الدوال العددية

أنشطة حول النهايات و اتجاه تغير دالة

الكفاءات المستهدفة :

- تعيين اتجاه التغير باستعمال إشارة الدالة المشتقة
- الربط بين التمثيل البياني لدالة وجدول تغيراتها
- استعمال التمثيل البياني لحل معادلات ومتراجحات
- مناقشة معادلة بيانيا
- تعيين نقطة الانعطاف لمنحن
- استعمال التمثيل البياني لدالة لتخمين النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$ وتحديدها
  - تعيين المستقيمات المقاربة وتفسيرها بيانيا

تصميم الدرس

- مقدمة
- النشاط الأول (النهاية بجوار $-\infty$ أو بجوار $+\infty$)
- النشاط الثاني
- النشاط الثالث
- النشاط الرابع (الربط بين التمثيل البياني لدالة وجدول تغيراتها)

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

مقدمة

مادة الرياضيات

البنية الرياضية تؤثر على البنية الذهنية للمتعلّم لأن الرياضيات وسيلة لتكوين الفكر وأداة لاكتساب المعارف.

تساهم الرياضيات مع المواد الأخرى في حصر ملمح التلميذ عند نهاية مرحلة دراسية.

البرنامج الجديد

تم بناء برنامج الرياضيات للسنة الثالثة ثانوي شعبتي آداب وفلسفة، آداب ولغات وفق المقاربة بالكفاءات التي من أبعادها الأساسية التكيف مع الجديد والواقع المعاصر المتحول باستمرار

حل المشكلات

حل المشكلات في تعلّم الرياضيات يساهم في بناء المعرفة عوضا عن إعطائها جاهزة، فعليه ربط المعارف بالوضعيات يجعل المتعلّم يؤثر في الوسط الداخلي والوسط الخارجي للمدرسة.

تحتوي كل وحدة من وحدات هذا الكتاب على :

1	أنشطة تمهيدية أو للمراجعة تتبعها ملاحظات تهيئ إلى الدرس
2	الدرس بنتائجه النظريات و أمثلة
3	تمارين محلولة حلا مفصلا تمكن من تطبيق نتائج الدرس و تسلط الأضواء على طرائق و منهجيات
4	/ تمارين بسيطة تمكن من التمرن و اختبار المعلومات
5	تمارين ومشكلات للبحث والتعمق قليلا وفي مؤخرة الوحدة الحلول (أو نتائج) لتمارين أو مشكلات مختارة

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

النشاط الأول (النهاية بجوار $-\infty$ أو بجوار $+\infty$)

♦المعطيات و الأسئلة

نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=2x^2$

1 - شكل جدول تغيرات الدالة f

2 - أكمل جدول القيم الموالي:

x	10	10^2	10^3	10^4	10^5
f(x)					

ماذا تلاحظ ؟

3 - أعد نفس الجدول من أجل قيم x: -10، -10^2، -10^3، -10^4، -10^5

ماذا تلاحظ؟

• الأجوبة

1 - عبارة الدالة المشتقة

من أجل كل x من IR، f قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة f' معرفة بـ $f'(x) = 4x$

إشارة f' :

إذا كان $x\rangle 0$ فإن : $f'(x)\rangle 0$

إذا كان : $x\langle 0$ فإن : $f'(x)\langle 0$

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

ومنه نلخص إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي :

x	-∞	0	+∞
$f'(x)$	-	0	+

جدول التغيـ ـرات :

x	-∞	0	+∞
$f'(x)$	-	0	+
f(x)	↘	0	↗

حيث : $f(0) = 0$

2 إكمال جدول القيم :

x	10	10^2	10^3	10^4	10^5
f(x)	$400=4(10)^2$	$40000=4(10)^4$	$4000000=4(10)^6$	$400000000=4(10)^8$	$40000000000=4(10)^{10}$

***الملاحظة :**

عندما يأخذ x قيما أكبر فأكبر في المجال] ∞+، 0 [فإن قيم f(x) تصبح أكبر فأكبر

3 - جدول القيم في المجال] 0 ، ∞- [

x	-10	-10^2	-10^3	-10^4	-10^5
f(x)	$400=4(10)^2$	$40000=4(10)^4$	$4000000=4(10)^6$	$400000000=4(10)^8$	$40000000000=4(10)^{10}$

*** الملاحظة :**

عندما يأخذ x قيما أصغر فأصغر في المجال] 0 ، ∞- [فإن قيم f(x) تصبح أكبر فأكبر

التخمين :

http://www.onefd.edu.dz

وبتخمين نقول إن نهاية f(x) هي ∞+ عندما يؤولx إلى ∞+

كذالك : نقول إن نهاية f(x) هي ∞+ عندما يؤولx إلى ∞-

النشاط الثاني

♦ **المعطيات و الأسئلة**

نعرف الدالة g على IR-{0} كما يلي $g(x) = \frac{3x+2}{x}$

1 - بين أنه يمكن كتابة g(x) تكتب على الشكل $g(x)=a+\frac{b}{x}$

حيث a ; b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما

2 - أحسب $g'(x)$ وأدرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3 - أكمل جدول القيم التالي :

x	-10	-10^3	-10^5	-10^7	10	10^3	10^5	10^7
g(x)								

● **الأجوبة**

1 - من أجل كل x من IR-{0} لدينا :

$g(x) = \frac{3x}{x} + \frac{2}{x}$ ومنه : $g(x) = 3 + \frac{2}{x}$ ومنه : a= 3 ، b=2

2 - عبارة الدالة المشتقة $g'(x)$:

الدالة g هي حاصل قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق على IR^* ،فهي قابلة للاشتقاق على IR^* ولدينا : $g'(x)=\frac{(3x+2)'(x)-(x)'(3x+2)}{x^2}$

ومنه $g'(x)=\frac{3(x)-1(3x+2)}{x^2}$ إذن $g'(x)=\frac{-2}{x^2}$

إشارة $g'(x)$:

من أجل كل x من IR-{0} لدينا : $g'(x)\langle 0$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجالين] 0 ، ∞- [،] 0 ،+∞ [

جدول تغيرات الدالة g :

http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	‖	-
$g(x)$	↘	‖	↘

3- إكمال جدول القيم :

x	-10	-10^3	-10^5	10	10^3	10^5
g(x)	2.8	2.9998	2.99998	3.2	3.002	3.00002

***الملاحظة :**

كلما يأخذ x قيما أصغر فأصغر في المجال] 0 ، $-\infty$ [فإن قيم g(x) تقترب من العدد 3

كلما يأخذ x قيما أكبر فأكبر في المجال] $+\infty$، 0 [فإن قيم g(x) تقترب من العدد 3

***نتيجة :**

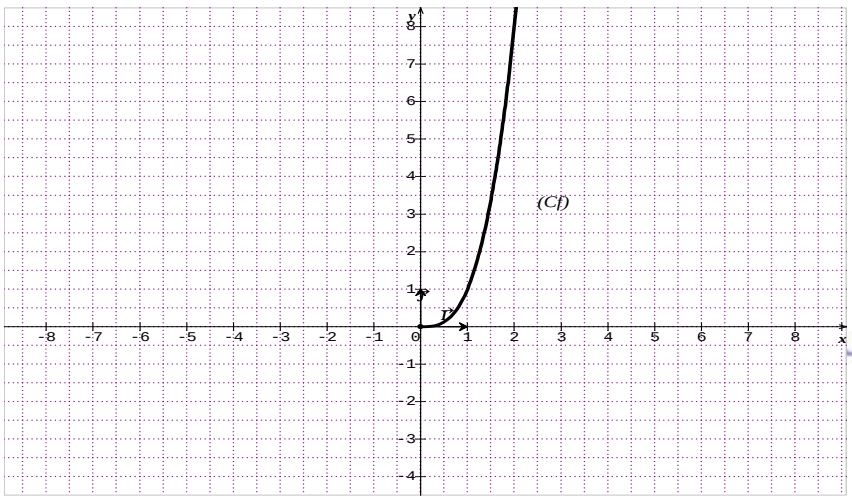
العدد $\frac{2}{x}$ يقترب من العدد 0 لأن $g(x) = 3 + \frac{2}{x}$

النشاط الثالث

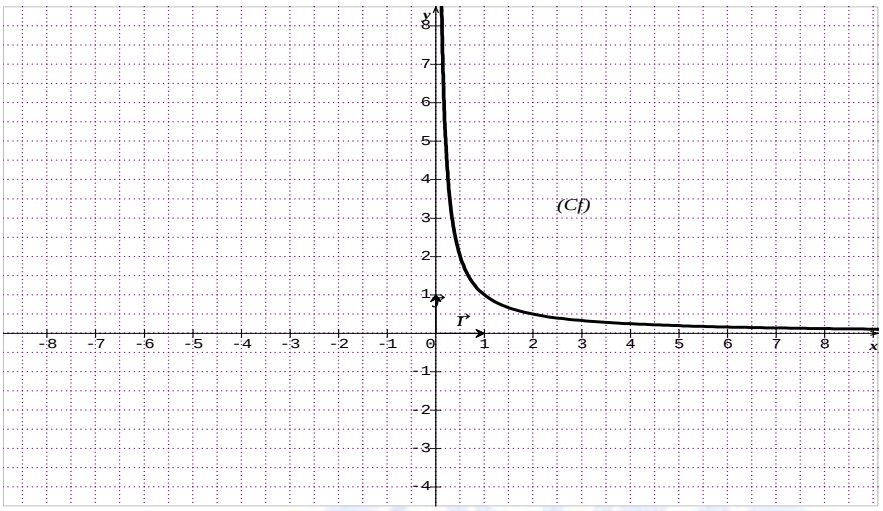
♦ **المعطيات و الأسئلة**

نعتبر الدوال f بتمثيلاتها البيانية ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{I}; \vec{J})$ (أنظر الشكل)

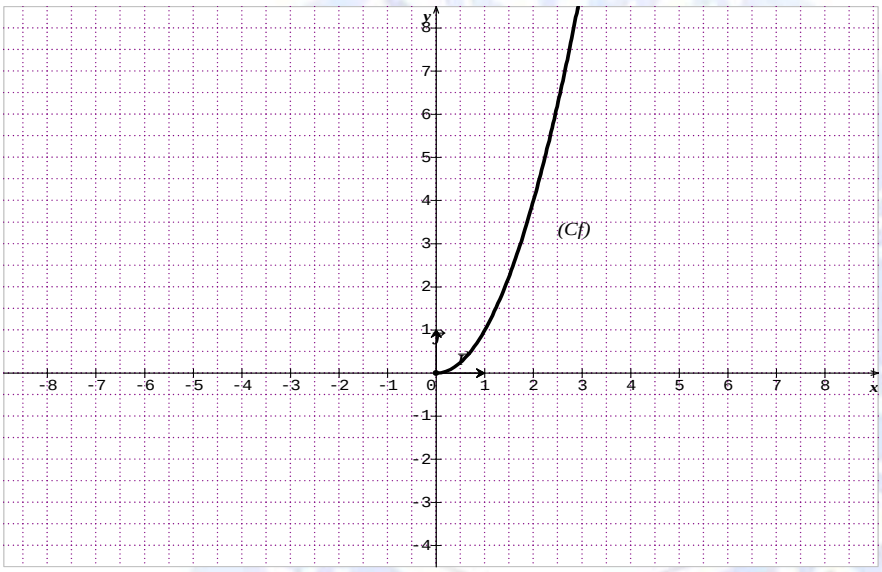
$x \mapsto f(x) = x^3$



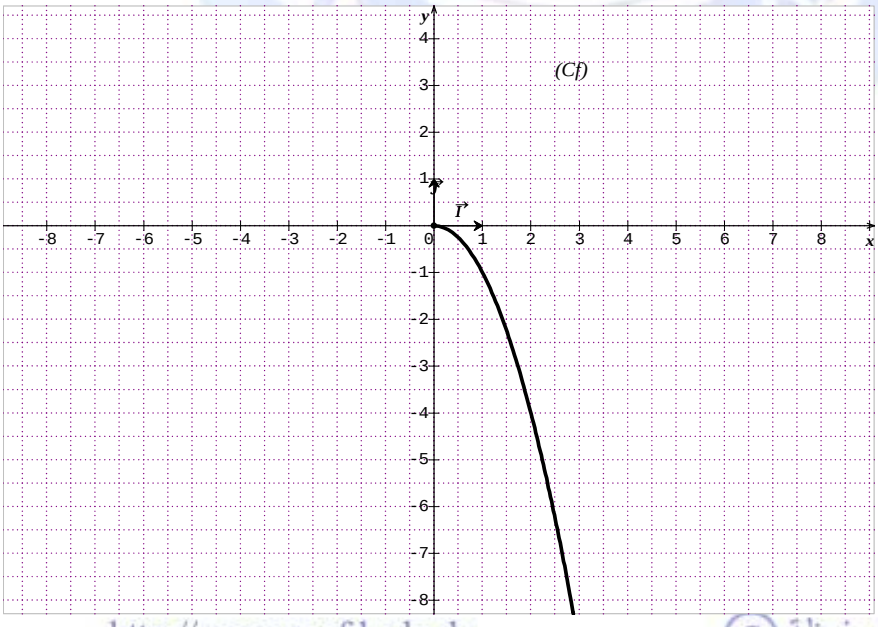
جميع الحقوق م



$$x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$$



$$x \mapsto f(x) = x^2$$



$$x \mapsto f(x) = -x^2$$

http://www.onefd.edu.dz
جميع الحقوق محفوظة ©

الأسئلة :

إذا كان x عنصرا من المجموعة $\{10^2 , 10^4 , 10^6\}$ أحسب f(x) في كل حالة.

بالنسبة لكل دالة من الدوال المقترحة في هذه الأمثلة، ومن بين الإجابات 1، 2، 3 ما هـي الإجابـة التي تختارها لإتمام الجمل التالية :

- عندما يأخذ x قيما أكبر فأكبر في المجال $]0 ,+\infty[$ فإن قيم f(x) تصبح :

1) أكبر فأكبر
2) تقترب من عدد معين ،حدد في هذه الحالة هذا العدد
3) سالبة، ولكن قيمتها المطلقة كبيرة

- **الأجوبة**

1) الدالة $x \mapsto f(x) = x^3$

x	10^2	10^4	10^6
f(x)	10^6	10^{12}	10^{18}

نختار الجواب الأول 1

2) الدالة $x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$

x	10^2	10^4	10^6
f(x)	0.01	0.0001	0.000001

نختار الجواب الثاني 2 والعدد الذي تقترب منه هذه الدالة هو 0 بقيم موجبة

3) الدالة $x \mapsto f(x) = x^2$

x	10^2	10^4	10^6
f(x)	10^4	10^8	10^{12}

نختار الجواب الأول 1

4) الدالة $x \mapsto f(x) = -x^2$

x	10^2	10^4	10^6
f(x)	-10^4	-10^8	-10^{12}

http://www.onefd.edu.dz جميع الحقوق محفوظة ©

نختار الجواب الثالث 3

وبتخمين نقول

1- الدالة f تؤول إلى $+\infty$ من أجل x يؤول إلى $+\infty$

2- الدالة f تؤول إلى 0 بقيم موجبة من أجل x يؤول إلى $+\infty$

3- الدالة f تؤول إلى $+\infty$ من أجل x يؤول إلى $+\infty$

4- الدالة f تؤول إلى $-\infty$ من أجل x يؤول إلى $+\infty$

النشاط الرابع (الربط بين التمثيل البياني لدالة وجدول تغيراتها)

♦ **المعطيات و الأسئلة**

1 نعتبر الدالة f المعرفة على IR بالدستور : $f(x)=x^3-3x+2$

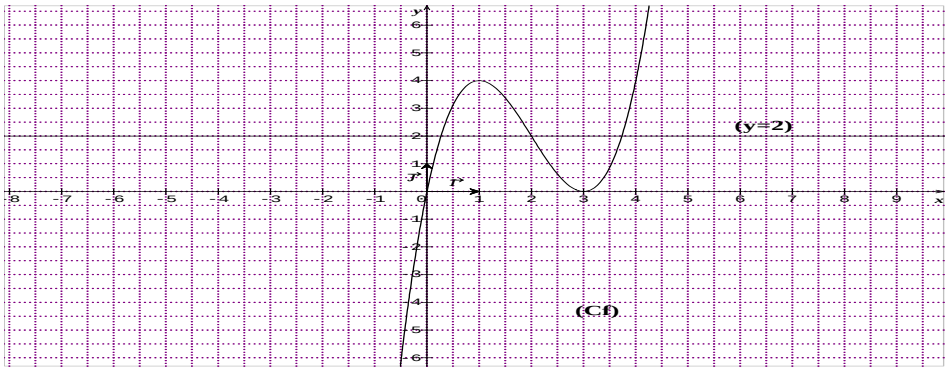
من بين المنحنيين البيانيين (أنظر الشكل)، حدد المنحنى الممثل للدالة f المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

X	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+		+		-		+	
f(x)	$-\infty$	↗	4	↗		↘	0	↗	$+\infty$

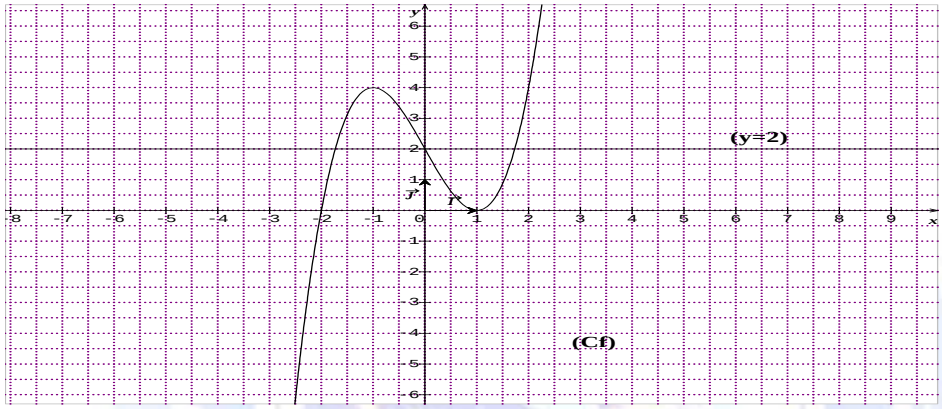
http://www.onefd.edu.dz

جميع الحقوق محفوظة ©

الشكل(1)



الشكل(2)



2 حل بيانيا ما يلي : $f(x)\langle 0, f(x)\rangle 0, f(x)=0, f(x)=2$

3 وبصفة عامة ،ناقش بيانيا حلول المعادلة $f(x)=m$ حيث $m\in IR$

- **الأجوبة**

1 المنحنى الممثل للدالة f الموافق لجدول التغيرات أعلاه هو المنحنى (الشكل 2)

2 الحل البياني :

- $f(x)=0$

لاحظ أن المنحنى(C_f) الممثل للدالة f يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 2-،والنقطة ذات الفاصلة 1 إذن $f(x)=0$ تكافئ $(x=-2)$ أو $(x=1)$

- $f(x)\rangle 0$ معناه المنحنى(C_f) يقع فوق حامل محور الفواصل، ومن البيان فإن مجموعة الحلول هو المجال $]-\infty,-2[\cup]1,1[$

- $f(x)\langle 0$ معناه (C_f) يقع تحت حامل محور الفواصل، ومن البيان فإن مجموعة الحلول هو المجال $]-2,1[$

http://www.onefd.edu.dz © جميع الحقوق محفوظة

- $f(x)=2$ أي أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ)

ذو المعادلة y=2 ، ومن البيان فإن مجموعة الحلول هي :

$x=-\sqrt{3}$ أو $x=\sqrt{3}$ أو x=0

***ملاحظة** :

يمكن حل المعادلة $f(x)=2$ جبريا للتأكد من النتائج السابقة :

$f(x)=2$ يكافئ $x^3-3x+2=2$

ومنه : $x^3-3x=0$ أي : $x(x^2-3)=0$

ومنه :(x=0) أو ($x^2-3=0$) يكافئ x=0 أو $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

إذن $f(x)=2$ يكافئ $x\in\{-\sqrt{3},0,\sqrt{3}\}$

3 المناقشة البيانية :

إن المعادلة f(x)=m حيث $m\in IR$ يؤول حلها في إيجاد فواصل نقط تقـاطع المنحنـى (C_f) مـع المستقيم (Δ') ذو المعادلة : y=m

1) $m\in]-\infty,0[$ يكافئ للمعادلة f(x)=m حلا واحدا سالبا

2) m=0 يكافئ للمعادلة f(x)=m حلان هما :x=1 (حل مضاعف)،x=-2

3) $m\in]0,2[$ يكافئ للمعادلة f(x)=m ثلاثة حلول :حلان موجبان وحل سالب

4) m=2 يكافئ للمعادلة f(x)=m ثلاثة حلول هي :

$x=-\sqrt{3}$ أو $x=\sqrt{3}$ أو x=0

5) $m\in]2,4[$ يكافئ للمعادلة f(x)=m ثلاثة حلول : حلان سالبان وحل موجب

6) m=4 يكافئ للمعادلة f(x)=m حلان هما:x= -1 (حل مضاعف)،وحل موجب

7) $m\in]4,+\infty[$ يكافئ للمعادلة f(x)=m حلا واحدا موجبا

جميع الحقوق محفوظة ©