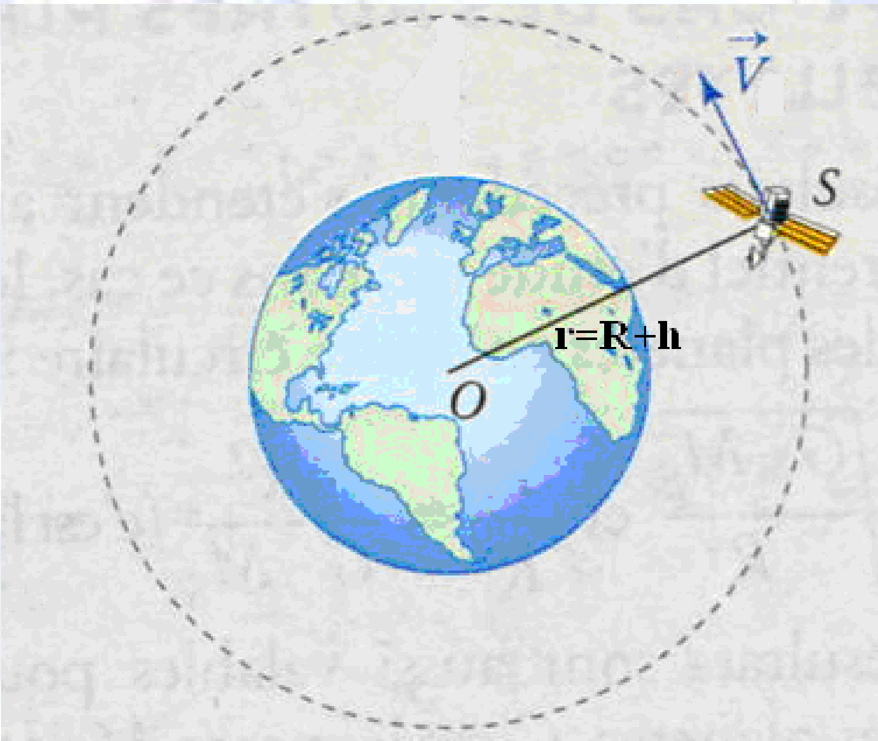


و هو ما أدى بالعالم بوهرBohr إلى وضع مسلماته كما سوف نرى فيما بعد.

من خلال هذه المقدمة يمكن أن نقول بأن للميكانيك الكلاسيكي، أي ميكانيك نيوتن، حدودا، فهو يسمح لنا بدراسة التطور الزمني لجملة على المستوى الماكروسكوبي(العياني)، و لكن تظهر في تطبيقه نقائص عندما يستعمل لتفسير ظواهر فيزيائية على المستوى المجهري.

و لتجاوز هذا الحاجز، تم إنشاء **ميكانيك الكم** الذي يدعى أيضا **الميكانيك الموجي**، الذي بفضله نتمكن من تفسير البنية الإلكترونية للذرة.

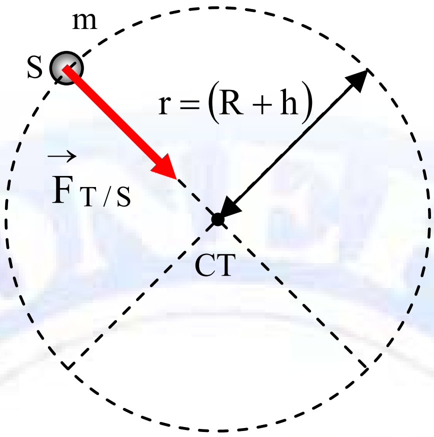
الطاقة الميكانيكية للجملة (أرض + قمر) :



نعتبر قمرا اصطناعيا S كتلته m يدور حول الأرض في مدار دائري نصف قطره r بسرعة $\vec{V}$.

نعتبر أن حركة القمر الاصطناعي تدرس بالنسبة للمرجع الجيومركزي.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب:



$$\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$$

ونكتب بالنسبة للمحور الناظمي:

$$\frac{GmM_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

ومنه نجد:

$$(1)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ v^2 = \frac{GM_T}{r}$$

كما يمكننا كتابة:

$$\frac{GmM_T}{r^2} = mg$$

و منه نجد:

$$(2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ g = \frac{GM_T}{r^2}$$

و من أجل ارتفاع صغير جدا، أي: $h << R$ نكتب:

$$(3)\ldots\ldots\ldots\ldots\ g_0 = \frac{GM_T}{R^2}$$

نعوض (2) في (1) فنجد:

$$g = \frac{v^2}{r} \quad \text{.....................(4)}$$

من أجل ارتفاع h يكون صغيرا جدا أمام نصف قطر الكرة الأرضية يكون $r = R + h \simeq R$

و منه تصبح عبارة قيمة الجاذبية الأرضية :

$$g_0 = \frac{v_1^2}{R} \quad \text{...................(5)}$$

و منه نجد أول قيمة للسرعة الكونية (vitesse cosmique) التي يجب أن يدور بها القمر الاصطناعي حول الأرض حتى يبقى في مداره الدائري على ارتفاع h صغير جدا أمام نصف قطر الكرة الأرضية:

$$v_1 = \sqrt{g_0 R}$$

عندما نعوض $g_0 = 9{,}81 m/s^2$ و $R = 6400 Km$ نجد:

$$\boxed{v_1 = 7{,}92 \ \ Km/s}$$

بهذه السرعة تكون المدة الزمنية التي يستغرقها لإنجاز دورة واحدة حول الأرض (الدور المداري لهذا القمر) تساوي $T = 84 \ min \ 12 \ s$.

عند القيام بقسمة العلاقة (2) مع العلاقة (3) نجد:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{r^2} \quad \text{..................(6)}$$

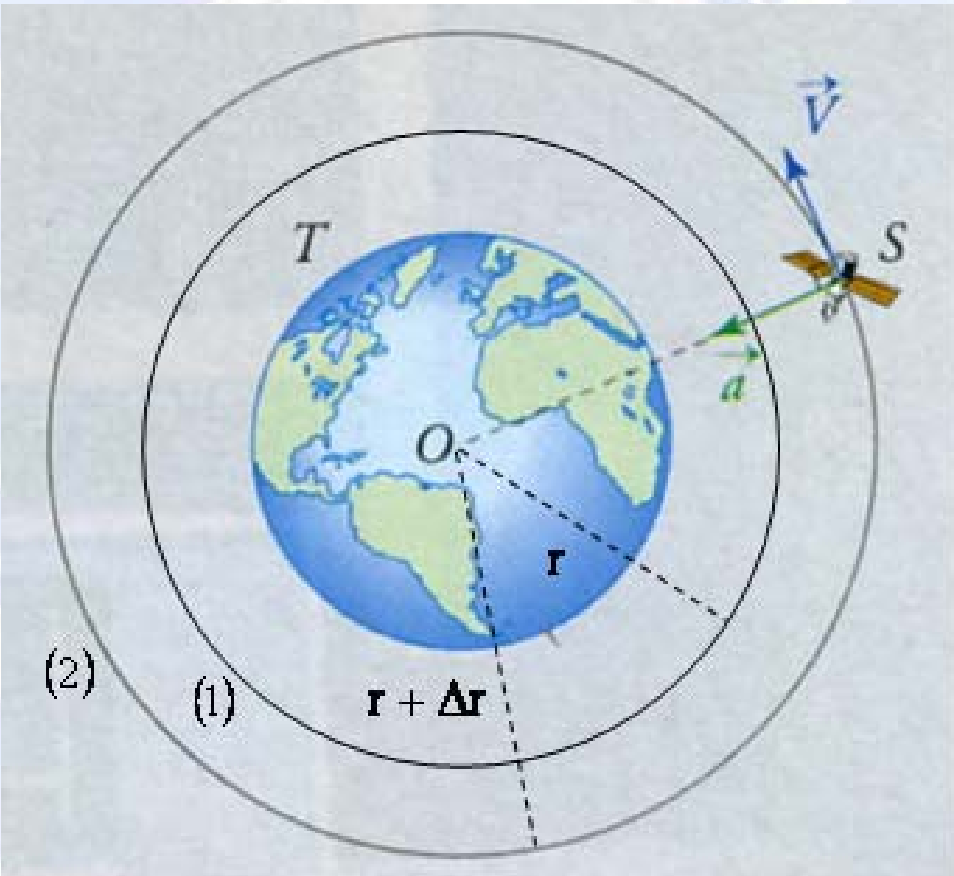
كما أن النسبة بين العبارة (4) و العبارة (5) تعطي:

$$v^2 = v_1^2 \frac{g}{g_0} \frac{r}{R} \quad \text{..................(7)}$$

نعوض (6 في (7) فنجد:

$$v^2 = v_1^2 \frac{R}{r} \quad ....(9)$$

تبين هذه العلاقة أنه كلما كان نصف قطر المدار كبيرا كلما كانت السرعة التي يدور بها القمر الاصطناعي صغيرة.



تكتب الطاقة الحركية للقمر الاصطناعي في المدار (1) الذي نصف قطره r كما يلي:

$$Ec = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}\frac{R}{r}$$

عندما نعوض $v_1^2 = g_0 R$ في هذه المعادلة نجد:

$$(10)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\, Ec=\frac{mg}{2}\frac{R^2}{r}$$

عندما يغير القمر مداره و ينتقل إلى المدار (2) فإن بعده بالنسبة لمركز الأرض يتغير بمقدار Δr كما هو مبين على الشكل. نفرض أن $\Delta r << r$.

عبارة الطاقة الحركية في المدار الجديد تعطى بالعلاقة:

$$Ec+\Delta Ec=\frac{mg}{2}\frac{R^2}{r+\Delta r}$$

و هو ما يسمح لنا بإيجاد عبارة التغير الذي يحدث للطاقة الحركية لما ينتقل القمر الاصطناعي من المدار (1) إلى المدار (2):

$$\Delta Ec=\frac{mg_0}{2}R\left(\frac{1}{r+\Delta r}-\frac{1}{r}\right)=\frac{mg_0}{2}R^2\frac{-\Delta r}{r(r+\Delta r)}\simeq-\frac{mg_0}{2}\frac{R^2}{r^2}\Delta r$$

إذن عبارة التغير في الطاقة الحركية لما يتغير نصف قطر مدار القمر الاصطناعي من القيمة r إلى القيمة $r+\Delta r$ هي:

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\boxed{\Delta Ec\simeq-\frac{mg}{2}\frac{R_T^2}{r^2}\Delta r}$$

نرى بوضوح أن التغير في الطاقة الحركية سالب لما يزداد نصف قطر المدار الدائري و هذا يعني أن سرعة القمر الاصطناعي تتناقص.

من جهة أخرى لما ينتقل القمر الاصطناعي من المدار (1) إلى المدار (2) فإن ثقل القمر يقوم بعمل مقاوم. إذا اعتبرنا أن شعاع الثقل يبقى ثابتا خلال التغير في الارتفاع Δr فإننا نكتب:

$$w\left(\vec{P}\right)=-mg\Delta r$$

يمكن كتابة هذه العلاقة على الشكل التالي:

$$w\left(\vec{P}\right) = -mg_0 \frac{R^2}{r^2}\Delta r$$

و بالتالي التغير في الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (قمر – أرض) يكون موجبا. و عليه نكتب:

$$(12)...............\ \Delta Epp = mg_0 \frac{R^2}{r^2}\Delta r$$

نقارن التغير الذي يحدث للطاقة الحركية للقمر الاصطناعي مع التغير الذي يحدث للطاقة الكامنة و هذا لما ينتقل القمر من المدار (1) إلى المدار (2):

$$\frac{\Delta Epp}{\Delta Ec} = -2$$

هذا يعني أن :

$$Epp_2 - Epp_1 = -2(Ec_2 - Ec_1) = \left(-mg_0 \frac{R^2}{r_2}\right) - \left(-mg_0 \frac{R^2}{r_1}\right)$$

لكي تتحقق هذه العلاقة يجب أن نضع :

$$(13)................\ Epp = -\frac{mg_0R^2}{r} + C$$

حيث C ثابت اختياري، قيمته تتعلق بالمستوي المرجعي للطاقة الكامنة الثقالية.

إذا اعتبرنا أن $C = 0$ و هي أبسط حالة نجد:

$$Epp = -\frac{mg_0R^2}{r}$$

و إذا قمنا بتعويض g_0R^2 بـ GM_T نجد:

$$(14)............\ \boxed{Epp = -\frac{GmM_T}{r}}$$

و هي عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للقمر الاصطناعي المتداخل مع الأرض.

إذا أعتبرنا أن $Epp = 0$ من أجل $h = 0$ أي على سطح الأرض فإننا نكتب:

$$Epp = -\frac{mg_0R^2}{R+0} + C = 0$$

ومنه نجد:

$$C = mg_0R$$

نعوض في العبارة (13) للطاقة الكامنة فنجد:

$$(14)............ Epp = mg_0R\left(1-\frac{R}{r}\right)$$

إذا اعتبرنا أن $h << R$ فإننا نجد:

$$Epp = mg_0R\left(1-\frac{R}{R+h}\right) = mg_0R\frac{h}{R+h} \simeq mg_0h$$

و هي العبارة التي تعودنا على استعمالها عند دراستنا للطاقة الكامنة الثقالية.

معرفة لعبارة كل من الطاقة الحركية للقمر الاصطناعي و الطاقة الكامنة الثقالية للجملة (قمر + أرض) يمكن كتابة عبارة الطاقة الميكانيكية للجملة (قمر + أرض) و هذا لما يكون القمر الاصطناعي على ارتفاع r من سطح الأرض:

$$(15)..... Em = \frac{mg_0}{2}\frac{R^2}{r} + mg_0R\left(1-\frac{R}{r}\right) = mg_0R\left(1-\frac{R}{2r}\right)$$

هذه العبارة لا تأخذ بعين الاعتبار مختلف المقاومات التي توجد على مستوى الغلاف الجوي.

تبين هذه العلاقة أنه كلما ازداد نصف قطر المدار كلما كان العمل الذي يجب تقديمه لجعل القمر في مداره كبيرا. كما أن الطاقة الميكانيكية للقمر الاصطناعي تزداد مع زيادة الارتفاع.

زيادة على كل هذا، نلاحظ أن الطاقة الميكانيكية للجملة (أرض + قمر) تتغير بشكل مستمر.

عندما نعوض $r = \infty$ في العبارة (15) نجد العمل الذي يجب تقديمه عندما نقذف جسم من على سطح الأرض لإبعاده إلى مالا نهاية.

$$(16)..................\ W_{\infty} = mg_0R$$

يستعمل هذا العمل للرفع من الطاقة الكامنة للجملة (قمر + أرض) .
إذا اعتبرنا أن هذا العمل يقدم للقمر الاصطناعي فإنه تتحقق العلاقة:

$$\frac{mv_2^2}{2} = mg_0R$$

ومنه نجد ثاني سرعة كونية للقمر الاصطناعي:

$$(17)..................\ v_2 = \sqrt{2g_0R}$$

إذا قمنا بمقارنة هذه العبارة بالعبارة $v_1 = \sqrt{g_0R}$ المستخرجة سابقا نلاحظ أن :

$$v_2 = \sqrt{2}\ v_1$$

التطبيق العددي يعطي:

$$v_2 = 11{,}19\ \ Km/s$$

كل الأجسام التي تقذف بسرعة تكون قيمتها أكبر من v_2 لن تعود أبدا إلى الأرض، و لكن سرعتها لا تؤول إلى الصفر مع ابتعادها عنها.

طاقة الجملة (بروتون + نترون) في ذرة الهيدروجين :

– الطاقة الكامنة للجملة (إلكترون + بروتون) :

عندما نريد انتزاع إلكترون من الذرة، و الذي يخضع لقوة جذب النواة له، فإنه يجب تقديم طاقة معينة للجملة المدروسة. عكس هذا عندما يقترب الإلكترون من النواة تصرف طاقة، و على العموم فإننا نقول أن الذرة تملك طاقة كامنة لها علاقة بوضع الإلكترون بالنسبة للبروتون.
تزداد هذه الطاقة لما يبتعد الإلكترون عن النواة و تنقص لما يقترب منها

– الطاقة الحركية للإلكترون :

بما أن الإلكترون في حالة حركة دائمة، فإننا نقول بأن للإلكترون طاقة حركية.

– طاقة الجملة (بروتون + نترون) في ذرة الهيدروجين :

الطاقة الكلية لجملة للجملة (إلكترون + بروتون) هي مجموع الطاقة الحركية للإلكترون و الطاقة الكامنة للجملة (إلكترون + بروتون)

مسلمات Bohr – سويات الطاقة (Niveau d'énergie) :

في تفسيراته النظرية التي قدمها العالم الفيزيائي بلانك Planck (1900) و التي تخص إشعاعات الجسم الأسود ، أدخل تصورا جديدا و حديثا في ذلك الوقت حيث قال إن التبادلات الطاقوية في الذرة لا يمكن أن تحدث إلا بكميات تدعى الكم الطاقوي (quanta) .

في عام 1905 حسن أنشتاين Einstein فكرة بلانك Planck و دقق أكثر في مفهوم الكم الطاقوي حيث أنه افترض أن الكم الطاقوي هو عبارة عن كمية من الطاقة تحملها جسيمات، كتلتها مهملة و تتحرك بسرعة الضوء $c = 3.10^8$ m/s (في الفراغ). تدعى هذه الجسيمات : الفوتونات (photon) .

تعطى الطاقة ،التي يحملها الفوتون و التي لها علاقة بالموجة الكهرومغناطيسية التي يصدرها الجسم الأسود والتي تواترها f و طول موجتها λ ، بالعلاقة التالية:

$$E = h \cdot f = \frac{hc}{\lambda}$$

حيث h هو ثابت Planck و قيمته $h = 6,62.10^{-34}$ j.s

هناك نماذج عدة اقترحت لتفسير بنية الذرة. من أهم هذه النماذج و التي يعمل بها حاليا، النموذج الكوكبي لـ Bohr (1913).

قصد تحسين نموذج الذرة الذي كان قد اقترحه رازفورد Rutherford عام 1911 ولكي يتمكن من تفسير طيف الانبعاث لذرة الهيدروجين، اهتدى Bohr إلى وضع المسلمات التالية:

– اعتبر أن النواة ثابتة لأن كتلتها أكبر من كتلة الإلكترون بـ 1850 مرة.

– يتحرك الإلكترون حول النواة بسرعة قيمتها v في مسارات دائرية نصف قطرها r و مركزها النواة و تدعى هذه المسارات : المدار Orbite.

– المدارات المسموح بها و التي يشغلها الإلكترون هي المدارات التي تحقق العلاقة:

$$m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

m كتلة الإلكترون.

r نصف قطر المدار.

$n = 1 , 2 , 3 , ...$

v سرعة الإلكترون

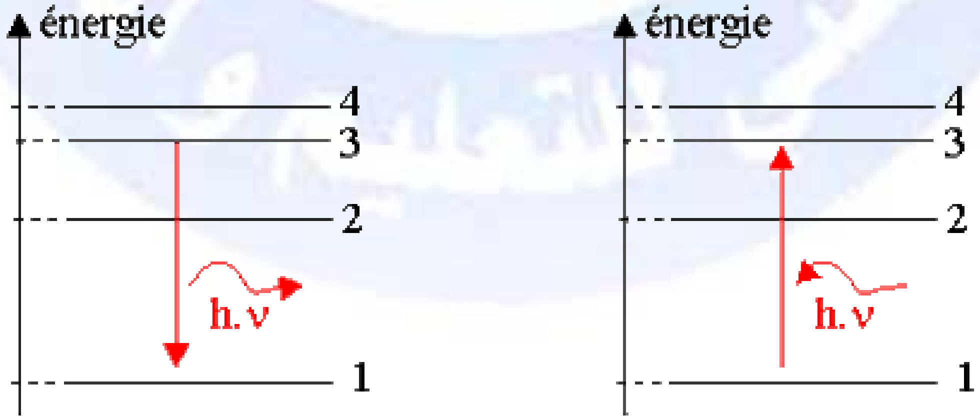
h ثابت Planck .

– عندما يكون الإلكترون في مدار معين فإن طاقته لا تتغير (الحالة المستقرة)، و بهذا فإنه لا يستطيع أن يكتسب أو يفقد طاقة إلا إذا غير مداره، من مدار مسموح به إلى مدار أخر هو أيضا يكون مسموحا به.

انطلاقا من هذه المسلمات يمكن حساب طاقة الجملة (بروتون + إلكترون) الخاصة بذرة الهيدروجين فنجد:

$$\boxed{E = -\frac{13,6}{n^2}}$$

حيث E مقدرة بوحدة eV ($1\ eV = 1,6.10^{-19}$ joule).



عكس ما هو الحال عليه بالنسبة للجملة (أرض + قمر)، طاقة الجملة (بروتون + إلكترون) لا يمكن أن تأخذ إلا قيما محددة تدعى: **سويات الطاقة** الإلكترونية للذرة، لأن n عدد طبيعي أكبر من الصفر.

نقول أن الطاقة الإلكترون في اللذرة مكممة (quantifiée).

تكون الجملة في الحالة الأكثر استقرار عندما يكون $n = 1$. تدعى هذه الحالة **الحالة الأساسية** لذرة الهيدروجين، حيث تكون فيها طاقة الجمل (بروتون + إلكترون) تساوي: $E = -13,6eV$

تكون طاقة هذه الجملة أعظمية لما يكون $E = 0eV$ و يتحقق هذا من أجل $n = \infty$ و عندها يكون الإلكترون قد انفصل عن النواة.

يعتبر هذا النموذج الفلكي للذرة مقنعا، حيث أن تكميم سويات الطاقة يسمح بتفسير طيف الامتصاص و كذلك طيف الانبعاث الخاص بذرة الهيدروجين.