

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
العلامة	مجزأة									
التمرين الأول (04 نقاط)										
0,75	0,25×3									
1,5	0,5×3	$P(C) = \frac{66}{105} = \frac{22}{35}$, $P(B) = \frac{29}{210}$, $P(A) = \frac{49}{210} = \frac{7}{30}$								
0,5	0,5	$P_B(R) = \frac{P(R \cap B)}{P(B)} = \frac{4}{29}$								
1,25	0,25×5	$E(X) = \frac{19}{21}$ $E(21X + 1428) = 1447$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-left: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{49}{210}$</td> <td>$\frac{132}{210}$</td> <td>$\frac{29}{210}$</td> </tr> </table>	x_i	0	1	2	$P(X=x_i)$	$\frac{49}{210}$	$\frac{132}{210}$	$\frac{29}{210}$
x_i	0	1	2							
$P(X=x_i)$	$\frac{49}{210}$	$\frac{132}{210}$	$\frac{29}{210}$							
التمرين الثاني (04 نقاط)										
0,75	0,25×3	$S = \{1+i; 1-i; 1-i\sqrt{3}\}$								
2,25	0,25×4	$z_A = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ (أ) $z_B = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$ $z_C = \sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right)$ $z_D = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$								
	0,25	$L = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$ (ب)								
	0,5	$L = \frac{1-\sqrt{3}}{4} + i \frac{1+\sqrt{3}}{4}$ (ج)								
	0,25×2	$\sin \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ و $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$								
1	0,25×2	$z_D - z_A = i(z_D - z_B) = \frac{1+\sqrt{3}}{2}(-1-i)$ (أ) المثلث ABD قائم في D ومتساوي الساقين.								
	0,25×2	(ب) $z_E = \frac{3+\sqrt{3}}{2} + i \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ، الرباعي AEBD مربع.								

التمرين الثالث (05 نقاط)																			
0,5	0,25×2	$k \in \mathbb{Z}^*$ و $\alpha = 75k$ ، $PGCD(675; 525) = 75$	(1)																
2	0,5×2	(أ) $(x; y) = (7k' + 2; 9k' + 1)$ ، $k' \in \mathbb{Z}$	(2)																
	0,5×2	(ب) $k'' \in \mathbb{Z}$ ، $(x; y) = (77k'' + 44; 99k'' + 55)$ ، $k' = 11k'' + 6$																	
0,75	0,25	(أ) العددين $9n + 5$ و $7n + 4$ أوليان فيما بينهما.	(3)																
	0,25×2	(ب) $PGCD(a; b) = 11n$ $PPCM(a; b) = 11n(7n + 4)(9n + 5)$																	
1,25	0,25×3	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$n =$</td> <td>$3k$</td> <td>$3k + 1$</td> <td>$3k + 2$</td> <td>$k \in \mathbb{N}$</td> </tr> <tr> <td>$4^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>[7]</td> </tr> </table>	$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$	$4^n \equiv$	1	4	2	[7]	(4)						
	$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$														
$4^n \equiv$	1	4	2	[7]															
	0,25×2	(ب) $L = 2^{2026} - 1$ ومنه: $L \equiv 1[7]$																	
0,5	0,5	$p \in \mathbb{N}$ ، $n = 7p + 5$ يكافئ $L + b - a + 3 \equiv 0[7]$	(5)																
التمرين الرابع (07 نقاط)																			
0,75	0,25	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $g'(x) = \frac{2(x-1)^2 + 2}{x-1}$	(1 (I)																
	0,25×2	(ب) g متناقصة تماما على $]-\infty; 1[$ ومتزايدة تماما على $]1; +\infty[$ جدول التغيرات: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$2-\alpha$</td> <td>1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td></td> <td>↘ 0 ↘</td> <td>↗ 0 ↗</td> <td></td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$	$g'(x)$		-		+		$g(x)$			↘ 0 ↘
x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$														
$g'(x)$		-		+															
$g(x)$			↘ 0 ↘	↗ 0 ↗															
1	0,5	(أ) الدالة g مستمرة على المجال $[1,7; 1,8]$ و $g(1,8) = 0,19$ ، $g(1,7) = -0,22$ ومنه: للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد α في المجال $]1,7; 1,8[$	(2)																
	0,25×2	(ب) $g(2-\alpha) = g(\alpha) = 0$ ومنه: $2-\alpha$ حل للمعادلة $g(x) = 0$ إشارة $g(x)$: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$2-\alpha$</td> <td>1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	-	0	+			
x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$														
$g(x)$	+	0	-	-	0	+													
1	0,25×4	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$	(1 (II)																
	0,25	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$	(2)																

0,25	<p>(ب) f متناقصة تماما على المجالين $[2-\alpha; 1]$ و $]1; \alpha]$ ومتزايدة تماما على المجالين $]2-\alpha; -\infty[$ و $[\alpha; +\infty[$</p> <p>جدول التغيرات:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$2-\alpha$</td> <td>1</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>\cdot</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(2-\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$	$f'(x)$	\cdot	$+$	0	$-$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	$f(2-\alpha)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$2-\alpha$	1	α	$+\infty$															
$f'(x)$	\cdot	$+$	0	$-$	$+$															
$f(x)$	$-\infty$	$f(2-\alpha)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$															
0,25×2	<p>(أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x-2)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{2}{x-1} + \frac{2\ln(1-x)}{1-x} \right) = 0$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-2)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{x-1} - \frac{2\ln(x-1)}{x-1} \right) = 0$</p>	(3)																		
0,25	<p>(ب) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f(2-x) + f(x) = -2$ ، للمنحني (C_f) مركز تناظر إحداثياه $(1; -1)$</p>																			
0,25×3	<p>(أ) $f'(x) = 1$ تكافئ $x \in \{0; 2\}$</p> <p>$(T'): y = x$ ، $(T): y = x - 4$</p>																			
0,25×3	<p>(ب) رسم (Δ) رسم (T) رسم (T') رسم (C_f)</p>	(4)																		
0,25	<p>(ج) للمعادلة: $f(x) = x + m$ حلان من أجل $m \in \{-4; -2; 0\}$</p>																			
0,25	<p>(أ) $\mathcal{A}(\lambda) = \int_2^\lambda \left(\frac{2}{x-1} + \frac{2\ln(x-1)}{x-1} \right) dx$</p> <p>$= \left[2\ln(x-1) + (\ln(x-1))^2 \right]_2^\lambda = (2\ln(\lambda-1) + (\ln(\lambda-1))^2)$</p>	(5)																		
0,25	<p>(ب) $\mathcal{A}(\lambda) = 2(\ln(\lambda-1))^2$ و $\lambda > 2$ تكافئ $\lambda = 1 + e^2$</p>																			

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)									
العلامة	مجزأة										
التمرين الأول (04 نقاط)											
0,5	0,5	$2\alpha + 3\beta = 39$ تعني $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه: الثنائية $(\alpha; \beta)$ حل للمعادلة: (E) $2x + 3y = 39 \dots$ (1)									
1,75	0,25	(أ) حل لـ (E) $(6; 9)$									
	0,75	$(x; y) = (3k + 6; -2k + 9), k \in \mathbb{Z}$									
1	0,75	(ب) $k' \in \mathbb{Z}, (x; y) = (117k' - 39; -78k' + 39), k = 39k' + 15$									
	0,25	(أ) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>$n =$</td> <td>$3k$</td> <td>$3k + 1$</td> <td>$3k + 2$</td> <td>$k \in \mathbb{N}$</td> </tr> <tr> <td>$4^n \equiv$</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>[9]</td> </tr> </table> (ب) $1447^{2026} \equiv 7[9]$	$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$	$4^n \equiv$	1	4	7
$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$							
$4^n \equiv$	1	4	7	[9]							
0,75	0,25 0,25 × 2	البحث عن قيم العدد k تعيين الثنائيات الممكنة: $(x; y) \in \{(42; -15), (51; -21)\}$ (4)									
التمرين الثاني (04 نقاط)											
2,75	0,5 × 4	$P(B) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{14}^3} = \frac{11}{13}, P(A) = \frac{C_8^3 + C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{19}{91}$ $P(D) = 1 - \frac{C_2^2 \times C_{12}^1}{C_{14}^3} = \frac{88}{91}, P(C) = \frac{C_1^1 \times C_{13}^2}{C_{14}^3} = \frac{3}{14}$ (1)									
	0,25	$P(E) = \frac{C_1^1 \times C_5^2}{C_6^3} = \frac{1}{2}$									
	0,5	$P(A \cup B) = 1$ ومنه: $P(A \cap B) = \frac{C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{5}{91}$									
1,25	0,25 × 4	قانون الاحتمال: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <th>x_i</th> <th>$P(X = x_i)$</th> </tr> <tr> <td>0</td> <td>$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$</td> </tr> </table> $E(X) = \frac{2n}{n+8}$ تبيان أن: (2)	x_i	$P(X = x_i)$	0	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$	1	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$	2	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$	
	x_i	$P(X = x_i)$									
0	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$										
1	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$										
2	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$										
0,25	عدد طبيعي يعني $(n+8)$ يقسم 16 ومنه: $\frac{2n}{n+8} = 2 - \frac{16}{n+8}$ إذن: $n = 8$ لأن $n \geq 2$										

التمرين الثالث (05 نقاط)																	
0,75	0,25×3	$S = \{i\sqrt{3}; 2\sin\theta + 2i\cos\theta; 2\sin\theta - 2i\cos\theta\}$	(1)														
3,25	0,5×4	$z_A = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ $z_B = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$ $z_C = 2\left(\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)$ $z_D = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	(2)														
	0,25	ب) C, B و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2															
	0,5	ج) $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026} + \left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447} = (i)^{2026} + (i)^{1447} = -1 - i$															
	0,25×2	د) $\theta \in \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$ ، $-4\cos\theta(2\cos\theta - \sqrt{3}) = 0$ أي $\overline{AB} \cdot \overline{CB} = 0$															
1	0,25×2	أ) $L = -1 + \sqrt{3} + i(-1 - \sqrt{3})$ ، $L = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right)$	(3)														
	0,25×2	ب) $\sin\frac{19\pi}{12} = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $\cos\frac{19\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$															
التمرين الرابع (07 نقاط)																	
0,5	0,25×2	$g(-2,2) = -0,01$ ، $g(-2,3) = 0,02$ ومنه: $-2,3 < \alpha < -2,2$	(1 I)														
0,5	0,5	إشارة $g(x)$: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	+	(2)				
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$													
$g(x)$	+	0	-	+													
0,75	0,5+0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	(1 II)														
1	0,5	أ) من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$															
	0,5	جدول التغيرات: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	$f(x)$	0	$f(\alpha)$	0	$+\infty$
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	+													
$f(x)$	0	$f(\alpha)$	0	$+\infty$													
	0,5	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^2}{e^x+1}\right) = 0$	(3)														
	0,25×2	ب) (C_f) أسفل (P) على \mathbb{R}^* و (C_f) ، (P) متماسان في O															

1,75	0,25		رسم (P)
	0,5		رسم (Cf)
2,5	0,25×2	(أ) المتتالية (u_n) موجبة. $u_0 = \ln(e+1) - \ln 2$	
	0,5	(ب) من أجل كل n من \mathbb{N}^* $u_{n+1} - u_n = \int_0^1 \frac{x^n(x-1)e^x}{e^x+1} dx$ ، وكذلك $u_1 - u_0 = \int_0^1 \frac{(x-1)e^x}{e^x+1} dx$ ومنه: من أجل كل n من \mathbb{N} ، $u_{n+1} - u_n \leq 0$. (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.	
	0,25		
	0,25	(ج) من أجل كل x حيث: $0 \leq x \leq 1$ ، $\frac{1}{2} \leq \frac{e^x}{e^x+1} \leq \frac{e}{e+1}$	
	0,25	(د) من أجل كل n من \mathbb{N}^* ، $\frac{1}{2(n+1)} \leq u_n \leq \frac{e}{(e+1)(n+1)}$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$	
	0,25	يمثل u_2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Cf) والمستقيمت التي معادلاتها: $x=1$ و $x=0$ ، $y=0$	
	0,25	$\frac{1}{6} \leq u_2 \leq \frac{e}{3e+3}$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.