BAC//SJ2026//CH05-R09//

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة: 2026

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2u_n+3n+4$

أ) احسب u_1 ، u_2

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n\geq 3n+1$ ثمّ استنتج نهاية المتتالية (u_n)

جـ) حدّد اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n+3n+7)$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\ln 2$ ، يُطلب حساب حدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $u_n=8\times 2^n-3n-7$

3) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $T_n=2^{n+4}-\frac{3}{2}n^2-\frac{17}{2}n-15$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، منها: كريّتان بيضاوان مرقّمتان بـ: 0 ، 2 وأربع كريّات حمراء مرقّمة بـ: 0 ، 1 ، 2 ، 3 وأربع كريّات خضراء مرقّمة بـ: 1 ، 2 ، 3 ، 4

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

A : « سحب كريّة حمراء على الأقل » ، B : « سحب ثلاث كريّات جداء أرقامها معدوم »

C : « سحب ثلاث كريّات من نفس اللون » ، D : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها أكبر من أو يساوي 8 »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(D)=\frac{17}{120}$ وأنّ: $P(C\cap D)=\frac{1}{60}$

جـ) استنتج حساب احتمال الحادثة E : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها أصغر من أو يساوي 7 »

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل رقما فرديا.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ... $11x-5y=7$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلًّا للمعادلة (E) فإنّ $y\equiv 3[11]$ ثم حلّ المعادلة (E)

ب) عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $|y-x|\leq 5$

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $a=11n+3$ ، $b=5n+2$ و $PGCD(a;b)=d$

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

ب) عيّن الثنائيات $(a;b)$ التي من أجلها يكون $d=7$

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 11

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $a^b\equiv 9[11]$

جـ) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $3^{1447}+a^b+a-b-9\equiv 0[11]$ و $2015<n<2037$

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{5623}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، اكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1+(1-x-x^2)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=(x^2-x-2)e^{-x}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلًّا وحيدا α في المجال $]-1,7\,;-1,6[$

4) أ) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) احسب $f(-2)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

جـ) عيّن بيانيا قيم العدد الحقيقي m حتى يكون للمعادلة: $f(x)=m$ حلان سالبان تماما.

5) أ) تحقّق أنّ الدالة $H:x\mapsto(x^2+3x+2)e^{-x}$ أصلية للدالة $h:x\mapsto(1-x-x^2)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$ ، $x=\alpha$ و $x=0$

- احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ ثمّ بيّن أنّ: $\mathcal{A}(\alpha)=\dfrac{4+\alpha^3}{1-\alpha-\alpha^2}$ ، $\mathcal{A}(\alpha)$ مقدرة بوحدة المساحة.

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=u_n-3\times 2^n$

- احسب u_1 ، u_2 ثمّ حدّد اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n}{2^n}+3$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب تعيين حدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $u_n=4-3\times 2^n$

3) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

أ) احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج نهاية S_n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $T_n=4n+7-6\times 2^n$

جـ) احسب بدلالة n المجموع L_n حيث: $L_n=T_0+T_1+\cdots+T_n$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كريّة متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، منها:

كريّتان بيضاوان، خمس كريّات حمراء، ثلاث كريّات خضراء وكريّة واحدة سوداء.

1) نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات على التوالي دون إرجاع ونعتبر الحوادث:

A: « سحب ثلاث كريّات من نفس اللّون » ، B: « سحب كريّة واحدة بيضاء فقط »

C: « سحب كريّة حمراء على الأكثر » ، D: « سحب كريّتين حمراوين على الأقل »

أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ و $P(D)$ احتمالات الحوادث A ، B ، C و D على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap D)=\dfrac{2}{33}$ ثمّ استنتج حساب $P(A\cup D)$

2) نفرض أنّ عدد الكريّات السّوداء في الكيس هو n حيث: $n\geq 2$ ونسحب منه كريّتين على التوالي مع الإرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال سحب كريّتين سوداوين يساوي $\dfrac{1}{4}$

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447 على 7 وباقي القسمة الإقليدية للعدد 2687 على 13

ب) برّر أنّ العدد 1447 أوليّ ثمّ عيّن القواسم الطبيعية للعدد 2894

جـ) جِد الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقّق: $x(x+y)=2894$

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $a=7n+5$ ، $b=13n+9$ و $PGCD(a;b)=d$

- عيّن القيم الممكنة للعدد d ثمّ حدّد قيم n التي من أجلها يكون $d=2$

3) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $A=14n^2+17n+5$ و $B=26n^2+31n+9$

أ) بيّن أنّ العدد $(2n+1)$ يقسم كلاً من العددين A و B

ب) استنتج بدلالة n وحسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

4) من أجل $d=1$ ، احسب بدلالة n المضاعف المشترك الأصغر للعددين A و B

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $]0;e[\cup]e;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x-x\ln x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب النهايات: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} e} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} e} f(x)$ ، فسّر النتائج هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$ ، $f'(x)=1+\dfrac{\ln x}{(x-x\ln x)^2}$

ب) نقبل أنّ إشارة $f'(x)$ موضّحة في الجدول المقابل

x	0 $\quad$ α $\quad$ e $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	$\|$ $-$ $\quad 0 \quad$ $+$ $\|\|$ $+$

- تحقّق أنّ $0,4<\alpha<0,5$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

4) أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

ب) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا β في المجال $]3\,;3,1[$

5) أ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $m(x-x\ln x)=1$

6) h الدّالة المعرّفة على $]0;e[$ بـ: $h(x)=\ln(1-\ln x)$

- احسب $h'(x)$ ثمّ استنتج حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x$ ، $x=\frac{1}{e}$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني