المجال المفاهيمي الرابع: العمليات المالية طويلة الأجل

الوحدة (17): استهلاك القروض

الكفاءات المستهدفة:

- ينجز جدول استهلاك القرض العادي.

المدة اللازمة : 08 ساعات

المراجع: الكتب المدرسية المقررة .

مؤشرات التقويم الذاتي:

- تُحدد استهلاك و فائدة كل دفعة ثابتة.
- تُحدد العلاقات بين عناصر القرض العادي.

تصميم الدرس

1. تعريف القرض العادي
2. جدول استهلاك القرض العادي
3. العلاقات بين عناصر استهلاك القرض
4. أنشطة الإعلام الآلي و حلولها
5. أسئلة التقويم الذاتي
6. أجوبة التقويم الذاتي

1. تعريف القرض العادي

القرض العادي هو القرض الذي يتم بين شخصين (طبيعيين أو اعتباريين) ويسمى هـذا النـوع مـن القروض بالقروض غير المجزئة(Emprunts Indivis) حيث يحتوي عقد القرض على مقرض واحد.
في القرض العادي يلتزم المقترض عادة بما يلي :
أ ـ دفع فوائد بصفة دورية على رأس المال المقترض و غير المسدد.
ب ـ تسديد رأس المال المقترض: يدعى هذا التسديد بـ " استهلاك القرض " و قد يتم تسديد القـرض دفعة واحدة أو على عدة دفعات في أغلب الأحيان.
فالمدين يقوم دورياً بتسديد دفعة تحتوي على:

الدفعة = فائدة رأس المال المتبقي + الاستهلاك

و ستقتصر دراستنا على استهلاك القروض بواسطة الدفعات الثابتة.

2. جدول استهلاك القرض العادي

1.2. عناصر الجدول

إذا حلّلنا عناصر كل دفعة من الدفعات يمكننا وضع جدول استهلاك القرض العادي.
فإذا رمزنا بـ : V_0 : لرأس المال المقترض (أصل القرض) في الزمن صفر.

$a_1, a_2, a_3, ..., a_n$: الدفعات المتتالية تدفع الأولى سنة بعد إمضاء العقد والثانية سنة مـن بعـد و هكذا أي أننا أمام دفعات نهاية المدة.

$A_1, A_2, A_3, ..., A_n$: الاستهلاكات المتتالية التي تحتويها الدفعة الأول، الثانية ..... إلـى غايـة الدفعة الأخيرة(n).

$V_1, V_2, V_3, ..., V_n$: رأس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة الأولى، الثانية، الثالثة، .... الدفعة(n).

i : المعدل الاسمي للقرض.

n : مدة القرض (مدة التسديد).

2.2.بناء الجدول

باستخدام الرموز السابقة نُعد جدول استهلاك القرض كما يلي:

الوحدات الزمنية	القرض المتبقي في بداية الوحدة الزمنية	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية الوحدة الزمنية
1	V_0	$V_0 i$	A_1	$a_1 = V_0 i + A_1$	$V_1 = V_0 - A_1$
2	V_1	$V_1 i$	A_2	$a_2 = V_1 i + A_2$	$V_2 = V_1 - A_2$
3	V_2	$V_2 i$	A_3	$a_3 = V_2 i + A_3$	$V_3 = V_2 - A_3$
p-1	V_{p-2}	$V_{p-2} i$	A_{p-1}	$a_{p-1} = V_{p-2} i + A_{p-1}$	$V_{p-1} = V_{p-2} - A_{p-1}$
P	V_{p-1}	$V_{p-1} i$	A_p	$a_p = V_{p-1} i + A_p$	$V_p = V_{p-1} - A_p$
P+1	V_p	$V_p i$	A_{p+1}	$a_{p+1} = V_p i + A_{p+1}$	$V_{p+1} = V_p - A_{p+1}$
n-1	V_{n-2}	$V_{n-2} i$	A_{n-1}	$a_{n-1} = V_{n-2} i + A_{n-1}$	$V_{n-1} = V_{n-2} - A_{n-1}$
n	V_{n-1}	$V_{n-1} i$	A_n	$a_n = V_{n-1} i + A_n$	$V_n = V_{n-1} - A_n = 0$

ملاحظات :

1. رأس المال المتبقي في نهاية المدة V_n أي بعد تسديد الدفعة الأخيرة يساوي الصفر أي :

$$V_{n-1} = A_n$$

2. الدفعات ثابتة أي $a_n = ... = a_3 = a_2 = a_1$

3. أصل القرض يساوي مجموع الاستهلاكات أي :

$$V_0 = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n$$

$$V_0 = \sum_{p=1}^{n} A_p$$

4. مجموع الدفعات تساوي مجموع الفوائد زائد مجموع الاستهلاكات :

$$\sum_{p=1}^{n} a_p = \sum_{p=1}^{n} A_p + \sum_{p=1}^{n} I_p$$

3. العلاقات بين عناصر استهلاك القرض

1.3. أصل القرض و الاستهلاكات

أ ـ العلاقة بين استهلاكين متتاليين

$$a_n - a_{n-1} = (V_{n-1} i + A_n) - (V_{n-2} i + A_{n-1})$$

$$a_n - a_{n-1} = V_{n-1} i + A_n - V_{n-2} i - A_{n-1}$$

من جدول استهلاك القرض لدينا: $V_{n-1} = V_{n-2} - A_{n-1}$

و منه:

$$a_n - a_{n-1} = (V_{n-2} - A_{n-1}) i + A_n - V_{n-2} i - A_{n-1}$$

$$a_n - a_{n-1} = V_{n-2} i - A_{n-1} i + A_n - V_{n-2} i - A_{n-1}$$

$$a_n - a_{n-1} = -A_{n-1} i + A_n - A_{n-1}$$

و ما بما أن الدفعات متساوية فإن : $a_n - a_{n-1} = 0$

$$-A_{n-1} i + A_n - A_{n-1} = 0$$

و منه : $A_n = A_{n-1} i + A_{n-1}$

$$A_n = A_{n-1}(1 + i)$$

$$\boxed{A_n = A_{n-1}(1 + i)}$$

أي استهلاك أي سنة يساوي جملة استهلاك السنة التي قبلها لسنة واحدة

مثال توضيحي(1): يسدد قرض بواسطة 5 دفعات ثابتة بمعدل 6% سنوياً، مجموع الاهتلاكين الثالث و الرابع 50.000^{DA}

المطلوب : أحسب A_5, A_4, A_3

الحل :

لدينا :

$$A_3 + A_4 = 50.000$$
$$A_4 = A_3(1+i)$$

ـ حساب A_3:

$$A_3 + A_3(1+i) = 50.000$$
$$A_3(1+1+0,06) = 50.000$$
$$2,06A_3 = 50.000$$
$$A_3 = \frac{50.000}{2,06} = 24.271,85^{DA}$$
$$A_3 = 24.271,85^{DA}$$

ـ حساب A_4:

$$A_4 = 24.271,85 \times 1,06$$
$$A_4 = 25.728,15^{DA}$$

ـ حساب A_5:

$$A_5 = A_4(1+i)$$
$$A_5 = 25.728,15 \times 1,06$$
$$A_5 = 27.271,84^{DA}$$

ب ـ العلاقة بين الاستهلاكات و الاستهلاك الأول

$$A_2 = A_1(1+i)$$
$$A_3 = A_2(1+i) = A_1(1+i)^2$$
$$A_4 = A_3(1+i) = A_1(1+i)^3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_n = A_{n-1}(1+i) = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$\boxed{A_n = A_1(1+i)^{n-1}}$$

مثال توضيحي(2): أحسب للمثال السابق A_1.

$$A_5 = A_1(1+i)^4$$
$$A_1 = \frac{A_5}{(1+i)^4}$$
$$A_1 = A_5(1+i)^{-4}$$
$$A_1 = 27.271,84(1,06)^{-4}$$
$$A_1 = 27.271,84 \times 0,792093$$
$$A_1 = 21.601,85^{DA}$$

جـ - العلاقة بين استهلاكين متعاقبين

و بصفة عامة و مهما كان الاستهلاك فإن العلاقة بين استهلاكين متعاقبين هي:

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1} \ldots\ldots(1)$$
$$A_p = A_1(1+i)^{p-1}$$
$$A_1 = A_p(1+i)^{-(p-1)} \ldots(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد

$$A_n = A_p (1+i)^{-(p-1)}(1+i)^{n-1}$$

$$A_n = A_p (1+i)^{-p+1}(1+i)^{n-1}$$

$$A_n = A_p (1+i)^{-p+1+n-1}$$

$$\boxed{A_n = A_p (1+i)^{n-p}}$$

مثال توضيحي(3):

يسدد قرض بواسطة 12 دفعة ثابتة بمعدل 5% سنوياً، إذا كان الاستهلاك الثالث 20.000 DA

المطلوب: أحسب A_{12}, A_8, A_5 بدلالة A_3

الحل:

- حساب A_{12}:

$$A_n = A_p (1+i)^{n-p}$$

$$A_{12} = A_3 (1+i)^{12-3}$$

$$A_{12} = A_3 (1+i)^{9}$$

$$A_{12} = 20.000(1,05)^9 = 31.026,56^{DA}$$

- حساب A_8:

$$A_8 = A_3 (1+i)^{8-3}$$

$$A_8 = A_3 (1+i)^{5}$$

$$A_{12} = 20.000(1,05)^5 = 25.525,63^{DA}$$

ـ حساب A_5:

$$A_5 = A_3(1+i)^{5-3}$$

$$A_5 = A_3(1+i)^2$$

$$A_5 = 20.000 \times (1,06)^2 = 22.472^{DA}$$

ب ـ العلاقة بين أصل القرض و الاستهلاك الأول

أصل القرض يساوي مجموع الاستهلاكات أي:

$$V_0 = A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n$$

$$V_0 = A_1 + A_1(1+i) + A_2(1+i)^2 + A_3(1+i)^3 + ... + A_1(1+i)^{n-1}$$

نلاحظ أن أصل القرض يساوي متتالية الاستهلاك الأول و هي متتالية هندسية مجموعها هو:

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

أي أصل القرض هو جملة متتالية الاستهلاك الأول خلال المدة (n).

مثال توضيحي(4): أحسب أصل القرض للمثال التوضيحي(2)

$$V_0 = 21.601,85 \frac{(1,06)^5 - 1}{0,06}$$

$$V_0 = 21.601,85 \times 5,637093 = 121.771,63^{DA}$$

2.3. العلاقة بين الدفعات و الاستهلاكات

أ ـ العلاقة بين الدفعة و الاستهلاك الأخير

رأس المال المتبقي في نهاية المدة V_n أي بعد تسديد الدفعة الأخيرة يساوي الصفر أي :

$$V_{n-1} = A_n$$

لدينا من جدول استهلاك القرض:

$$a = V_{n-1} i + A_n$$

و منه:

$$a = A_n i + A_n$$

$$a = A_n (1+i)$$

$$\boxed{a = A_n (1+i)}$$

أي مبلغ الدفعة يساوي جملة الاستهلاك الأخير لمدة سنة.

مثال توضيحي(5):

أحسب قيمة الدفعة للمثال التوضيحي(1)

$$a = A_5 (1+i)$$

$$a = 27.271,84 \times 1,06 = 28.908,15^{DA}$$

ب ـ العلاقة بين الدفعة و الاستهلاك الأول

لدينا:

$$a = A_n (1+i) .....(1)$$

$$A_n = A_1 (1+i)^{n-1} .....(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد: $a = A_1 (1+i)^{n-1} (1+i)$

$$\boxed{a = A_1 (1+i)^n}$$

أي مبلغ الدفعة يساوي جملة الاستهلاك الأول لـ (n) سنة.

مثال توضيحي(6) :

أحسب قيمة الدفعة للمثال التوضيحي(2)

$$a = A_1(1+i)^5$$

$$a = 21.601,85 \times (1,06)^5$$

$$a = 21.601,85 \times 1,338225 = 28.908,15^{DA}$$

جـ ـ العلاقة بين الدفعة و استهلاك ما

لدينا:

$$a = A_n(1+i) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A_n = A_p(1+i)^{n-p} \ldots\ldots\ldots (2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد:

$$a = A_p(1+i)^{n-p}(1+i)$$

$$\boxed{a = A_p(1+i)^{n-p+1}}$$

أي مبلغ الدفعة يساوي جملة استهلاك السنة (p) خلال المدة $(n-p+1)$

مثال توضيحي(7):

يسدد قرض بواسطة 10 دفعات ثابتة بمعدل 7% سنوياً، إذا كان الاستهلاك السابع 30.000^{DA}

المطلوب:

أحسب قيمة الدفعة

الحل:

$$a = A_p (1+i)^{n-p+1}$$

$$a = A_7 (1+i)^{10-7+1}$$

$$a = A_7 (1+i)^4$$

$$a = 30.000 \times (1,07)^4 = 39.323,88^{DA}$$

3.3. العلاقة بين أصل القرض و الدفعات الثابتة

نعلم أن: $$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i} .....(1)$$

و نعلم كذلك أن:

$$a = A_1 (1+i)^n$$

$$A_1 = a(1+i)^{-n} .....(2)$$

نعوض (2) في (1) فنجد:

$$V_0 = a(1+i)^{-n} \frac{(1+i)^n - 1}{i} .....(3)$$

$$V_0 = a \frac{(1+i)^{-n}(1+i)^n - (1+i)^{-n}}{i}$$

$$\boxed{V_0 = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

أي أصل القرض عبارة عن القيمة الحالية لمتتالية الدفعات الثابتة، و منه قيمة الدفعة تساوي:

$$a = V_0 \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

من العلاقة (3) يمكن أن نستخرج كذلك العلاقة التالية بين أصل القرض و الدفعات.

$$V_0(1+i)^n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

أي جملة أصل القرض تساوي جملة متتالية الدفعات.

مثال توضيحي(8):

أحسب أصل القرض للمثال التوضيحي(7) .

الحل:

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 39.323,88\frac{1-(1,07)^{-10}}{0,07}$$

$$V_0 = 39.323,88 \times 7,023581$$

$$V_0 = 276.194,45^{DA}$$

4.3. العلاقة بين الفوائد و الاستهلاكات

الفوائد تشكل متتالية حسابية متناقصة أي فائدة السنة الأولى أكبر من فائدة السنة الثانية لأن رأس المال المتبقي يتناقص من فترة لأخرى.

إذا وضعنا الفرق بين فائدة سنتين متتاليتين يكون لدينا حسب جدول استهلاك القرض:

$$I_{n-1} - I_n = (a_{n-1} - A_{n-1}) - (a_n - A_n)$$

$$I_{n-1} - I_n = a_{n-1} - A_{n-1} - a_n + A_{n-1}$$

و بما أن الدفعات ثابتة فإن:

$$I_{n-1} - I_n = -A_{n-1} + A_n$$

$$I_{n-1} - I_n = A_n - A_{n-1}$$

$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1}(1+i) - A_{n-1}$$

$$I_{n-1} - I_n = A_{n-1} + A_{n-1}i - A_{n-1}$$

$$\boxed{I_{n-1} - I_n = A_{n-1}i}$$

مثلاً: $I_1 - I_2 = A_1 i$ ، $I_9 - I_{10} = A_9 i$

5.3. حياة القرض:

أ ـ أصل القرض المسدد إلى غاية تسديد الدفعة (P): نرمز للمبلغ المسدد من أصل القرض إلى غاية تسديد الدفعة (p) بـ (R_p) و هو يساوي مجموع الاستهلاكات المدفوعة إلى غاية تلك المدة.

$$R_p = A_1 + A_2 +_3 + ... + A_p$$

و بما أن الدفعات ثابتة فإن الاستهلاكات تشكل متتالية هندسية أساسها $(1+i)$

$$R_p = A_1 + A_1(1+i) + A_1(1+i)^2 + ... + A_1(1+i)^{p-1}$$

مجموع حدود المتتالية الهندسية يعطينا:

$$R_p = A_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

يمكننا تعديل العلاقة السابقة باستخدام علاقة أصل القرض و الاستهلاك الأول كما يلي:

$$A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$R_p = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

أ ـ أصل القرض المتبقي بعد تسديد الدفعة (P):

في جدول استهلاك القرض رمزنا لرأس المال المتبقي بالرمز (V_p) و باعتبار أن (R_p) تم حسابه فإن:

$$V_p = V_0 - R_p$$

نعوض (R_p) بقيمته:

$$V_p = V_0 - V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$V_p = V_0 \left[1 - \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i} \right]$$

$$V_p = V_0 \left[1 - \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$V_p = V_0 \left[\frac{(1+i)^n - 1 - (1+i)^p + 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$\boxed{V_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}}$$

ـ يمكن حساب أصل القرض المتبقي باستخدام القيمة الحالية للدفعات المتبقية خلال المدة $(n-p)$ كما يلي:

$$\boxed{V_p = a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i}}$$

مثال توضيحي(9):

تحصلت مؤسسة " سلسبيل " على قرض بمبلغ 100.000^{DA} تسدده بواسطة 5 دفعـات ثابتـة تـدفع الأولى بعد سنة إمضاء عقد القرض.

إذا كان معدل القرض 10% سنوياً

المطلوب: إعداد جدول استهلاك القرض.

الحل :

من أجل إعداد جدول استهلاك القرض نقوم بحساب مختلف عناصر القرض في السنة الأولى و هـي الفائدة، الاستهلاك الأول و الدفعة.

1. حساب فائدة السنة الأولى:

$$I_1 = V_0 . i$$

$$I_1 = 100.000 \times 0,1 = 10.000^{DA}$$

2. حساب الاستهلاك الأول (A_1)

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$A_1 = 100.000 \frac{0,1}{(1,1)^5 - 1}$$

$$A_1 = 100.000 \times 0,1637975 = 16.379,75^{DA}$$

3. حساب قيمة الدفعة الثابتة (a)

$$a = I + A$$

$$a = 10.000 + 16.379,75 = 26.379,75^{DA}$$

أو:

$$a = V_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$a = 100.000 \frac{0,1}{1 - (1,1)^{-5}}$$

$$a = 100.000 \times 0,2637975 = 26.379,75^{DA}$$

4. جدول استهلاك القرض:

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
1	100.000	10.000,00	16.379,75	26.379,75	83.620,25
2	83.620,25	8.362,03	18.017,72	26.379,75	65.602,53
3	65.602,53	6.560,25	19.819,50	26.379,75	45.783,03
4	45.783,03	4.578,30	21.801,44	26.379,75	23.981,59
5	23.981,59	2.398,16	23.981,59	26.379,75	0,00

بالنسبة لكل سطر نحصل على الفائدة بضرب رأس المال (مبلغ القرض) المتبقي في بداية المـدة فـي المعدل 10% ، و الاستهلاكات بضرب الاستهلاك السابق في المقدار (1,1).

مثال توضيحي(10):

يسدد قرض بواسطة 15 دفعة ثابتة. و من جدول استهلاكه استخلصنا ما يلي:

فائدة السطر السادس: 403.924,66 DA

فائدة السطر السابع : 378.580,23 DA

فائدة السطر الثامن : 350.701,36 DA

المطلوب:

أحسب على الترتيب

1. معدل الفائدة.
2. الاستهلاك الأول.
3. أصل القرض.
4. أصل القرض المسدد لغاية الدفعة الثامنة.
5. إعداد السطر الأول و السطر الأخير من جدول استهلاك القرض.

الحل:

1. حساب معدل الفائدة

نعلم أن: $I_{n-1} - I_n = A_{n-1}i$ و منه:

$$I_6 - I_7 = A_6 i$$
$$I_7 - I_8 = A_7 i$$
$$A_6 i = 403.924,66 - 378.580,23$$
$$A_7 i = 378.580,23 - 350.701,36$$
$$A_6 i = 25.344,43 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$A_7 i = 27.878,87 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بقسمة (2) على (1) نحصل على:

$$\frac{A_7 i}{A_6 i} = \frac{27.878,87}{25.344,43}$$
$$\frac{A_7}{A_6} = 1,099999$$
$$\frac{A_6(1+i)}{A_6} = 1,099999$$
$$(1+i) = 1,099999$$
$$i \simeq 0,1$$
$$i = 10\%$$

2. حساب الاستهلاك الأول

من المعادلة (1) نحصل على :

$$A_6 i = 25.344,43$$
$$A_1(1+i)^5 i = 25.344,43$$
$$A_1 \times (1,1)^5 \times 0,1 = 25.344,43$$
$$A_1 \times 0,161051 = 25.344,43$$
$$A_1 = \frac{25.344,43}{0,161051} = 157.368,97^{DA}$$

3. حساب أصل الفرض

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_0 = 157.368,97 \times \frac{(1,1)^{15} - 1}{0,1}$$

$$V_0 = 157.368,97 \times 31,772481$$

$$V_0 \simeq 5.000.000^{DA}$$

4. حساب أصل الفرض المسدّد لغاية الدفعة الثامنة

$$R_p = A_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$R_8 = 157.368,97 \times \frac{(1,1)^8 - 1}{0,1}$$

$$R_8 = 157.368,97 \times 11,4358881$$

$$R_8 = 1.799.653,93^{DA}$$

5. إعداد السطر الأول و السطر الأخير من جدول استهلاك القرض

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
1	5.000.000,00	500.000	157.368,9	657.368,9	4.842.631,12
15	597.608,1	59.760,81	597.608,1	657.368,9	0,00

ـ حساب بعض عناصر السطر15:

أ ـ الاستهلاك الأخير :

$$A_{15} = A_1(1+i)^{14}$$

$$A_{15} = 157.368,9(1,1)^{14} = 597.608,13^{DA}$$

ب ـ فائدة السنة15 :

$$V_{14} = A_{15}$$

$$I_{15} = V_{14} i$$

$$I_{15} = 597.608,13 \times 0,1 = 59.760,81^{DA}$$

4. أنشطة الإعلام الآلي

1. النموذج التالي (الصورة) يمثل جدول استهلاك القرض العادي باستخدام المجدول Excel .

العمل المطلوب :

أعد رسم النموذج على ورقة المصنف مع كتابة البيانات و الصيغ الضرورية لإعداد الجدول.

	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض		مدة القرض			
3	معدل القرض					
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5						
6						
7						
8						
9						

2. تطبيق عددي :

أصل القرض ^{DA} 500.000

معدل القرض: 8%

مدة القرض : 5 سنوات

الحلول المقترحة لأنشطة الإعلام الآلي

خطوات إعداد الجدول :

1. إعداد الجدول كما هو وارد في الشكل أعلاه على ورقة المصنف.
2. كتابة الصيغ الحسابية للسطر الأول من جدول الاستهلاك كما هو وارد في الصورة التالية.
3. كتابة الصيغ الحسابية للسطر الثاني من جدول الاستهلاك ثم نسخها إلى بقية الأسطر.

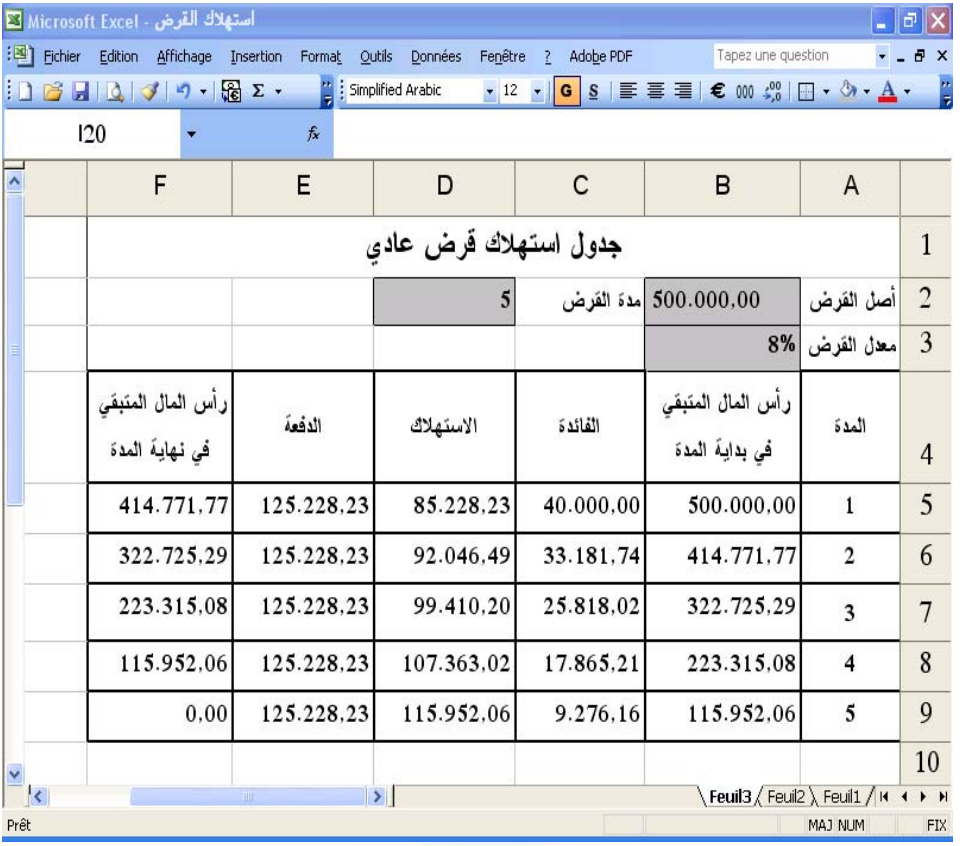
	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض		مدة القرض			
3	معدل القرض					
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5	1	=B2	=B5*$B$3	=B2*($B$3/((1+$B$3)^(D 2)-1))	=C5+D5	=B5-D5
6	=A5+1	=F5	=B6*$B$3	=D5*(1+$B$3)	=C6+D6	=B6-D6
7	=A6+1	=F6	=B7*$B$3	=D6*(1+$B$3)	=C7+D7	=B7-D7
8	=A7+1	=F7	=B8*$B$3	=D7*(1+$B$3)	=C8+D8	=B8-D8
9	A8+1=	=F8	=B9*$B$3	=D8*(1+$B$3)	=C9+D9	=B9-D9

صيغة حساب الاستهلاك الأول في الخلية D5:

B2*($B$3/((1+$B$3)^($D$2)-1))=

ملاحظة: استخدام الرمز $ في الخلية مثل (**$B$3**) يعني أن Excel يرجع أو يقرأ دائماً القيمة المكتوبة في تلك الخلية عند إجراء العمليات الحسابية، وعند نسخ الخلية إلى مكان آخر فإن عنوان الخلية لا يتغير.

حل التطبيق العددي:



	A	B	C	D	E	F
1	جدول استهلاك قرض عادي					
2	أصل القرض	500.000,00	مدة القرض	5		
3	معدل القرض	8%				
4	المدة	رأس المال المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	رأس المال المتبقي في نهاية المدة
5	1	500.000,00	40.000,00	85.228,23	125.228,23	414.771,77
6	2	414.771,77	33.181,74	92.046,49	125.228,23	322.725,29
7	3	322.725,29	25.818,02	99.410,20	125.228,23	223.315,08
8	4	223.315,08	17.865,21	107.363,02	125.228,23	115.952,06
9	5	115.952,06	9.276,16	115.952,06	125.228,23	0,00
10						

5. أسئلة التقويم الذاتي:

التمرين(1):

قرض بقيمة 1.000.000 DA ، يسدد بـ 15 دفعة ثابتة بمعدل 7% .

العمل المطلوب : حساب

1. الاستهلاك العاشر.
2. رأس المال المسدد إلى غاية الدفعة العاشرة.
3. المبلغ الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة الثانية عشر.
4. مبلغ الفوائد التي تحتويها الدفعة الأخيرة.
5. إعداد السطر الرابع عشر من جدول الاستهلاك.

التمرين(2):

قرض يسدد بواسطة 8 دفعات سنوية متساوية، فإذا كان:

- رصيد القرض في بداية السنة الثانية : 182.511 DA
- رصيد القرض في بداية السنة الثالثة: 163.273 DA
- رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة : 142.111,20 DA

العمل المطلوب: حساب

1. معدل القرض.
2. مبلغ القرض.
3. أنجز السطر الأخير من جدول استهلاك القرض.

التمرين(3):

يسدد قرض بواسطة 10 دفعات ثابتة بمعدل 8% سنوياً، و من جدول استهلاك القرض لدينا : مجموع الاستهلاك الأول و الاستهلاك الأخير يساوي 4.370DA

المطلوب:

حساب:

1. الاستهلاك الأول و الأخير.
2. مبلغ الدفعة الثابتة.
3. أصل القرض (مبلغ القرض).
4. المبلغ الباقي بعد تسديد الدفعة السادسة.

5- أجوبة التقويم الذاتي:

حل التمرين(1):

1. حساب الاستهلاك العاشر.

$$V_0 = A_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$A_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$A_{10} = A_1 (1+i)^9 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض (1) في (2) فنجد:

$$A_{10} = V_0 \times \frac{i}{(1+i)^{15} - 1} \times (1+i)^9$$

$$A_{10} = V_0 \times \frac{i \times (1+i)^9}{(1+i)^{15} - 1}$$

$$A_{10} = 1.000.000 \times \frac{0,07 \times (1,07)^9}{(1,07)^{15} - 1}$$

$$A_{10} = 1.000.000 \times 0,07316079$$

$$A_{10} = 73.160,79^{DA}$$

2. رأس المال المسدد إلى غاية الدفعة العاشرة

$$R_p = A_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$A_1 = A_{10}(1+i)^{-9}$$

$$R_{10} = A_{10}(1+i)^{-9}\frac{(1+i)^{10}-1}{i}$$

$$R_{10} = A_{10}\frac{(1+i)-(1+i)^{-9}}{i}$$

$$R_{10} = 73.160,79 \times \frac{(1,07)-(1,07)^{-9}}{0,07}$$

$$R_{10} = 73.160,79 \times 7,515232$$

$$R_{10} = 549.820,31^{DA}$$

3. المبلغ الباقي للتسديد بعد دفع الدفعة الثانية عشر.

$$a = A_p(1+i)^{n-p+1}$$

$$a = A_{10}(1+i)^{15-10+1}$$

$$a = 73.160,79 \times (1,07)^6 = 109.794,61^{DA}$$

$$V_p = a\frac{1-(1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

$$V_{12} = a\frac{1-(1+i)^{-(15-12)}}{i}$$

$$V_{12} = 109.794,61 \times \frac{1-(1,07)^{-3}}{0,07}$$

$$V_{12} = 109.794,61 \times 2,624316$$

$$V_{12} = 288.135,75^{DA}$$

4. مبلغ الفوائد التي تحتويها الدفعة الأخيرة

$$V_{14} = a\frac{1-(1+i)^{-1}}{i}$$

$$V_{14} = 109.794,61 \times \frac{1-(1,07)^{-1}}{0,07}$$

$$V_{14} = 102.611,73^{DA}$$

و منه:

$$I_{15} = V_{14} i$$

$$I_{15} = 102.611,73 \times 0.07$$

$$I_{15} = 7.182,82^{DA}$$

5. إعداد السطر الرابع عشر من جدول الاستهلاك.

ـ حساب الاستهلاك(14):

$$A_{14} = A_{10}(1+i)^4$$

$$A_{14} = 73.160,73 \times (1,07)^4 = 95.898,79^{DA}$$

ـ حساب الفائدة (14):

$$I_{14} = a - A_{14}$$

$$I_{14} = 109.794,61 - 95.898,79 = 13.895,82$$

ـ حساب رأس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة(13):

$$I_{14} = V_{13} i$$

$$V_{13} = \frac{I_{14}}{i}$$

$$V_{13} = \frac{13.895,82}{0,07} = 198.511,71^{DA}$$

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
13 14 15	198.511,71	13.895,82	95.898,79	109.794,61	102.611,73

حل التمرين(2):

1. حساب معدل القرض

لدينا:

- رصيد القرض في بداية السنة الثانية : (V_1) = 182.511 DA
- رصيد القرض في بداية السنة الثالثة: (V_2) = 163.273 DA
- رصيد القرض في نهاية السنة الثالثة: (V_3) = 142.111,20 DA

نعلم أن :

$$V_1 = V_0 - A_1$$
$$V_2 = V_1 - A_2$$
$$V_3 = V_2 - A_3$$

نضع الفرق $V_1 - V_2$

$$V_1 - V_2 = V_1 - (V_1 - A_2)$$
$$V_1 - V_2 = A_2$$
$$V_1 - V_2 = A_1(1+i) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

نضع الفرق $V_2 - V_3$

$$V_2 - V_3 = V_2 - (V_2 - A_3)$$
$$V_2 - V_3 = A_3$$
$$V_2 - V_3 = A_1(1+i)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بقسمة (2) على (1) نحصل على:

$$\frac{V_2 - V_3}{V_1 - V_2} = \frac{A_1(1+i)^2}{A_1(1+i)}$$
$$\frac{V_2 - V_3}{V_1 - V_2} = (1+i)$$

و منه بالتعويض:

$$\frac{163.273-142.111,20}{182.511-163.273}==(1+i)$$

$$\frac{21.161,8}{19.238}=(1+i)$$

$$(1+i)=1,1$$

$$i=0,1$$

$$i=10\%$$

2. حساب مبلغ القرض

من العلاقة (1) نستخرج الاستهلاك الأول:

$$V_1-V_2=A_1(1+i)$$

$$A_1=\frac{V_1-V_2}{(1+i)}$$

$$A_1=\frac{19.238}{1,1}=17.489^{DA}$$

نعلم أن :

$$V_1=V_0-A_1$$

$$182.511=V_0-192.380$$

$$V_0=182.511+17.489=200.000^{DA}$$

3. إنجاز السطر الأخير من جدول استهلاك القرض

ـ حساب الاستهلاك الثامن (الأخير):

$$A_8=A_1(1+i)^7$$

$$A_8=17.489(1,1)^7=34.081,11^{DA}$$

ـ حساب قيمة الدفعة:

$$a = A_1(1+i)^8$$

$$a = 17.489(1,1)^8 = 37.489,22^{DA}$$

ـ حساب الفائدة:

$$I_8 = a - A_8$$

$$I_8 = 37.489,22 - 34.081,11 = 3.804,11^{DA}$$

المدة	القرض المتبقي في بداية المدة	الفائدة	الاستهلاك	الدفعة	القرض المتبقي في نهاية المدة
8	34.081,11	3.408,11	34.081,11	37.489,22	0

حل التمرين(3):

1. حساب الاستهلاك الأول و الأخير

لدينا: $A_{10} + A_1 = 4.370$

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1}$$

$$A_1(1+0,08)^9 + A_1 = 4.370$$

$$A_1\left[(1,08)^9 + 1\right] = 4.370$$

$$A_1 = \frac{4.370}{(1,08)^9 + 1}$$

$$A_1 = \frac{4.370,11}{2,999} = 1457,15^{DA}$$

و منه : $A_{10} = 1.457,15(1,08)^9 = 2.912,85^{DA}$

2. مبلغ الدفعة الثابتة

$$a = A_n(1+i)$$

$$a = 2.912.85 \times 1.08 = 3.145,878^{DA}$$

3. أصل القرض (مبلغ القرض)

$$V_0 = a\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$V_0 = 3.145,878\frac{1\text{-}(1,08)^{\text{-}10}}{0,08}$$

$$V_0 = 3.145,878 \times 6,7100814$$

$$V_0 = 21.109,09^{DA}$$

4. رأس المال المتبقي بعد تسديد الدفعة السادسة

$$V_p = V_0\frac{(1+i)^n-(1+i)^p}{(1+i)^n-1}$$

$$V_6 = V_0\frac{(1+i)^{10}-(1+i)^6}{(1+i)^{10}-1}$$

$$V_6 = 21109,09 \times \frac{(1,08)^{10}-(1,08)^6}{(1,08)^{10}-1}$$

$$V_6 = 21109,09 \times \frac{0,57205}{1,158925} = 10.419,53^{DA}$$