الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة: 2026

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 9 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان تحملان الرّقم 1 وأربع كريّات تحمل الرّقم 2 وثلاث كريّات تحمل الرّقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

A : « سحب ثلاث كريّات تحمل نفس الرّقم » ، B : « سحب ثلاث كريّات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

C : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها عدد زوجي »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\dfrac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل الرّقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

II) نضيف إلى محتوى الكيس السّابق n كريّة تحمل الرّقم 1 ثمّ نسحب منه كريّتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كريّتين لا تحمل أيّ منهما الرّقم 1 يساوي $\dfrac{1}{5}$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+4)\left(z^2-4z+16\right)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

1) أ) اكتب كلّا من z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلثي.

ب) علّم النقط A ، B ، C و D ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ) برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}\left(z_C-z_A\right)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متوازيان.

ب) بيّن أنّ: $\left|z_B-z_A\right|=\left|z_D-z_C\right|$

جـ) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3) تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i\left(z_B-z_C\right)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة n حتى يكون $\left(\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f المعرّفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$، يُطلب كتابة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]3{,}5\,;3{,}6[$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $[0\,;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(x)}{x}$، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x>0$، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ (c_f) يقبل نقطة انعطاف A، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ(T) مماس المنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

4) أ) ارسم (T) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1{,}7$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ(c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ونُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

الكريّة المسحوبة	خضراء	حمراء	بيضاء
الاحتمال	$\frac{1}{10}$	a	$2a$

حيث $a \in \mathbb{R}$

- احسب قيمة a ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

II) نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

A : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط» ، B : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

C : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: (E) ... $z^2+\alpha z+4=0$ حيث α عدد حقيقي.

أ) احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

ب) عيّن α حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة (E) ثمّ استنتج حلّها الآخر.

2) نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

أ) اكتب كلّا من z_1 ، z_2 و z_3 على الشّكل المثلثي.

ب) استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

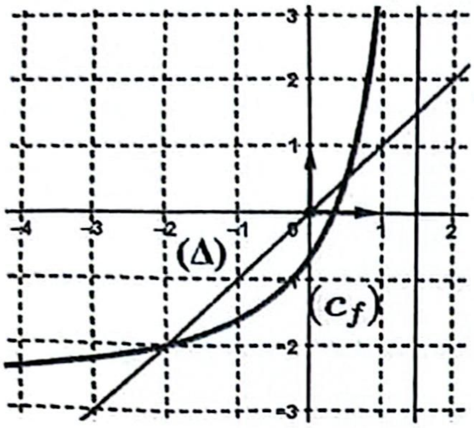
ج) اكتب L على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f وبرّر أنّه: من أجل كلّ x من $[-2\,;0]$ ، $f(x)-x \le 0$



2) أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

ب) خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2 < u_n \le 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

5) (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = \ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $w_0 + w_1 + \cdots + w_n = \dfrac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2 - \ln 7)n + 4\ln 2\right]$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 1 + \dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني (C_f)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x) = -4 + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x} - \dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

ب) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ(C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda < -\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

5) g الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x) = f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x > 1$ ، $g(x) = \dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني