# الإحـــصـــاء

**الكفاءات القاعدية** :

- تمثيل سلسة إحصائية منظمة في فئات مختلفة الأطوال بمدرج تكراري.
- التلمبس بالوسائط المتحركة.
- حساب الإنحراف المعياري وترجمته.
- حساب الربعيات والعشريين الأول والتاسع لسلة إحصائية.
- تمثيل سلسة إحصائية بمخطط بالعلبة وترجمته.
- مقارنة مخططات بالعلبة لسلاسل مختلفة.

## تصميم الدرس

- **أنشطة تمهيدية**
- **1/ سلاسل إحصائية وتمثيلاتها:**
- **2/ خواص الوسط الحسابي:**
- **3/ السلاسل الزمنية:**
- **4/ تشتت القيم بالنسبة إلى الوسط الحسابي: التباين والإنحراف المعياري:**
- **5/ الربعيات والعشريات**

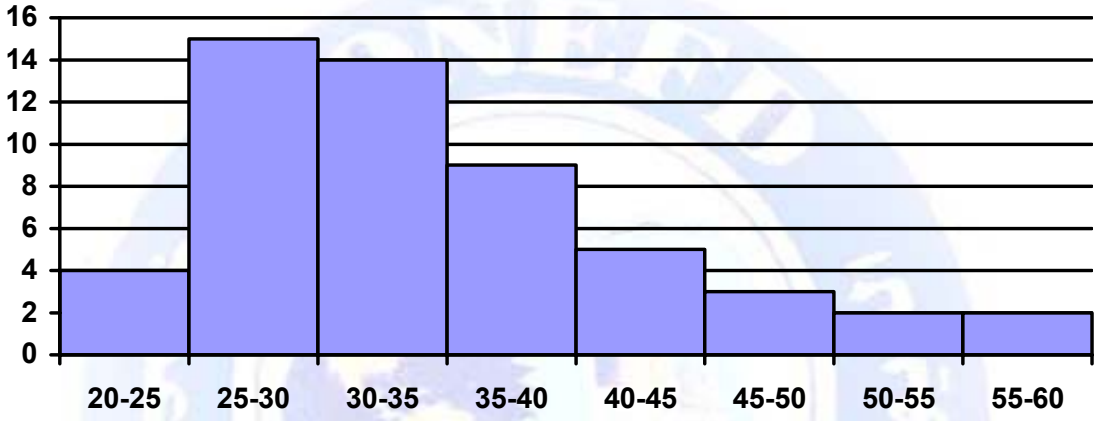
**تمارين ومشكلات حول الإحصاء**

# أنشطة تمهيدية

**النشاط 01 :** تمثيل سلسلة إحصائية بمدرج تكراري

- **المعطيات والأسئلة** :

في الشكل $(a)$ الموالي، المدرج التكراري الممثل لتوزيع الأعمار، بالسنوات، لعمال مؤسسة.




الشكل $(a)$

1) إشرح طريقة التي اعتمد عليها الإنشاء الشكل $(a)$ ثم أنشيء جدولا إحصائيا يمثل السلسلة الإحصائية المقترحة.

2) قصد تقليص عدد الفئات، نغير تنظيم القيم

أ- أكمل الجدول $(b)$ التالي:

| فئات الأعمار | $[20,25[$ | $[25,35[$ | $[35,45[$ | $[45;60[$ |
|---|---|---|---|---|
| عدد العمال | | | | |

الجدول $(b)$

ب- باستعمال معلم مثل السابق، مثل حدود الفئات الجديدة على محور الفواصل ثم أنشيء مستطيلات بحيث تكون مساحات هذه المستطيلات متناسبة مع تكرارات الفئات على الترتيب وبحيث يكون "إرتفاع" المستطيل المنشأ على القطعة الممثلة للفئة $[20,25[$ يساوي 4.

- **الأجوبة والملاحظات:**

(1) أطوال الفئات متساوية وبالتالي، وحسب الطريقة المعتمدة في السنة الأولى، "إرتفاع" مستطيل "مبني" على قطعة ممثلة لفئة يساوي تكرار هذه الفئة.

الجدول الإحصائي الممثل للسلسلة الإحصائية الممثلة بالمدرج التكراري في الشكل $(a)$ هو كما يلي:

| الفئات | $[20,25[$ | $[25,30[$ | $[30,35[$ | $[35,40[$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 4 | 13 | 12 | 9 |

| الفئات | $[40,45[$ | $[45,50[$ | $[50,55[$ | $[55,60[$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 5 | 3 | 2 | 2 |

(2) أ - إعتمادا على التنظيم "الجديد" والمعطيات يكمل الجدول $(b)$ كما يلي:

| الفئات | $[20,25[$ | $[25,35[$ | $[35,45[$ | $[45;60[$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 4 | 25 | 14 | 7 |

أ- ليكن $Q_4, Q_3, Q_2, Q_1$ المستطيلات المنشئة على القطع المستقيمة الممثلة للفئات $]20,25]$، $]25,30]$، $]35,45]$، $[45,60[$ على الترتيب ولتكن

$h_4, h_3, h_2, h_1$ الإرتفاعات المقدرة في نفس الوحدة للمستطيلات

$R_4, R_3, R_2, R_1$ على الترتيب، مساحات $R_3, R_2, R_2, R_1$ -مقدرة في نفس الوحدة- هي $h_4(60-45), h_3(45-35), h_2(35-25), h_1(25-20)$

على الترتيب وحتى تكون هذه المساحات متناسبة مع تكرارات الفئات، على الترتيب، يلزم ويكفي أن يكون:

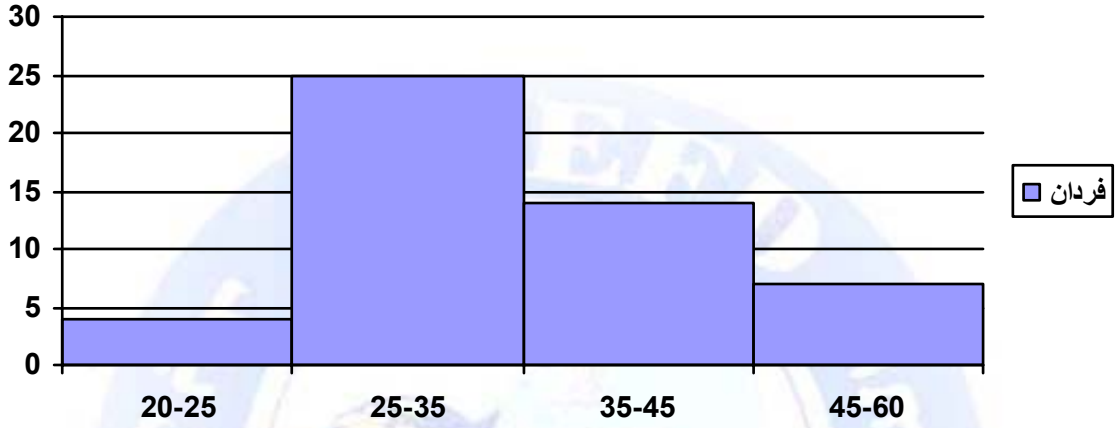
$$\frac{h_4(25-20)}{4} = \frac{h_3(35-25)}{25} = \frac{h_2(45-35)}{14} = \frac{h_1(60-45)}{7}$$

أي: $\frac{4.5}{4} = \frac{10h_2}{25} = \frac{10h_3}{14} = \frac{15h_{41}}{7}$ (لأن السؤال يأخذ: $h_1 = 4$)

أي: $h_2 = 25 \times \frac{5}{10}, h_3 = 14 \times \frac{5}{10}, h_4 = 7 \times \frac{5}{15}$

أي: $h_2 = \frac{25}{2}$ ، $h_3 = 7$ ، $h_4 = \frac{7}{3}$

منه الشكل:




التحقق: في الشكل إذا قدرنا المساحات بالسنتيمتر المربع:

مساحة $R_1$ تساوي 2، مساحة $R_2$ تساوي 12,5، مساحة $R_3$ تساوي 7، مساحة $R_4$ تساوي 3,5 ولدينا: $\frac{3,5}{7} = \frac{7}{14} = \frac{12,5}{25} = \frac{2}{4}$

**¶ ملاحظة:**

إذا رمزنا بـ $C_4, C_3, C_2, C_1$ إلى الفئات وبـ $\ell_1, \ell_2, \ell_3, \ell_4$ إلى أطوال هذه الفئات على الترتيب وبـ $n_4, n_3, n_2, n_1$ إلى تكرارات هذه الفئات على الترتيب، لدينا $C_1$ هي الفئة ذات أصغر طول وللحصول على $h_i$ إرتفاع المستطيل المنشأ على القطعة الممثلة لفئة $C_i$ استعملنا المساواة: $h_i = n_i \times \frac{\ell_1}{\ell_i}$

**النشاط 2:** خواص الوسط الحسابي

- **المعطيات والأسئلة:**

يتكون قسم من 30 تلميذا: 18 بنتا و12 ولدا في اختبار في الرياضيات كانت العلامات كالتالي:

علامة البنات: 16-14-13-13-11-11-11-10-10-9-9-9-8-8-8-7-7-6

علامات الأولاد: 15-14-14-12-12-15-11-11-11-13-8-5.

1) أنشيء جداول إحصائية تبرز فيها التكرارات والتوترات واحد يمثل سلسلة علامات البنات والثاني يمثل سلسلة علامات الأولاد والثالث يمثل سلسلة علامات جميع تلاميذ القسم.

2) أحسب $\overline{x}$ معدل علامات البنات و $\overline{y}$ معدل علامات الأولاد و $\overline{x}$ معدل القسم.

3) إذا قرر الأستاذ أن يضيف نقطتين إلى علامة كل واحدة من البنات فكم يصبح معدل علامات البنات.

4) إذا قرر الأستاذ أن يضرب في 1,25 علامة كل واحد من الأولاد فكم يصبح معدل علامات الأولاد ؟

- **الأجوبة والملاحظات:**

1) الجدول الممثل لسلة علامات البنات:

| العلامات $(x_i)$ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات $(n_i)$ | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| التواترات $(f_i)$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{3}{18}$ | $\frac{3}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{3}{18}$ | $\frac{2}{18}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{18}$ |

- الجدول الممثل لسلة علامات الأولاد:

| العلامات | 5 | 8 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 1 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| التوترات | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{3}{12}$ | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |

- الجدول الممثل لسلة علامات جميع تلاميذ القسم:

| العلامات | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 1 | 1 | 2 | 4 | 3 | 2 |
| التوترات | $\frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30}$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{4}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{2}{30}$ |

| العلامات | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 6 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| التوترات | $\frac{6}{30}$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{3}{30}$ | $\frac{2}{30}$ | $\frac{1}{30}$ |

② حسب التعريف:

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots\ldots\ldots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots\ldots + n_k}$$

منه: $\bar{x} = \frac{1.6 + 2.7 + 3.8 + 3.9 + 2.10 + 3.11 + 2.13 + 1.14 + 1.16}{1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 3 + 2 + 1 + 1}$

إذن: $\bar{x} = 10$ (الحسابات بالآلة)

بصفة مماثلة نجد: $\bar{y} = 11,75$ و $\bar{x} = 10,7$

③ إذا أضاف الأستاذ نقطتين إلى علامة كل واحدة من البنات فإن معدل علامات البنات وليكن $\bar{x}$ يكون:

$$\bar{x}' = \frac{1.(6+2) + 2.(7+2) + 3.(8+2) + 3.(9+2) + 2.(10+2) + 3.(11+2) + 2.(13+2) + 1.(14+2) + 1.(16+2)}{18}$$

أي

$$\bar{x}' = \frac{1.6 + 2.7 + 3.8 + 3.9 + 2.10 + 3.11 + 2.13 + 1.14 + 1.16 + 2(1+2+3+3+2+3+2+1+1)}{18}$$

أي $\bar{x}' = \bar{x} + 2$ أي: $\bar{x}' = 12$

④ إذا ضرب الأستاذ علامة كل واحد من الأولاد في $1,25$ معدل علامات الأولاد وليكن $\bar{y}'$

$$\bar{y}' = \frac{1(1,25.5) + 1.(1,25\times 8) + 3(1,25.11) + 2(1,25\times 12) + 1(1,25\times 13) + 2(1,25\times 14) + 2(1,25\times 15)}{18}$$

أي: $\bar{y}' = 1,25\left(\frac{1.5 + 1.8 + 3.11 + 2.12 + 1.13 + 2.14 + 2.15}{18}\right)$

أي: $\bar{y}' = 1,25 \times \bar{y}$ أي: $\bar{y}' = 14,6875$

**¶ ملاحظة:**

① معدل علامات البنات 10، عدد البنات 18

معدل علامات الأولاد 11،75 عدد الأولاد 12

معدل القسم 10،7 عدد تلاميذ القسم 18+12

ونلاحظ: $10,7 = \frac{12.11,75 + 18.10}{12 + 18}$

② من خلال (3) و(4)

عندما أضفنا 2 إلى كل علامة المعدل "الجديد" هو ("المعدل القديم" +2)

عندما ضربنا كل علامة في 1،25 المعدل الجديد هو جداء المعدل "القديم في" 1،25

③ لدينا:

$$\bar{x} = \frac{1.6 + 2.7 + 3.8 + 3.9 + 2.10 + 3.11 + 2.13 + 1.14 + 1.16}{18}$$

أي: $\bar{x} = \frac{1}{18}.6 + \frac{2}{18}.7 + \frac{3}{18}.8 + \frac{3}{18}.9 + \frac{2}{18}.10 + \frac{3}{18}.11 + \frac{2}{18}.13 + \frac{1}{18}.14 + \frac{1}{18}.16$

(باستعمال التواترات) $\bar{x} = f_1.x_1 + f_2.x_2 + ..... + f_p.x_p$

وهذه الملاحظات تبرز خواص للمتوسط الحسابي.

**النشاط 3:** مقياس للتشتت بالنسبة إلى المتوسط الحسابي

- **المعطيات والأسئلة:**
- شكل مشرف على مدرسة رياضية فريقين $A$ و $B$ ثم قام بقياس القامات- بالسنتيمتر- لإرضاء كل واحد من الفريقين فكانت النتائج كما يلي:

الفريق $A$ : 165-167-168-171-174-175

الفريق $B$ : 168-169-169-170-171-173

① أحسب $\bar{x}$ المتوسط الحسابي لقامات أعضاء الفريق $A$ و $\bar{y}$ المتوسط الحسابي لقامات أعضاء الفريق $B$ .

② أحسب كل واحد من العددين $V_x$ و $V_y$ حيث:

$$V_x = \frac{1(165-\bar{x})^2 + 1(167-\bar{x})^2 + 1(168-\bar{x})^2 + 1(171-\bar{x})^2 + 1(174-\bar{x})^2 + 1(175-\bar{x})^2}{6}$$

$$V_y = \frac{1(168-\bar{y})^2 + 2(169-\bar{y})^2 + 1(170-\bar{y})^2 + 1(171-\bar{y})^2 + 1(173-\bar{y})^2}{6}$$

③ ما هو الفريق الأكثر تجانسا من حيث القامة؟

- **الأجوبة والملاحظات:**

① باستعمال تعريف المتوسط الحسابي (أو الآلة الحاسبة) نجد: $\bar{y} = 170$ و $\bar{x} = 170$

② إذن: $V_y = \frac{8}{3}$ و $V_x = \frac{40}{3}$ و $V_y \simeq 2,67$ و $V_x \simeq 13,33$

③

$V_x$ هو متوسط "مربعات (الفوارق بين قامات أعضاء الفريق $A$ و $\bar{x}$)"

$V_y$ هو متوسط "مربعات (الفوارق بين قامات أعضاء الفريق $B$ و $\bar{y}$)"

ومن كون $V_x$ أكبر من $V_y$ يمكننا أن نقول أن تشتت قامات أعضاء الفريق $A$ بالنسبة إلى القامة المتوسطة أكبر من تشتت قامات أعضاء الفريق $B$ بالنسبة إلى القامة المتوسطة وبالتالي الفريق $B$ أكثر تجانسا من الفريق $A$ ، من حيث القامة.

**¶ ملاحظة:**

$V_x$ يسمى تباين سلسلة قامات أعضاء الفريق $A$ و $\sqrt{V_x}$ يسمى الإنحراف المعياري، لسلسلة قامات أعضاء الفريق $A$ ، و $V_y$ و $\sqrt{V_y}$ هما على الترتيب المتباين والإنحراف المعياري لسلسلة قامات أعضاء الفريق $B$ .

**النشاط 4:** مقياس للتشتت بالنسبة إلى الوسيط

- **المعطيات والأسئلة:**

سجلات الأعمار المقدرة بالسنوات لـ 35 شخصا يتابعون نوعا من الرسوم المتحركة فكانت النتائج- مرتبة تصاعديا- كما يلي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 11 | 11 | 11 | 12 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 |
| 32 | 32 | 35 | 36 | 37 | 38 | 38 | 38 | 40 | 41 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17 | 17 | 20 | 23 | 24 | 25 | 27 | 6 |
| 42 | 46 | 46 | 46 | 47 | 50 | 50 | |

نريد تنظيم هذه المشاهدات وفق 4 فئات لها بالتقريب نفس التكرار

(1) عين العمر $me$ الذي يحقق "$me$ هو أصغر عمر بحيث أعمار 50% على الأقل من الأفراد أصغر من أو يساوي $me$"

(2) عين العمر $Q_1$ الذي يحقق "$Q_1$ هو أصغر عمر بحيث أعمار 25% ، على الأقل من الأفراد أقل من أو تساوي $Q_1$"

والعمر $Q_3$ الذي يحقق "$Q_3$ هو أصغر عمر بحيث أعمار 75% على الأقل من الأفراد أقل من أو تساوي $Q_3$"

- **الأجوبة والملاحظة:**

(1) حسب التعريف $me$ هو الوسيط للسلسلة الإحصائية المقترحة وبما أن عدد الأفراد هو 35 فإن $me$ هو المشاهدة التي مرتبتها 18 منه: $me = 30$

(2) 25% من 35 هو $35 \times \frac{25}{100}$ وهو 8,75 و75% من 35 هو $35 \times \frac{75}{100}$ وهو 26,25

منه $Q_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة 9 منه: $Q_1 = 14$

$Q_3$ هو المشاهدة ذات المرتبة 27 منه: $Q_3 = 40$ (بالاعتماد على المعطيات)

**¶ ملاحظة:**

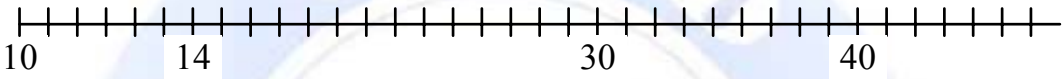
1) قراءة للأسئلة باستعمال تعريف التكرار المجمع الصاعد تكون:

$me$ هو أصغر قيمة تكرارها المجمع الصاعد أكبر من أو يساوي $0,5 \times 35$

$Q_1$ هو أصغر قيمة تكرارها المجمع الصاعد أكبر من أو يساوي $0,25 \times 35$

$Q_3$ هو أصغر قيمة تكرارها المجمع الصاعد أكبر من أو يساوي $0,75 \times 35$

2) يمكن تنظيم المشاهدات وفق الفئات $[10,14[$ ,$[14,30[$ ,$[30,40[$ ,$[40,50[$ بحيث يكون تواتر كل واحدة من هذه الفئات يساوي $0,25$




3) $Q_1$ يسمى الربعي الأول لسلسة الأعمار و $Q_3$ يسمى الربعي الثالث لهذه السلسلة.

## 1/ سلاسل إحصائية وتمثيلاتها:

**أ- تعريف:**

التمثيل البياني "مدرج" يستعمل في حالة سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي حيث قيم الميزة مصنفة وفق فئات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$

للحصول على المدرج التكراري الممثل لهذه السلسلة، نحمل على المحور الأفقي (محور الفواصل) حدود الفئات ثم ننشيء مستطيلات متلاصقة $R_1 R_2, \ldots\ldots, R_p$ قواعدها السفلى القطع المستقيمة الممثلة للفئات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$ على الترتيب وبحيث مساحات $R_1 R_2, \ldots\ldots, R_p$ متناسبة مع تكرارات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$ على الترتيب. إتحاد المستطيلات $R_1 R_2, \ldots\ldots, R_p$ يسمى "مدرج تكراري ممثل للسلسلة الإحصائية"

**ب- طريقة:**

لتكن سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي حيث قيم الميزة مصنفة وفق الفئات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$ ولتكن $n_1, n_2, \ldots\ldots, n_p$ تكرارات الفئات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$ على الترتيب ولتكن $\ell_1, \ell_2, \ldots\ldots, \ell_p$ أطوال الفئات $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_p$ على الترتيب.

إنشاء المدرج التكراري الممثل لهذه السلسلة نعتمد، عادة، ما يلي:

* إذا كان $\ell_1 = \ell_2 = ..... = \ell_p$ أي إذا كانت الفئات متساوية الطول: "إرتفاع" المستطيل المنشيء على القطعة الممثلة لفئة $C_i$ يساوي $n_i$ ، تكرار الفئة $C_1$ وهذا مهما تكن هذه الفئة.

* إذا كانت الفئات ليست متساوية الطول: نعتمد على فئة، ولتكن $C_k$ لها أصغر طول $\ell_k$ (من بين أطوال الفئات)

وعندئذ يؤخذ $h_i$ "إرتفاع" المستطيل المنشيء على القطعة الممثلة لفئة $C_i$ وفق "الدستور" التالي: $h_i = n_i \times \frac{\ell_k}{\ell_i}$ (حيث $\ell_i$ طول $C_i$ و $n_i$ تكرار $C_i$) وهذا مهما تكن الفئة $C_i$.

**¶ ملاحظة 1:**

في جميع الحالات، قبل الشروع في إنشاء المدرج التكراري، نختار وحدة طول على المحور الأفقي ووحدة طول على المحور الشاقولي.

**¶ ملاحظة 2:**

يمكن إنشاء المدرج للتواترات...بإتباع نفس الطريقة مع استبدال التكرارات بالتواترات.

**مثال:** الجدول التالي يمثل توزيع علامات 24 تلميذا

| فئات القيم | $[0,5[$ | $[5,9[$ | $[9,12[$ | $[12,18[$ |
|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 5 | 8 | 7 | 4 |

نلاحظ أن الفئات ليست متساوية الطول.

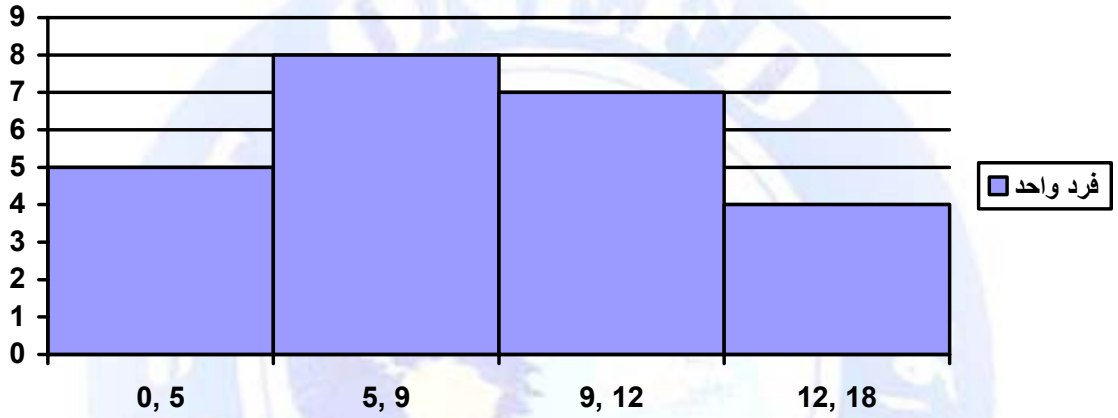
الفئة ذات أصغر طول هي $C_3$ حيث $[9,12[$ وطولها $\ell_3$ بحيث: $\ell_3 = 12 - 9$ أي: $\ell_3 = 3$

لإنشاء المدرج التكراري الممثل لهذه السلسلة الإحصائية يمكن استعمال الجدول التالي حيث: $h_i = n_i \times \frac{3}{\ell_i}$

| الفئة($C_i$) | $[0,5[$ | $[5,9[$ | $[9,12[$ | $[12,18[$ |
|---|---|---|---|---|
| طول الفئة($\ell_i$) | $5-0=5$ | $9-5=4$ | $12-9=3$ | $18-12=6$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| تكرار الفئة $(n_i)$ | 5 | 8 | 7 | 4 |
| إرتفاع المستطيل $(h_i)$ | $5\times\frac{3}{5}=3$ | $8\times\frac{3}{4}=6$ | $7\times\frac{3}{3}=7$ | $4\times\frac{3}{6}=2$ |

منه شكل المدرج التكراري الممثل للسلسلة




## 2/ خواص الوسط الحسابي:

لتكن $(x_1,n_1),(x_2,n_2),.....(x_p,n_p)$ سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي $(x_1,x_2,.....,x_p)$ هي قيم الميزة و $n_1,n_2,.....,n_p$ هي تكرارات هذه القيم على الترتيب)

نذكر أن: تواتر قيمة $x_i$ هو العدد $f_i$ حيث: $f_i=\frac{n_i}{n}$ أين $n_i$ تكرار القيمة $x_i$

و $n=n_1+n_2+.....+n_p$

- الوسط الحسابي للسلسلة المعتبرة هو العدد $\bar{x}$ المعرف بما يلي:

$$\bar{x}=\frac{n_1x_1+n_2x_2+.....+n_{1p}x_p}{n_1+n_2+.....+n_p}$$

ولدينا الخواص التالية:

خ1: $\bar{x} = f_1 x_1, f_2 x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, f_p x_p$

خ2: هما يكن العدد الحقيقي $\alpha$ فإن الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية $(x_1 + \alpha, n_1), (x_2 + \alpha, n_2), \ldots\ldots\ldots\ldots, (x_p + \alpha, n_p)$ هو $(\bar{x} + \alpha)$

خ3: مهما يكن العدد الحقيقي فإن الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية $(\beta.x_1, n_1), (\beta.x_2, n_2), \ldots\ldots\ldots\ldots, (\beta.x_p, n_p)$ هو $\beta.\bar{x}$

خ4: الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي من الشكل:
$(x_1, n_1), (x_2, n_2), \ldots, (x_p, n_p), (y_1, m_1), (y_2, m_2), \ldots, (y_R, m_R)$

هو العدد الحقيقي $\bar{x}$ بحيث: $\bar{x} = \dfrac{n.\bar{x} + m.\bar{y}}{n+m}$

حيث: $\bar{x}$ الوسط الحسابي للسلسلة $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \ldots\ldots\ldots\ldots, (x_p, n_p)$

$\bar{y}$ الوسط الحسابي للسلسلة $(y_1, m_1), (y_2, m_2), \ldots\ldots\ldots\ldots, (y_R, m_R)$

$n = n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_p$ و $m = m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_p$

**مثال:**

في قسم دراسي يتكون من 15 ذكورا و25 إناثا إذا كان معدل أعمار الذكور هو 16 سنة ومعدل أعمار الإناث هو 17 سنة.

فإن معدل أعمار تلاميذ القسم المقدر بالسنوات هو: $\dfrac{15.16 + 25.17}{15 + 25}$

أي معدل أعمار تلاميذ القسم هو: 16,625 سنة

## 3/ السلاسل الزمنية:

### أ- مفهوم السلسلة الزمنية:

**تعريف:**

سلسلة زمنية هي سلسلة مشاهدات سجلت في أوقات مختلفة

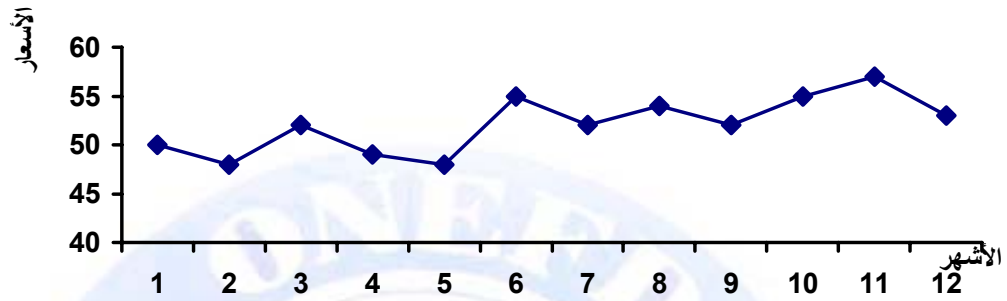
**مثال:**

سجل شخص السعر –المقدر بالدنانير- للكيلوغرام الواحد من منتوج ما وهذا خلال 12 شهرا متتابعة فتحصل على النتائج الملخصة في الجدول التالي:

| الشهر | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | السعر | 50 | 48 | 52 | 49 | 48 | 55 |
| الشهر | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| السعر | 52 | 54 | 52 | 55 | 57 | 53 | |

تمثل هذه السلسلة حسب البيان التالي:




ونلاحظ من هذا البيان أن السلسلة تمتاز بتذبذبات كثيرة ومعتبرة وهذا لا يمكن أن نحكم على "التوجه العام" لهذه السلسلة.

**ب- تمليس سلسلة زمنية بالأوسط المتحركة:**

قصد إبراز التوجه العام لسلسلة زمنية يمكن تقليص التذبذبات وهذا باللجوء إلى "تمليس هذه السلسلة" و"تمليس سلسلة زمنية بالأوساط المتحركة من الرتبة $(2h+1)$" يعتمد على

**التعريف:**

لتكن سلسلة زمنية تأخذ القيم $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_N$ في الأوقات $d_1, d_2, \ldots\ldots, d_N$ على الترتيب وليكن $k$ عددا طبيعيا غير معدوم بحيث: $2k+1 < N$

تمليس هذه السلسلة الزمنية بالأوساط المتحركة من الرتبة $(2k+1)$ يعني تعويض هذه السلسلة الزمنية بسلسلة زمنية أخرى نحصل عليها كما يلي:نرفق بالوقت الوسيط لكل $(2k+1)$ أوقات متتابعة الوسط الحسابي للقيم $x_i$ المرفقة بهذه الأوقات وكل واحد من هذه الأوساط يسمى وسطا متحركا من الرتبة $(2k+1)$

(وبعد تمليس سلسلة زمنية، نقوم بتمثيلها بيانيا)

**مثال:**

نعود إلى السلسلة الزمنية المعتبرة في المثال السابق

* من أجل $k=1$ ، $2k+1=3$ الأوقات الثلاثة المتتابعة الأولى هي: 1,2,3 -على الترتيب، ووسيطها هو 2 والقيم المرفقة بالأوقات 1,2,3 هي على الترتيب- 50,48,52 والوسط الحسابي لهذه القيم هو: $\frac{50+48+52}{3}$

منه الوسط المتحرك من الرتبة 3 المرفق بالوقت 2 هو 50

* من أجل $k=2$ ، $2k+1=5$ الأوقات الخمسة الأولى هي: 1,2,3,4,5 -على الترتيب ووسيطها هو 3 والقيم المرفقة بالأوقات 1,2,3,4,5 هي –على الترتيب- 50,48,52,48,48 والوسط الحسابي لهذه القيم هو: $\frac{50+48+52+49+48}{5}$

منه الوسط المتحرك من الرتبة 5 المرفق بالوقت 3 هو 49,4

- للحصول على "تمليس السلسلة المقترحة بالأوساط المتحركة من الرتبة 3 (أو من الرتبة 5)"

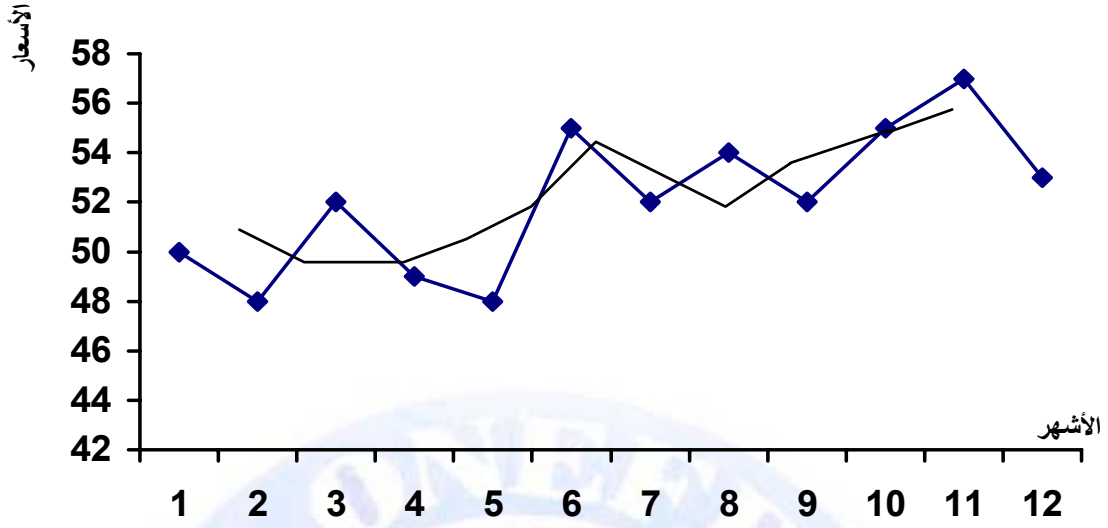
نعتمد على الجدول التالي:

| الأوقات (الأشهر) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| القيم (الأسعار) | 50 | 48 | 52 | 49 | 48 | 55 |
| الأوساط المتحرك من الرتبة 3 | | 50 | 49.6 | 49.6 | 50.6 | 51.6 |
| الأوساط المتحركة من الرتبة 5 | | | 49.4 | 50.4 | 51.2 | 51.6 |

| الأوقات (الأشهر) | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| القيم (الأسعار) | 52 | 54 | 52 | 55 | 57 | 53 |
| الأوساط المتحرك من الرتبة 3 | 53.6 | 52.6 | 53.6 | 54.6 | 55 | |
| الأوساط المتحركة من الرتبة 5 | 52.2 | 53.6 | 54 | 54.2 | | |

تمثيل بياني

- السلسلة الأصلية
- السلسلة مملسة بالأوساط المتحركة من الرتبة 3




ال

تمثيل البياني للسلسلة مملسة يمكن أن نحكم أن التوجه العام لسعر الكيلوغرام من المنتوج هو "الإرتفاع"

## 4/ تشتت القيم بالنسبة إلى الوسط الحسابي: التباين والإنحراف المعياري:

**أ- تعريف التباين:**

لتكن $(x_1,n_1),(x_2,n_2),\ldots\ldots\ldots\ldots,(x_p,n_p)$ سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي وليكن $\bar{x}$ الوسط الحسابي لهذه السلسلة: تباين هذه السلسلة هو العدد $V$ المعرف كما يلي:

$$V=\frac{n_1(x_1-\bar{x})^2+n_2(x_2-\bar{x})^2+\ldots\ldots\ldots+n_p(x_p-\bar{x})^2}{n_1+n_2+\ldots\ldots\ldots\ldots+n_p}$$

**مثال:**

فيما يلي علامات تلميذين $A$ و $B$

علامات التلميذ $A$ : $2,18,10,2,18$

علامات التلميذ $B$ : $8,10,9,11,12$

إذا سمينا $\bar{x}_A$ و $V_A$ الترتيب الوسط الحسابي والتباين لسلسلة علامات التلميذ $A$

و $\bar{x}_B$ و $V_B$ الترتيب الوسط الحسابي والتباين لسلسلة علامات التلميذ $B$

لدينا: $\bar{x}_A=\frac{2\times2+2\times18+1.10}{}$ منه: $\bar{x}_A=10$

و $\bar{x}_B = \frac{1.8+1.9+1.10+1.11+1.12}{5}$ منه: $\bar{x}_B = 10$

و $V_A = \frac{2(2-10)^2+1(10-10)^2+2(18-10)^2}{5}$ منه: $V_A = 51,2$

و $V_B = \frac{(8-10)^2+(9-10)^2+(10-10)^2+(11-10)^2+(12-10)^2}{5}$

منه: $V_B = 2$

**¶ ملاحظة:**

التباين يقيس "تشتت القيم بالنسبة إلى الوسط الحسابي" إذ كلما كان التباين كبيرا كلما كانت "مشتتة بالنسبة إلى الوسط الحسابي"

وكلما كان التباين صغيرا كلما كانت القيم "متركزة حول الوسط الحسابي"

هكذا في المثال أعلاه يمكننا أن نقول أن معدل التلميذ $B$ يعبر على مستواه أكثر مما يعبر معدل التلميذ $A$ على مستواه.

ب- **خاصية:**

لتكن $(x_1,n_1),(x_2,n_2),.....,(x_p,n_p)$ سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي وليكن $\bar{x}$ و $V$ -على الترتيب- الوسط الحسابي والتباين لهذه السلسلة نضع $n = n_1 + n_2 + ..... + n_p$ لدينا:

$$V = \frac{1}{n}\left[n_1(x_1-\bar{x})^2 + n_2(x_2-\bar{x})^2 + .... + n_p(x_p-\bar{x})^2\right]$$

حسب التعريف منه بنشر المربعات:

وبـ $V = \frac{1}{n}\left[n_1(x_1{}^2 + 2x_1\bar{x} + \bar{x}^2) + n_2(x_2{}^2 - x_2\bar{x} + \bar{x}^2) + .... + n_p(x_p{}^2 - 2x_p\bar{x} + \bar{x}^2)\right]$

إنجاز حسابات (محكمة):

وبما $V = \frac{1}{n}\left[(n_1+n_2+...+n_p(\bar{x})^2 - 2\bar{x}(n_1x_1+n_2x_2+..+n_px_p) + n_1x_1{}^2 + n_2x_2{}^2 + .. + n_px_p{}^2\right]$

أن:

$$n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_px_p = n\bar{x} \text{ و } n_1 + n_2 + ... + n_p = n$$

$$V = \frac{1}{n}\left[n(\bar{x})^2 - 2\bar{x}(n.\bar{x}) + n._1x_1{}^2 + n_2x_2{}^2 + ... + n_px_p{}^2\right]$$

وبعد النشر والتبسيط: $V = -(\bar{x})^2 + \frac{n_1x_1{}^2 + n_2x_2{}^2 + ... + n_px_p{}^2}{n}$ منه:

**المبرهنة:**

لتكن $(x_1,n_1),(x_2,n_2),.....,(x_p,n_p)$ سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي وليكن $\bar{x}$ الوسط الحسابي لهذه السلسلة، التباين $V$ لهذه السلسلة يعطى وفق الدستور:

$$V=\frac{n_1{x_1}^2+n_2{x_2}^2+...+n_p{x_p}^2}{n}-\bar{x}^2 \quad \text{حيث:} \quad n=n_1+n_2+.....+n_p$$

**¶ ملاحظة:**

عند حساب تباين سلسلة إحصائية استعمال الدستور في المبرهنة الفارطة على العموم- أكثر بساطة من استعمال التعريف لأن في المبرهنة $\bar{x}$ مستعمل مرة واحدة فقط.

**مثلا:** إذا عدنا إلى علامات التلميذين $A$ و $B$

$$V_A=\frac{2.2^2+1.10^2+2.18^2}{5}-10^2 \quad \text{منه:} \quad V_A=51,2$$

و $$V_B=\frac{8^2+9^2+10^2+11^2+12^2}{5}-10^2 \quad \text{منه:} \quad V_B=2$$

أ- **تعريف الإنحراف المعياري، ترميز:**

الإنحراف المعياري لسلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي هو العدد المرمز إليه بالرمز $r$ والمعرف بالمساواة $r=\sqrt{v}$ حيث $v$ تباين السلسلة.

## ¶ ملاحظة:

1) حاسبة علمية مبرمجة في الوظيفة $stat(SD)$ تمكن من حساب الإنحراف المعياري باستعمال اللمسة $r$

2) في حالة قيم مصنف وفق فئات لحساب التباين أو الإنحراف المعياري تستعمل نفس النتائج السابقة مع تبديل القيم بمراكز الفئات، مثل ما هو الحال بالنسبة إلى الوسط الحسابي.

## 5/ الربعيات والعشريات:

**أ- تعريف، ترميز:**

لتكن سلسلة إحصائية ذات متغير إحصائي،

الربعي الأول (أو الربعي الأدنى) هو قيمة الميزة المرمز إليها بالرمز $Q_1$ المعرفة كما يلي: إذا كتبت جميع المشاهدات مرتبة فإن $Q_1$ هي أصغر قيمة بحيث يكون $25\%$ ، على اقل، من المشاهدات أصغر من أو يساوي $Q_1$

الربعي الثالث (أو الربعي الأعلى) هو قيمة الميزة المرمز إليها بالرمز $Q_3$ هي أصغر قيمة بحيث يكون $75\%$ ، على الأقل، من المشاهدات أصغر من أو يساوي'

المجال $[Q_1, Q_3]$ يسمى المجال الربعي والعدد $(Q_1 - Q_3)$ يسمى الإنحراف الربعي.

العشري الأول (أو العشري الأدنى) هو قيمة الميزة المرمز إليها بالرمز $D_1$ المعرفة كما يلي: إذا كتبت جميع المشاهدات مرتبة فإن $D_1$ هو أصغر قيمة بحيث $10\%$، على الأقل، من المشاهدات أصغر من أو تساوي $D_1$

العشري التاسع: (أو العشري الأعلى) هو قيمة الميزة المرمز إليها بالرمز $D_9$ المعرفة كما يلي: إذا كتبت جميع المشاهدات مرتبة فإن $D_9$ هو أصغر قيمة بحيث يكون $90\%$، على الأقل، من المشاهدات أصغر من أو يساوي $D_9$

المجال $[D_1, D_9]$ يسمى المجال العشري والعدد $(D_9 - D_1)$ يسمى الانحراف العشري.

**ب- طريقة لتعيين الربعيات و العشريات:**

لتعيين الربعيين $Q_1$ و $Q_3$ والعشريين $D_1$ و $D_9$ لسلسلة إحصائية تكرارها الكلي (أي عدد أفرادها) $N$

نرتب جميع المشاهدات (كل قيمة تكتب عدد مرات يساوي تكراراها) تصاعديا.

- إذا كان $\frac{N}{4}$ عددا طبيعيا

$Q_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة $\frac{N}{4}$

$Q_3$ هو المشاهدة ذات المرتبة $\frac{3N}{4}$

- إذا كان $\frac{N}{4}$ ليس عددا طبيعيا

$Q_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة الأكبر مباشرة من $\frac{N}{4}$

$Q_3$ هو المشاهدة ذات المرتبة الأكبر مباشرة من $\frac{3N}{4}$

- إذا كان $\frac{N}{10}$ عددا طبيعيا

$D_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة $\frac{N}{10}$

$D_9$ هو المشاهدة ذات المرتبة $\frac{9N}{10}$

- إذا كان $\frac{N}{10}$ ليس عددا طبيعيا

$D_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة الأكبر مباشرة من $\frac{N}{10}$

$D_9$ هو المشاهدة ذات المرتبة الأكبر مباشرة من $\frac{9N}{10}$

**مثالان:**

1) لتكن السلسلة الإحصائية المعرفة بالمشاهدات المرتبة:

2-2،5-4-5-6،75-8-9-9-11،5-11،5-12-13

$N$ عدد المشاهدات هو 12 و $\frac{N}{4}=3$ و $\frac{3N}{4}=9$

منه الربعي الأول هو المشاهدة ذات المرتبة 3 منه: $Q_1=4$

والربعي الثالث هو المشاهدة ذات المرتبة 9 منه: $Q_3=11,5$

2 لتكن السلسلة الإحصائية الممثلة بالجدول الإحصائي التالي:

| القيم | 8 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 15 | 45 | 20 | 70 | 50 | 10 | 5 |
| التكرارات الصاعدة | 15 | 60 | 80 | 150 | 200 | 210 | 215 |

| القيم | 17 | 18 | 19 | 20 | 22 | 25 | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 5 | 30 | 16 | 6 | 3 | 3 | 13 |
| التكرارات الصاعدة | 220 | 250 | 266 | 272 | 275 | 278 | 91 |

هنا $N$ عدد المشاهدات هو 291 و $\frac{N}{4}=72,75$ و $\frac{3N}{4}=218,25$ و $\frac{N}{10}=29,1$

و $\frac{9N}{10}=261,9$

منه: $Q_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة 73 وهو ضمن المشاهدات الـ 80 الأولى وليس ضمن المشاهدات الـ 60 الأولى منه: $Q_1=12$

$Q_3$ هو المشاهدة ذات المرتبة 219 وهو ضمن المشاهدات الـ 220 الأولى وليس ضمن المشاهدات الـ 215 الأولى منه: $Q_3=17$

$D_1$ هو المشاهدة ذات المرتبة 30 وهو ضمن المشاهدات الـ 60 الأولى وليس ضمن المشاهدات الـ 15 الأولى منه: $D_1=10$

$D_9$ هو المشاهدة ذات المرتبة 262 وهو ضمن المشاهدات الـ 266 الأولى وليس ضمن المشاهدات الـ 250 الأولى منه: $D_9=19$

**ج- المخطط بالعلبة (أو المخطط بالربعيات):**

المخطط بالعلبة (أو المخطط بالربعيات) هو نوع من التمثيل يمكن من تلخيص بياني لسلسلة إحصائية يسمح بدراسة لتوزيع قيم هذه السلسلة حول وسيطها.

يعتمد المخطط بالعلبة على خمسة قيم وهي:

أصغر قيمة للميزة (المرمز إليها عادة بالرمز $\min x$)

الربعي الأول $Q_1$

الوسيط (الذي يسمى كذلك الربعي الثاني ويرمز إليه بالرمز $Q_2$ أو بالرمز $med$ أو بالرمز $me$)

الربعي الثالث $Q_3$

أكبر قيمة للميزة (المرمز إليها عادة بالرمز $Max\,x$)

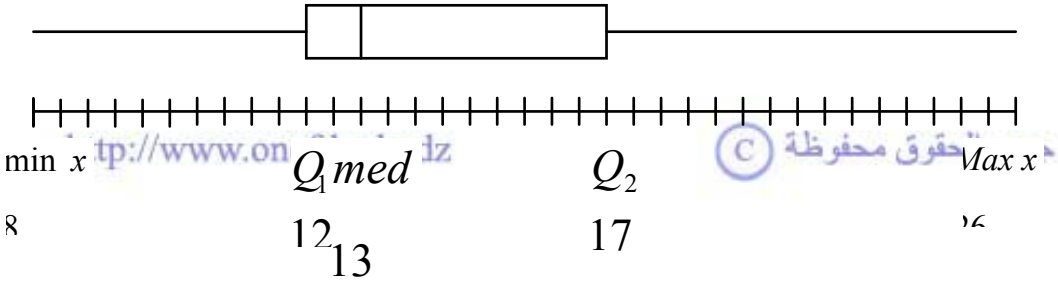
إنشاء المخطط بالعلبة الممثل لسلسلة إحصائية،

نختار سلم وهذا بتمثيل قطعة مستقيمة "مدرجة" (أفقية أو شاقولية) بدايتها تمثل $\min x$ ونهايتها تمثل $Max\,x$ ثم نعلم النقط من هذه القطعة التي تمثل: $Q_1$، $med$ و$Q_3$ ثم نكمل الشكل على النحو التالي:


(*) المستطيل يسمى "العلبة" والقطعتان خارجة تسميان "الشنبين" (Moustaches) أو "الرجلين" (Pattes) في حالة ما يكون التمثيل شاقولي.

**مثال:**

إذا اعتبرنا السلسلة الإحصائية الممثلة بالجدول في المثال 2 فقرة (5) –ب- عدد الأفراد هو 291 وهو فردي منه الوسيط $med$ هو المشاهدة التي مرتبتها 146 (145 مشاهدات قبل $med$ و145 مشاهدات بعد $med$) ومنه $med$ ضمن الـ 150 مشاهدات الأولى وليس ضمن الـ 80 مشاهدات الأولى منه: $med = 13$ والمخطط بالعلبة الممثل للسلسلة يكون كما يلي:



**¶ ملاحظة:**

- عند تمثيل سلسلة إحصائية بالمخطط بالعلبة قد يتطلب الوضع تبديل $D_1$ بـ $\min x$

و $D_9$ بـ $Max\, x$

- الإنحراف الربعي هو مقياس للتشتت يعكس توزيع 50% من المشاهدات حول الوسيط.

- مقاييس للموقع هي:

الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، الربعيات

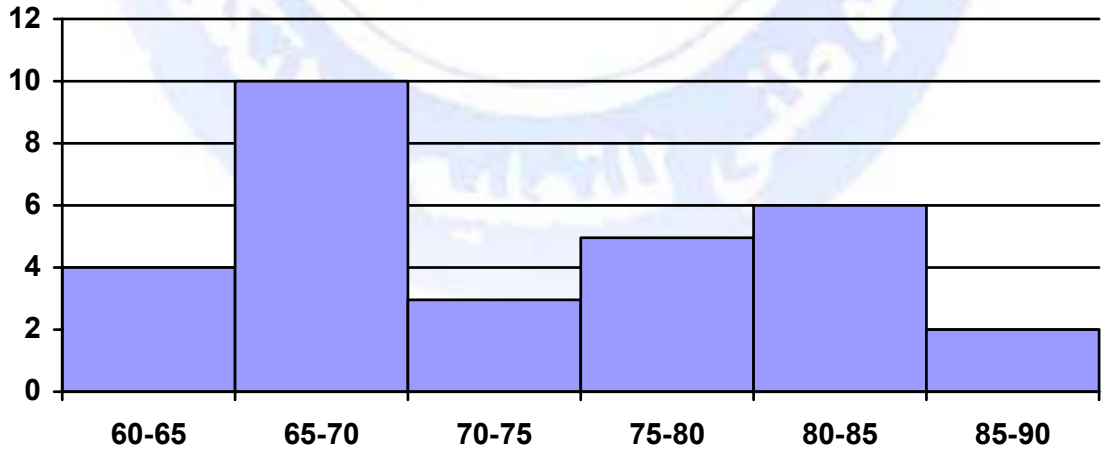
- مقاييس للتشتت هي:المدى، التباين، الإنحراف المعياري، الإنحراف الربعي، الإنحراف العشري.

## تمارين ومشكلات حول الإحصاء

**التمرين 1:**

في دار للعجزة أتتنا 30 عجوزا، وكان اهتمامنا بعمر (بسن) كل فرد من أفراد هذه العينة.

إليك المدرج التكراري الممثل لتوزيع الأعمار بالسنوات.




1) أ- اشرح الطريقة التي اعتمد عليها لإنشاء هذا المدرج التكراري.

ب- أنشيء جدولا إحصائيا يمثل السلسلة الإحصائية المقترحة

2) قصد الاهتمام أكثر، نريد تقليص عدد الفئات، لأجل ذلك

أ- أكمل الجدول التالي:

| الفئات | $]85,90[$ | $]70,85[$ | $]60,70[$ |
|---|---|---|---|
| عدد العجزة | | | |

ب- لتكن $S_3, S_2, S_1$ مساحات المستطيلات المنشأة على القطع الممثلة للفئات $]60,70[$ ، $]70,85[$ ، $]85,90[$ بهذا الترتيب.

أحسب $S_3$

أحسب $S_1$ و $S_2$ علما أن: $S_1 + S_2 = 140$ و $S_1 - S_2 = 0$

باستعمال معلم كالسابق، مثل الفئات الجديدة على محور الفواصل ثم أنشيء مستطيلات تحقق المعطيات والنتائج المتعلقة بالفئات الجديدة.

**التمرين 2:**

في مؤسسة تعليمية، أخذنا 30 فردا منهم 10 تلاميذ و5 أساتذة و8 إداريين.

سألناهم عن عدد الكتب التي يطالعها كل منهم في السنة فكانت الأجوبة.

عدد الكتب التي يطالعها كل تلميذ:

3،6،1،0،4،0،4،0،12،5

عدد الكتب التي يطالعها كل أستاذ:

12،6،4،6،3

عدد الكتب التي يطالعها كل إداري:

4،10،1،2،6،0،4،3

1 أنشيء جدولا إحصائيا تبرر فيها التكرارات والتواترات بحيث:

أحد الجداول يمثل سلسلة عدد الكتب التي يطالعها التلاميذ والثاني يمثل سلسلة عدد الكتب التي يطالعها الأساتذة والثالث يمثل سلسلة عدد الكتب التي يطالعها الإداريون والرابع يمثل عدد الكتب للمجموعة كلها (الأفراد الـ 23).

2 أحسب كلا من $\bar{x}$ و $\bar{y}$ و $\bar{z}$ و $\bar{x}$ حيث:

$\bar{x}$ الوسط الحسابي لعدد الكتب التي يطالعها التلاميذ و $\bar{y}$ الوسط الحسابي لعدد الكتب التي يطالعها الأساتذة و $\bar{z}$ الوسط الحسابي لعدد الكتب التي يطالعها الإداريون و $\bar{x}$ الوسط الحسابي لعدد الكتب التي يطالعها أفراد المجموعة (أي الأفراد الـ 23).

3 أردنا تحفيز هذه المجموعة على المطالعة أكثر، لأجل ذلك ثم التفكير في عدة أساليب تحفيزية.

أ- الأسلوب التحفيزي الأول جعل كل فرد يتمكن من إضافة 3 كتب للمطالعة سنويا، عندئذ: ما هو معدل عدد الكتب التي يطالعها هؤلاء الأفراد في السنة

ب- الأسلوب التحفيزي الثاني جعل كل فرد يتمكن من مضاعفة عدد الكتب التي يطالعها في السنة مرتين، عندئذ.

ما هو معدل عدد الكتب التي يطالعها هؤلاء الأفراد في السنة.

**التمرين 3:**

قسم نهائي يحتوي على 8 بنات و8 ذكور

أجرينا لهذا القسم اختبارا في الرياضيات بغية التحفيز، فكانت العلامات على 20 كالتالي:

علامات البنات: 11،15،17،11،14،20،11،07

علامات الذكور: 18،19،17،10،6،6،17،6

1) أحسب $\overline{x}$ المتوسط الحسابي لعلامات البنات وأحسب $\overline{y}$ المتوسط الحسابي لعلامات الذكور.

2) أحسب $U_x$ تباين سلسلة علامات البنات ثم الإنحراف المعياري لهذه السلسلة.

3) أحسب $V_y$ تباين سلسلة علامات الذكور ثم الإنحراف المعياري لهذه السلسلة.

4) حدد من بين المجموعتين المجموعة الأكثر تجانسا من حيث العلامات.

**التمرين 4:**

بعد إنتهاء بطولة كأس العالم لعام 2006، من بين الفرق المشاركة، أخذنا 7 فرق أوروبية و7 فرق من بقية العالم (أي الفرق التي ليست أوروبية)

فكان عدد المرات التي تأهلت فيها الفرق الأوروبية السبع وكذا فرق بقية العالم كالتالي:

الفرق الأوروبية: 8،9،9،2،10،11

فرق بقية العالم: 1،7،10،2،3،4

1) أحسب $\overline{x}$، المتوسط الحسابي لعدد مرات تأهل الفرق الأوروبية وأحسب $\overline{y}$، المتوسط الحسابي لعدد مرات تأهل فرق بقية العالم.

2) أحسب $V_x$ تباين سلسلة عدد مرات تأهل الفرق الأوروبية ثم أحسب $\sqrt{V_x}$

3) أحسب $V_y$ تباين سلسلة عدد مرات تأهل فرق بقية العالم ثم أحسب $\sqrt{V_y}$

4) ما هو تعليقك على النتائج الحسابية الموجودة.

**التمرين 5:**

في إحدى الولايات الجزائرية، أخذنا 30 ناجحا في بكالوريا 2006، وكان اهتمامنا بعلامات الرياضيات على 20 فكانت هذه العلامات- مدينة تنازليا- كما يلي:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 17 | 19 | 19 | 20 |
| 10 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 | 14 |
| 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 |

1) عين كل من: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، الربعيات.

2) عين كل من المدى التباين، الإنحراف المعياري، الإنحراف الربعي، الإنحراف العشري

3) أنشيء المخطط بالعلبة الممثل لهذه السلسلة.

4) نظم هذه المشاهدات وفق فئات، بحيث يكون تواتر كل واحدة من هذه الفئات يساوي 0,25

**التمرين 6:**

شخص مدخن، حاولنا معرفة عدد السجائر التي يدخنها خلال عشرة أيام، فتحصلنا على النتائج الملخصة في الجدول التالي:

| اليوم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد السجائر | 20 | 22 | 16 | 24 | 30 | 18 | 24 | 20 | 32 | 25 |

1) مثل هذه السلسلة بمضلع تكراري

2) أ- ماس السلسلة المعطاة بأوساط متحركة من الرتبة 3.

**ب-** ماس السلسلة المعطاة بأوساط متحركة من الرتبة 5.

**ج-** ماس السلسلة المعطاة بأوساط متحركة من الرتبة 7.

وضح التمليسات السابقة في جدول واحد.

3) مع التمثيل السابق، مثل السلسلة السابقة مملسة بالأوساط المتحركة من الرتبة 3 ثم قدم تعليما على ذلك.

**التمرين 7:**

في مسابقة الدخول إلى المدرسة العليا للإدارة، بعد إجراء المسابقة، أخذت مجموعة من المترشحين بغية التعرف على معدلاتهم في المسابقة، فشكلها الجدول التالي:

| المعدلات | 7 | 7.5 | 9 | 10 | 11 | 11.5 | 12 | 14 | 16 | 16.5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرارات | 10 | 14 | 5 | 13 | 20 | 11 | 5 | 14 | 2 | 7 |

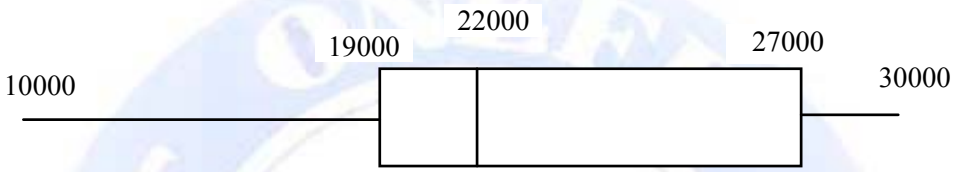
1) أكمل الجدول السابق بإعطاء التكرارات المجمعة الصاعدة.

2) عين كلا من: $\min x$ أصغر قيمة للميزة، $\max x$ أكبر قيمة للميزة، $Q_1$ الربعي الأول، $Med$ الوسيط، $Q_3$ الربعي الثالث.

3) أنشيء المخطط بالعلبة الممثل لهذه السلسلة الإحصائية.

**التمرين 8:**

المخطط بالعلبة –التالي- يمثل سلسلة الأجور بالدينار الجزائري لمجموعة من المواطنين.




1) عين كلا من: $Me, Q_3, Q_1, D_9, D_1$

2) قدم تعليق بالنسبة المئوية فيما يخص هذه السلسلة.