اختبارات نموذجية في الرياضيات

السنة الرابعة متوسط

ثلاثون اختبارا نموذجيا

جميع مواضيع شهادة التعليم المتوسط

من سنة 2007 إلى 2022

مع حلولها المفصلة

ملخصات هامة لجميع الدروس

طبعة موافقة لمنهاج الجيل الثاني

الطبعة الثالثة 2022

عبد الكريم واضحي

ر.د.م.ك:978-9947-0-4409

الإيداع القانوني: 2015-4360

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿فَلَمَّا رَءَاهُ مُسْتَقِرًّا عِندَهُۥ قَالَ هَٰذَا مِن فَضْلِ رَبِّي لِيَبْلُوَنِيٓ ءَأَشْكُرُ أَمْ أَكْفُرُ ۖ
وَمَن شَكَرَ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ لِنَفْسِهِۦ ۖ وَمَن كَفَرَ فَإِنَّ رَبِّي غَنِيٌّ كَرِيمٌ ٤٠﴾

﴿رَبِّ أَوْزِعْنِيٓ أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ ٱلَّتِيٓ أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَىٰ وَٰلِدَيَّ وَأَنْ أَعْمَلَ صَٰلِحًا
تَرْضَىٰهُ وَأَصْلِحْ لِي فِي ذُرِّيَّتِيٓ ۖ إِنِّي تُبْتُ إِلَيْكَ وَإِنِّي مِنَ ٱلْمُسْلِمِينَ ١٥﴾

الإهداء

إلى جميع تلاميذ السنة الرابعة متوسط
أهدي هذا الكتاب
آملا أن يكون خير جليس لهم
أثناء تحضيرهم لامتحان
شهادة التعليم المتوسط

عبد الكريم واضحي

مقدمة الطبعة الثالثة

بعد خمس سنوات من صدور الطبعة الأولى لهذا الكتاب، ها هي الطبعة الثالثة تصدر بفضل الله ومنّه وكرمه موافقة لمنهاج الجيل الثاني ومتممة لامتحانات شهادة التعليم المتوسط لغاية دورة 2022

والله أرجو أن يكتب لهذه الطبعة القبول بين إخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة، مرحبا بجميع ملاحظاتهم وتصويباتهم، فجلّ من لا يخطئ ورحم الله امرئ أهدى إليّ عيوبي.

عبد الكريم واضحي

مقدمة الطبعة الأولى

إنّه لمن دواعي الغبطة والسرور أن أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي التلاميذ هذا الكتاب الذي يشتمل على 30 اختبار نموذجي موزّعة على الفصول الثلاثة بالإضافة إلى جميع مواضيع امتحانات شهادة التعليم المتوسط للدورات السابقة – من 2007 إلى 2015 – مع حلولها المفصّلة.

ولتعميم الفائدة وضعت في متناول التلاميذ ملخصات تضم كل القواعد الأساسية التي يحتاجونها في مادة الرياضيات والتي تمكنهم من حل هذه الاختبارات النموذجية.

ولدفع الملل والسآمة التي قد تعتريهم أثناء حلولهم لهذه الاختبارات ، خصصتُ لهم محطات للتسلية الفكرية واختبارات الذكاء لتنمية قدراتهم ومهاراتهم في الحساب.

وللأمانة العلمية ، فقد اعتمدت في تحضير الملخصات اعتمادا كبيرا على الكتاب المدرسي حيث نقلت منه التعاريف والقواعد وبعض الأمثلة مع مراعاة التسلسل الذي وردت فيه، كما نقلت من كتاب الأستاذ عادل عبد المولى "غرائب وعجائب وألغاز في المسائل الرياضية" كل المسائل التي وردت في ركن "تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك" ، أمّا الحِكَم الواردة في الكتاب فقد نقلتها من الكتاب القيّم "365 مقولة في النجاح" للأستاذ رؤوف شبايك.

وللتحضير الجيّد لشهادة التعليم المتوسط ، أنصح التلاميذ بمراجعة شاملة لكل الدروس المقررة هذه السنة وضبط جميع القواعد سواء تلك المتعلقة بالجبر أو الهندسة ، ثمّ الانتقال بعد ذلك إلى حلّ الاختبارات النموذجية وامتحانات شهادة التعليم المتوسط للدورات السابقة حتى يتأكدوا من جاهزيتهم لمواجهة امتحان نهاية السنّة. وإني لأرجو من الله ﷻ أن يكون هذا الكتاب فاتحةَ خير لجميع التلاميذ ومعينا لهم في دراستهم وسببا في حصولهم على أعلى التقديرات في امتحان شهادة التعليم المتوسط. فما عليهم إلا أن يجدّوا ويجتهدوا ويبذلوا قصارى جهودهم لتحقيق أمنيتهم الغالية والله الموفّق والمعين وعليه التكلان.

عبد الكريم واضحي

الأبيار في 18 شوال 1436 هـ الموافق لـ 03 أوت 2015 م

ملخصات هامة
وقواعد أساسية
في الرياضيات

بالعلم والعقل لا بالمال والذهب
يزداد رفع الفتى قدرا بلا طلب
كم يرفع العلم أشخاصا إلى رتب
ويخفض الجهل أشرافا بلا أدب

تذكير بأهم القواعد التي تمّت دراستها خلال السنوات الماضية

أولا : الجبر

1) الأعداد النسبية

أ. الجمع :

مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة، هو عدد نسبي من نفس الإشارة ومسافته مجموع المسافتين.

لجمع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة، نضيف العدد الأول إلى الثاني و نحتفظ بالإشارة المشتركة.

$$\boxed{(-8)+(-4)=-12 \quad \text{،} \quad (+3)+(+2)=+5}$$

مجموع عددين نسبيين لهما إشارتان مختلفتان ، هو عدد نسبي له إشارة أكبرهما (مسافة) ومسافته فرق المسافتين.

لجمع عددين نسبيين لهما إشارتان مختلفتان ، نأخذ إشارة أكبرهما (مسافة) ونطرح المسافتين.

$$\boxed{(-1)+(+9)=+8 \quad \text{،} \quad (-7)+(+5)=-2}$$

ب. الطرح :

لطرح عدد نسبي، نضيف معاكسه و نتبع القواعد الخاصة بالجمع.

$$\boxed{\begin{array}{l}(+8)-(-7)=(+8)+(+7)=+15\\(-6)-(+4)=(-6)+(-4)=-10\end{array}}$$

ج. الضرب :

جداء عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد نسبي موجب.

$$\boxed{(-2)\times(-5)=+10 \quad \text{،} \quad (+3)\times(+4)=+12}$$

جداء عددين نسبيين لهما إشارتان مختلفتان هو عدد نسبي سالب.

$$\boxed{(-6)\times(+8)=-\,48 \quad \text{،} \quad (+7)\times(-3)\;=-\,21}$$

د. القسمة :

حاصل قسمة عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد موجب.

$$\boxed{(-6)\div(-3)=+\,2 \quad \text{،} \quad (+8)\div(+2)=+\,4}$$

حاصل قسمة عددين نسبيين لهما إشارتان مختلفتان هو عدد سالب.

$$\boxed{(-15)\div(+5)=-\,3 \;\text{،}\; (+14)\div(-7)=-\,2}$$

2) الكسور

أ. الكسور المتساوية :

عند ضرب أجزاء الكسر (البسط و المقام) في نفس العدد، نحصل على كسر مساو للكسر الأول.

$$\boxed{\frac{-3}{7}=\frac{-3\times 4}{7\times 4}=\frac{-12}{28}}$$

لاختزال كسر نقسم البسط و المقام على نفس العدد هو القاسم المشترك الأكبر لهما.

$$\boxed{\frac{64}{24}=\frac{64\div 8}{24\div 8}=\frac{8}{3}}$$

ب. جمع و طرح الكسور:

لجمع (أو طرح) كسرين لهما نفس المقام، نجمع (أو نطرح) بسطيهما و نحتفظ بالمقام المشترك.

$$\boxed{\begin{array}{c}\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}\\ \frac{8}{3}-\frac{5}{3}=\frac{8-5}{3}=\frac{3}{3}=1\end{array}}$$

لجمع (أو طرح) كسرين مقاماهما مختلفان، نوحد المقامات ثم نجمع (أو نطرح) الكسرين الناتجين.

$$\boxed{\frac{3}{7}+\frac{4}{3}=\frac{3\times 3}{7\times 3}+\frac{4\times 7}{3\times 7}=\frac{9}{21}+\frac{28}{21}=\frac{37}{21}}$$

(21 هو المضاعف المشترك الأصغر لـ 7 و 3)

$$\boxed{\frac{7}{6}-\frac{3}{4}=\frac{7\times 2}{6\times 2}-\frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{14}{12}-\frac{9}{12}=\frac{5}{12}}$$

(12 هو المضاعف المشترك الأصغر لـ 6 و 4)

ج. ضرب الكسور:

جداء كسرين هو كسر بسطه جداء البسطين و مقامه جداء المقامين.

$$\boxed{\frac{-8}{5}\times\frac{3}{-4}=\frac{(-8)\times(3)}{(5)\times(-4)}=\frac{-24}{-20}=\frac{6}{5}}$$

د. قسمة الكسور:

لقسمة كسرين نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني.

$$\boxed{\begin{array}{c}\frac{9}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{9}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{9\times3}{7\times2}=\frac{27}{14}\\ \frac{8}{5}\div4=\frac{8}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{8\times1}{5\times4}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}\end{array}}$$

3) القوى

أ. قوى العدد 10 :

$$\boxed{\begin{array}{c}10^0=1\,;\ 10^1=10\,;\ 10^3=1000\\ 10^{-5}=\frac{1}{10^5}=\frac{1}{100000}=0,00001\end{array}}$$

ب. الكتابة العلمية :

الكتابة العلمية لعدد هي كتابته على الشكل $a\times10^p$ حيث P عدد صحيح نسبي و a عدد عشري مكتوب برقم واحد - غير معدوم - قبل الفاصلة:

$$\boxed{1245=1,245\times10^3\quad;\quad0,0032=3,2\times10^{-3}}$$

عند إزاحة الفاصلة إلى اليسار تكون قوة العدد 10 موجبة ، وعند إزاحة الفاصلة إلى اليمين تكون قوة العدد 10 سالبة.

ج. قوى الأعداد النسبية :

$$\boxed{\begin{array}{c}2^0=1\,;\ (-5)^1=-5\,;(-3)^2=(-3)\times(-3)=9\\ 4^3=4\times4\times4=64\quad;\quad6^{-2}=\frac{1}{6^2}=\frac{1}{6\times6}=\frac{1}{36}\end{array}}$$

د. القواعد الخاصة بحساب القوى :

$$\boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}\ ;\ 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7}$$

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}\ (a \neq 0)\ ;\ \frac{2^3}{2^4} = 2^{3-4} = 2^{-1} = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n\times m}\ ;\ (2^3)^4 = 2^{3\times 4} = 2^{12}}$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\ (b \neq 0)\ ;\ \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{7^2}{4^2} = \frac{49}{16}}$$

4) ترتيب العمليات الحسابية

أ. الحساب بدون أقواس :

$$A = 3 \times 4^2 - 25 \div 5 + 7$$

لإيجاد قيمة A ، نبدأ بحساب القوى أولا ، ثم نقوم بعمليتي الضرب و القسمة ، و أخيرا نقوم بعمليتي الجمع و الطرح.

$$A = 3 \times 16 - 25 \div 5 + 7$$
$$A = 48 - 5 + 7$$
$$\boxed{A = 50}$$

ب. الحساب باستعمال الأقواس :

$$B = 13 - (5 \times (7 - 4) + 6)$$

لإيجاد قيمة B ، نبدأ بحساب الأعداد الموجودة بين الأقواس الداخلية ، ثم الأقواس التي تليها.

$$B = 13 - (5 \times 3 + 6)$$
$$B = 13 - (15 + 6)$$
$$B = 13 - 21$$
$$\boxed{B = -8}$$

5) النسبة المئوية

أ. لمعرفة ماذا تمثل نسبة $p\%$ من العدد a ، نضرب العدد a في p ثمّ نقسم على 100.

مثال : 25% من العدد 500 هو : $500 \times \frac{25}{100} = 125$.

ب. لمعرفة النسبة المئوية الذي يمثله العدد b بالنسبة للعدد a ، نقسم b على a ثمّ نضرب حاصل القسمة في 100.

مثال : في امتحان الرياضيات لقسم السنة الرابعة متوسط يشمل 40 تلميذ ، تحصّل 26 منهم على علامة أكبر من 10. نسبة هؤلاء التلاميذ هي : $\frac{26}{40} \times 100 = 65\%$

ج. لرفع عدد a بنسبة $p\%$ ، نضربه في العدد $\left(\mathbf{1}+\frac{p}{100}\right)$.

مثال : تحصّل تلميذ على معدل 14 في الفصل الأول وارتفع معدله في الفصل الثاني بنسبة 20% ، فيكون معدل الفصل الثاني هو :

$$\boxed{\mathbf{14\times\left(1+\frac{20}{100}\right)=14\times1,2=16,8}}$$

د. لخفض عدد a بنسبة $p\%$ ، نضربه في العدد $\left(\mathbf{1}-\frac{p}{100}\right)$.

مثال : الثمن الأصلي لجهاز كمبيوتر هو $40.000\ DA$ ، ثمنه بعد التخفيض بنسبة 15% هو :

$$\boxed{\mathbf{40.000\times\left(1-\frac{15}{100}\right)=40.000\times0,85=34.000\ DA}}$$

تنبيه مهمّ :

إذا خفضنا قيمة بنسبة $p\%$ ثمّ رفعناها بنفس النسبة (أي $p\%$) فإنّنا لن نحصل على القيمة الأصلية لأنّ قيمة التخفيض تختلف عن قيمة الزيادة. كذلك في حالة الرفع ثمّ الخفض.

مثال 1 : إذا فرضنا أنّ التلميذ المذكور في المثال السابق نقص معدله في الفصل الثالث بنسبة 20% فيكون معدله هو : $\mathbf{16,8\times\left(1-\frac{20}{100}\right)=16,8\times0,8=13,44}$

نلاحظ أنّ $13,44\neq14$ ، وتفسير ذلك هو أنّ الزيادة في المعدل التي حققها في الفصل الثاني هي : $14\times\frac{20}{100}=2,8$ ، أمّا انخفاض المعدل في الفصل الثالث فهو $16,8\times\frac{20}{100}=3,36$ واختلاف القيمتين هو السبب في عدم الحصول على المعدّل الأصلي.

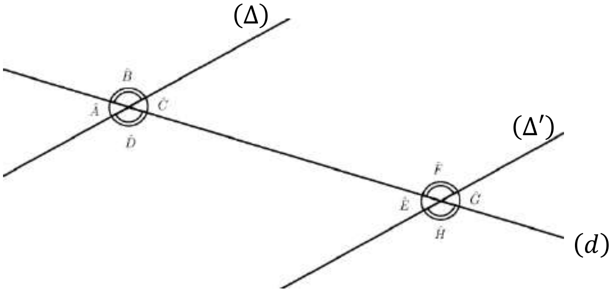
مثال 2 : لو رفعنا ثمن جهاز الكمبيوتر المذكور في المثال السابق بنسبة 15% يصير ثمنه : $\mathbf{34.000\times\left(1+\frac{15}{100}\right)=34.000\times1,15=39.100\ DA}$.

نفس الملاحظة يمكن تقديمها فيما يخصّ الثمن النهائي والثمن الأصلي ($39.100\neq40.000$)

ثانيا : الهندسة

1) الزوايا المتقايسة

ليكن (d) ، (Δ) و (Δ') ثلاثة مستقيمات حيث (Δ) يوازي (Δ') و (d) قاطع لهما.



في هذا الشكل لدينا : $\hat{A}=\hat{C}=\hat{E}=\hat{G}$ و $\hat{B}=\hat{D}=\hat{F}=\hat{H}$ لأنّ :

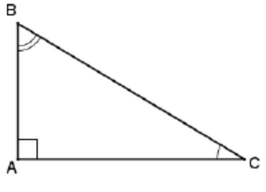
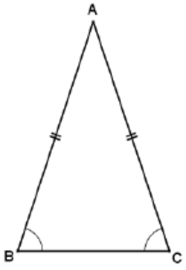
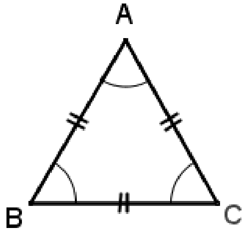
الصفة	الزوايا
متقابلتان بالرأس	$(\hat{A}=\hat{C})\ ;\ (\hat{E}=\hat{G})\ ;\ (\hat{B}=\hat{D})\ ;(\hat{F}=\hat{H})$
متبادلتان داخليا	$(\hat{C}=\hat{E})\ ;\ (\hat{D}=\hat{F})$
متبادلتان خارجيا	$(\hat{A}=\hat{G})\ ;\ (\hat{B}=\hat{H})$
متماثلتان	$(\hat{A}=\hat{E})\ ;\ (\hat{C}=\hat{G})\ ;\ (\hat{B}=\hat{F})\ ;(\hat{D}=\hat{H})$

2) المثلثات

أ. مجموع أقياس زوايا مثلث

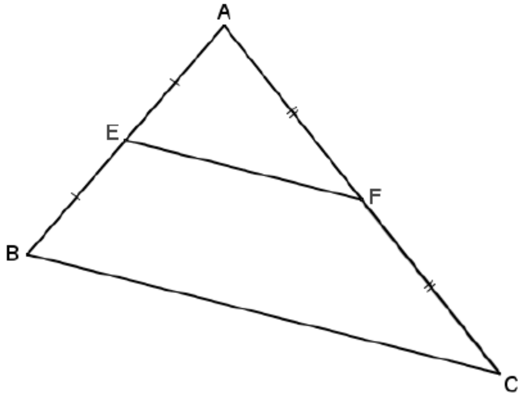
مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي 180°.

حالات خاصة :

المثلث القائم	المثلث متساوي الساقين	المثلث متقايس الأضلاع
		
$\hat{B}+\hat{C}=90°$	$AB=AC$ $\hat{B}=\hat{C}$	$AB=AC=BC$ $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}$

ب. مستقيم المنتصفين

ليكن ABC مثلث كيفي.



النظرية :

إذا كان E منتصف $[AB]$ و F منتصف $[AC]$ **فإنّ :**

$$\boxed{\begin{array}{c}\boldsymbol{(EF) \parallel (BC)} \\ \boldsymbol{EF = \frac{1}{2}BC}\end{array}}$$

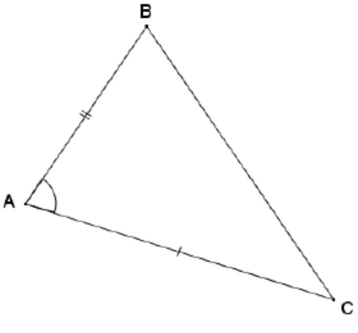
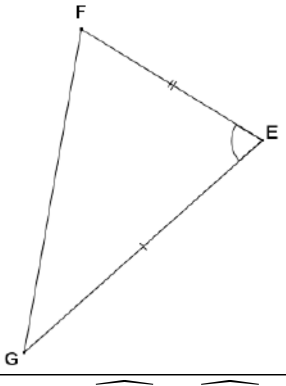
النظرية العكسية :

إذا كان E منتصف $[AB]$ و F نقطة من $[AC]$ حيث $(EF) \parallel (BC)$ **فإنّ :** **F منتصف $[AC]$.**

ج. حالات تقايس مثلثين

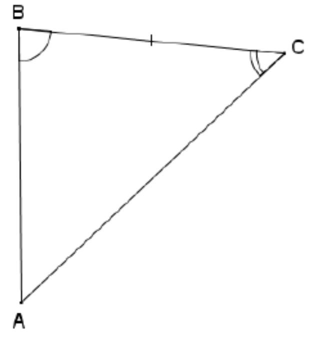
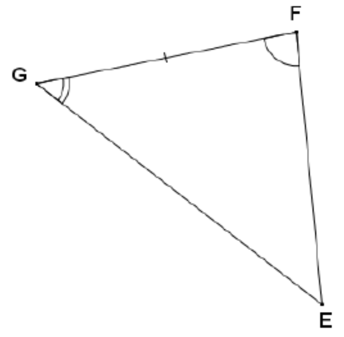
① الحالة الأولى :

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما.

	
$AB = EF$ ، $AC = EG$ ، $\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$	

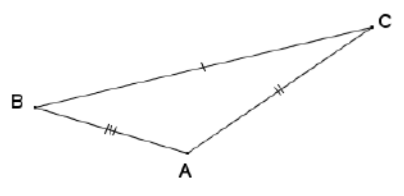
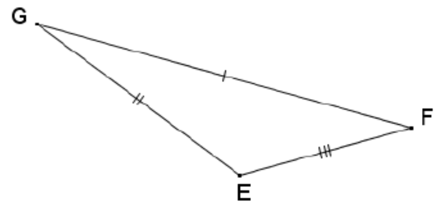
② الحالة الثانية :

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما زاويتان والضلع المحصور بينهما.

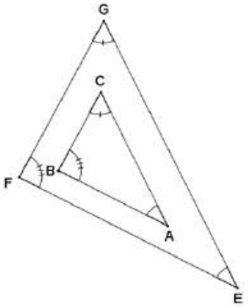
	
$\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ ، $\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$ ، $BC = FG$	

③ الحالة الثالثة :

يتقايس مثلثان إذا تقايست فيهما الأضلاع الثلاثة.

	
$BC = FG$ ، $AC = EG$ ، $AB = EF$	

تنبيه : لا يتقايس مثلثان إذا تقايست فيهما الزوايا الثلاث.

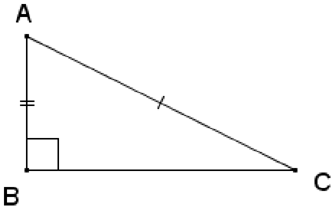
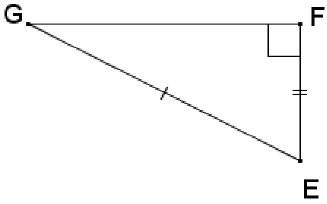


$\hat{A} = \hat{E}$
$\hat{B} = \hat{F}$
$\hat{C} = \hat{G}$

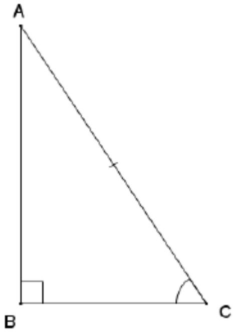
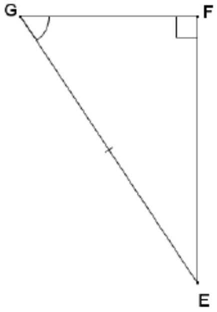
المثلثان ABC و EFG غير متقايسين.

④ حالات خاصة لتقايس مثلثين قائمين :

- يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وضلع قائم.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$AC = EG$ ، $AB = EF$</td>
</tr>
</table>

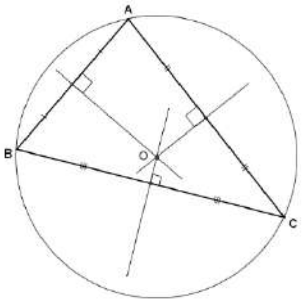
- يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وزاوية حادة.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">$\widehat{ACB} = \widehat{EGF}$ ، $AC = EG$</td>
</tr>
</table>

د. المستقيمات الخاصة في المثلث

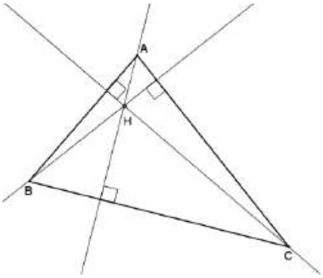
① المحاور

- محور القطعة $[BC]$ في المثلث ABC هو المستقيم الذي يعامد $[BC]$ في منتصفها.
- تتقاطع المحاور الثلاثة في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC وتسمى نقطة تلاقي المحاور.



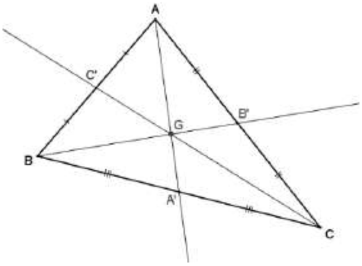
② الارتفاعات

- الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC هو المستقيم الذي يشمل A ويعامد $[BC]$.
- تتقاطع الارتفاعات الثلاثة للمثلث في نقطة هي نقطة تلاقي الارتفاعات.



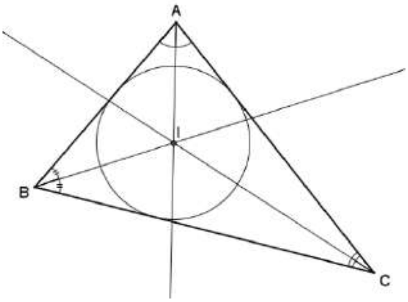
③ المتوسطات

- المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC هو المستقيم الذي يشمل A ويقطع $[BC]$ في منتصفها.
- تتقاطع المتوسطات الثلاثة للمثلث في نقطة هي مركز ثقل المثلث ABC.
- $AG = \frac{2}{3}AA'$ ، $BG = \frac{2}{3}BB'$ ، $CG = \frac{2}{3}CC'$.

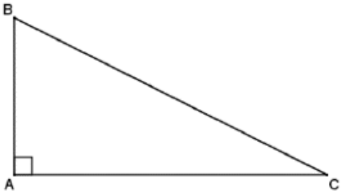


④ المنصّفات

- منصّف الزاوية $\widehat{BAC}$ في المثلث ABC هو نصف المستقيم الذي يقسم الزاوية $\widehat{BAC}$ إلى زاويتين متقايستين.
- تتقاطع المنصّفات الثلاثة في نقطة هي مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ABC.



ه. نظرية فيثاغورس



النظرية :

إذا كان المثلث ABC قائما في A **فإنّ :** $\boxed{\boldsymbol{BC^2 = AB^2 + AC^2}}$

النظرية العكسية :

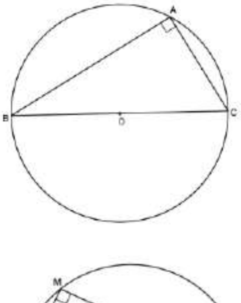
إذا كانت أطوال المثلث ABC تحقق $BC^2 = AB^2 + AC^2$ **فإنّ** المثلث ABC قائم في A.

ملاحظة :

بصفة عامة ، إذا كان مربّع الوتر يساوي مجموع مربّعي الضلعين الآخرين فإنّ المثلث ABC قائم في الحرف غير الموجود في تسمية الوتر.

إذا كان	فإنّ
$BC^2 = AB^2 + AC^2$	المثلث ABC قائم في A
$AC^2 = AB^2 + BC^2$	المثلث ABC قائم في B
$AB^2 = AC^2 + BC^2$	المثلث ABC قائم في C

و. الدائرة المحيطة بالمثلث القائم

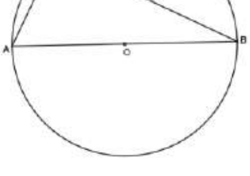


النظرية :

إذا كان المثلث ABC قائما في A **فإنّ** وتره $[BC]$ هو قطر للدائرة المحيطة بهذا المثلث.

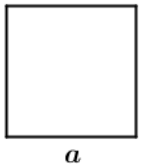
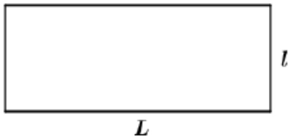
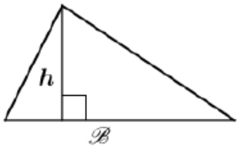
النظرية العكسية :

إذا كان قطر دائرة $[AB]$ ضلعا لمثلث مرسوم في هذه الدائرة ، فإنّ هذا المثلث قائم ووتره هو القطر $[AB]$.

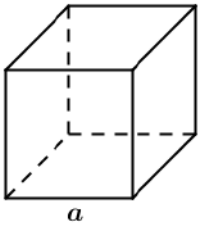
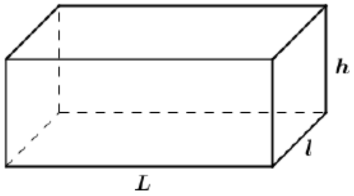
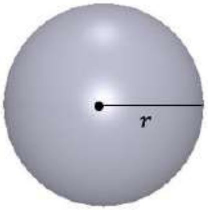
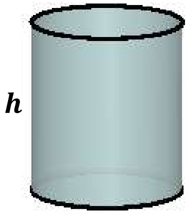
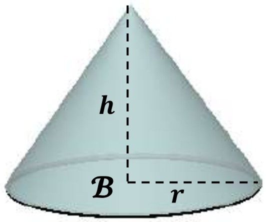
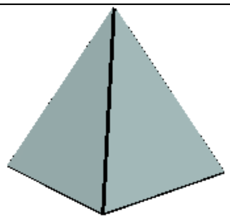


4) حساب المساحات والحجوم

المساحة $\mathcal{A}$

 المربّع $\mathcal{A} = a^2$	 المستطيل $\mathcal{A} = L \times l$	 المثلّث $\mathcal{A} = \frac{\mathcal{B} \times h}{2}$

الحجم $\mathcal{V}$

 المكعّب $\mathcal{V} = a^3$	 متوازي المستطيلات $\mathcal{V} = L \times l \times h$	 الجلّة $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi \times r^3$
 الأسطوانة $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$	 المخروط $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$	 الهرم $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{B} \times h}{3}$

قواسم عدد طبيعي

1- القواسم المشتركة لعدد طبيعي

- نقول عن عدد طبيعي a أنّه مضاعف للعدد الطبيعي b (أو العدد الطبيعي b أنّه قاسم للعدد الطبيعي a) إذا وُجد عدد طبيعي k حيث : $a = bk$.
- القاسم المشترك للعددين a و b هو عدد يقسم a ويقسم b.
- العدد 1 قاسم لجميع الأعداد وهو قاسم مشترك لأي عددين طبيعيين.
- العدد الأكبر من بين القواسم المشتركة للعددين a و b يسمى القاسم المشترك الأكبر ونرمز له : $PGCD(a; b)$.
- عندما يكون $PGCD(a; b) = 1$ ، نقول إنّ العددين a و b أوليان فيما بينهما.

2- طرق تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين

أ. خوارزمية إقليدس (القسمة الإقليدية)

مثال 1 : لنحسب $PGCD(9615; 5128)$

$$9615 = 5128 \times 1 + 4487$$
$$5128 = 4487 \times 1 + \mathbf{641}$$
$$4487 = 641 \times 7 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(9615; 5128) = 641}$

ب. خوارزمية إقليدس (الطرح المتتالي)

مثال 2 : لنحسب $PGCD(648; 144)$

$$648 - 144 = 504$$
$$504 - 144 = 360$$
$$360 - 144 = 215$$
$$216 - 144 = 72$$
$$144 - 72 = 72$$
$$72 - 72 = 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(648; 144) = 72}$

ج. التحليل إلى جداء عوامل أوّلية

تعتمد هذه الطريقة على إجراء سلسلة من القسمات المتتالية لكل من a و b على الأعداد الأوّلية $(2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; \ldots)$ ، ثمّ كتابتهما على شكل جداء عوامل أولية ، ولحساب القاسم المشترك الأكبر لهما نأخذ العوامل المشتركة فقط وبأصغر قوّة.

مثال 3 : لنحسب $PGCD(110;88)$

$$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 110 & 2 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\boxed{88 = 2^3 \times 11} \qquad \boxed{110 = 2 \times 5 \times 11}$$

ومنه $PGCD(110;88) = 22$
(نأخذ العوامل المشتركة بأصغر قوّة)

3) الكسور غير القابلة للاختزال

يكون الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال ، إذا كان a وb أوّليان فيما بينهما $(b \neq 0)$.

4) تمارين تطبيقية :

التمرين الأول :

احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 96 و156 ، ثمّ اختزل الكسر $\frac{156}{96}$.

حل التمرين الأول :

حساب $PGCD(156;96)$		
باستعمال القسمة الإقليدية	**باستعمال الطرح المتتالي**	**باستعمال التحليل**
$156 = 96 \times 1 + 60$ $96 = 60 \times 1 + 36$ $60 = 36 \times 1 + 24$ $36 = 24 \times 1 + \mathbf{12}$ $24 = 12 \times 2 + 0$	$156 - 96 = 60$ $96 - 60 = 36$ $60 - 36 = 24$ $36 - 24 = 12$ $24 - 12 = \mathbf{12}$ $12 - 12 = 0$	$156 = \mathbf{2^2} \times \mathbf{3} \times 13$ $96 = 2^5 \times 3$

$$PGCD(156;96) = 12$$

اختزال الكسر $\frac{156}{96}$:

$$\frac{156}{96} = \frac{156 \div 12}{96 \div 12} = \boxed{\frac{13}{8}}$$

التمرين الثاني :

لدى بائع الأزهار 1756 وردة بيضاء و1317 وردة حمراء. يريد هذا البائع تحضير باقات ورد متشابهة.

1. ما هو عدد الباقات التي يمكن تحضيرها ؟
2. احسب عدد الورود البيضاء والورود الحمراء الموجودة في كل باقة.

حل التمرين الثاني :

1. عدد الباقات التي يمكن تحضيرها هو : $PGCD(1756;1317)$

حساب $PGCD(1756;1317)$	
باستعمال القسمة الإقليدية	**باستعمال الطرح المتتالي**
$1756 = 1317 \times 1 + \mathbf{439}$ $1317 = 439 \times 3 + 0$	$1756 - 1317 = 439$ $1317 - 439 = 878$ $878 - 439 = \mathbf{439}$ $439 - 439 = 0$

$$PGCD(1756;1317) = 439$$

2. حساب عدد الورود البيضاء والورود الحمراء الموجودة في كل باقة.

عدد الورود البيضاء هو : $4 = \frac{1756}{439}$

عدد الورود الحمراء هو : $3 = \frac{1317}{439}$

يمكن لهذا البائع تحضير 439 باقة ورد مكوّنة من 4 ورود بيضاء و3 ورود حمراء.

التمرين الثالث :

نريد تقطيع صفيحة حديدية طولها $110\ cm$ وعرضها $88\ cm$ إلى مجموعة قطع مربّعة الشكل.

1. ما هو طول ضلع كل قطعة ؟
2. احسب عدد القطع الممكن الحصول عليها.

حل التمرين الثالث :

1. طول ضلع كل قطعة هو : $PGCD(110;88)$

حساب $PGCD(110;88)$		
باستعمال القسمة الإقليدية	**باستعمال الطرح المتتالي**	**باستعمال التحليل**
$110 = 88 \times 1 + \mathbf{22}$ $88 = 22 \times 4 + 0$	$110 - 88 = 22$ $88 - 22 = 66$ $66 - 22 = 44$ $44 - 22 = \mathbf{22}$ $22 - 22 = 0$	$110 = \mathbf{2} \times 5 \times \mathbf{11}$ $88 = 2^3 \times 11$

$PGCD(110;88) = 22$ ومنه طول ضلع كل قطعة هو : $\boxed{22\ cm}$

2. حساب عدد القطع الممكن الحصول عليها

طريقة أولى :

طولا لدينا : $\frac{110}{22}$ أي 5 قطع ، وعرضا لدينا : $\frac{88}{22}$ أي 4 قطع ، ومنه فإنّ عدد القطع الممكن الحصول عليها هو : 4×5 أي 20 قطعة.

طريقة ثانية :

عدد القطع $= \frac{\text{مساحة الصفيحة}}{\text{مساحة القطعة}} = \frac{110\times88}{22\times22} = \frac{9680}{484} = 20$ قطعة

عند تقطيع الصفيحة الحديدية يمكننا الحصول على 20 قطعة مربّعة الشكل طول ضلعها $22\ cm$.

التمرين الرابع :

a و b عددان طبيعيان حيث : $115a = 161b$

احسب النسبة $\frac{a}{b}$ ، ثمّ اكتبها على شكل كسر غير قابل للاختزال.

حل التمرين الرابع :

$115a = 161b$ معناه $\frac{a}{b} = \frac{161}{115}$ (انتبه : $\frac{a}{b} \neq \frac{115}{161}$)

لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ نحسب أولا $PGCD(161;115)$

حساب $PGCD(161;115)$		
باستعمال القسمة الإقليدية	**باستعمال الطرح المتتالي**	**باستعمال التحليل**
$161 = 115 \times 1 + 46$ $115 = 46 \times 2 + \mathbf{23}$ $46 = 23 \times 2 + 0$	$161 - 115 = 46$ $115 - 46 = 69$ $69 - 46 = 23$ $46 - 23 = \mathbf{23}$ $23 - 23 = 0$	$161 = 7 \times \mathbf{23}$ $115 = 5 \times 23$

$$PGCD(161;115) = 23$$

$$\frac{161}{115} = \frac{161 \div 23}{115 \div 23} = \boxed{\frac{7}{5}}$$

ملاحظة : عند حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين ، نكتفي بطريقة واحدة من بين الطرق المذكورة في الحلول السابقة.

الحساب على الجذور

1) الجذر التربيعي لعدد موجب :

الجذر التربيعي لعدد موجب a هو العدد الموجب b حيث : $a = b^2$ و نرمز له : $\sqrt{a}$

ملاحظة :

$$\sqrt{0} = 0 \qquad \sqrt{1} = 1 \qquad \sqrt{a^2} = a$$

2) العمليات على الجذور التربيعية :

ليكن a و b عددان طبيعيان موجبان.

الجمع والطرح:

العملية	الجمع	الطرح
القاعدة	$b\sqrt{a} + c\sqrt{a} = (b+c)\sqrt{a}$	$b\sqrt{a} - c\sqrt{a} = (b-c)\sqrt{a}$
المثال	$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$	$7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

تنبيه :

$2\sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$ (لا يمكننا جمع جذرين مختلفين)

$7\sqrt{5} - 4\sqrt{3} = 7\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$ (لا يمكننا طرح جذرين مختلفين)

ملاحظة :

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$$
$$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$
$$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$$
$$\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$$
$$\sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$$

الضرب:

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$. **مثال:** $\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$

$c\sqrt{a} \times d\sqrt{b} = (c \times d)\sqrt{a \times b}$. **مثال:** $2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{15}$

القسمة :

$b \neq 0$; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$. **مثال:** $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = 5$

3) تبسيط عدد غير ناطق :

تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان موجبان.

مثال 1 :

$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3}$ **ومنه** $\boxed{\sqrt{75} = 5\sqrt{3}}$

مثال 2 :

$$\begin{aligned} 3\sqrt{45} + 2\sqrt{80} &= 3\sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{16 \times 5} \\ &= 3 \times 3\sqrt{5} + 2 \times 4\sqrt{5} \\ &= 9\sqrt{5} + 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

ومنه $\boxed{3\sqrt{45} + 2\sqrt{80} = 17\sqrt{5}}$

الكسر الذي مقامه عدد غير ناطق :

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$.

مثال 1 : $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

مثال 2 : $\frac{6}{5\sqrt{7}} = \frac{6\times\sqrt{7}}{5\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \frac{6\sqrt{7}}{35}$

مثال 3 : $\frac{4}{\sqrt{3}-1} = \frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-(1)^2} = \frac{4(\sqrt{3}+1)}{2} = 2(\sqrt{3}+1)$

4) المعادلات من الشكل $x^2 = a$:

- إذا كان $a > 0$ ، فإن المعادلة تقبل حلين هما : $-\sqrt{a}$ و $\sqrt{a}$
- إذا كان $a = 0$ ، فإن المعادلة تقبل حلا واحدا هو 0
- إذا كان $a < 0$ ، فإن المعادلة لا تقبل حلا.

مثال : حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

1. $x^2 = 64$
2. $3x^2 = 0$
3. $x^2 + 25 = 0$

الحل :

1. المعادة الأولى تقبل حلين هما : $-\sqrt{64} = -8$ و $\sqrt{64} = 8$
2. المعادلة الثانية تقبل حلا واحدا هو 0.
3. المعادلة الثالثة لا تقبل حلا لأن العدد المربع موجب دوما ($x^2 \neq -25$)

5) تمارين تطبيقية :

التمرين الأول :

اكتب الأعداد التالية على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان :

$A = \sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$ ، $B = \sqrt{27} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{75}$

$C = \sqrt{45} + 2\sqrt{80} - \sqrt{5}$ ، $D = 4\sqrt{28} - 5\sqrt{63} + \sqrt{175}$

حل التمرين الأول :

$A = \sqrt{49 \times 2} - 2\sqrt{25 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2}$ $A = \sqrt{49} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{25} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{4} \times \sqrt{2}$ $A = 7\sqrt{2} - 2 \times 5\sqrt{2} + 3 \times 2\sqrt{2}$ $A = 7\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$	ومنه $A = (7 - 10 + 6)\sqrt{2}$ أي $\boxed{A = 3\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{16 \times 3} + 2\sqrt{25 \times 3}$ $B = \sqrt{9} \times \sqrt{3} - 3\sqrt{16} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{25} \times \sqrt{3}$ $B = 3\sqrt{3} - 3 \times 4\sqrt{3} + 2 \times 5\sqrt{3}$ $B = 3\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$	ومنه $B = (3 - 12 + 10)\sqrt{3}$ أي $\boxed{B = \sqrt{3}}$

$C = \sqrt{9 \times 5} + 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{5}$ $C = \sqrt{9} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{5} - \sqrt{5}$ $C = 3\sqrt{5} + 2 \times 4\sqrt{5} - \sqrt{5}$ $C = 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} - \sqrt{5}$	ومنه $C = (3 + 8 - 1)\sqrt{5}$ أي $\boxed{C = 10\sqrt{5}}$

$D = 4\sqrt{4 \times 7} - 5\sqrt{9 \times 7} + \sqrt{25 \times 7}$ $D = 4\sqrt{4} \times \sqrt{7} - 5\sqrt{9} \times \sqrt{7} + \sqrt{25} \times \sqrt{7}$ $D = 4 \times 2\sqrt{7} - 5 \times 3\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$ $D = 8\sqrt{7} - 15\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$	ومنه $D = (8 - 15 + 5)\sqrt{7}$ أي $\boxed{D = -2\sqrt{7}}$

تنبيه : لمعرفة المربّع التام الموجود داخل الجذر $(4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; \ldots)$ بطريقة سريعة قم بقسمة الأعداد الموجودة داخل الجذر على العدد الأوّلي إن وُجد ، وإلا فابحث عن المربع التام الموجود في أصغر عدد واقسم الأعداد الأخرى بنفس الطريقة.

توضيح : في المثال C نلاحظ أنّ العدد 5 أوّلي ، فنقسم العددين 45 و 80 على 5 لنجد المربّعين التامين 9 و 16.

أمّا في المثال A فنلاحظ أنّ المربّع التام الموجود في العدد 8 هو 4 ، فنكتب 8 على شكل $2\sqrt{\mathbf{2}}$ ثمّ نقسم العددين 98 و 50 على **2** لنجد المربّعين التامين 49 و 25.

كذلك في المثال D نلاحظ أنّ المربّع التام الموجود في العدد 28 هو 4 ، فنكتب 28 على شكل $2\sqrt{\mathbf{7}}$ ثمّ نقسم العددين 63 و 175 على **7** لنجد المربّعين التامين 9 و 25.

التمرين الثاني :

انشر ثمّ بسّط العبارات التالية :

$C = \left(3\sqrt{7} - 1\right)\left(3\sqrt{7} + 1\right)$ ، $B = \left(2\sqrt{5} - 5\right)\left(4 + 3\sqrt{5}\right)$ ، $A = \sqrt{3}\left(2\sqrt{3} - 4\right)$

حل التمرين الثاني :

$A = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$ $A = 2 \times 3 - 4\sqrt{3}$	ومنه $\boxed{A = 6 - 4\sqrt{3}}$

$B = 2\sqrt{5} \times 4 + 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} - 5 \times 4 - 5 \times 3\sqrt{5}$ $B = 8\sqrt{5} + 6 \times 5 - 4 \times 5 - 15\sqrt{5}$	ومنه $\boxed{B = -7\sqrt{5} + 10}$

$C = 3\sqrt{7} \times 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - 1$ $C = 9 \times 7 - 1$	ومنه $\boxed{C = 62}$

التمرين الثالث :

a و b عددان حقيقيان حيث :

$$b = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \quad ، \quad a = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

1. اجعل مقامي الكسرين a و b عددين ناطقين.
2. احسب المجموع $a + b$.

حل التمرين الثالث :

1. جعل مقامي الكسرين a و b عددين ناطقين

$$a = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\left(1 - \sqrt{2}\right)}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{2} - 2}{2}}$$

$$b = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{2 \times 3} = \boxed{\frac{\sqrt{15}}{6}}$$

2. حساب المجموع $a + b$

$$a + b = \frac{\sqrt{2} - 2}{2} + \frac{\sqrt{15}}{6} = \frac{3\left(\sqrt{2} - 2\right)}{6} + \frac{\sqrt{15}}{6} = \boxed{\frac{3\sqrt{2} - 6 + \sqrt{15}}{6}}$$

* * *

الحساب الحرفي

1) النشر :

النشر هو تحويل جداء إلى مجموع أو فرق :

$$\underbrace{k(a+b)}_{\text{جداء}} = \underbrace{ka+kb}_{\text{مجموع}} \qquad \underbrace{k(a-b)}_{\text{جداء}} = \underbrace{ka-kb}_{\text{فرق}}$$

لنشر جداء نستعمل خاصية التوزيع :

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

مثال : انشر و بسط العبارة التالية

$$A = (2x+3)(3x-1)+7(-x+1)$$
$$A = (2x)(3x)+(2x)(-1)+3(3x)+3(-1)+7(-x)+7(1)$$
$$A = 6x^2-2x+9x-3-7x+7$$
$$\boxed{A = 6x^2+4}$$

2) المتطابقات الشهيرة :

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

مثال : انشر العبارات التالية

$A=(2x+1)^2$ ، $B=(3x-5)^2$ ، $C=(x+7)(x-7)$

الحل :

$$A = (2x)^2+2(2x)(1)+(1)^2 = 4x^2+4x+1$$
$$B = (3x)^2-2(3x)(5)+(5)^2 = 9x^2-30x+25$$
$$C = x^2-7^2 = x^2-49$$

3) التحليل :

التحليل هو تحويل مجموع أو فرق إلى جداء ، و يتم ذلك بإيجاد عامل مشترك أو باستعمال المتطابقات الشهيرة.

- باستعمال عامل مشترك :

$$\underbrace{\boldsymbol{k}a+\boldsymbol{k}b}_{\text{مجموع}} = \underbrace{\boldsymbol{k}(a+b)}_{\text{جداء}} \qquad \underbrace{\boldsymbol{k}a-\boldsymbol{k}b}_{\text{فرق}} = \underbrace{\boldsymbol{k}(a-b)}_{\text{جداء}}$$

- باستعمال المتطابقات الشهيرة :

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

مثال : حلل العبارات التالية إلى جداء عاملين

$A = (x+3)(x-2) + (x+3)(2x-1)$
$B = x^2 + 14x + 49$
$C = x^2 - 10x + 25$
$D = 4x^2 - 81$

الحل :

$A = (x+3)[(x-2) + (2x-1)]$
$A = (x+3)(x-2+2x-1)$
$\boxed{A = (x+3)(3x-3)}$

$B = x^2 + 2(x)(7) + 7^2$
$\boxed{B = (x+7)^2}$

$C = x^2 - 2(x)(5) + 5^2$
$\boxed{C = (x-5)^2}$

$D = (2x)^2 - 9^2$
$\boxed{D = (2x+9)(2x-9)}$

4) تمارين تطبيقية :

التمرين الأول :

$A = (2x+1)(5x-4) - (3x+5)(2x+1)$

1- انشر ثم بسط العبارة A.
2- حلل العبارة A إلى جداء عاملين.
3- احسب في كل حالة من الحالات التالية قيمة A مع ذكر الكتابة الأنسب لذلك.

$$, \ x = -\frac{1}{2} \ , \ x = 0x = \frac{9}{2}$$

حل التمرين الأول :

1- نشر وتبسيط العبارة A :

$A = [(2x)(5x) - (2x)(4) + 5x - 4] - [(3x)(2x) + 3x + 5(2x) + 5]$
$A = 10x^2 - 8x + 5x - 4 - 6x^2 - 3x - 10x - 5$
$\boxed{A = 4x^2 - 16x - 9}$

2- تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$A = (2x+1)[(5x-4) - (3x+5)]$
$A = (2x+1)(5x-4-3x-5)$
$\boxed{A = (2x+1)(2x-9)}$

3- حساب قيمة A في الحالات التالية :

قيمة x	قيمة A	الكتابة المناسبة
0	-9	$A = \underbrace{4x^2 - 16x}_{=0} - 9$
$-\frac{1}{2}$	0	$A = \underbrace{(2x+1)}_{=0}(2x-9)$
$\frac{9}{2}$	0	$A = (2x+1)\underbrace{(2x-9)}_{=0}$

<u>التمرين الثاني :</u>

$$M = (2x-3)(3x+7) - 2x + 3$$

1- انشر العبارة $-1(2x-3)$

2- حلل العبارة M.

3- حلل العبارتين التاليتين :

$$A = (5x-4)^2 - 5x + 4$$
$$B = 4x^2 + 4x + 1 - (3x-1)(2x+1)$$

<u>حل التمرين الثاني :</u>

1- نشر العبارة $-1(2x-3)$

$$-1(2x-3) = -2x + 3$$

2- تحليل العبارة M إلى جداء عاملين :

$$M = (2x-3)(3x+7) - (2x-3)$$
$$M = (2x-3)(3x+7-1)$$
$$\boxed{M = (2x-3)(3x+6)}$$

3- تحليل العبارتين A و B إلى جداء عاملين :

$$A = (5x-4)^2 - (5x-4)$$
$$A = (5x-4)(5x-4-1)$$
$$\boxed{A = (5x-4)(5x-5)}$$

$$B = (2x+1)^2 - (3x-1)(2x+1)$$
$$B = (2x+1)[(2x+1) - (3x-1)]$$
$$B = (2x+1)(2x+1-3x+1)$$

(انتبه عند توزيع الإشارة السالبة قبل القوس)

$$\boxed{B = (2x+1)(-x+2)}$$

التمرين الثالث :

$A = 9x^2 - 3x - 20$

$B = A + (3x + 4)$

1- بسط العبارة B.

2- حلل العبارة B إلى جداء عاملين.

3- بين أن BA = من أجل $x = -\frac{4}{3}$.

حل التمرين الثالث :

1- تبسيط العبارة B :

$$B = (9x^2 - 3x - 20) + (3x + 4)$$
$$B = (9x^2 - 16)$$

2- تحليل العبارة B إلى جداء عاملين :

$$B = (3x)^2 - (4)^2$$
$$B = (3x - 4)(3x + 4)$$

3- حساب قيمة A و B من أجل $x = -\frac{4}{3}$.

$$A = 9\left(-\frac{4}{3}\right)^2 - 3\left(-\frac{4}{3}\right) - 20$$
$$A = 9\left(\frac{16}{9}\right) + 3\left(\frac{4}{3}\right) - 20$$
$$A = 16 + 4 - 20 = 0$$

$$B = \left[3\left(-\frac{4}{3}\right) - 4\right]\left[3\left(-\frac{4}{3}\right) + 4\right]$$
$$B = -8 \times 0 = 0$$

من أجل $x = -\frac{4}{3}$ لدينا $A = B = 0$.

المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى

1) حل معادلة من الدرجة الأولى

لحل معادلة من الدرجة الأولى نكتبها على شكل $ax = b$ وذلك بعد نقل المجاهيل إلى الطرف الأيسر والمعالم إلى الطرف الأيمن مع **تغيير إشارة كل عبارة يتمّ نقلها من طرف لآخر،** ويكون حلّ المعادلة هو : $x = \frac{b}{a}$.

مثال :

حلّ المعادلات التالية :

① $3x + 7 = x + 11$; ② $8x - 2(x-4) = -3(2x+1) + 5$

③ $2x - \frac{x+1}{3} - 4 = 3(x-2)$; ④ $\frac{x}{3} + \frac{3x-1}{2} = x - \frac{x+3}{4}$

الحل :

① $3x + 7 = x + 11$

$$3x - x = 11 - 7$$
$$2x = 4$$
$$x = \frac{4}{2} = \boxed{2}$$

② $8x - 2(x-4) = -3(2x+1) + 5$

$$8x - 2x + 8 = -6x - 3 + 5$$
$$6x + 8 = -6x + 2$$
$$6x + 6x = 2 - 8$$
$$12x = -6$$
$$\boxed{x = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}}$$

③ $2x - \frac{x+1}{3} - 4 = 3(x-2)$

$$2x - \frac{x+1}{3} - 4 = 3x - 6$$
$$2x - \frac{x+1}{3} - 3x = -6 + 4$$
$$-x - \frac{x+1}{3} = -2$$

$\frac{-3x-x-1}{3}=-\frac{6}{3}\rightarrow$ (توحيد المقامات)

$\frac{-4x-1}{3}=-\frac{6}{3}$

$-4x-1=-6\rightarrow$ (حذف المقام المشترك)

$-4x=-6+1$

$-4x=-5$

$\boxed{x=\frac{-5}{-4}=\frac{5}{4}}$

④ $\frac{x}{3}+\frac{3x-1}{2}=x-\frac{x+3}{4}$

$\frac{4x}{12}+\frac{6(3x-1)}{12}=\frac{12x}{12}-\frac{3(x+3)}{12}\rightarrow$ (توحيد المقامات)

$\frac{4x+18x-6}{12}=\frac{12x-3x-9}{12}\rightarrow$ (انتبه للإشارة السالبة الموجودة قبل الكسر)

$\frac{22x-6}{12}=\frac{9x-9}{12}$

$22x-6=9x-9\rightarrow$ (حذف المقام المشترك)

$22x-9x=-9+6$

$13x=-3$

$\boxed{x=-\frac{3}{13}}$

2) حل معادلة جداء معدوم

جداء عاملين معدوم يعني أحد هذين العاملين على الأقل معدوم.

مثال :

حلّ المعادلات التالية :

① $2x(x+7)=0$; ② $(5-2x)(4x-3)=0$

③ $(3x-2)^2-4=0$; ④ $(x+5)(x-4)=2(3x-5)(4-x)$

الحل :

① $2x(x+7)=0$ معناه $2x=0$ أو $x+7=0$ ومنه $x=0$ أو $x=-7$

إذن للمعادلة حلان هما $\boxed{0 \text{ و } -7}$.

② $(5-2x)(4x-3)=0$ معناه $5-2x=0$ أو $4x-3=0$

أي $2x=5$ أو $4x=3$ ومنه $x=\frac{5}{2}$ أو $x=\frac{3}{4}$

إذن للمعادلة حلان هما $\boxed{\frac{5}{2}\ \text{و}\ \frac{3}{4}}$.

③ $(3x-2)^2-4=0$ معناه $(3x-2)^2-2^2=0$

أي $(3x-2-2)(3x-2+2)=0$ وبالتالي $3x(3x-4)=0$

أي $3x=0$ أو $3x-4=0$ ومنه $x=0$ أو $x=\frac{4}{3}$

إذن للمعادلة حلان هما $\boxed{0\ \text{و}\ \frac{4}{3}}$.

④ $(x+5)(x-4)=2(3x-5)(4-x)$

معناه $(x+5)(x-4)-2(3x-5)(4-x)=0$

أي $(x+5)(x-4)+2(3x-5)(x-4)=0$ (نوزّع الإشارة – على $4-x$)

وبالتالي $(x-4)[(x+5)+2(3x-5)]=0$

أي $(x-4)(7x-5)=0$ ومنه $x-4=0$ أو $7x-5=0$ أي $x=4$ أو $x=\frac{5}{7}$

إذن للمعادلة حلان هما $\boxed{4\ \text{و}\ \frac{5}{7}}$.

3) ترييض مسألة

لحل مسألة يجب أولا اختيار المجهول المناسب ، ثمّ صياغة المسألة في شكل معادلة وأخيرا حلّ المعادلة المحصل عليها مع التركيز الشديد على معاني الكلمات الواردة في المسألة.

مثال 1 :

مستطيل طوله ضعف عرضه ومساحته $50\ cm^2$.

احسب طول وعرض هذا المستطيل.

الحلّ :

ليكن x طول المستطيل و y عرضه. لدينا :

$x=2y$ و $xy=50$ أي $2y(y)=50$ ومنه $2y^2=50$ أي $y^2=25$

ومنه $y=\sqrt{25}$ أي $y=5$ و $x=2\times5$ أي $x=10$

إذن طول المستطيل هو $10\ cm$ وعرضه هو $5\ cm$

التحقق من الحلّ: $2\times5=10$ و $10\times5=50$.

مثال 2 :

في مثلث ABC قيس الزاوية $\hat{A}$ يساوي ثلث قيس الزاوية $\hat{C}$ و قيس الزاوية $\hat{B}$ يساوي ضعف قيس الزاوية $\hat{A}$.

احسب أقياس زوايا المثلث ABC.

الحلّ :

لدينا : $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$ ، $\hat{A}=\frac{\hat{C}}{3}$ (أي $\hat{C}=3\hat{A}$) و $\hat{B}=2\hat{A}$

بتعويض $\hat{B}$ و $\hat{C}$ في المعادلة الأولى نحصل على : $\hat{A}+2\hat{A}+3\hat{A}=180°$

أي $6\hat{A}=180°$ ومنه $\hat{A}=30°$ ، $\hat{B}=2\times30°=60°$ و $\hat{C}=3\times30°=90°$

التحقق من الحلّ: $30+60+90=180$ ، $30=\frac{90}{3}$ و $60=2\times30$.

مثال 3 :

أوجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية بحيث إذا أخذنا نصف الأول و أضفنا إلى الثاني 3 و أنقصنا من الثالث 8 يكون عندئذ المجموع هو 88.

الحلّ :

بما أنّ هذه الأعداد متتالية فنرمز إليها بـ : x ، $x+1$ و $x+2$ (بدل من x ، y ، z)

لدينا : $\underbrace{\frac{1}{2}x}_{\text{نصف الأول}}+\underbrace{(x+1+3)}_{\text{إضافة 3 إلى الثاني}}+\underbrace{(x+2-8)}_{\text{إنقاص 8 من الثالث}}=88$

أي $\frac{1}{2}x+x+4+x-6=88$ وبالتالي $\frac{5}{2}x=90$ أي $x=\frac{90\times2}{5}=36$

وتكون الأعداد المتتالية هي : 36 ، 37 و 38

التحقق من الحلّ:

$$\frac{36}{2}+(37+3)+(38-8)=18+40+30=88$$

مثال 4 :

اقتسم أربعة أشخاص مبلغا من المال قدره $232\ DA$ فأخذ الأول ضعف الثاني وأخذ الثاني ضعف الثالث وأخذ الثالث أربعة أضعاف الرابع. ما حصة كل واحد منهم ؟

الحلّ :

لتكن x حصة الأول ، y حصة الثاني ، z حصة الثالث و t حصة الرابع. لدينا :

$x+y+z+t=232$ ، $x=2y$ ، $y=2z$ ، $z=4t$

في هذه الحالة نكتب المجاهيل x ، y و z بدلالة t لنحصل على معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول وحيد. فيكون لدينا : $z=4t$ ، $y=2z=8t$ و $x=2y=16t$

بتعويض x ، y و z في المعادلة الأولى نحصل على : $16t+8t+4t+t=232$ أي $29t=232$ ومنه $t=8$ ، $x=128$ ، $y=64$ و $z=32$

التحقق من الحلّ:

$128+64+32+8=232$ ، $128=2\times64$ ، $64=2\times32$ ، $32=4\times8$

4) حل متراجحة من الدرجة الأولى

لحل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول x من الشكل : $ax < b$ أو $ax > b$ أو $ax \leq b$ أو $ax \geq b$ ، نتبع نفس مراحل حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول x. وتكون حلول المتراجحة هي كل قيم x التي من أجلها تكون المتباينة صحيحة بعد قسمة b على a مع مراعاة تغيير اتجاه المتراجحة إذا كان العدد a سالبا.

مثال 1 :

حلّ المتراجحات التالية :

① $3x + 4 > 2x - 2$ ، ② $2x - 7 \leq x - 4$ ، ③ $x + 3 \leq 2x + 2$

الحلّ :

① $3x + 4 > 2x - 2$ معناه $3x - 2x > -2 - 4$ ومنه $\boxed{x > -6}$

② $2x - 7 \leq x - 4$ معناه $2x - x \leq -4 + 7$ ومنه $\boxed{x \leq 3}$

③ $x + 3 \leq 2x + 2$ معناه $x - 2x \leq 2 - 3$ أي $-x \leq -1$ ومنه $\boxed{x \geq 1}$

مثال 2 :

حلّ المتراجحتين التاليتين :

① $\frac{x+1}{5} - \frac{2-3x}{4} \geq \frac{-x}{2} + \frac{8-2x}{10}$ ، ② $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-2}{6} \geq \frac{5x-1}{8} + 3$

الحلّ :

① $$\frac{x+1}{5} - \frac{2-3x}{4} \geq \frac{-x}{2} + \frac{8-2x}{10}$$

نوحّد المقامات

$$\frac{4(x+1)}{20} - \frac{5(2-3x)}{20} \geq \frac{-10x}{20} + \frac{2(8-2x)}{20}$$

انتبه للإشارة (-) التي تسبق القوس أو تسبق الكسر

$$\frac{4x + 4 - 10 + 15x}{20} \geq \frac{-10x + 16 - 4x}{20}$$

$$\frac{19x - 6}{20} \geq \frac{-14x + 16}{20}$$

نحذف المقامات

$$19x - 6 \geq -14x + 16$$

$$19x + 14x \geq 16 + 6$$

$$33x \geq 22$$

نختزل النتيجة

ومنه $x \geq \frac{22}{33}$ أي $\boxed{x \geq \frac{2}{3}}$

② $\frac{3x-1}{2}-\frac{x-2}{6}\geq\frac{5x-1}{8}+3$

نوحّد المقامات

$\frac{12(3x-1)}{24}-\frac{4(x-2)}{24}\geq\frac{3(5x-1)}{24}+\frac{72}{24}$

$\frac{36x-12-4x+8}{24}\geq\frac{15x-3+72}{24}$

$\frac{32x-4}{24}\geq\frac{15x+69}{24}$

نحذف المقامات

$32x-4\geq 15x+69$

$32x-15x\geq 69+4$

$17x\geq 73$

$\boxed{x\geq\frac{73}{17}}$

5) تمثيل حلول متراجحة بيانيا

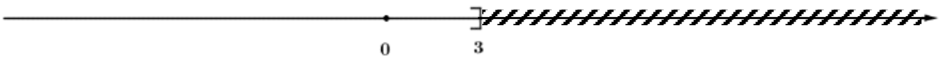
نمثّل حلول متراجحة على مستقيم عددي ، نعيّن عليه الفاصلة 0 بالإضافة إلى القيمة المُحصّل عليها عند حلّ المتراجحة ، ثمّ نشطب المجال الذي يشمل القيم التي ليست حلا للمتراجحة.

مثال :

تمثيل حلول المتراجحات الواردة في المثال السابق (المثال 1) يكون كالتالي :

① $x>-6$

② $x\leq 3$



③ $x\geq 1$

الدالة الخطية - الدالة التآلفية

1) تعريف الدالة الخطية

عندما نرفق كل عدد x بالجداء ax حيث a عدد مُعطى ، نقول إننا عرّفنا دالة خطّية نرمز لها بـ $f: x \to ax$. نُسمّي $f(x)$ صورة x بالدالة f ، ونكتب : $f(x) = ax$.

مثال 1: $f(x) = 2x$

$f(3) = 2 \times 3 = 6$ ، $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

مثال 2: $f(x) = -\frac{3}{5}x$

$f(5) = -\frac{3}{5} \times 5 = -3$ ، $f\left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{3}{5}\left(-\frac{5}{3}\right) = 1$

2) تعريف الدالة التآلفية

ليكن a و b عددين معلومين. عندما نرفق كل عدد x بالعبارة $ax + b$ ، نقول إننا عرّفنا دالة تآلفية نرمز لها بـ : $f: x \to ax + b$. نُسمّي $f(x)$ صورة x بالدالة f ، ونكتب : $f(x) = ax + b$.

مثال 1: $f(x) = 3x - 2$

$f(1) = 3 \times 1 - 2 = 1$ ؛ $f\left(-\frac{1}{5}\right) = 3\left(-\frac{1}{5}\right) - 2 = -\frac{3}{5} - \frac{10}{5} = -\frac{13}{5}$

مثال 2: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{6}{7}$

$$f(-4) = \frac{1}{2} \times (-4) + \frac{6}{7} = -2 + \frac{6}{7} = -\frac{14}{7} + \frac{6}{7} = -\frac{8}{7}$$

$$f\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{7}\right) + \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{6}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

3) تعيين العبارة الجبرية للدالة الخطية والدالة التآلفية:

- لإيجاد عبارة الدالة الخطية ، نبحث عن معامل التناسب a حيث :

$$\boxed{a = \frac{f(x)}{x}}$$

مثال : اعط عبارة الدالة الخطية f حيث : $f(2) = 6$

الحل : لدينا : $a = \frac{f(2)}{2} = \frac{6}{2} = 3$ ومنه $\boxed{f(x) = 3x}$

- لإيجاد عبارة الدالة التآلفية ، نبحث عن معامل التناسب a حيث :

$$\boxed{a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}} \text{ مع } x_1 \neq x_2$$

ثمّ نعيّن قيمة b حيث : $\boxed{b = f(x_1) - ax_1}$ أو $\boxed{b = f(x_2) - ax_2}$.

ملاحظة : في جميع الدوال التآلفية لدينا : $\boxed{\boldsymbol{b = f(0)}}$

مثال 1: اعط عبارة الدالة التآلفية f حيث : $f(0) = 1$ و $f(1) = -2$

الحل : لدينا : $a = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{-2-1}{1} = -3$ ؛ $b = f(0) = 1$

ومنه $\boxed{f(x) = -3x + 1}$

مثال 2: اعط عبارة الدالة التآلفية g حيث : $g(1) = -2$ و $g(3) = 2$

الحل : لدينا : $a = \frac{g(3)-g(1)}{3-1} = \frac{2-(-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$b = g(1) - a = -2 - 2 = -4$ ... طريقة أولى

$b = g(3) - 3a = 2 - 6 = -4$ ... طريقة ثانية

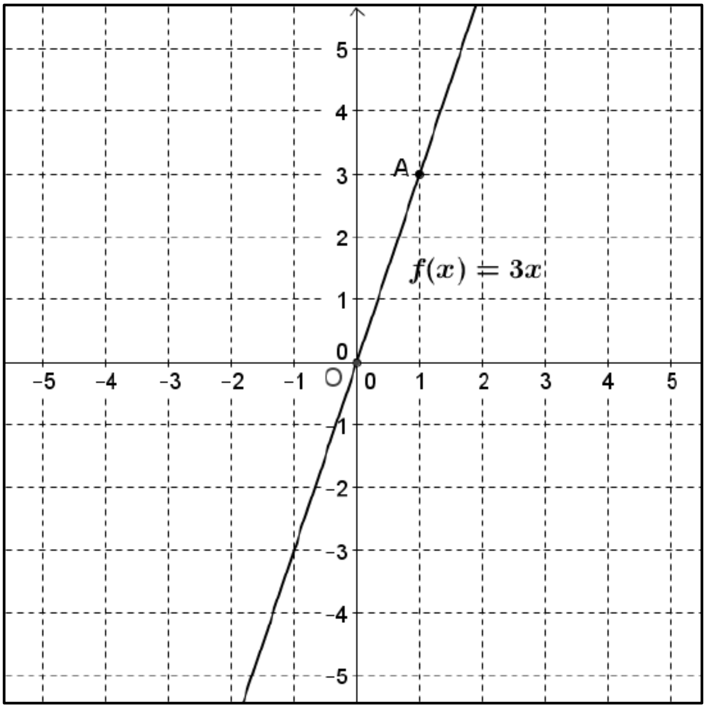
ومنه $\boxed{g(x) = 2x - 4}$

4) التمثيل البياني للدالة الخطية والدالة التآلفية:

- التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم يمرّ بالمبدأ، ويكفي تعيين نقطة واحدة تختلف عن المبدأ لرسمه.

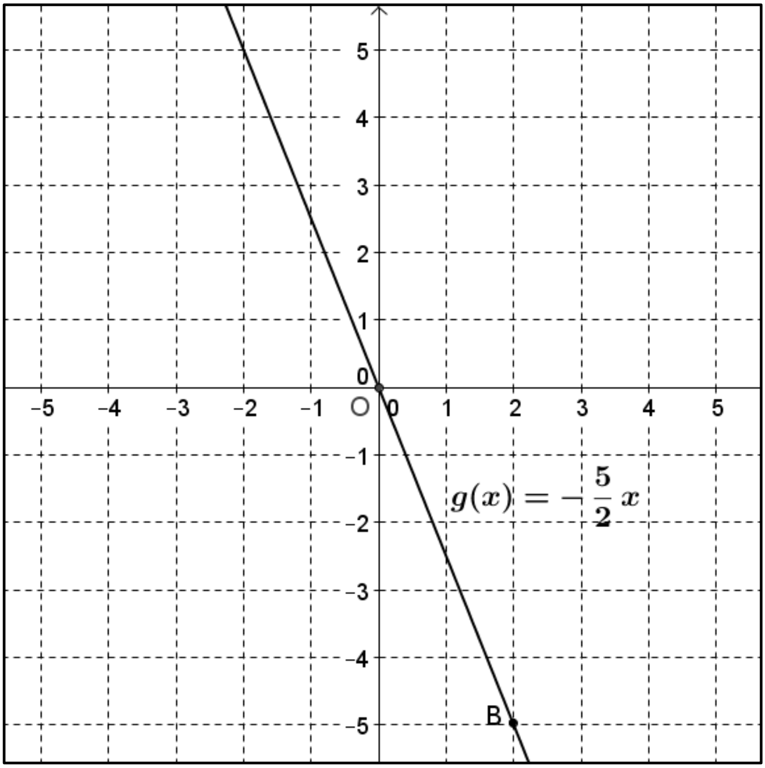
مثال 1: مثل بيانيا الدالة الخطية f حيث : $f(x) = 3x$

الحل : لدينا $f(1) = 3$ ومنه فإنّ المستقيم الممثل للدالة f يشمل النقطة $A(1; 3)$ ويمرّ من المبدأ O.



مثال 2: مثل بيانيا الدالة الخطية g حيث : $g(x) = -\frac{5}{2}x$

الحل : لدينا $g(2) = -5$ ومنه فإنّ المستقيم الممثل للدالة g يشمل النقطة $B(2; -5)$ ويمرّ من المبدأ O.



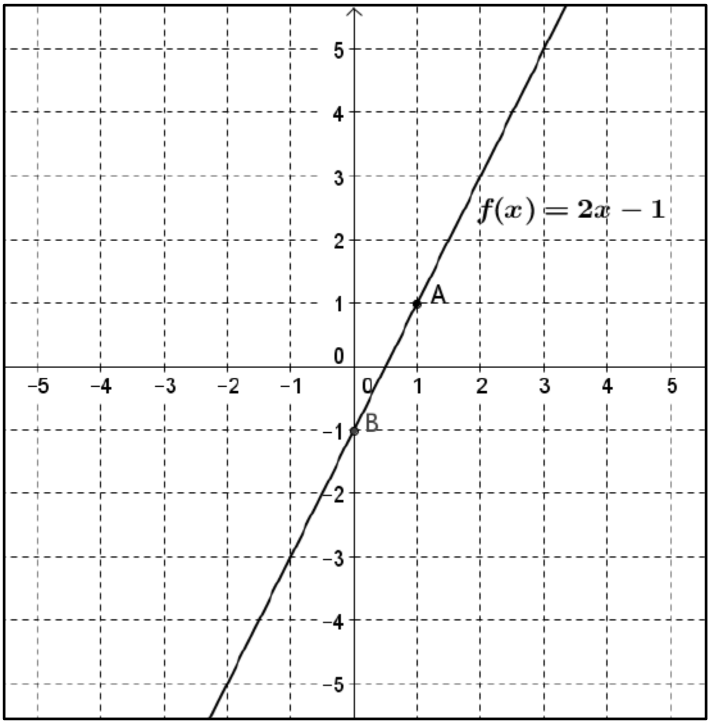
- التمثيل البياني لدالة تآلفية هو مستقيم معامل توجيهه a ويقطع محور التراتيب عند النقطة $(0; b)$.

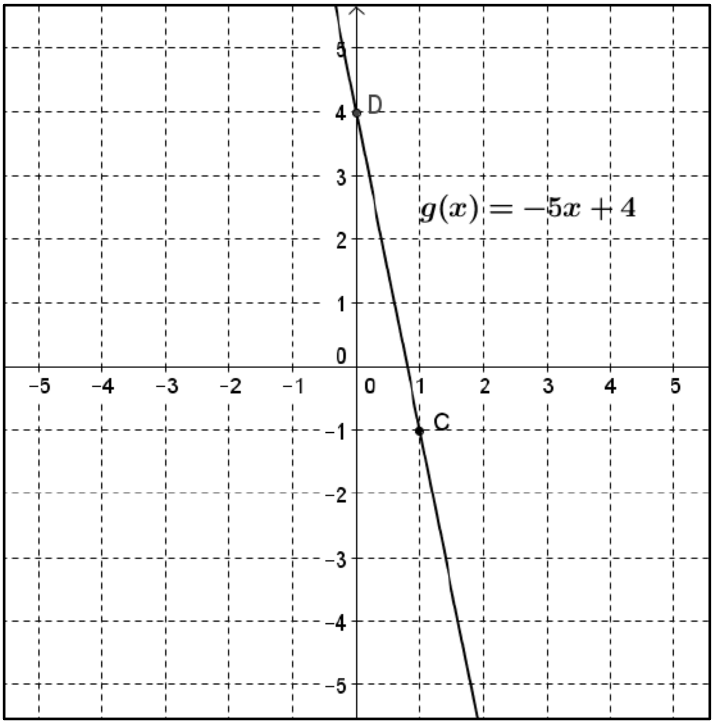
مثال 1: مثل بيانيا الدالة التآلفية f حيث : $f(x) = 2x - 1$

الحل : لدينا $f(1) = 1$ و$f(0) = -1$ ومنه فإنّ المستقيم الممثل للدالة f يشمل النقطتين $A(1; 1)$ و$B(0; -1)$.

مثال 2: مثل بيانيا الدالة التآلفية g حيث : $g(x) = -5x + 4$

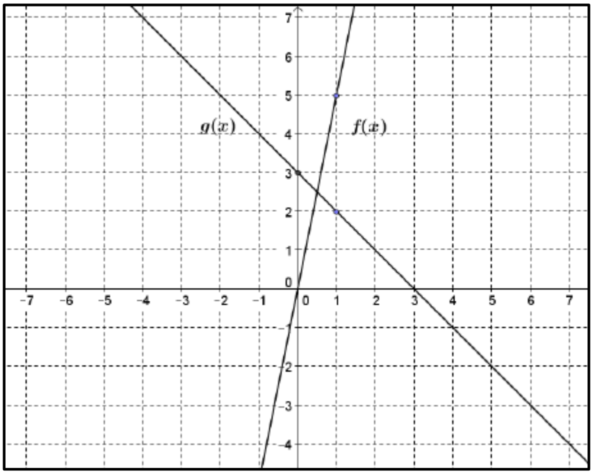
الحل : لدينا $g(1) = -1$ و$g(0) = 4$ ومنه فإنّ المستقيم الممثل للدالة g يشمل النقطتين $C(1; -1)$ و$D(0; 4)$.


$f(x) = 2x - 1$
A
B
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5


$g(x) = -5x + 4$
D
C
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

5) تعيين العبارة الجبرية للدالة الخطية والدالة التآلفية باستعمال التمثيل البياني:

مثال : اعط العبارة الجبرية لكل من الدالتين f و g الممثلتين كما يلي :



الحل :

المستقيم الممثل للدالة f يشمل النقطة $(1;5)$ أي $f(1) = 5$ وبالتالي $a = \frac{f(1)}{1} = \frac{5}{1} = 5$ ومنه $\boxed{f(x) = 5x}$.

المستقيم الممثل للدالة g يشمل النقطتين $(1;2)$ و $(0;3)$ أي $g(1) = 2$ و $g(0) = 3$ وبالتالي $a = \frac{g(1)-g(0)}{1-0} = \frac{2-3}{1} = -1$ و $b = g(0) = 3$ ومنه $\boxed{g(x) = -x + 3}$.

6) النسب المئوية :

أ. حساب $p\%$ من x هو حساب y حيث : $y = \frac{p}{100}x$

ب. زيادة x بنسبة $p\%$ هو حساب y حيث : $y = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x$

ج. خفض x بنسبة $p\%$ هو حساب y حيث : $y = \left(1 - \frac{p}{100}\right)x$

أمثلة :

أ. يبلغ عدد تلاميذ قسم للسنة الرابعة متوسط 35 تلميذ ، نجح منهم 80% في امتحان شهادة التعليم المتوسط. عدد الناجحين هو : $35 \times \frac{80}{100}$ أي 28 تلميذ.

ب. سعر كمبيوتر محمول هو $55000\ DA$ ، وبعد تطبيق زيادة قدرها 20% ارتفع سعره إلى : $55000 \times 1{,}2 = 55000\left(1 + \frac{20}{100}\right)$ أي $66000\ DA$.

ج. سعر هاتف نقّال هو $20000\ DA$ ، وبعد تطبيق تخفيضات قدرها 10% انخفض سعره إلى : $20000 \times 0{,}9 = 20000\left(1 - \frac{10}{100}\right)$ أي $18000\ DA$.

7) المقادير المركبة :

أ. الكتلة الحجمية هي كتلة جسم بالنسبة إلى حجمه ، وتُقدّر بـ g/cm^3 أو Kg/m^3

ب. السرعة المتوسطة هي نسبة المسافة المقطوعة إلى الزمن المستغرق لقطعها ، وتُقدّر بـ m/s أو Km/h

ج. الطاقة الكهربائية هي كمية الاستطاعة الكهربائية المستهلكة خلال زمن معيّن ، يُعبّر عنها بـ : (wh) أو (Kwh) حيث : $1Kwh = 1000\ wh$

8) تمارين تطبيقية:

التمرين الأول:

f و g دالتان معرفتان كما يلي : $f(x) = 3x$ ، $g(x) = -2x + 5$

1. احسب : $f(1)$ ، $f(-2)$ ، $g(3)$ ، $g(-4)$
2. احسب x_1 و x_2 حيث : $f(x_1) = \frac{3}{2}$ و $g(x_2) = -\frac{1}{2}$
3. ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ') الممثلين للدالتين f و g على الترتيب
4. عيّن بيانيا نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ') ، ثمّ تأكد من النتيجة حسابيا.

حل التمرين الأول:

1. حساب $f(1)$ ، $f(-2)$ ، $g(3)$ ، $g(-4)$

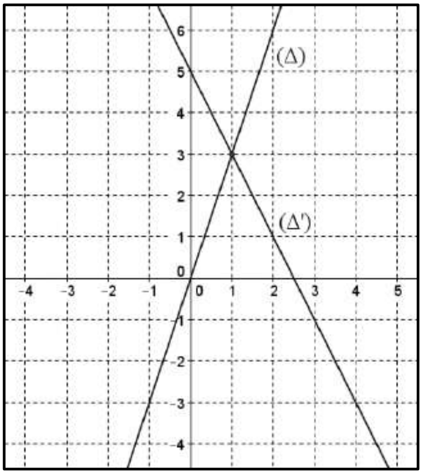
$f(1) = 3 \times 1 = 3$	$g(1) = -2 \times 3 + 5 = -1$
$f(-2) = 3 \times (-2) = -6$	$g(-4) = -2 \times (-4) + 5 = 13$

2. حساب x_1 و x_2 حيث : $f(x_1) = \frac{3}{2}$ و $g(x_2) = -\frac{1}{2}$

$f(x_1) = \frac{3}{2}$ معناه $3x_1 = \frac{3}{2}$ أي $x_1 = \frac{3}{6}$ ومنه $\boxed{x_1 = \frac{1}{2}}$

$g(x_2) = -\frac{1}{2}$ معناه $-2x_2 + 5 = -\frac{1}{2}$ أي $-2x_2 = -\frac{11}{2}$ ومنه $\boxed{x_2 = \frac{11}{4}}$

3. رسم المستقيمين (Δ) و (Δ')



4. **تعيين بيانيا نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ')**

نلاحظ أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان عند النقطة $(1;3)$

التأكد من النتيجة حسابيا

$f(x)=g(x)$ معناه $3x=-2x+5$ أي $5x=5$ ومنه $x=\boxed{1}$

و $f(1)=g(1)=\boxed{3}$ ، وهو ما يؤكد صحّة النتيجة السابقة.

التمرين الثاني:

f دالة خطية حيث $f(-3)=12$ و g دالة تآلفية حيث $g(-1)=4$ و $g(1)=-2$

1. اعط العبارة الجبرية لكل من الدالتين f و g
2. حلّ بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$.

حل التمرين الثاني:

f دالة خطية حيث $f(-3)=12$ و g دالة تآلفية حيث $g(-1)=4$ و $g(1)=-2$

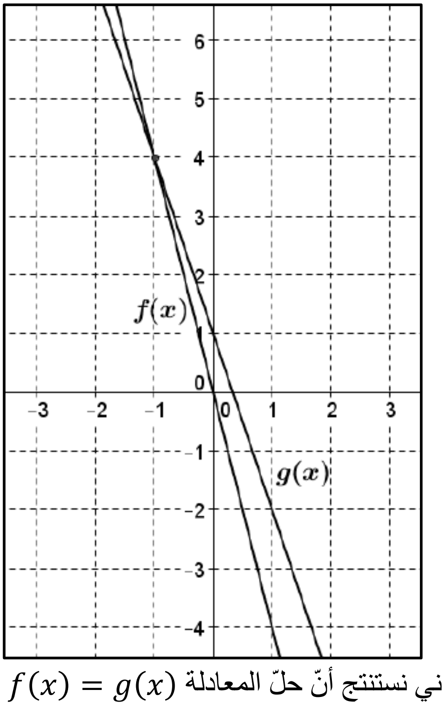
1. **تعيين العبارة الجبرية لكل من الدالتين f و g**

لدينا $f(-3)=12$ ، إذن $a=\frac{f(-3)}{-3}=\frac{12}{-3}=-4$ ومنه $\boxed{f(x)=-4x}$

لدينا $g(-1)=4$ و $g(1)=-2$ ، إذن $a=\frac{g(1)-g(-1)}{1-(-1)}=\frac{-2-4}{2}=-3$

$b=g(1)-a=-2-(-3)=1$ ، ومنه $\boxed{g(x)=-3x+1}$

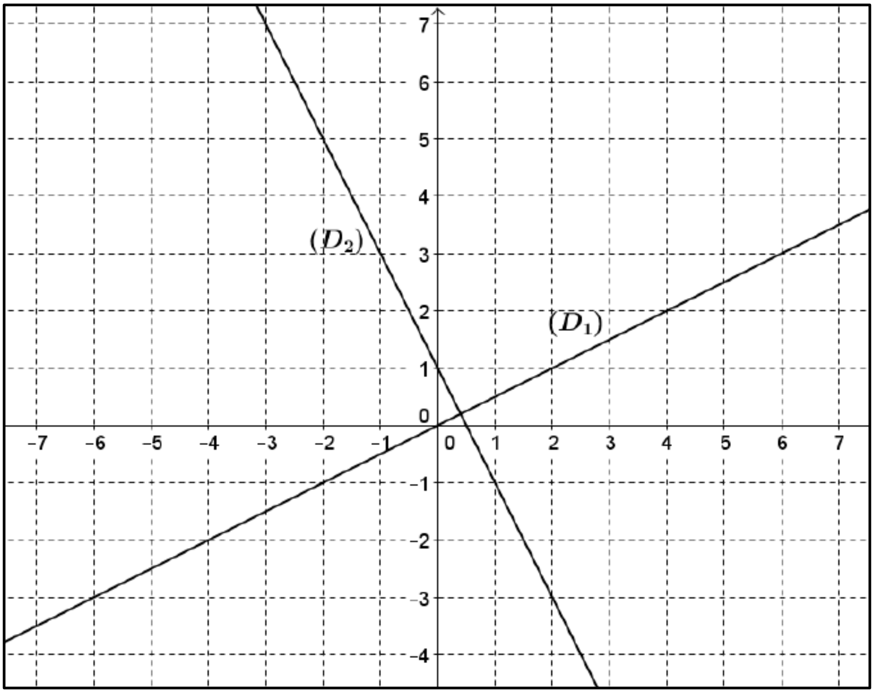
2. **حلّ بيانيا المعادلة $f(x)=g(x)$**



من التمثيل البياني نستنتج أنّ حلّ المعادلة $f(x)=g(x)$ هو $x=-1$.

التمرين الثالث:

(D_1) هو التمثيل البياني للدالة f و (D_2) هو التمثيل البياني للدالة g



انطلاقا من التمثيل البياني :

1. عيّن : $f(2)$ ، $f(-4)$ ، $g(1)$ ، $g(-3)$
2. عيّن x_1 و x_2 حيث : $f(x_1) = 3$ و $g(x_2) = 3$
3. اعط العبارة الجبرية لكل من الدالتين f و g

حل التمرين الثالث:

1. **تعيين $f(2)$ ، $f(-4)$ ، $g(1)$ ، $g(-3)$**

   $f(2) = 1$ ، $f(-4) = -2$ ، $g(1) = -1$ ، $g(-3) = 7$

2. **تعيين x_1 و x_2 حيث : $f(x_1) = 3$ و $g(x_2) = 3$**

   $x_1 = 6$ ، $x_2 = -1$

3. **اعطاء العبارة الجبرية لكل من الدالتين f و g**

- بالنسبة للدالة f : $a = \frac{1}{2}$ ومنه $\boxed{f(x) = \frac{1}{2}x}$
- بالنسبة للدالة g : $a = -2$ ، $b = 1$ ومنه $\boxed{g(x) = -2x + 1}$

التمرين الرابع:

1. تضم متوسطة 950 تلميذ ، 30% منهم يدرسون في السنة الرابعة متوسط ، نجح من بينهم 200 تلميذ في امتحان شهادة التعليم المتوسط.
    - أ. احسب عدد التلاميذ الذين يدرسون في السنة الرابعة متوسط.
    - ب. ما هي نسبة النجاح التي حققتها هذه المتوسطة ؟ (مدوّرة إلى الوحدة)
2. اعط ثمن جهاز كمبيوتر سعره $30000\ DA$ إذا خفّض بنسبة 20%.
3. بسبب رفع قيمة الضريبة على السيارات الجديدة ، قررت مؤسسة تجارية رفع أسعار السيارات بنسبة 5%. ما هو ثمن سيارة كان سعرها قبل الزيادة $1.200.000\ DA$ ؟
4. بمناسبة المعرض الدولي للكتاب ، خصصت دار للنشر تخفيضات هامة على جميع كتبها ، حيث صار سعر موسوعة $6000\ DA$ بعدما كانت تُباع بمبلغ $7500\ DA$. احسب نسبة التخفيض.
5. بعد تطبيق شركة لبيع الهواتف النقالة زيادة في أسعار منتجاتها تُقدّر بـ 7,5% ، صار سعر هاتف نقال $25.000DA$. كم كان سعره قبل الزيادة ؟

حل التمرين الرابع:

1. **أ. حساب عدد التلاميذ الذين يدرسون في السنة الرابعة متوسط**

$$N = 950 \times \frac{30}{100} = \boxed{285}$$

ب. حساب نسبة النجاح التي حققتها هذه المتوسطة

$$p = \frac{200}{285} \times 100 \approx \boxed{70\%}$$

2. **حساب ثمن جهاز الكمبيوتر بعد التخفيض**

$$30000 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 30000 \times 0{,}8 = \boxed{24000\ DA}$$

3. **حساب ثمن السيارة بعد الزيادة**

$$1200000 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1200000 \times 1{,}05 = \boxed{1.260.000\ DA}$$

4. **حساب نسبة التخفيض**

$$\frac{7500 - 6000}{7500} \times 100 = \boxed{20\%}$$

5. **حساب سعر الهاتف قبل الزيادة**

$$x\left(1 + \frac{7{,}5}{100}\right) = 25000$$

$$x(1{,}075) = 25000$$

ومنه $x = \frac{25000}{1{,}075}$

أي $\boxed{x \approx 23.256\ DA}$

تنبيه :

كل المسائل المتعلقة بالدوال الخطية والتآلفية تتمحور حول فكرة واحدة تتلخص في وجود صيغتين للدفع إحداهما **(دون الاشتراك)** تمثّل دالة خطية والأخرى **(المشتملة على الاشتراك)** تمثّل دالة تآلفية حيث b يساوي قيمة الاشتراك.

وتكون الصيغة الأولى (الدالة الخطية f) هي الأفضل من أجل قيم صغرى لـ x ، أمّا الصيغة الثانية (الدالة التآلفية g) فتكون هي الأفضل من أجل قيم كبرى لـ x ، وتتساوى الصيغتين من أجل قيمة x التي هي حلّ للمعادلة $f(x) = g(x)$.

مثال :

تقترح دار للشباب على نزلائها تسعيرتين للمبيت.

التسعيرة الأولى : $200\ DA$ لكل ليلة

التسعيرة الثانية : $100\ DA$ لكل ليلة بالإضافة إلى اشتراك سنوي قدره $500\ DA$.

1. انقل ثمّ اكمل الجدول التالي

ليالي الإقامة	2		
التسعيرة الأولى		1800	
التسعيرة الثانية			1500

2. ليكن x عدد الليالي التي يقيم بها شخص ، ولتكن $f(x)$ تكلفة المبيت بالتسعيرة الأولى و $g(x)$ تكلفة المبيت بالتسعيرة الثانية.
   - أ. عبّر بدلالة x عن $f(x)$ و $g(x)$
   - ب. مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$

($1\ cm$ على محور الفواصل يمثّل ليلة واحدة و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثّل $100\ DA$)

3. عيّن بيانيا :
   - أ. المبلغ الذي يدفعه شخص بات ثلاث ليالي بالتسعيرة الأولى
   - ب. عدد الليالي لشخص دفع $1300\ DA$ بالتسعيرة الثانية
4. حلّ المتراجحة : $f(x) \leq g(x)$ ، ثمّ اعط تفسيرا لهذا الحلّ.

الحلّ :

1. إتمام الجدول التالي

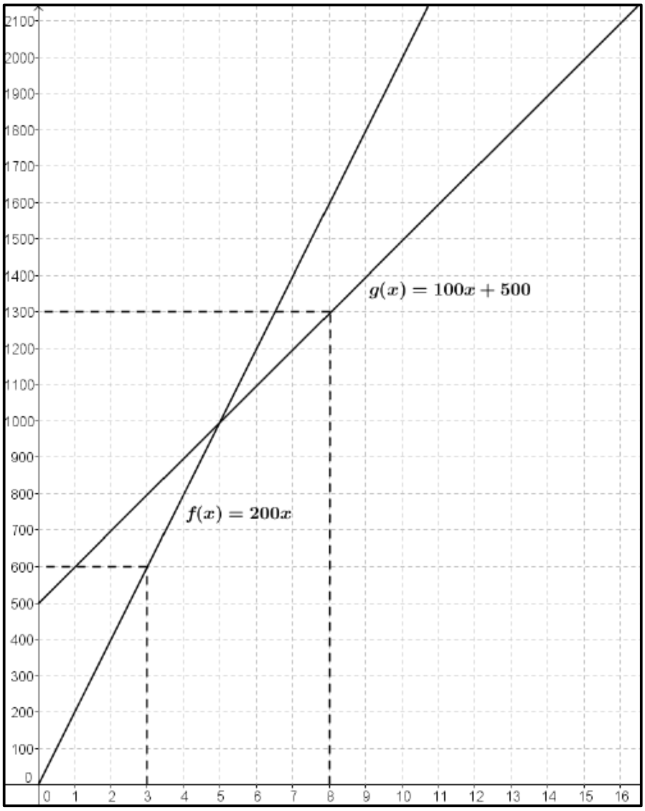
ليالي الإقامة	2	$\underbrace{9}_{1800\div200}$	$\underbrace{10}_{(1500-500)\div100}$
التسعيرة الأولى	$\underbrace{400}_{200\times2}$	1800	$\underbrace{2000}_{200\times10}$
التسعيرة الثانية	$\underbrace{700}_{100\times2+500}$	$\underbrace{1400}_{100\times9+500}$	1500

2. أ. التعبير عن $f(x)$ و$g(x)$ بدلالة x

$$\boxed{g(x) = 100x + 500 \text{ ، } f(x) = 200x}$$

ب. تمثيل الدالتين $f(x)$ و$g(x)$ بيانيا

لرسم المستقيمين الممثلين للدالتين $f(x)$ و$g(x)$ ، نستعين بالجدول السابق لتعيين نقطة واحدة $[(2; 400)]$ لمستقيم الدالة الخطية (لأنّه يمرّ على المبدأ) ونقطتين لمستقيم الدالة التآلفية $[(2; 700)$ و $(9; 1400)]$.



3. القراءة من البيان :

أ. المبلغ الذي يدفعه شخص بات ثلاث ليالي بالتسعيرة الأولى هو $600\ DA$

ب. عدد الليالي لشخص دفع $1300\ DA$ بالتسعيرة الثانية هو 8 ليالي

4. حلّ المتراجحة : $f(x) \le g(x)$

$200x \le 100x + 500$ معناه $100x \le 500$ أي $x \le \frac{500}{100}$ ومنه $\boxed{x \le 5}$

تفسير الحلّ : من أجل المبيت أقل من 5 ليالي تكون التسعيرة الأولى أفضل ، أما التسعيرة الثانية فتكون أفضل من أجل المبيت أكثر من 5 ليالي ، وتتساوى التسعيرتين من أجل المبيت 5 ليالي.

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1) جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هي جملة من الشكل :

$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث $a; b; c; a'; b'; c'$ أعداد معلومة.

2) الحل الجبري لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

أ. طريقة الحل بالتعويض

تعتمد هذه الطريقة على كتابة أحد المجهولين بدلالة الآخر في إحدى المعادلتين وتعويضه في المعادلة الثانية لنحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول.

مثال : حلّ الجملة $\begin{cases} x + 2y = 3 \ldots ① \\ 2x - 5y = 6 \ldots ② \end{cases}$

من المعادلة ① نكتب : $x = -2y + 3 \ldots ③$ ، ونعوّض x في المعادلة ② فنجد :
$2(-2y + 3) - 5y = 6$ أي $-4y + 6 - 5y = 6$ وبالتالي $-9y = 0$
ومنه $y = 0$.
بتعويض y بقيمته في المعادلة ③ نجد : $x = -2(0) + 3$ ومنه $x = 3$.
نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(3; 0)}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} (3) + 2(0) = 3 \\ 2(3) - 5(0) = 6 \end{cases}$

ب. طريقة الحل بالجمع

تعتمد هذه الطريقة على حذف أحد المجهولين عن طريق جمع المعادلتين طرفا لطرف بعد ضرب إحداهما (أو كليهما) في عدد مناسب (أو عددين مناسبين) حتى يكون معاملا المجهول المطلوب حذفه في المعادلتين متعاكسين.

مثال : حلّ الجملة $\begin{cases} 5x + 2y = 32 \ldots ① \\ 10x + 9y = 19 \ldots ② \end{cases}$

نضرب المعادلة ① في العدد (-2) فنجد : $-10x - 4y = -64 \ldots ③$ ، وبجمع المعادلتين ② و③ نجد : $5y = -45$ أي $y = -\frac{45}{5}$ ومنه $y = -9$.
لإيجاد قيمة x نعوّض y بقيمته في المعادلة ① نجد : $5x + 2(-9) = 32$ أي $5x - 18 = 32$ وبالتالي $5x = 50$ ومنه $x = 10$.
نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(10; -9)}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} 5(10) + 2(-9) = 50 - 18 = 32 \\ 10(10) + 9(-9) = 100 - 81 = 19 \end{cases}$

3) الحل البياني لجملة معادلتين

لحل جملة معادلتين بيانيا ، نمثّل كل معادلة بمستقيم (كما هو الحال في الدوال التآلفية) ، وتكون إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين هي الحل لهذه الجملة.

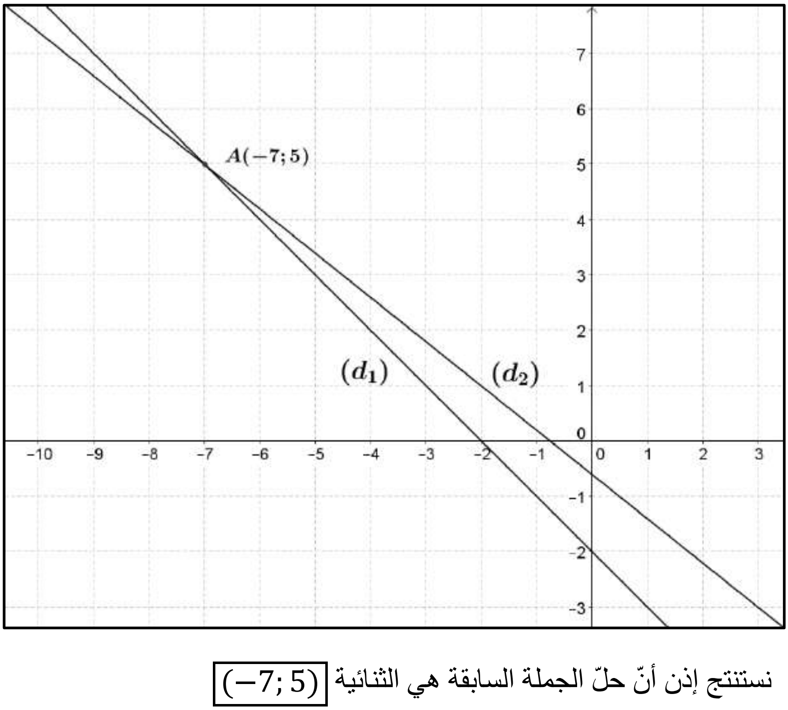
مثال :

حلّ بيانيا الجملة التالية : $\begin{cases} -x-y=2 \ldots ① \\ 4x+5y=-3 \ldots ② \end{cases}$

نسمّي (d_1) المستقيم الممثل للمعادلة ① $(y=-x-2)$ و (d_2) المستقيم الممثل للمعادلة ② $(y=-\frac{4}{5}x-\frac{3}{5})$

لرسم (d_1) و (d_2) نستعين بالجدول التالي :

x	y	النقطة من (d_1)	النقطة من (d_2)
0	-2	$(0;-2)$	
-2	0	$(-2;0)$	
3	-3		$(3;-3)$
-2	1		$(-2;1)$



نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(-7;5)}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} -(-7)-(5)=7-5=2 \\ 4(-7)+5(5)=-28+25=-3 \end{cases}$

4) تمارين تطبيقية

التمرين الأول :

1. حلّ ، باستعمال طريقة التعويض ، الجملة التالية : $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ -4x - 5y = -3 \end{cases}$
2. حلّ ، باستعمال طريقة الجمع ، الجملة التالية : $\begin{cases} -2x - 5y = 37 \\ 7x + 4y = -8 \end{cases}$
3. حلّ بيانيا الجملة التالية : $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

حل التمرين الأول :

1. حلّ الجملة : $\begin{cases} 3x - y = 7 \ldots ① \\ -4x - 5y = -3 \ldots ② \end{cases}$

من المعادلة ① نكتب : $y = 3x - 7$ ... ③ ، ونعوّض y في المعادلة ② فنجد :

$-4x - 5(3x - 7) = -3$ أي $-4x - 15x + 35 = -3$ وبالتالي :

$-19x = -38$ ومنه $x = 2$.

بتعويض x بقيمته في المعادلة ③ نجد : $y = 3(2) - 7$ ومنه $y = -1$.

نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(2; -1)}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} 3(2) - (-1) = 6 + 1 = 7 \\ -4(2) - 5(-1) = -8 + 5 = -3 \end{cases}$

2. حلّ الجملة : $\begin{cases} -2x - 5y = 37 \ldots ① \\ 7x + 4y = -8 \ldots ② \end{cases}$

نضرب المعادلة ① في العدد (4) و نضرب المعادلة ① في العدد (5) فنجد :

$\begin{cases} -8x - 20y = 148 \ldots ③ \\ 35x + 20y = -40 \ldots ④ \end{cases}$ ، وبجمع المعادلتين ③ و④ نجد : $27x = 108$

أي $x = \frac{108}{27}$ ومنه $x = 4$.

بتعويض x بقيمته في المعادلة ① نجد : $-2(4) - 5y = 37$ أي $-5y = 45$

وبالتالي $y = -\frac{45}{5}$ ومنه $y = -9$.

نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(4; -9)}$

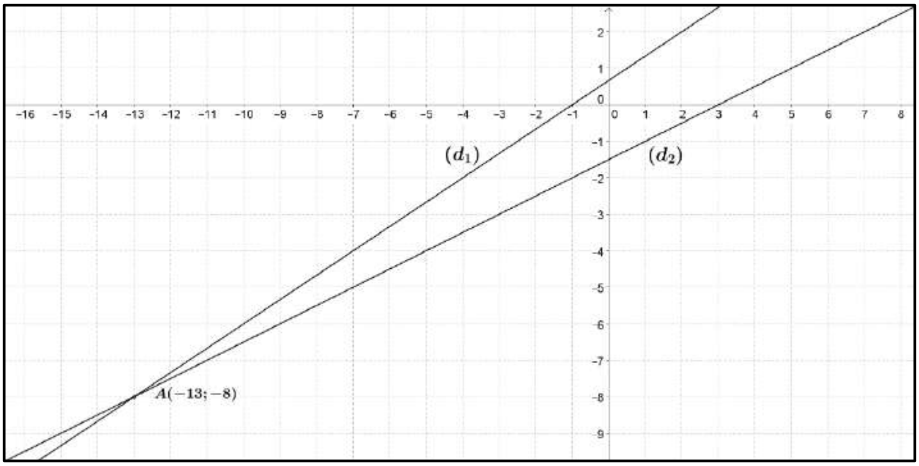
التحقق من الحل : $\begin{cases} -2(4) - 5(-9) = -8 + 45 = 37 \\ 7(4) + 4(-9) = 28 - 36 = -8 \end{cases}$

3. حلّ بيانيا الجملة : $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \ldots ① \\ x - 2y = 3 \ldots ② \end{cases}$

نسمّي (d_1) المستقيم الممثل للمعادلة ① $\left(y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right)$ و(d_2) المستقيم الممثل للمعادلة ② $\left(y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}\right)$

لرسم (d_1) و(d_2) نستعين بالجدول التالي :

x	y	النقطة من (d_1)	النقطة من (d_2)
2	2	$(2;2)$	
-1	0	$(-1;0)$	
3	0		$(3;0)$
1	-1		$(1;-1)$



نستنتج إذن أنّ حلّ الجملة السابقة هي الثنائية $\boxed{(-13;-8)}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} 2(-13)-3(-8)=-26+24=-2 \\ (-13)-2(-8)=-13+16=3 \end{cases}$

التمرين الثاني :

عيّن الدالة التآلفية f بحيث : $f(3)=-2$ و $f(-2)=3$

حل التمرين الثاني :

نبحث عن a و b بحيث $f(x)=ax+b$

لدينا : $\begin{cases} f(3)=-2 \\ f(-2)=3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 3a+b=-2 \ldots ① \\ -2a+b=3 \ldots ② \end{cases}$

نضرب المعادلة ② في العدد (-1) فنجد : $2a-b=-3 \ldots ③$ ، وبجمع المعادلتين ① و③ نجد : $5a=-5$ ومنه $a=-1$.

نعوّض a بقيمته في المعادلة ① نجد : $3(-1)+b=-2$ ومنه $b=1$.

العبارة الجبرية للدالة f هي : $\boxed{f(x)=-x+1}$

التحقق من الحل : $\begin{cases} f(3)=-(3)+1=-2 \\ f(-2)=-(-2)+1=3 \end{cases}$

التمرين الثالث :

قرّر أحد مربّي الحيوانات عرض حديقته للزوّار ، فحدّد مبلغا يدفعه الكبار وآخرا يدفعه الصغار. في اليوم الأول زار حديقته 100 من الكبار و 240 من الصغار فكانت حصيلته $20000\ DA$. في اليوم الثاني قام صاحب الحديقة بتخفيض ثمن تذكرة الدخول بنسبة 25% للكبار و 20% للصغار ، فزار الحديقة 120 من الكبار و 220 من الصغار وكانت حصيلته $16000\ DA$. ما هو السعر الذي حدّده صاحب الحديقة في اليوم الأول للكبير والصغير ؟

حل التمرين الثالث :

ليكن x ثمن تذكرة الدخول للكبار و y ثمن تذكرة الدخول للصغار.

ثمن التذكرة بعد التخفيض هو $x\left(1-\frac{25}{100}\right)$ أي $0,75\ x$ للكبار ، و$y\left(1-\frac{20}{100}\right)$ أي $0,8\ y$ للصغار.

$$\begin{cases}100x+240y=20000\\120(0,75x)+220(0,8y)=16000\end{cases}$$ أي $$\begin{cases}100x+240y=20000\ \dots ①\\90x+176y=16000\ \dots ②\end{cases}$$

من المعادلة ① نكتب : $x=-2,4y+200\ \dots ③$ ، ونعوّض x في المعادلة ② فنجد :

$90(-2,4y+200)+176y=16000$ أي :

$-216y+18000+176y=16000$ وبالتالي $-40y=-2000$ ومنه $y=50$.

بتعويض y بقيمته في المعادلة ③ نجد : $x=-2,4(50)+200$ ومنه $x=80$.

نستنتج أنّ ثمن تذكرة الدخول للكبار هو $80\ DA$ وثمن تذكرة الدخول للصغار هو $50\ DA$.

التحقق من الحل : $$\begin{cases}100(80)+240(50)=8000+12000=20000\\90(80)+176(50)=7200+8800=16000\end{cases}$$

* * *

الإحصاء

1) ترتيب قيم سلسلة إحصائية في جداول التكرارات والتواترات

للاستفادة من المعلومات التي يتمّ تجميعها أثناء عملية إحصاء ، ينبغي ترتيب هذه المعلومات (أو القيم) في جداول إحصائية تتضمن تكرار كل قيمة من هذه القيم ، وذلك حتى نتمكن من حساب التكرار المجمّع المتزايد ، التكرار المجمّع المتناقص ، التواتر المجمّع المتزايد و التواتر المجمّع المتناقص ، حسب القواعد التالية :

- نحصل على التكرار المجمّع المتزايد لقيمة بجمع تكرار هذه القيمة وتكرار القيم الأصغر منها.
- نحصل على التكرار المجمّع المتناقص لقيمة بجمع تكرار هذه القيمة وتكرار القيم الأكبر منها.
- التكرار النسبي (التواتر) لقيمة هو تكرار هذه القيمة بالنسبة إلى التكرار الكلي.
- التكرار النسبي (التواتر) المجمّع المتزايد = $\frac{\text{التكرار المجمع المتزايد}}{\text{التكرار الكلي}}$
- التكرار النسبي (التواتر) المجمّع المتناقص = $\frac{\text{التكرار المجمع المتناقص}}{\text{التكرار الكلي}}$

مثال 1 :

إليك العلامات (من 10) التي تحصّل عليها تلاميذ أحد الأقسام : 7 ، 3 ، 4 ، 9 ، 5 ، 7 ، 3 ، 5 ، 4 ، 7 ، 8 ، 6 ، 4 ، 8 ، 7 ، 6 ، 3 ، 5 ، 4 ، 9 ، 5 ، 3 ، 5 ، 6 ، 7 ، 4 ، 5 ، 8 ، 7 ، 2.

تنظيم هذه المعطيات في جدول يكون كالتالي : (التواترات مدوّرة إلى الجزء من عشرة)

9	8	7	6	5	4	3	2	العلامة
2	3	6	3	6	5	4	1	التكرار
30	28	25	19	16	10	5	1	التكرار المجمّع المتزايد
2	5	11	14	20	25	29	30	التكرار المجمّع المتناقص
100	93,3	83,3	63,3	53,3	33,3	16,7	3,3	التواتر المجمّع المتزايد (%)
6,7	16,7	36,7	46,7	66,7	83,3	96,7	100	التواتر المجمّع المتناقص (%)

ملاحظة :

- لحساب التكرار المجمّع (المتزايد والمتناقص) نجمع العددين الموصولين بسهم مائل.
- لحساب التواتر المجمّع المتزايد (للقيمة 5 مثلا) نقوم بالعملية التالية :

$$\frac{\underbrace{16}_{\text{التكرار المجمع المتزايد للقيمة 5}}}{\underbrace{30}_{\text{التكرار الكلي}}} \times 100 \approx 53{,}3\ \%$$

مثال 2 :

لدينا سلسلة إحصائيّة تتعلق بأطوال وديان بالكيلومتر. (القيم مجمّعة في فئات)
تنظيم هذه المعطيات في جدول يكون كالتالي :

الأطوال	$80 \le l < 100$	$100 \le l < 120$	$120 \le l < 140$	$140 \le l < 160$
التّكرار	12	10	12	6
التّكرار المجمّع المتزايد	12	22	34	40
التّكرار المجمّع المتناقص	40	28	18	6
التّواتر	$\frac{12}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{12}{40}$	$\frac{6}{40}$
التّواتر المجمّع المتزايد	$\frac{12}{40}$	$\frac{22}{40}$	$\frac{34}{40}$	1
التّواتر المجمّع المتناقص	1	$\frac{28}{40}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{6}{40}$

2) حساب مؤشرات سلسلة إحصائية

أ. الوسط الحسابي $(\overline{x})$

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها.

مثال : الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية التالية 3 ، 8 ، 4 ، 2 ، 1 ، 9 ، 7 هو :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{3+8+4+2+1+9+7}{7} = \frac{34}{7} \approx \boxed{4,86}$$

$$\text{الوسط الحسابي المتوازن} = \frac{(\text{القيمة 1} \times \text{تكرارها}) + (\text{القيمة 2} \times \text{تكرارها}) + \ldots}{\text{التكرار الكي}}$$

مثال : لتكن السلسلة الإحصائية التالية :

القيمة	1	2	4	6	7
التكرار	6	5	1	3	1

$$\text{الوسط الحسابي المتوازن} = \frac{(1 \times 6) + (2 \times 5) + (4 \times 1) + (6 \times 3) + (7 \times 1)}{6+5+1+3+1}$$

$$= \frac{45}{16} \approx \boxed{2,8}$$

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية مجمّعة في فئات هو مجموع جداءات مراكز كل فئة بتكرارها على مجموع التكرارات.

ب. الوسيط (Med)

وسيط سلسلة إحصائية **مرتّبة** هو القيمة التي تقسم السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار.

في حالة سلسلة مجمّعة في فئات ، نبحث عن الفئة التي تنتمي إليها القيمة الوسيطية.

لحساب وسيط سلسلة إحصائية : نرتب السلسلة الإحصائية، ثمّ نحسب التكرار الكلي N ونطبق قاعدة حساب الوسيط التالية :

- N فردي : الوسيط هو القيمة التي تتوسط السلسلة ، أي قيمة الرتبة $\frac{N+1}{2}$
- N زوجي : الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين تقعان في الرتبتين $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$

مثال :

وسيط السلسلة الإحصائية التالية : $\underbrace{1; 2; 2; 3}_{\text{4 قيم}}; \boxed{3}; \underbrace{4; 4; 5; 6}_{\text{4 قيم}}$ هو 3.

وسيط السلسلة الإحصائية التالية : $\underbrace{1; 2; 2; 3}_{\text{4 قيم}}; \boxed{3; 4}; \underbrace{4; 5; 6; 7}_{\text{4 قيم}}$ هو $3{,}5 = \frac{3+4}{2}$.

ج. المدى

مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها.

مثال : مدى السلسلة الإحصائية التالية 8 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 هو : $8 - 1 = 7$

3) التمثيلات البيانية

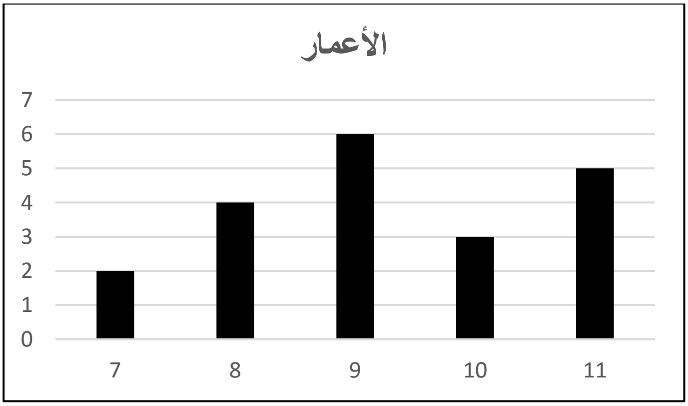
للحصول بسرعة على فكرة واضحة ومختصرة لسلسلة إحصائية ، نستعمل تمثيلات بيانية مثل المخطط بالأعمدة ، المدرج التكراري ، المخطط الدائري ، ...الخ.

مثال 1 :

يعبّر الجدول الآتي عن توزيع أعمار 20 طفلا :

الأعمار بالسنوات	7	8	9	10	11
التكرار	2	4	6	3	5

المخطط بالأعمدة المتعلق بهذه السلسلة الإحصائية هو :



مثال 2 :

حققت إحدى المتوسطات النتائج التالية (خاصة بتلاميذ السنة الرابعة) :

- عدد الراسبين : 36
- عدد المنتقلين إلى السنة الأولى آداب : 72
- عدد المنتقلين إلى السنة الأولى علوم : 132

لتمثيل هذه السلسلة الإحصائية بمخطط دائري نحسب قيس الزاوية الموافق لكل فئة :

- التكرار الكلي هو 240.
- قيس الزاوية الموافق للفئة الأولى (الراسبين) هو :

$$\begin{matrix} 240 \rightarrow 360° \\ 36 \rightarrow x \end{matrix}$$

ومنه : $x = \frac{36\times360}{240} = 54°$

- قيس الزاوية الموافق للفئة الثانية (آداب) هو :

$$\begin{matrix} 240 \rightarrow 360° \\ 72 \rightarrow y \end{matrix}$$

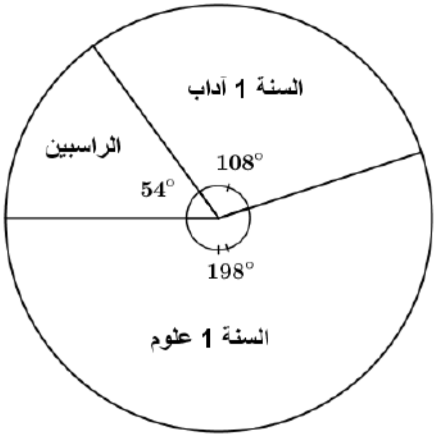
ومنه : $y = \frac{72\times360}{240} = 108°$

- قيس الزاوية الموافق للفئة الثالثة (علوم) هو :

$$\begin{matrix} 240 \rightarrow 360° \\ 132 \rightarrow z \end{matrix}$$

ومنه : $z = \frac{132\times360}{240} = 198°$

ويكون المخطط الدائري كالتالي :

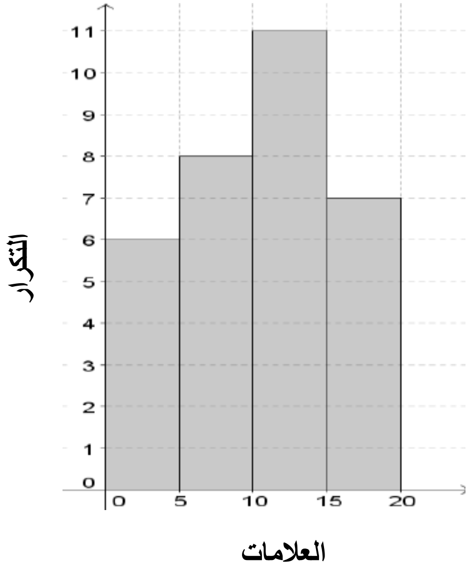


مثال 3 :

تحصل تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط في امتحان مادة الرياضيات على العلامات التالية :

العلامة (x)	$0 \le x < 5$	$5 \le x < 10$	$10 \le x < 15$	$15 \le x < 20$
التكرار	6	8	11	7

المدرّج التكراري المتعلق بهذه السلسلة الإحصائية هو :



4) تمارين تطبيقية

التمرين الأول :

يعطي الجدول التالي المصاريف الشهرية لعدد من العائلات :

من 35.000 إلى 40.000	من 30.000 إلى 35.000	من 25.000 إلى 30.000	من 20.000 إلى 25.000	من 15.000 إلى 20.000	المصاريف الشهرية (DA)
20	25	35	15	5	عدد العائلات
					ت م متزايد *
					ت م متناقص
					التواتر
					تو م متزايد *
					تو م متناقص
					مركز الفئة

* : ت م = التكرار المجمّع ، تو م = التواتر المجمّع

1. اكمل الجدول.
2. احسب متوسط المصاريف الشهرية للعائلات.
3. ارسم المدرج التكراري لهذه السلسلة.

حلّ التمرين الأول :

1. اتمام الجدول

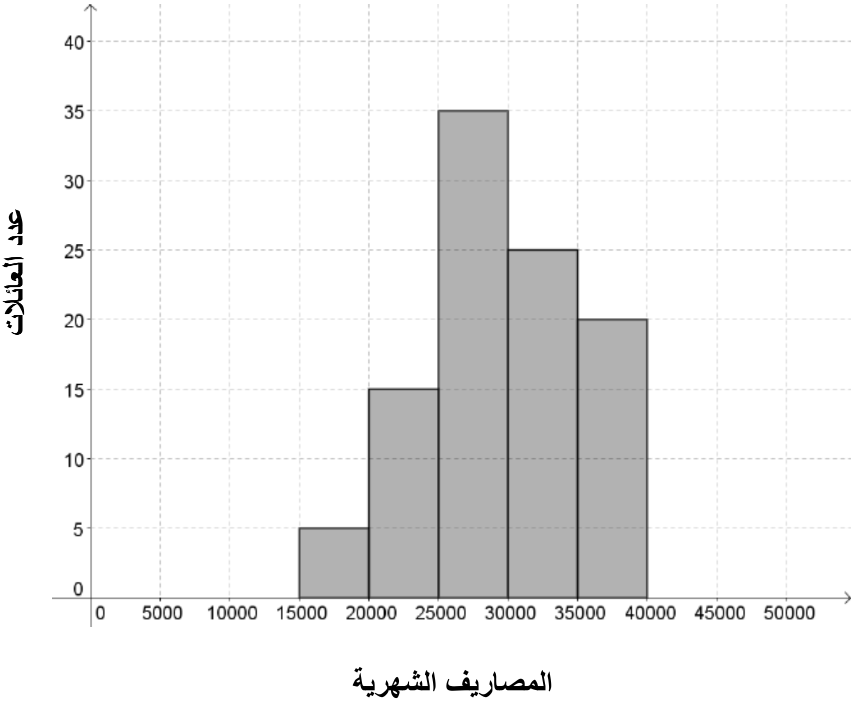
من 35.000 إلى 40.000	من 30.000 إلى 35.000	من 25.000 إلى 30.000	من 20.000 إلى 25.000	من 15.000 إلى 20.000	المصاريف الشهرية (DA)
20	25	35	15	5	عدد العائلات
100	80	55	20	5	ت م متزايد
20	45	80	95	100	ت م متناقص
0,2	0,25	0,35	0,15	0,05	التواتر
1	0,8	0,55	0,2	0,05	تو م متزايد
0,2	0,45	0,8	0,95	1	تو م متناقص
37.500	32.500	27.500	22.500	17.500	مركز الفئة

2. حساب متوسط المصاريف الشهرية للعائلات

$$\boldsymbol{\bar{x}} = \frac{\mathbf{(17.500 \times 5) + (22.500 \times 15) + (27.500 \times 35) + (32.500 \times 25) + (37.500 \times 20)}}{\mathbf{100}}$$

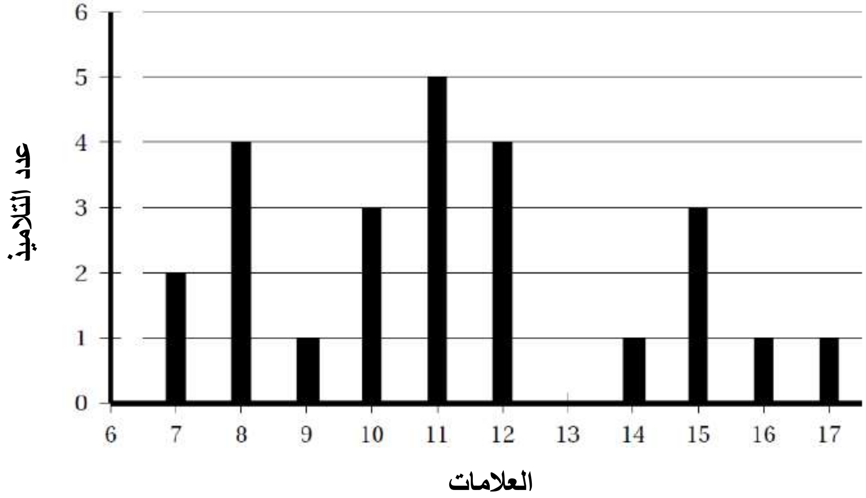
$$\bar{x} = \frac{2.950.000}{100} = \boxed{29.500\ DA}$$

3. رسم المدرج التكراري لهذه السلسلة



التمرين الثاني :

يمثل هذا المخطط بالأعمدة العلامات التي تحصل عليها تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط في اختبار مادة الرياضيات.



1. ما هو عدد تلاميذ هذا القسم ؟
2. رتّب قيم هذه السلسلة الإحصائية في جدول تبيّن فيه التكرارات ، التكرارات المجمّعة المتزايدة والتكرارات المجمّعة المتناقصة.
3. احسب معدّل القسم.
4. احسب الوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.
5. ما هي النسبة المئوية للتلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر أو تساوي 14 ؟

حل التمرين الثاني :

1. **عدد تلاميذ هذا القسم هو : 25 تلميذ**
2. **جدول التكرارات :**

17	16	15	14	12	11	10	9	8	7	العلامة
1	1	3	1	4	5	3	1	4	2	التكرار
25	24	23	20	19	15	10	7	6	2	ت م متزايد
1	2	5	6	10	15	18	19	23	25	ت م متناقص

3. **حسب معدّل القسم**

$$\bar{x} = \frac{7 \times 2 + 8 \times 4 + 9 \times 1 + 10 \times 3 + 11 \times 5 + 12 \times 4 + 14 \times 1 + 15 \times 3 + 16 \times 1 + 17 \times 1}{25}$$

$$\bar{x} = \frac{280}{25} = \boxed{11{,}2}$$

4. حساب الوسيط لهذه السلسلة الإحصائية

التكرار الكلي لهذه السلسلة الإحصائية هو 25 ، إذن رتبة الوسيط هي $\frac{25+1}{2}$ أي 13 ومن الجدول نستنتج أنّ الوسيط لهذه السلسلة الإحصائية هو 11 (ابحث عن التكرار المجمع المتزايد الأكبر أو يساوي 13).

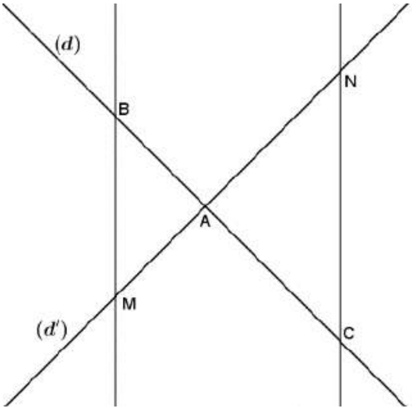
5. حساب النسبة المئوية للتلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر أو تساوي 14

النسبة المئوية للتلاميذ الذين تحصلوا على علامة أكبر أو تساوي 14 هي :

$$\frac{\underbrace{6}_{\text{التكرار المجمع المتناقص للقيمة 14}}}{\underbrace{25}_{\text{التكرار الكلي}}} \times 100 = \boxed{24\%}$$

* * *

نظرية طالس



1) نظرية طالس

(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.

B و C نقطتان من (d) تختلفان عن A.

M و N نقطتان من (d') تختلفان عن A.

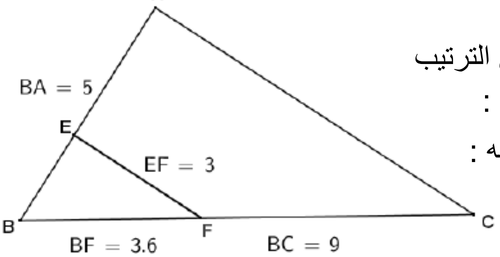
إذا كان (BM) و (CN) متوازيين فإنّ :

$$\boxed{\frac{AM}{AN}=\frac{AB}{AC}=\frac{MB}{CN}}$$

مثال 1:

وحدة الطول هي السنتيمتر.

في الشكل المقابل لدينا : (EF) يوازي (AC). احسب BE و AC.



الحلّ :

بما أنّ النقط B ، E ، A و B ، F ، C بنفس الترتيب

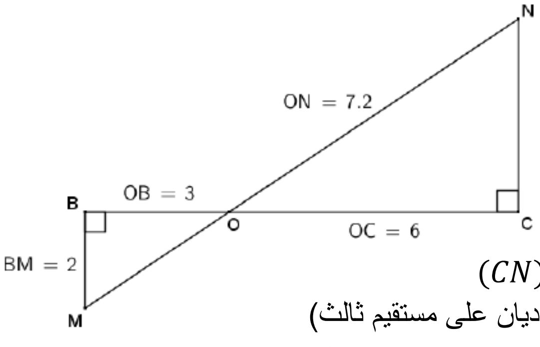
و $(EF) \parallel (AC)$ فإنّ حسب نظرية طالس :

$\frac{BF}{BC}=\frac{BE}{BA}=\frac{EF}{AC}$ أي $\frac{3,6}{9}=\frac{BE}{5}=\frac{3}{AC}$ ومنه :

$BE=\frac{3,6\times5}{9}$ إذن $\boxed{BE = 2\ cm}$.

$AC=\frac{3\times9}{3,6}$ إذن $\boxed{AC = 7,5\ cm}$.

مثال 2:



وحدة الطول هي السنتيمتر.

احسب OM و CN.

الحلّ :

لدينا : $(BM) \perp (BC)$ و $(CN) \perp (BC)$

ومنه $(BM) \parallel (CN)$ (مستقيمان عموديان على مستقيم ثالث)

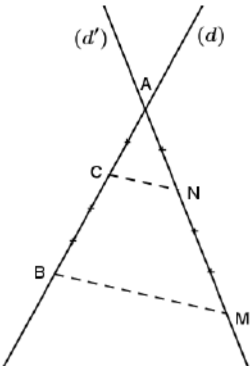
وبما أنّ النقط M ، O ، N و B ، O ، C بنفس الترتيب ، فإنّ حسب نظرية طالس:

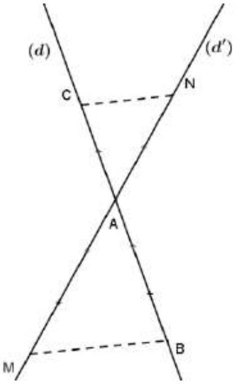
$\frac{OB}{OC}=\frac{OM}{ON}=\frac{BM}{CN}$ أي $\frac{3}{6}=\frac{OM}{7,2}=\frac{2}{CN}$ ومنه :

$OM=\frac{3\times7,2}{6}$ إذن $\boxed{OM = 3,6\ cm}$

$CN=\frac{6\times2}{3}$ إذن $\boxed{CN = 4\ cm}$.

2) النظرية العكسية لنظرية طالس





(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.

B و C نقطتان من (d) تختلفان عن A.

M و N نقطتان من (d') تختلفان عن A.

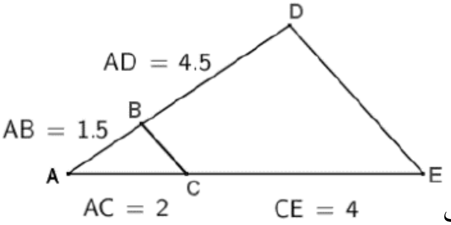
إذا كان $\frac{AN}{AM}=\frac{AC}{AB}$

والنقط A ، N ، M و A ، C ، B بنفس الترتيب

فإنّ : (CN) و (MB) متوازيان.

مثال 1 :

بيّن أنّ $(BC) \parallel (DE)$



الحلّ :

نحسب النسبتين $\frac{AB}{AD}$ و $\frac{AC}{AE}$:

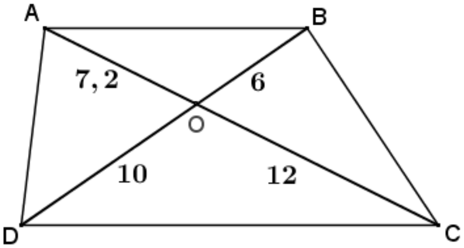
$\frac{AB}{AD}=\frac{1,5}{4,5}=\frac{1}{3}$ ، $\frac{AC}{AE}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

بما أنّ النقط A ، B ، D و A ، C ، E بنفس الترتيب

و $\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}$ ، فإنّ $(BC) \parallel (DE)$ حسب نظرية طالس العكسية.

مثال 2 :

بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف.



الحلّ :

لبيان أنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف ،

نبيّن أنّ $(AB) \parallel (DC)$

نحسب النسبتين $\frac{OA}{OC}$ و $\frac{OB}{OD}$:

$\frac{OA}{OC}=\frac{7,2}{12}=0,6$ ، $\frac{OB}{OD}=\frac{6}{10}=0,6$

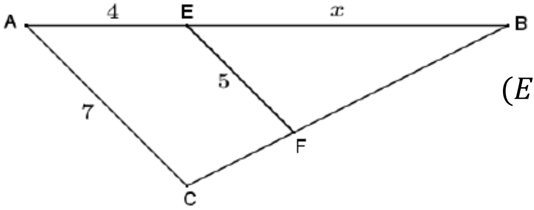
بما أنّ النقط A ، O ، C و B ، O ، D بنفس الترتيب و $\frac{OB}{OD}=\frac{OA}{OC}$ ، فإنّ $(AB) \parallel (DC)$ حسب نظرية طالس العكسية ، ومنه فإنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف.

ملاحظة : إذا كان المطلوب حساب الأطوال نستعمل نظرية طالس ، أمّا إذا كان المطلوب البرهان على توازي مستقيمين نستعمل النظرية العكسية لنظرية طالس.

انتبه في حالة وجود مستقيمين عموديين على مستقيم ثالث ، فهما دائما متوازيان.

3) تمارين تطبيقية

التمرين الأول :



في الشكل المقابل لدينا : $(EF) \parallel (AC)$

1. بيّن أنّ : $\frac{x}{x+4} = \frac{5}{7}$
2. احسب الطول BE.

حلّ التمرين الأول :

1. **بيان أنّ : $\frac{x}{x+4} = \frac{5}{7}$**

لدينا : النقط B ، E ، A و B ، F ، C بنفس الترتيب

ولدينا : $(EF) \parallel (AC)$ وحسب نظرية طالس فإنّ : $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$

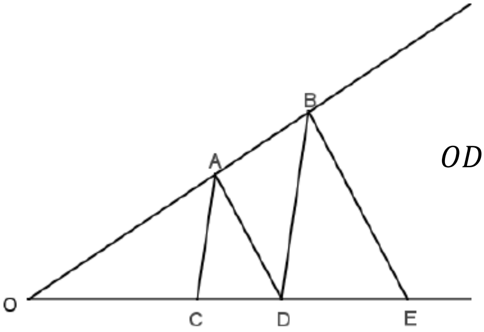
ومنه : $\frac{x}{x+4} = \frac{5}{7}$.

2. **حساب الطول BE**

$\frac{5}{7} = \frac{x}{x+4}$ معناه $7x = 5(x+4)$ أي $7x = 5x + 20$ وبالتالي $2x = 20$

أي $x = 10$ ومنه $\boxed{BE = 10\ cm}$.

التمرين الثاني :



في الشكل المقابل لدينا : $(AC) \parallel (BD)$

$OA = 4\ cm$ ، $OB = 6\ cm$ ، $OD = \frac{2}{3}OE$

1. بيّن أنّ : $(AD) \parallel (BE)$
2. استنتج أنّ : $OD^2 = OC \times OE$.

حلّ التمرين الثاني :

1. **بيان أنّ : $(AD) \parallel (BE)$**

نحسب النسبتين $\frac{OA}{OB}$ و $\frac{OD}{OE}$:

$\frac{OA}{OB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ، $\frac{OD}{OE} = \frac{\frac{2}{3}OE}{OE} = \frac{2}{3}$

بما أنّ النقط O ، A ، B و O ، D ، E بنفس الترتيب و $\frac{OD}{OE} = \frac{OA}{OB}$ ،

فإنّ $(AD) \parallel (BE)$ حسب نظرية طالس العكسية.

2. **استنتاج أنّ : $OD^2 = OC \times OE$**

$(AC) \parallel (BD)$ يعني $\frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OB}$ ... ①

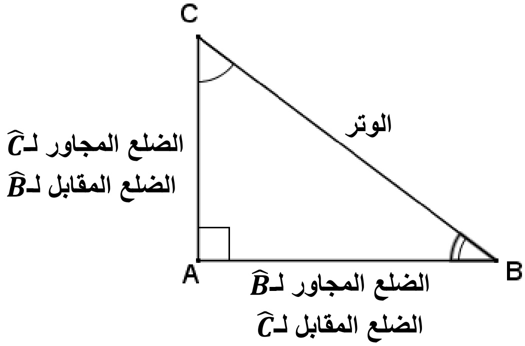
$(AD) \parallel (BE)$ يعني $\frac{OD}{OE} = \frac{OA}{OB}$ ... ②

من ① و ② نستنتج أنّ : $\frac{OD}{OE} = \frac{OC}{OD}$ ومنه $\boxed{OD^2 = OC \times OE}$.

النسب المثلثية في مثلث قائم

1) جيب زاوية حادّة (sin)

في مثلث قائم ، جيب زاوية حادّة يساوي النسبة $\boxed{\dfrac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}}$



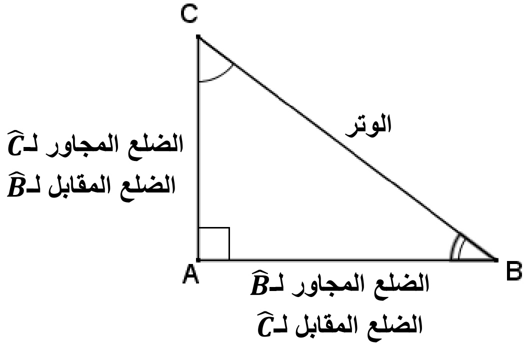
$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin \widehat{C} = \frac{AB}{BC}$$

تنبيه : جيب زاوية حادّة محصور بين العددين 0 و 1 لأنّ طول الوتر أكبر من طولي كل من الضلعين الآخرين.

2) ظل زاوية حادّة (tan)

في مثلث قائم ، ظل زاوية حادّة يساوي النسبة $\boxed{\dfrac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور لها}}}$

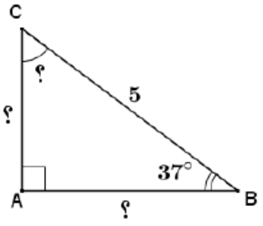
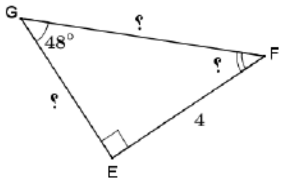
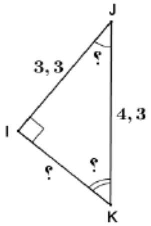
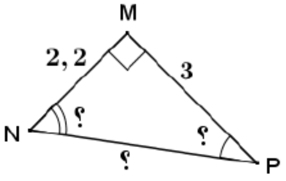
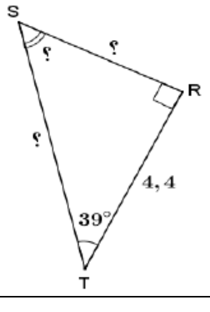


$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{AC}$$

3) حساب زوايا أو أطوال باستعمال النسب المثلثية

أمثلة : المطلوب في كل حالة إيجاد القيّم المجهولة (؟)

 	$\hat{C} = 90 - \hat{B} = 90 - 37 = \boxed{53^\circ}$ $\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}\ ; AC = BC \times \sin\hat{B}$ $AC = 5 \times \sin 37^\circ \approx 5 \times 0{,}6 \approx \boxed{3\ cm}$ $\sin\hat{C} = \frac{AB}{BC}\ ; AB = BC \times \sin\hat{C}$ $AB = 5 \times \sin 53^\circ \approx 5 \times 0{,}8 \approx \boxed{4\ cm}$
 	$\hat{F} = 90 - \hat{G} = 90 - 48 = \boxed{42^\circ}$ $\sin\hat{G} = \frac{EF}{GF}\ ; GF = \frac{EF}{\sin\hat{G}}$ $GF = \frac{4}{\sin 48^\circ} \approx \frac{4}{0{,}74} \approx \boxed{5{,}4\ cm}$ $\tan\hat{G} = \frac{EF}{GE}\ ; GE = \frac{EF}{\tan\hat{G}}$ $GE = \frac{4}{\tan 48^\circ} \approx \frac{4}{1{,}1} \approx \boxed{3{,}6\ cm}$
 	$\sin\hat{K} = \frac{IJ}{JK} = \frac{3{,}3}{4{,}3} \approx 0{,}77\ ; \boxed{\hat{K} \approx 50^\circ}$ $\hat{J} = 90 - \hat{K} \approx 90 - 50 \approx \boxed{40^\circ}$ $\sin\hat{J} = \frac{IK}{JK}\ ; IK = JK \times \sin\hat{J}$ $IK = 4{,}3 \times \sin 40^\circ \approx 4{,}3 \times 0{,}6 \approx \boxed{2{,}6\ cm}$
 	$\tan\hat{P} = \frac{MN}{MP} = \frac{2{,}2}{3} \approx 0{,}73\ ; \boxed{\hat{P} \approx 36^\circ}$ $\hat{N} = 90 - \hat{P} \approx 90 - 36 \approx \boxed{54^\circ}$ $\sin\hat{P} = \frac{MN}{NP}\ ; NP = \frac{MN}{\sin\hat{P}} = \frac{2{,}2}{\sin 36^\circ} \approx \frac{2{,}2}{0{,}6}$ $NP \approx \boxed{3{,}7\ cm}$
 	$\hat{S} = 90 - \hat{T} = 90 - 39 = \boxed{51^\circ}$ $\tan\hat{T} = \frac{SR}{TR}\ ; SR = TR \times \tan\hat{T}$ $SR = 4{,}4 \times \tan 39^\circ \approx 4{,}4 \times 0{,}8 \approx \boxed{3{,}5\ cm}$ $\sin\hat{T} = \frac{SR}{ST}\ ; ST = \frac{SR}{\sin\hat{T}} \approx \frac{3{,}5}{\sin 39^\circ} \approx \frac{3{,}5}{0{,}63}$ $ST \approx \boxed{5{,}6\ cm}$

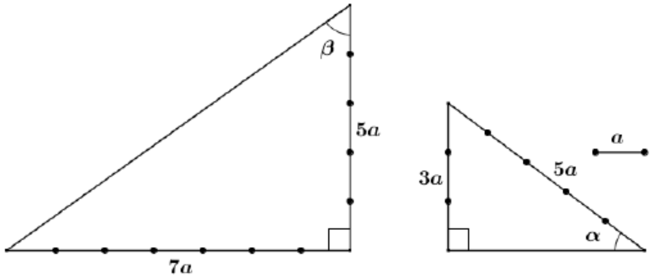
4) إنشاء زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية هندسيا

مثال 1 : إنشاء زاوية قيسها α حيث : $\sin\alpha = 0{,}6$

نكتب $\frac{6}{10} = 0{,}6$ ومنه $\sin\alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ، ثمّ ننشئ مثلثا قائما وتره $5a$ وطول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو $3a$ ، وتكون الزاوية المطلوب إنشاؤها هي المقابلة لضلع الزاوية القائمة ، حيث a طول مُعطى. مثلا $\underbrace{(5;3)}_{\text{من أجل } a=1}$ أو $\underbrace{(10;6)}_{\text{من أجل } a=2}$ أو $\underbrace{(15;9)}_{\text{من أجل } a=3}$ ، ...

مثال 2 : إنشاء زاوية قيسها β حيث : $\tan\beta = 1{,}4$

نكتب $\frac{14}{10} = 1{,}4$ ومنه $\tan\beta = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$ ، ثمّ ننشئ مثلثا قائما طول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو $7a$ وطول ضلعها الآخر هو $5a$ ، وتكون الزاوية المطلوب إنشاؤها هي المقابلة للضلع الأول، حيث a طول مُعطى. مثلا $\underbrace{(7;5)}_{\text{من أجل } a=1}$ أو $\underbrace{(14;10)}_{\text{من أجل } a=2}$ أو $\underbrace{(21;15)}_{\text{من أجل } a=3}$ ، ...



5) العلاقات بين النسب المثلثية

في مثلث قائم ، مهما يكن العدد x قيس زاوية حادّة فإنّ :

$$\boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \text{و} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}}$$

مثال 1 :

احسب القيمة المضبوطة لـ $\sin x$ إذا علمت أنّ $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

استنتج القيمة المضبوطة لـ $\tan x$ ، ثمّ عيّن قيمة x.

الحلّ :

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ومنه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

وبالتالي $\sin x = \sqrt{\frac{1}{4}}$ ومنه $\boxed{\sin x = \frac{1}{2}}$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ومنه $\boxed{\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

بالآلة الحاسبة وبحساب $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ أو $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ أو $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ نجد $\boxed{x = 30°}$.

مثال 2 :

إذا علمت أنّ $\sin x = \frac{4}{5}$ و $\tan x = \frac{4}{3}$.

احسب القيمة المضبوطة لـ $\cos x$ ، ثمّ تحقق أنّ : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

الحلّ :

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ومنه $\cos x = \frac{\sin x}{\tan x} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{4}{3}} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$ أي $\boxed{\cos x = \frac{3}{5}}$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = \boxed{1}$$

6) تمارين تطبيقية

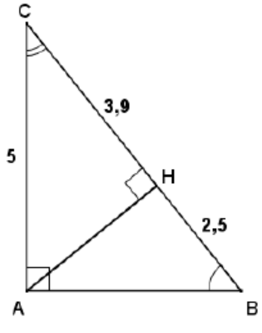
التمرين الأول :

ABC مثلث قائم في A و H المسقط العمودي لـ A على $[BC]$ حيث :

$AC = 5\ cm$ ، $BH = 2{,}5\ cm$ و $CH = 3{,}9\ cm$.

1. ارسم الشكل بدقّة.
2. احسب قيس كلا من الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$. (تُدوّر النتائج إلى الدرجة)
3. احسب الطولين AB و AH. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-1})

حلّ التمرين الأول :



1. **رسم الشكل**
2. **حساب قيس كلا من الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$**

في المثلث ABC لدينا :

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{3{,}9+2{,}5} = \frac{5}{6{,}4} \approx 0{,}78$ ومنه $\boxed{\hat{B} \approx 51^\circ}$

$\hat{C} = 90 - \hat{B} = 90 - 51$ ومنه $\boxed{\hat{C} \approx 39^\circ}$

3. **حساب الطولين AB و AH**

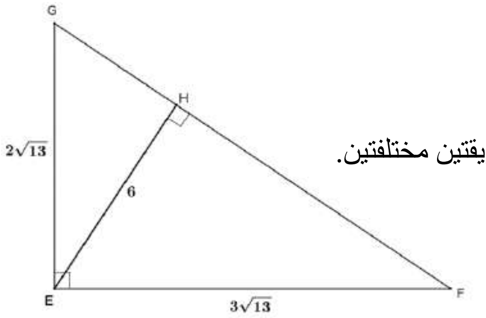
في المثلث ABC لدينا $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$ ومنه : $AB = BC \times \sin \hat{C} = 6{,}4 \times \sin 39^\circ$

وبالتالي $AB \approx 6{,}4 \times 0{,}63$ ومنه $\boxed{AB \approx 4\ cm}$

في المثلث ACH لدينا $\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC}$ ومنه : $AH = AC \times \sin \hat{C} = 5 \times \sin 39^\circ$

وبالتالي $AH \approx 5 \times 0{,}63$ ومنه $\boxed{AH \approx 3{,}2\ cm}$.

التمرين الثاني :



اعتمادا على الشكل الموالي :

1. احسب الطولين GF و HF.
2. احسب كلا من $\sin\hat{F}$ و $\tan\hat{F}$ بطريقتين مختلفتين.
3. بيّن أنّ : $\widehat{GEH} = \widehat{EFH}$

حلّ التمرين الثاني :

1. حساب الطولين GF و HF

بما أنّ المثلث EFG قائم في E ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

$$FG^2 = \left(3\sqrt{13}\right)^2 + \left(2\sqrt{13}\right)^2$$

$$FG^2 = 117 + 52 = 169$$

ومنه $\boxed{FG = \sqrt{169} = 13}$

بما أنّ المثلث EHF قائم في H ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$HF^2 = EF^2 - EH^2$$

$$HF^2 = \left(3\sqrt{13}\right)^2 - 6^2$$

$$HF^2 = 117 - 36 = 81$$

ومنه $\boxed{HF = \sqrt{81} = 9}$

2. حساب كلا من $\sin\hat{F}$ و $\tan\hat{F}$ بطريقتين مختلفتين

في المثلث EFG لدينا :

$$\sin\hat{F} = \frac{EG}{FG} = \frac{2\sqrt{13}}{13} \approx 0{,}55$$

$$\tan\hat{F} = \frac{EG}{EF} = \frac{2\sqrt{13}}{3\sqrt{13}} \approx 0{,}66$$

في المثلث EFH لدينا :

$$\sin\hat{F} = \frac{EH}{EF} = \frac{6}{3\sqrt{13}} \approx 0{,}55$$

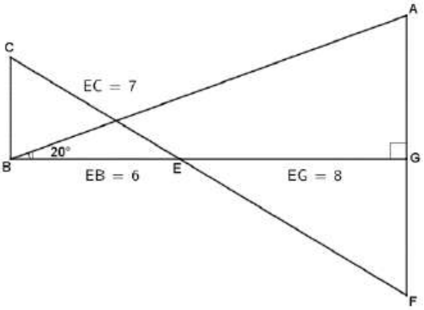
$$\tan\hat{F} = \frac{EH}{HF} = \frac{6}{9} \approx 0{,}66$$

3. بيان أنّ : $\widehat{GEH} = \widehat{EFH}$

في المثلث GEH لدينا :

$\sin\widehat{GEH} = \frac{HG}{EG} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13} = \sin\widehat{EFH}$ ومنه $\boxed{\widehat{GEH} = \widehat{EFH}}$

التمرين الثالث :



في الشكل المقابل لدينا : $(BC) \parallel (AF)$

1. احسب قيس كلا من : $\hat{A}$ و $\hat{C}$
2. احسب الأطوال : AB ، AG ، BC و EF

حلّ التمرين الثالث :

1. حساب قيس كلا من : $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$

في المثلث ABG لدينا : $\hat{A} = 90 - \hat{A} = 90 - 20$ ومنه $\boxed{\hat{A} = 70°}$

بما أنّ $(BC) \parallel (AF)$ و $(AF) \perp (BG)$ ، فإنّ $(BC) \perp (BG)$ ،

ومنه المثلث BCE قائم في B ، وبالتالي $\sin\hat{C} = \frac{EB}{EC} = \frac{6}{7} \approx 0,86$ ومنه $\boxed{\hat{C} \approx 59°}$

2. حساب الأطوال : AB ، AG ، BC و EF

في المثلث ABG لدينا $\sin\hat{A} = \frac{BG}{AB}$ ومنه $AB = \frac{BG}{\sin\hat{A}} = \frac{14}{\sin 70°}$

وبالتالي $AB \approx \frac{14}{0,94}$ ومنه $\boxed{AB \approx 14,9\ cm}$

في المثلث ABG لدينا $\sin\hat{B} = \frac{AG}{AB}$ ومنه $AG = AB \times \sin\hat{B}$

وبالتالي $AG \approx 14,9 \times 0,34$ ومنه $\boxed{AG \approx 5,1\ cm}$

بما أنّ المثلث EBC قائم في B ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$BC^2 = EC^2 - EB^2$$
$$BC^2 = 7^2 - 6^2 = 13$$

ومنه $\boxed{BC = \sqrt{13} \approx 3,6\ cm}$

بما أنّ النقط B ، E ، G و C ، E ، F بنفس الترتيب

و $(BC) \parallel (AF)$ فإنّ $\frac{EB}{EG} = \frac{EC}{EF} = \frac{BC}{GF}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$\frac{6}{8} = \frac{7}{EF}$ أي $EF = \frac{8\times7}{6} = \frac{56}{6}$ ومنه $\boxed{EF \approx 9,3\ cm}$.

* * *

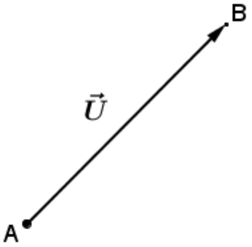
الأشعة والانسحاب

1) مفهوم الشعاع

A و B نقطتان مختلفتان من المستوي.

الانسحاب الذي يحوّل A إلى B يعرف شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$.

نقول إنّ الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ممثل للشعاع $\vec{U}$ ونكتب $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$



للشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثلاث خصائص وهي :

أ. المنحى : وهو منحى المستقيم (AB)

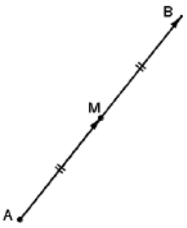
ب. الاتجاه : وهو من A نحو B

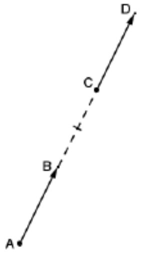
ج. الطول : وهو طول القطعة $[AB]$.

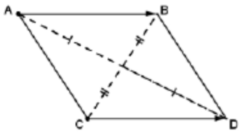
2) تساوي شعاعين

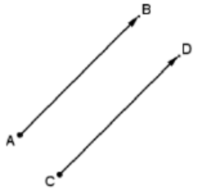
الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما نفس المنحنى ، نفس الاتجاه ونفس الطول.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أنّ $\underbrace{\boldsymbol{ABDC}}_{\text{ليس } \boldsymbol{ABCD}}$ متوازي أضلاع (حيث C و D لا تنتميان إلى (AB))
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني أنّ للقطعتين $[AD]$ و $[BC]$ نفس المنتصف.
- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ يعني M منتصف $[AB]$.



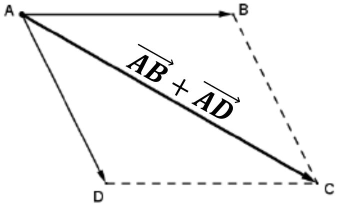


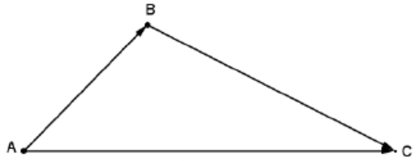




3) مجموع شعاعين

- مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ هو الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ونكتب : $\underbrace{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}_{\text{علاقة شال}}$.
- إذا كانت النقطتان C و D لا تنتميان إلى (AB) فإنّ مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ هو الشعاع $\overrightarrow{AC}$ حيث $ABCD$ متوازي أضلاع.
- مجموع شعاعين متعاكسين هو الشعاع المعدوم : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$





$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$

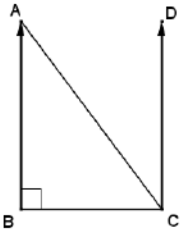
4) تمارين تطبيقية

التمرين الأول :

ABC مثلث قائم في B.

1. عيّن النقطة D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.
2. بيّن أنّ : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

حلّ التمرين الأول :



1. **تعيين النقطة D**

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ يعني $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$

2. **بيان أنّ : $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}=\vec{0}$**

$$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}\underbrace{-\overrightarrow{BC}}_{\overrightarrow{CB}}=\underbrace{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}}_{\text{نطبق علاقة شال}}+\underbrace{\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}}_{\text{نطبق علاقة شال}}$$

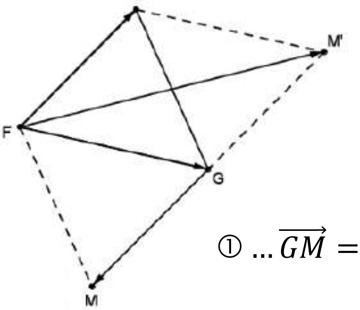
$$=\underbrace{\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}}_{\text{شعاعان متعاكسان}}$$

$$=\vec{0}$$

التمرين الثاني :

EFG مثلث.

1. أنشئ النقطة M صورة G بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.
2. أنشئ النقطة M' حيث : $\overrightarrow{FM'}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}$.
3. بيّن أنّ : $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GM'}=\vec{0}$



حلّ التمرين الثاني :

1. **انشاء النقطة M**

M صورة G بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$ يعني $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{EF}$ ... ①

2. **انشاء النقطة M'**

$\overrightarrow{FM'}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FG}$ يعني $FEM'G$ متوازي أضلاع ومنه $\overrightarrow{M'G}=\overrightarrow{EF}$ ... ②

3. **بيّن أنّ : $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GM'}=\vec{0}$**

من ① و ② نستنتج أنّ $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{M'G}$ أي $\overrightarrow{GM}-\overrightarrow{M'G}=\vec{0}$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GM'}=\vec{0}}$.

التمرين الثالث :

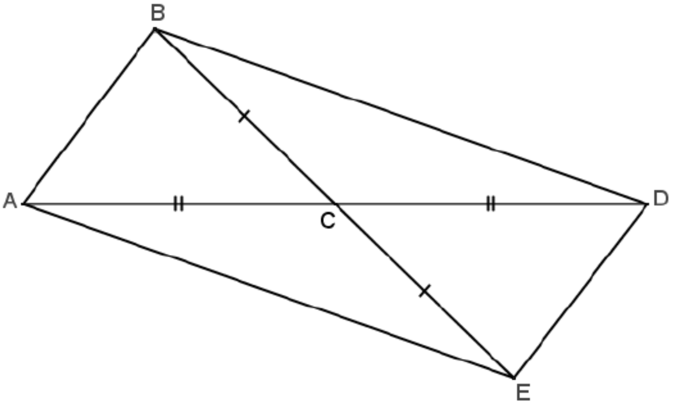
ABC مثلث حيث : $AB = 3{,}5\ cm$ ، $AC = 5\ cm$ ، $BC = 4\ cm$

D و E نقطتان حيث : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC}$ و E نظيرة B بالنسبة إلى C.

1. انجز الشكل بدقة.
2. ما هي طبيعة الرباعي $ABDE$ ؟ علّل.

حلّ التمرين الثالث :

1. **انجاز الشكل**



2. **تعيين طبيعة الرباعي $ABDE$**

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC}$ يعني C منتصف $[AD]$

E نظيرة B بالنسبة إلى C يعني C منتصف $[BE]$

بما أنّ القطرين $[AD]$ و $[BE]$ يتناصفان في النقطة C ، فإنّ الرباعي $ABDE$ متوازي الأضلاع.

* * *

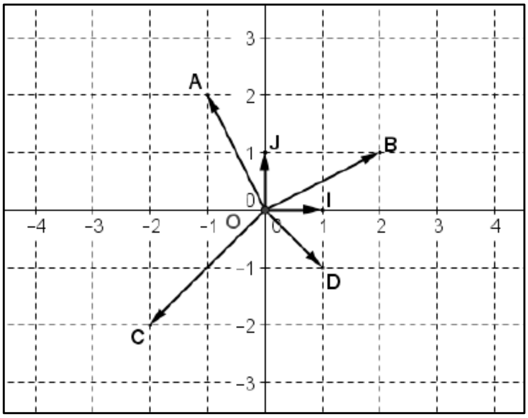
المعالم

1) إحداثيتا شعاع

M نقطة من المستوي المزود بالمعلم (O,I,J) بحيث $M(x;y)$.

إحداثيتا النقطة M بالنسبة إلى هذا المعلم هما إحداثيتا الشعاع $\overrightarrow{OM}$

ونرمز لها بالرمز $\overrightarrow{OM}(x;y)$.



مثال :

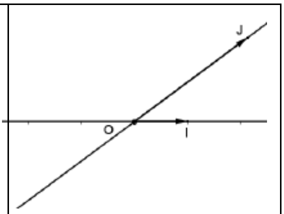
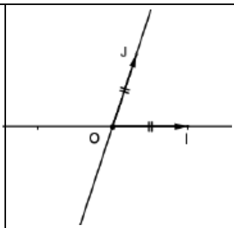
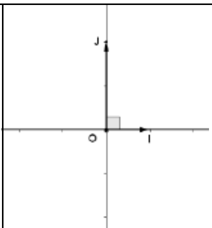
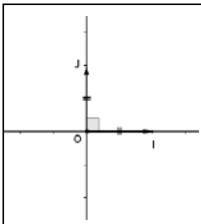
$A(-1;2)$ ، $\overrightarrow{OA}(-1;2)$

$B(2;1)$ ، $\overrightarrow{OB}(2;1)$

$C(-2;-2)$ ، $\overrightarrow{OC}(-2;-2)$

$D(1;-1)$ ، $\overrightarrow{OD}(1;-1)$

2) أنواع المعالم

			
معلم غير متعامد وغير متجانس	معلم متجانس	معلم متعامد	معلم متعامد ومتجانس

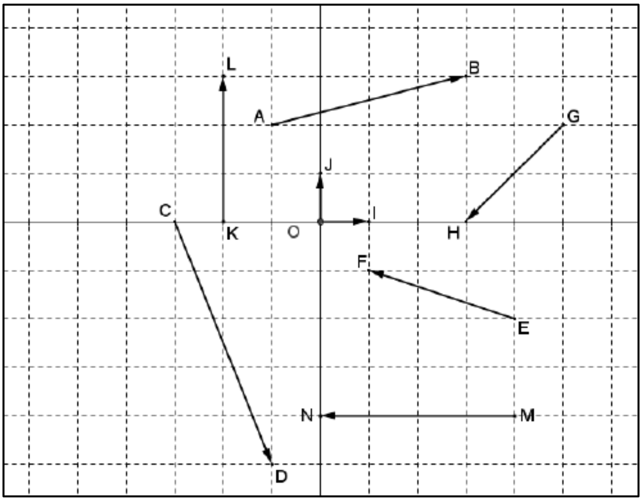
3) قراءة إحداثيتي شعاع

لقراءة إحداثيتي شعاع ننتقل من مبدأ الشعاع إلى نهايته أفقيا لقراءة الإحداثية الأولى ، ثمّ عموديا لقراءة الإحداثية الثانية.

تكون الإحداثية الأولى موجبة إذا كان الانتقال إلى اليمين وسالبة إذا كان الانتقال إلى اليسار.

تكون الإحداثية الثانية موجبة إذا كان الانتقال إلى الأعلى وسالبة إذا كان الانتقال إلى الأسفل.

مثال :



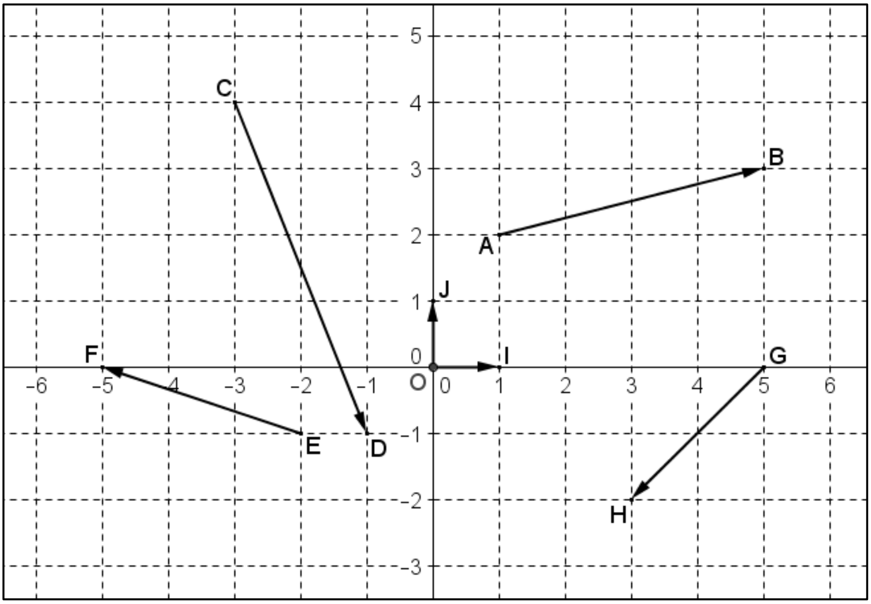
$\overrightarrow{AB}(4;1)$
$\overrightarrow{CD}(2;-5)$
$\overrightarrow{EF}(-3;1)$
$\overrightarrow{GH}(-2;-2)$
$\overrightarrow{KL}(0;3)$
$\overrightarrow{MN}(-4;0)$

4) تمثيل شعاع بمعرفة إحداثيتيه

لتمثيل شعاع معرّف بإحداثيتيه ، ننتقل أفقيا حسب الإزاحة الموافقة للإحداثية الأولى (إلى اليمين إن كانت وجبة أو إلى اليسار إن كانت سالبة) ، ثمّ ننتقل عموديا حسب الإزاحة الموافقة للإحداثية الثانية (إلى الأعلى إن كانت موجبة أو إلى الأسفل إن كانت سالبة).

مثال :

مثّل الأشعة $\overrightarrow{AB}(4;1)$ ، $\overrightarrow{CD}(2;-5)$ ، $\overrightarrow{EF}(-3;1)$ و $\overrightarrow{GH}(-2;-2)$ حيث :
$A(1;2)$ ، $C(-3;4)$ ، $E(-2;-1)$ و $G(5;0)$.

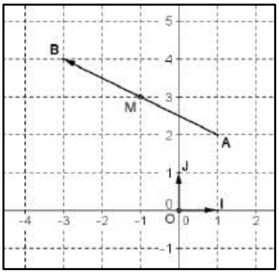


5) حساب إحداثيتي شعاع

$A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزوّد بمعلم.

إحداثيتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\boxed{(x_B - x_A; y_B - y_A)}$

مثال : $A(1;2)$ ، $B(-3;4)$ ، $\overrightarrow{AB}(\underbrace{-3}_{x_B} - \underbrace{1}_{x_A} ; \underbrace{4}_{y_B} - \underbrace{2}_{y_A})$ ومنه $\overrightarrow{AB}(-4;2)$



ملاحظة : للشعاعين المتساويين نفس الإحداثيات.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعني $\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = x_{\overrightarrow{DC}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_{\overrightarrow{DC}} \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \end{cases}$

6) حساب إحداثيتي منتصف قطعة

$A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان من مستو مزوّد بمعلم.

إحداثيتا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $\boxed{\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)}$

مثال : $A(1;2)$ ، $B(-3;4)$ ، $M\left(\frac{1-3}{2};\frac{2+4}{2}\right)$ ومنه $M(-1;3)$

7) حساب المسافة بين نقطتين

في معلم متعامد ومتجانس ، إذا كانت $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$

فإنّ $\boxed{AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}}$

مثال :

$A(1;3)$ ، $B(4;-1)$

$$AB = \sqrt{(4-1)^2+(-1-3)^2}$$
$$AB = \sqrt{(3)^2+(-4)^2} = \sqrt{9+16}$$
$$AB = \sqrt{25} = 5\ cm$$

8) تمارين تطبيقية

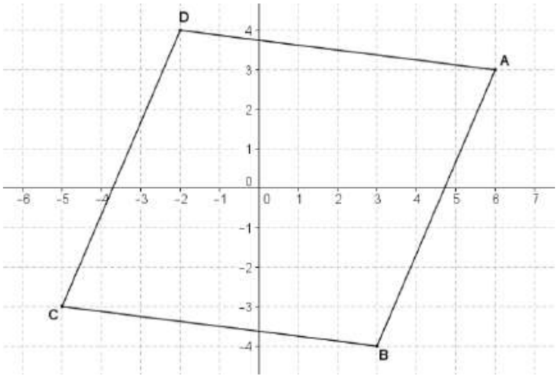
التمرين الأول :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. علم النقط $A(6;3)$ ، $B(3;-4)$ ، $C(-5;-3)$ ، $D(-2;4)$.
2. احسب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{DA}$.
3. ما نوع الرباعي $BCDA$ ؟ علل.

حلّ التمرين الأول :

1. **تعليم النقط A ، B ، C ، D**



2. حساب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
$\overrightarrow{AB}(3-6; -4-3)$
$\boxed{\overrightarrow{AB}(-3;-7)}$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$
$\overrightarrow{AC}(-5-6; -3-3)$
$\boxed{\overrightarrow{AC}(-11;-6)}$

$\overrightarrow{CB}(x_B - x_C; y_B - y_C)$
$\overrightarrow{CB}(3-(-5); -4-(-3))$
$\boxed{\overrightarrow{CB}(8;-1)}$

$\overrightarrow{DA}(x_A - x_D; y_A - y_D)$
$\overrightarrow{DA}(6-(-2); 3-4)$
$\boxed{\overrightarrow{DA}(8;-1)}$

3. تعيين نوع الرباعي $BCDA$ مع التعليل

بما أنّ $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ ، فإنّ الرباعي $BCDA$ متوازي أضلاع.

التمرين الثاني :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط $A(8;-3)$ ، $B(-2;-7)$ ، $C(-4;-1)$.
2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
3. عيّن إحداثيتي النقطة D حيث $ABCD$ متوازي أضلاع.
4. استنتج إحداثيتي النقطة I مركز الرباعي $ABCD$.

حلّ التمرين الثاني :

1. **تعليم النقط A ، B ، C** (انظر الشكل في نهاية التمرين)
2. **حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$**

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
$\overrightarrow{AB}(-2-8\,; -7-(-3))$
ومنه $\boxed{\overrightarrow{AB}(-10;-4)}$

3. تعيين إحداثيتي النقطة D حيث $ABCD$ متوازي أضلاع

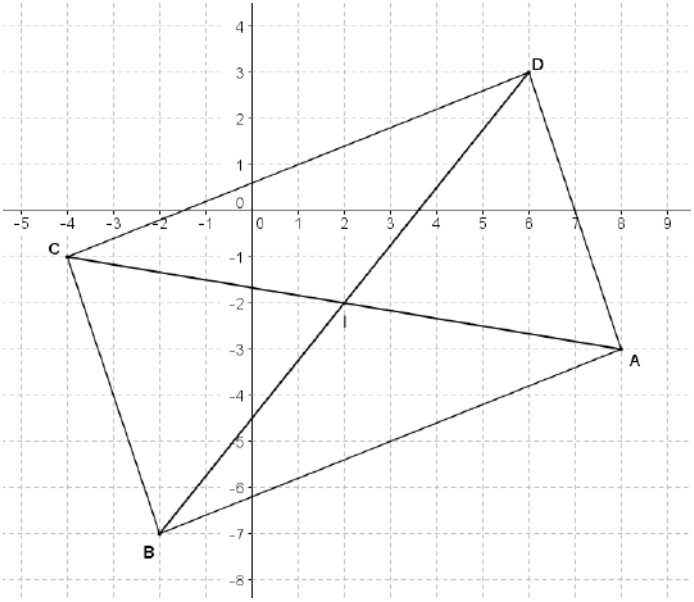
$ABCD$ متوازي أضلاع يعني $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ ومنه : $\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases}$

أي $\begin{cases} -4 - x_D = -10 \\ -1 - y_D = -4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 3 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(6;3)}$

4. استنتاج إحداثيتي النقطة I مركز الرباعي $ABCD$

بما أنّ $ABCD$ متوازي أضلاع فإنّ النقطة I هي منتصف القطرين $[AC]$ و$[BD]$

ومنه : $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_I = \frac{8-4}{2} \\ y_I = \frac{-3-1}{2} \end{cases}$ إذن $\boxed{I(2;-2)}$



التمرين الثالث :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$ ، وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(2;-2)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(1;2)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC و BC.
3. بيّن أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.
4. استنتج إحداثيتي النقطة M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
5. أنشئ النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.
6. المستقيم الذي يوازي (BC) ويشمل M يقطع (AC) في N.
عيّن إحداثيتي النقطة N.

حلّ التمرين الثالث :

1. **تعليم النقط A ، B ، C**

(انظر الشكل في نهاية التمرين)

2. **حساب الأطوال AB ، AC و BC**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (3)^2} = \boxed{\sqrt{34}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (4)^2} = \boxed{\sqrt{17}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4)^2 + (1)^2} = \boxed{\sqrt{17}}$$

3. **بيان أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين**

$AB^2 = 34$ ، $AC^2 = 17$ ، $BC^2 = 17$ ، $AC^2 + BC^2 = 34$

لدينا : $AC = BC$ و $AB^2 = AC^2 + BC^2$، منه نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في C ومتساوي الساقين (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. **استنتاج إحداثيتي النقطة M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC**

النقطة M هي منتصف الوتر $[AB]$ إذن $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

أي $M\left(\frac{2-3}{2};\frac{-2+1}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)}$

5. **انشاء النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$**

بما أنّ D هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$ فإنّ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ ومنه :

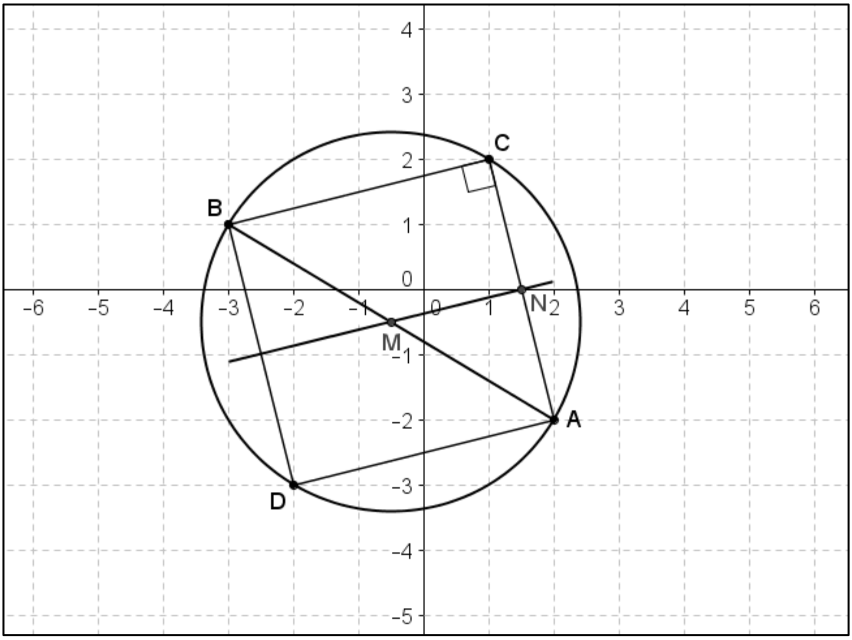
$\begin{cases} x_D - x_A = x_B - x_C \\ y_D - y_A = y_B - y_C \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D - 2 = -3 - 1 \\ y_D - (-2) = 1 - 2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = -4 + 2 \\ y_D = -1 - 2 \end{cases}$

ومنه $\boxed{D(-2;-3)}$

6. **تعيين إحداثيتي النقطة N**

بما أنّ المستقيم الذي يوازي (BC) يشمل M منتصف $[AB]$ ، فإنّه يقطع $[AC]$ في منتصفه (مستقيم المنتصفين) ومنه N منتصف $[AC]$ إذن $N\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

أي $N\left(\frac{2+1}{2};\frac{-2+2}{2}\right)$ ومنه $\boxed{N\left(\frac{3}{2};0\right)}$


A
B
C
D
M
N
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5

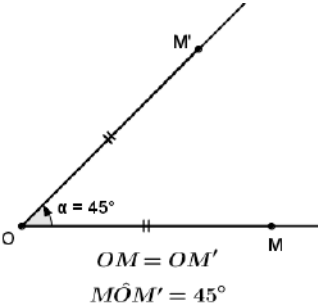
* * *

الدوران - المضلعات المنتظمة - الزوايا

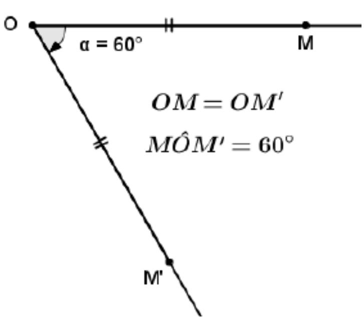
1) تعريف الدوران

- تحويل شكل بالدوران الذي مركزه O هو إدارته حول النقطة O بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة O ، في اتجاه معيّن وبزاوية محدّدة.
- نميّز الدوران بمركز وزاوية واتجاه.
- الاتجاه الموجب هو الاتجاه المعاكس لحركة عقارب الساعة ، أمّا الاتجاه السالب فهو الاتجاه الموافق لحركة عقارب الساعة.
- نقول إنّ M' هي صورة M بالدوران الذي مركزه O وزاويته α إذا كان :

$$\boxed{\widehat{MOM'} = \alpha \text{ و } OM = OM'}$$



الاتجاه الموجب

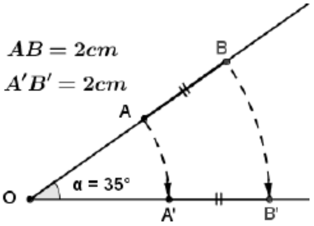


الاتجاه السالب

حالة خاصة : الدوران ذو المركز O والزاوية $180°$ هو التناظر المركزي مركزه O.

2) خواص الدوران

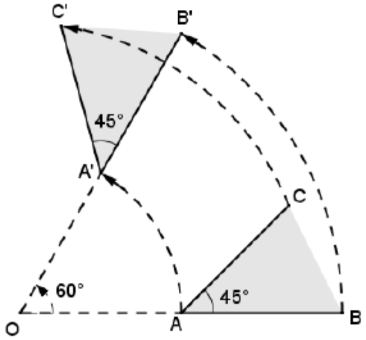
① الدوران يحافظ على المسافات.
② الدوران يحافظ على أقياس الزوايا.
③ الدوران يحافظ على استقامية النقط.
④ الدوران يحافظ على طبيعة الأشكال.



$AB = 2cm$

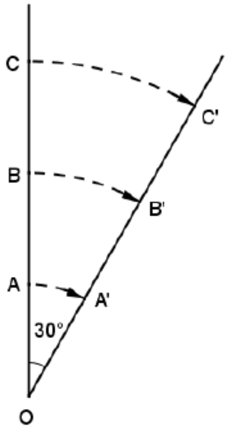
$A'B' = 2cm$

① المحافظة على المسافات

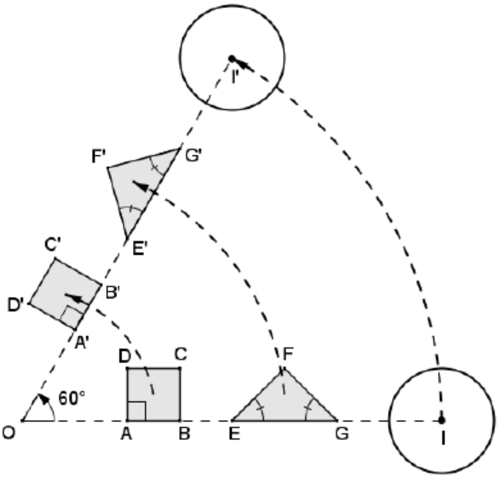


$B\hat{A}C = 45°$ $B'\hat{A}'C' = 45°$

② المحافظة على أقياس الزوايا



③ المحافظة على استقامية النقط

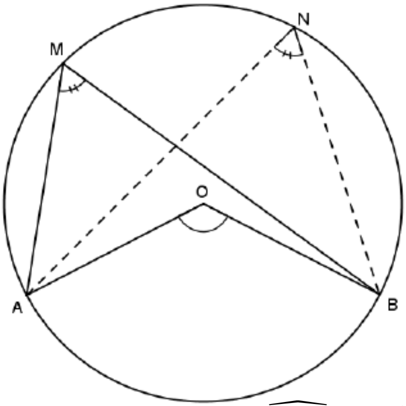


④ المحافظة على طبيعة الأشكال

3) الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في دائرة

لتكن (C) الدائرة ذات المركز O.

- $\widehat{AMB}$ زاوية **محيطية** في الدائرة (C) ، لأنّ رأسها M ينتمي إلى الدائرة (C) و $[MA]$ و $[MB]$ وتران لهذه الدائرة.
- $\widehat{AOB}$ زاوية **مركزية** في الدائرة (C) ، لأنّ رأسها O هو مركز الدائرة (C)
- الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ والزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة.
- قيس زاوية محيطية في دائرة (C) هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.
- كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة.

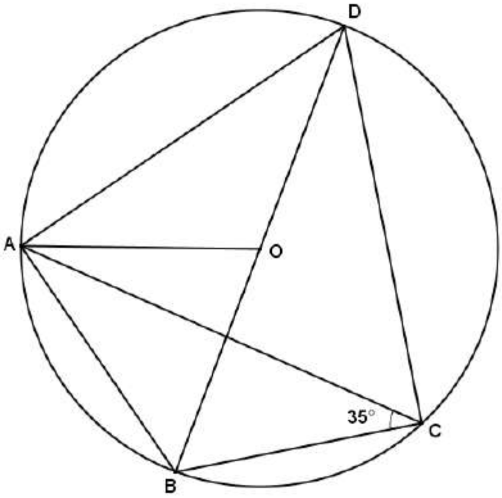


$$\boxed{\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}}$$

مثال :

لتكن الدائرة (C) التي مركزها O وقطرها $[DB]$.

احسب : $\widehat{AOB}$ ، $\widehat{ADB}$ ، $\widehat{DCA}$ ، $\widehat{AOD}$ علما أنّ $\widehat{ACB} = 35°$



الحلّ :

الزاوية المركزية $\widehat{AOB}$ والزاوية المحيطية $\widehat{ACB}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة (C)

ومنه : $\widehat{AOB} = 2\widehat{ACB} = 2 \times 35°$ أي $\boxed{\widehat{AOB} = 70°}$

الزاويتان $\widehat{ADB}$ و $\widehat{ACB}$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$ من الدائرة (C)، ومنه :

$\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$ أي $\boxed{\widehat{ADB} = 35°}$

المثلث ADB قائم في A لأنّه مرسوم داخل الدائرة (C) التي قطرها $[DB]$ ، ومنه :

$\widehat{DBA} = 90° - \widehat{ADB} = 90° - 35°$ أي $\widehat{DBA} = 55°$

الزاويتان $\widehat{DCA}$ و $\widehat{DBA}$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AD}$ من الدائرة (C)، ومنه :

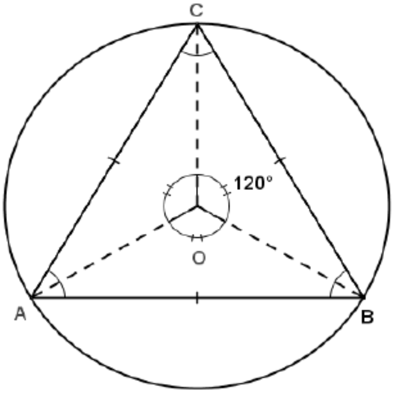
$\widehat{DCA} = \widehat{DBA}$ أي $\boxed{\widehat{DCA} = 55°}$

الزاوية المركزية $\widehat{AOD}$ والزاوية المحيطية $\widehat{DCA}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AD}$ من الدائرة (C)

ومنه : $\widehat{AOD} = 2\widehat{DCA} = 2 \times 55°$ أي $\boxed{\widehat{AOD} = 110°}$.

4) المضلعات المنتظمة

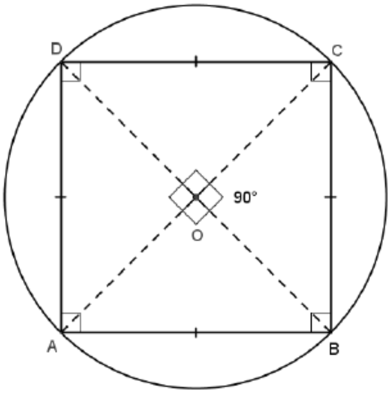
- نقول عن مضلّع إنّه منتظم ، إذا كانت كل زواياه متقايسة وكل أضلاعه لها نفس الطول.
- توجد دائرة تشمل كل رؤوس المضلّع المنتظم (محيطة به) مركزها هو مركز المضلّع.
- صورة مضلّع منتظم بالدوران الذي مركزه O (مركز المضلّع) وزاويته $\widehat{AOB}$ (أو أي زاوية مضاعفة لها وفي أي اتجاه كان) - حيث A و B هما رأسان متتاليان للمضلّع - هو المضلّع المنتظم نفسه.
- الزوايا المركزية في مضلّع منتظم متقايسة.



مثلث متقايس الأضلاع

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = \frac{360°}{3} = 120°$$

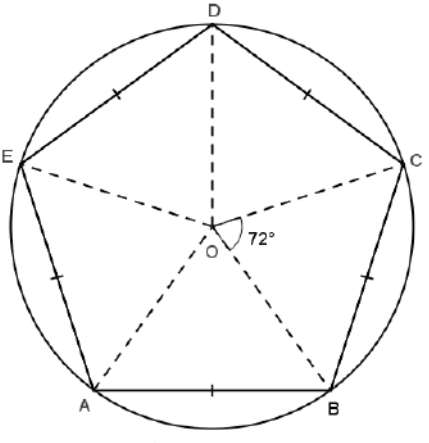
المثلث ABC ثابت بالدوران الذي مركزه O
وزاويته 120° ، 240° ، 360°



مربّع

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \cdots = \widehat{DOA} = \frac{360°}{4} = 90°$$

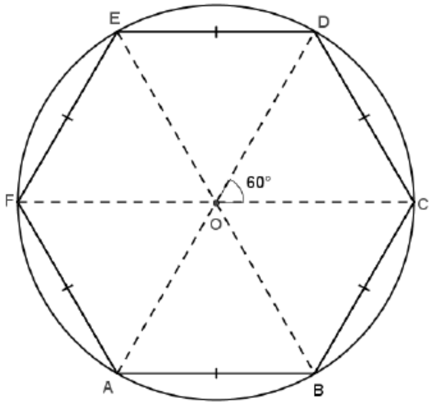
المربّع $ABCD$ ثابت بالدوران الذي مركزه O
وزاويته 90° ، 180° ، 270° ، 360°



خماسي منتظم

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \cdots = \widehat{EOA} = \frac{360°}{5} = 72°$$

الخماسي $ABCDE$ ثابت بالدوران الذي مركزه O
وزاويته 72° ، 144° ، 216° ، 288° ، 360°



سداسي منتظم

$$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \cdots = \widehat{FOA} = \frac{360°}{6} = 60°$$

السداسي $ABCDEF$ ثابت بالدوران الذي مركزه
O وزاويته 60° ، 120° ، 180° ، ... ، 360°

5) تمارين تطبيقية

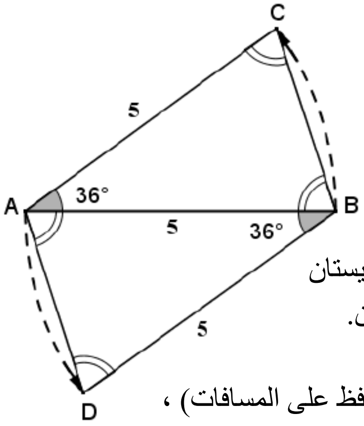
التمرين الأول :

$[AB]$ قطعة مستقيمة طولها $5\ cm$

C صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $36°$ في الاتجاه الموجب

D صورة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $36°$ في الاتجاه الموجب.

1. بيّن أنّ المستقيمين (AC) و (BD) متوازيان.
2. بيّن أنّ الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع.
3. احسب أقياس زوايا الرباعي $ABCD$.



حلّ التمرين الأول :

1. **بيان أنّ المستقيمين (AC) و (BD) متوازيان**

الزاويتان $\widehat{BAC}$ و $\widehat{ABD}$ متبادلتان داخليا وهما متقايستان

منه نستنتج أنّ المستقيمين (AC) و (BD) متوازيان.

2. **بيان أنّ الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع**

لدينا $(BD) \parallel (AC)$ و $AC = BD$ (الدوران يحافظ على المسافات) ،

منه نستنتج أنّ الرباعي $ACBD$ متوازي أضلاع.

3. **حساب أقياس زوايا الرباعي $ACBD$**

بما أنّ $AB = AC$ ، فإنّ المثلث ABC متساوي الساقين ، ومنه :

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180° - \widehat{BAC}}{2} = \frac{180° - 36°}{2} = \frac{144}{2} = \boxed{72°}$$

وبما أنّ $AB = BD$ ، فإنّ المثلث ABD متساوي الساقين ، ومنه :

$$\widehat{ADB} = \widehat{BAD} = \frac{180° - \widehat{ABC}}{2} = \frac{180° - 36°}{2} = \frac{144}{2} = \boxed{72°}$$

منه ، نستنتج أنّ أقياس زوايا الرباعي $ACBD$ هي :

$\widehat{ACB} = \widehat{ADB} = 72°$ و $\widehat{DAC} = \widehat{DBC} = 36° + 72° = 108°$

التمرين الثاني :

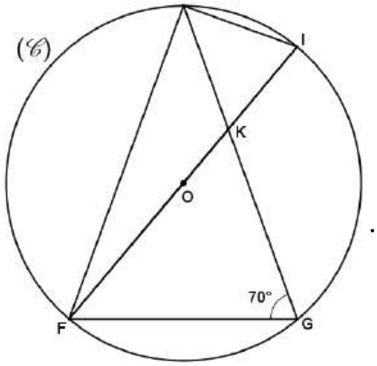
في الشكل المقابل لدينا :

المثلث EFG متساوي الساقين في E حيث $\widehat{EGF} = 70°$.

الدائرة (C) مركزها O محيطة بالمثلث EFG.

I نظيرة F بالنسبة إلى O ، وK نقطة تقاطع (EG) و (FI).

1. احسب أقياس الزوايا $\widehat{FEG}$ ، $\widehat{EIF}$ و $\widehat{EFI}$.
2. استنتج أقياس زوايا المثلث EIO.



حلّ التمرين الثاني :

1. **حساب أقياس الزوايا $\widehat{FEG}$ ، $\widehat{EIF}$ و $\widehat{EFI}$**

- المثلث FEG متساوي الساقين ، ومنه : $\widehat{FEG} = 180^\circ - 2 \times 70^\circ$ ، أي $\widehat{FEG} = 180^\circ - 140^\circ$ ومنه $\boxed{\widehat{FEG} = 40^\circ}$
- الزاويتان $\widehat{EIF}$ و $\widehat{EGF}$ محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{EF}$ من الدائرة (C) ، ومنه : $\widehat{EIF} = \widehat{EGF}$ أي $\boxed{\widehat{EIF} = 70^\circ}$
- المثلث EIF قائم في E لأنّه مرسوم داخل الدائرة (C) التي قطرها $[IF]$ ، ومنه : $\widehat{EFI} = 90^\circ - \widehat{EIF} = 90^\circ - 70^\circ$ أي $\boxed{\widehat{EFI} = 20^\circ}$

2. **استنتاج أقياس زوايا المثلث EIO**

- لدينا : $\widehat{EIO} = \widehat{EIF}$ أي $\boxed{\widehat{EIO} = 70^\circ}$ و $\boxed{\widehat{OEI} = 70^\circ}$ (المثلث EIO متساوي الساقين في O لأنّ $[OE]$ و $[OI]$ نصفي قطر الدائرة (C))
- الزاوية المركزية $\widehat{EOI}$ والزاوية المحيطية $\widehat{EFI}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{EI}$ من الدائرة (C) ومنه : $\widehat{EOI} = 2\widehat{EFI} = 2 \times 20^\circ$ أي $\boxed{\widehat{EOI} = 40^\circ}$.

التمرين الثالث :

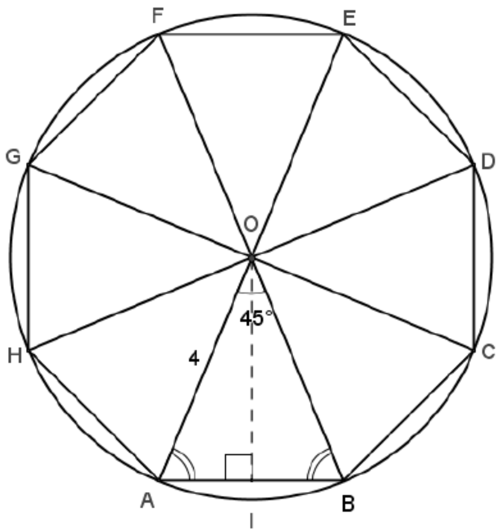
$ABCDEFGH$ ثماني منتظم مركزه O ونصف قطره $4\ cm$. I منتصف $[AB]$.

1. ارسم الشكل بدقّة.
2. احسب أقياس زوايا المثلث OAB.
3. احسب القيمة المقرّبة للطول AB.
4. عيّن صورة المثلث OAB بالدوران الذي مركزه O وزاويته 45° في الاتجاه السالب.

حلّ التمرين الثالث :

1. **رسم الشكل بدقّة**

لرسم الثماني المنتظم $ABCDEFGH$ نرسم دائرة مركزها O ونصف قطرها $4\ cm$ ثمّ نعيّن نقطة A على الدائرة ونرسم بقية النقط بالدوران الذي مركزه O وزاويته α حيث $\alpha = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$ في اتجاه واحد سواء كان موجبا أم سالبا (أي B صورة A ، C صورة B ، D صورة C ، ...).



2. حساب أقياس زوايا المثلث OAB

المثلث OAB متساوي الساقين في O و $\widehat{AOB} = \frac{360°}{8} = \boxed{45°}$ ، منه :

$$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \frac{180° - \widehat{AOB}}{2} = \frac{180° - 45°}{2} = \frac{135°}{2} = \boxed{67{,}5°}$$

3. حساب القيمة المقرّبة للطول AB

بما أنّ المثلث OAB متساوي الساقين في O فإنّ $[OI]$ هو منصف الزاوية $\widehat{AOB}$ وهو أيضا الارتفاع المتعلق بالضلع $[AB]$ أي إنّ المثلث OAI قائم في I ، ومنه :

$\sin \widehat{AOI} = \frac{AI}{AO}$ أي $\sin 22{,}5° = \frac{AI}{4}$ ومنه $AI \approx 4 \times 0{,}38 \approx 1{,}5\ cm$

وبما أنّ I منتصف $[AB]$ نستنتج أنّ $AB \approx 2 \times 1{,}5$ أي $\boxed{AB \approx 3\ cm}$.

4. تعيين صورة المثلث OAB بالدوران الذي مركزه O وزاويته $45°$ في الاتجاه السالب

- صورة النقطة O هي النقطة O (المركز)
- صورة النقطة A هي النقطة H
- صورة النقطة B هي النقطة A

منه نستنتج أنّ صورة المثلث OAB بالدوران الذي مركزه O وزاويته $45°$ في الاتجاه السالب هو المثلث OHA.

* * *

الهندسة في الفضاء

1) تعريف الكرة والجلّة

الكرة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM = R$

الجلّة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $OM \leq R$

2) مساحة الكرة ، حجم الجلّة

- مساحة كرة نصف قطرها R هي : $\mathcal{A} = 4\pi R^2$
- حجم جلّة نصف قطرها R هو : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

مثال :

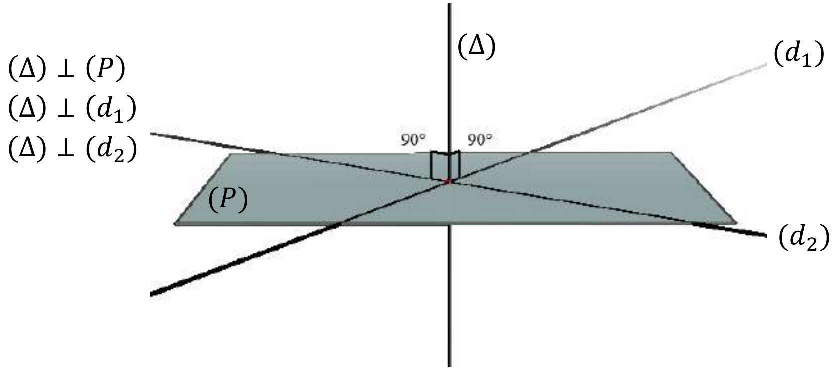
مساحة كرة نصف قطرها $2\ cm$ هي : $\mathcal{A} = 4\pi \times 2^2 \approx 16 \times 3{,}14 \approx 44\ cm^2$

حجم جلّة نصف قطرها 3 هو : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \approx 36 \times 3{,}14 \approx 113\ cm^3$

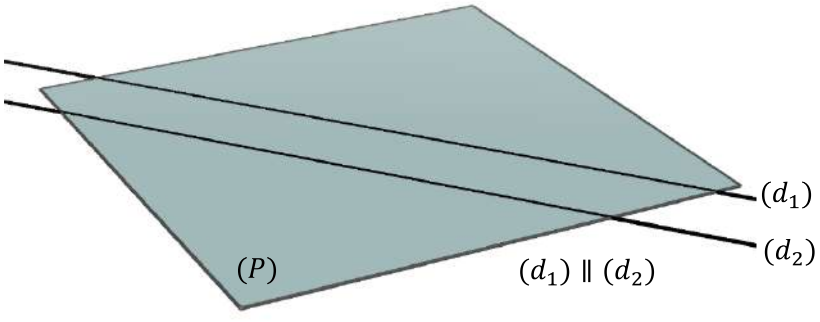
3) المقاطع المستوية

تقاطع مستو بمجسّم يُسمّى مقطعا مستويا لهذا المجسّم.

المستقيم العمودي على مستو ، يُعامد كل المستقيمات المحتواة في هذا المستوي.



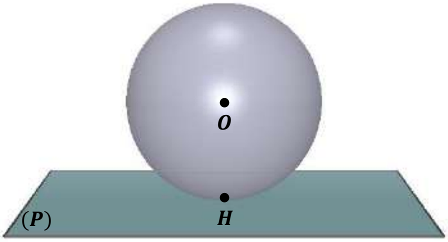
نقول عن مستقيمين إنّهما متوازيان في الفضاء ، إذا كانا محتويين في نفس المستوي ولا يتقاطعان.



4) مقطع كرة بمستو

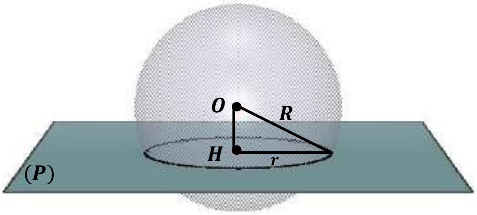
أ. الحالة الأولى : $OH = R$

مقطع الكرة بالمستوي (P) هو النقطة H. نسمّي المستوي (P) مماسا للكرة ، ونسمّي النقطة H نقطة تماس الكرة بالمستوي (P).



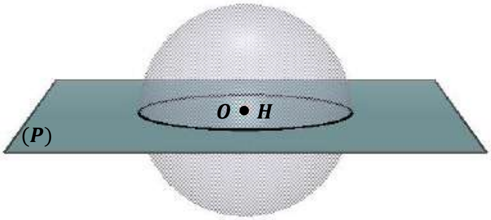
ب. الحالة الثانية : $0 < OH < R$

مقطع الكرة بالمستوي (P) هو دائرة نصف قطرها $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$.



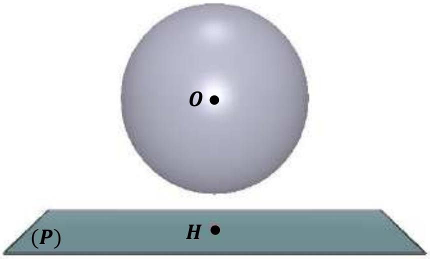
ج. الحالة الثالثة : $OH = 0$ (O و H متطابقان)

مقطع الكرة بالمستوي (P) هو دائرة نصف قطرها R (المستوي (P) يمر من O)



د. الحالة الرابعة : $OH > R$

في هذه الحالة ، المستوي (P) لا يقطع الكرة.



5) التكبير والتصغير

إذا ضربنا أبعاد مجسّم بالعدد k ، فقد قمنا :

- بتكبير المجسّم إذا كان $k > 1$
- بتصغير المجسّم إذا كان $0 < k < 1$

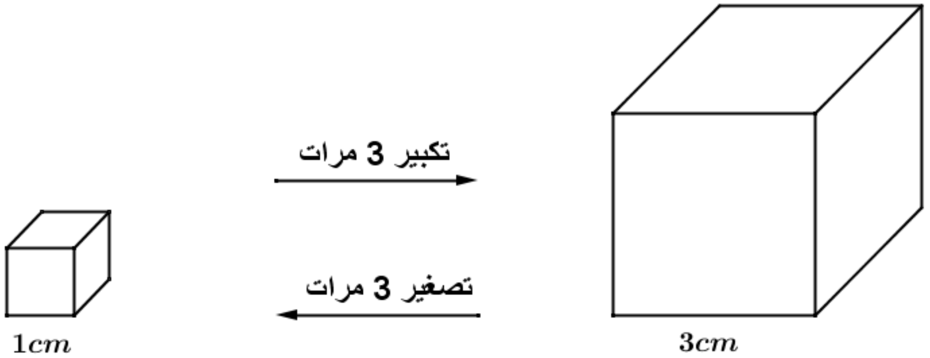
التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسّمات ولا يغيران أقياس الزوايا.

يُسمّى العدد k : سلّم التكبير إذا كان $k > 1$ أو سلّم التصغير إذا كان $0 < k < 1$.

إذا كبّرنا أو صغّرنا مجسّما بالسلّم k ، فإنّ :

- أبعاده تُضرب في العدد k
- مساحته تُضرب في العدد k^2
- حجمه يُضرب في العدد k^3.

مثال :



حرفه : $3\ cm$ $\rightarrow$ 1×3 $\rightarrow$ حرفه : $1\ cm$
مساحة وجهه : $9\ cm^2$ $\rightarrow$ 1×3^2 $\rightarrow$ مساحة وجهه : $1\ cm^2$
حجمه : $27\ cm^3$ $\rightarrow$ 1×3^3 $\rightarrow$ حجمه : $1\ cm^3$

6) تمارين تطبيقية

التمرين الأول :

1. احسب نصف قطر جلّة حجمها $113\ cm^3$.
2. احسب ارتفاع هرم مساحة قاعدته $9\ cm^2$ وحجمه $27\ cm^3$.
3. احسب حجم مخروط دوراني نصف قطر قاعدته $5\ cm$ وارتفاعه $3\ cm$.
   ما هو حجم المخروط الدوراني المتحصّل عليه بعد تصغير هذا المخروط إلى الثلث ؟

حلّ التمرين الأول :

1. **حساب نصف قطر الجلّة**

لدينا $\mathcal{V}=\frac{4}{3}\pi R^3$ ومنه $R^3=\frac{3\mathcal{V}}{4\pi}$ أي $R^3\approx\frac{3\times113}{4\times3,14}\approx 27$ ومنه $\boxed{R\approx 3\ cm}$

2. **حساب ارتفاع الهرم**

لدينا $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\mathcal{B}\times\mathcal{H}$ ومنه $\mathcal{H}=\frac{3\mathcal{V}}{\mathcal{B}}$ أي $\mathcal{H}=\frac{3\times27}{9}$ ومنه $\boxed{\mathcal{H}=9\ cm}$

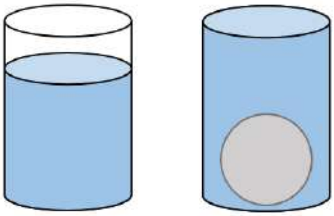
3. **حساب حجم المخروط الدوراني**

لدينا $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\mathcal{B}\times\mathcal{H}=\frac{1}{3}\pi R^2\times\mathcal{H}$ أي $\mathcal{V}\approx\frac{3,14\times5^2\times3}{3}\approx 3,14\times25$

ومنه $\boxed{\mathcal{V}\approx 78,5\ cm^3}$

حساب حجم المخروط الدوراني المتحصّل عليه بعد تصغير هذا المخروط إلى الثلث

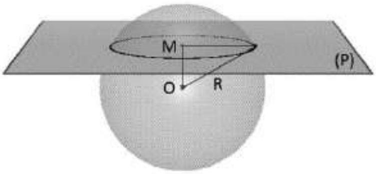
لدينا : $\mathcal{V}'=\mathcal{V}\times\left(\frac{1}{3}\right)^3$ أي $\mathcal{V}'=\frac{\mathcal{V}}{27}$ ومنه $\boxed{\mathcal{V}\approx 2,9\ cm^3}$.



التمرين الثاني :

1. حوض مائي أسطواني الشكل نصف قطره $8\ cm$ وارتفاعه $15\ cm$ ، ملأناه إلى الثلثين ، ثمّ وضعنا بداخله كرة حديدية ، فارتفع الماء إلى حافة الحوض.

- احسب $\mathcal{V}_1$ حجم الماء الموجود في الحوض قبل وضع الكرة و $\mathcal{V}_2$ حجم الماء بعد وضعها.
- استنتج حجم الكرة ونصف قطرها.



2. قطعنا هذه الكرة بمستو (P) يبعد عن مركز الكرة O بـ $3\ cm$ ، فتحصلنا على دائرة مقطع مركزها M.

- احسب مساحة قرص المقطع.

حلّ التمرين الثاني :

1. **حساب $\mathcal{V}_1$ و $\mathcal{V}_2$**

$\mathcal{V}_1=\pi R^2\times\mathcal{H}_1$ أي $\mathcal{V}_1=\pi\times8^2\times\frac{2}{3}\times15$ ومنه $\boxed{\mathcal{V}_1\approx 2009,6\ cm^3}$

$\mathcal{V}_2=\pi R^2\times\mathcal{H}_2$ أي $\mathcal{V}_2=\pi\times8^2\times15$ ومنه $\boxed{\mathcal{V}_2\approx 3014,4\ cm^3}$

2. **استنتاج حجم الكرة ونصف قطرها**

حجم الكرة هو نفس حجم الماء المُزاح في الحوض بعد وضع الكرة ، أي :

$\mathcal{V}=\mathcal{V}_2-\mathcal{V}_1$ ومنه $\mathcal{V}\approx 3014,4-2009,6$ أي $\boxed{\mathcal{V}\approx 1004,8\ cm^3}$

$\mathcal{V}=\frac{4}{3}\pi R^3$ ومنه $R^3=\frac{3\mathcal{V}}{4\pi}$ أي $R^3\approx\frac{3\times1004,8}{4\times3,14}\approx 240$ ومنه $\boxed{R\approx 6,2\ cm}$

3. حساب مساحة قرص المقطع

ليكن r نصف قطر قرص المقطع. لدينا :

$r = \sqrt{R^2 - OM^2}$ أي $r \approx \sqrt{6,2^2 - 3^2}$ ومنه $r \approx 5,4\ cm$

منه نستنتج أنّ مساحة القرص هي : $\mathcal{A} = \pi r^2$ أي $\mathcal{A} \approx 3,14 \times 5,4^2$ ،

ومنه $\boxed{\mathcal{A} \approx 91,6\ cm^2}$.

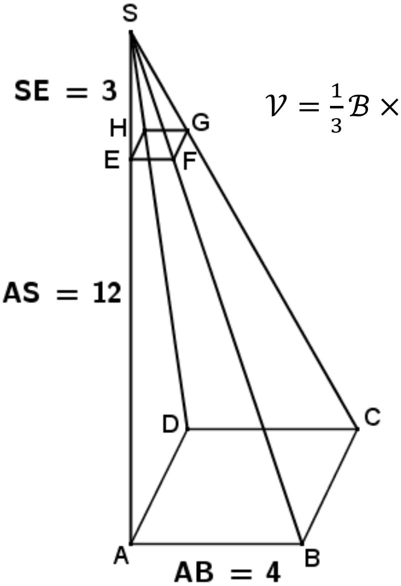
التمرين الثالث :

$SABCD$ هرم قاعدته المربّع $ABCD$ حيث : $AB = 4\ cm$ ، وارتفاعه SA حيث المثلث SAB قائم في A و $SA = 12\ cm$.

نقطع هذا الهرم بمستوٍ يوازي قاعدته ويقطع (SA) في E حيث $SE = 3\ cm$.

1. احسب حجم الهرم $SABCD$.
2. أوجد معامل التصغير الذي يسمح لنا بتصغير الهرم $SABCD$ إلى الهرم $SEFGH$.
3. استنتج حجم الهرم $SEFGH$.

حلّ التمرين الثالث :



1. حساب حجم الهرم $SABCD$

لدينا $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times \mathcal{H} = \frac{1}{3} \times AB^2 \times SA = \frac{4^2 \times 12}{3}$

ومنه $\boxed{\mathcal{V} = 64\ cm^3}$

2. ايجاد معامل التصغير

$k = \frac{SE}{SA} = \frac{3}{12}$ ومنه $\boxed{k = \frac{1}{4}}$

3. استنتاج حجم الهرم $SEFGH$

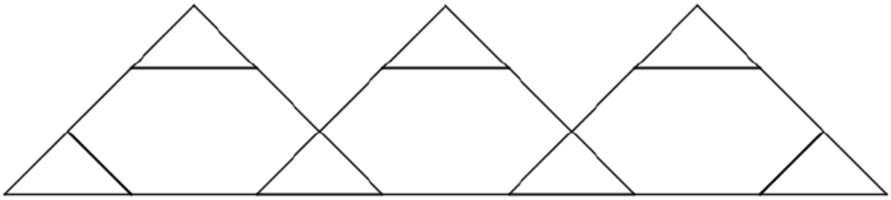
لدينا : $\mathcal{V}' = \mathcal{V} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3$ أي $\mathcal{V}' = \frac{64}{64}$

ومنه $\boxed{\mathcal{V}' = 1\ cm^3}$.

* * *

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

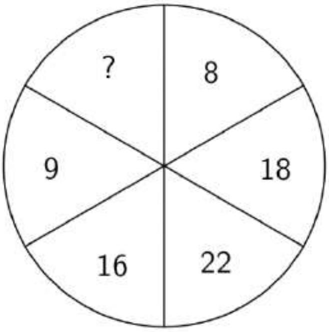
.1 قم بتوزيع الأرقام من 1 إلى 7 في زوايا المثلثات الثلاثة الكبيرة بحيث يكون المجموع لأرقام زوايا كل مثلث يساوي 13.

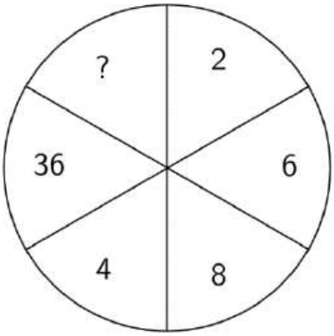


.2 ضع بين الأرقام إحدى العلامات (+ ، – ، × ، ÷) بحيث تصبح المساواة صحيحة :

9 9 9 9 = 80
9 9 9 9 = 82
9 9 9 9 = 11
8 8 8 8 = 2
8 8 8 8 = -63
7 7 7 7 = 1
7 7 7 7 = 50
7 7 7 7 = 336
6 6 6 6 = 72
6 6 6 6 = 11
5 5 5 5 = -25
5 5 5 5 = 45

.3 تأمل جيّدا الأعداد الموجودة في الدوائر، ثمّ ضع العدد المناسب مكان علامة الاستفهام:





اعتبارات

الفصل الأول

على قدر أهل العزم تأتي العزائم
وعلى قدر الكرام تأتي المكارم
وتعظم في عين الصغير صغارها
وتصغر في عين العظيم العظائم

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1. احسب و بسط كلا من العبارتين :

$$A=\sqrt{27}+7\sqrt{75}+\sqrt{300} \quad ; \quad B=\left(6+2\sqrt{3}\right)^2-\left(4\sqrt{3}\right)^2$$

2. تحقق أن $\frac{A}{B}$ عدد طبيعي.

* * *

التمرين الثاني :

نعتبر العبارة E حيث :

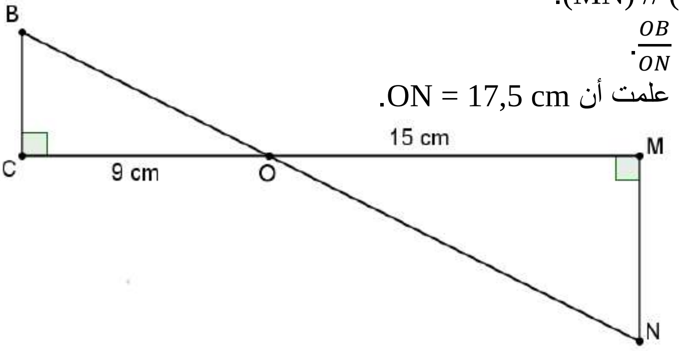
$$E=(2x-1)^2+3(2x-1)(x+4)$$

1. انشر و رتب العبارة E.
2. حلل العبارة E.
3. احسب القيمة العددية للعبارة E من أجل $x = -1$.

* * *

التمرين الثالث :

1. برهن أن (MN) // (BC).
2. بين أن $\frac{OB}{ON}=0{,}6$.
3. احسب OB إذا علمت أن ON = 17,5 cm.



* * *

التمرين الرابع :

x يشير إلى قيس زاوية حادة. إذا علمت أن : $\tan x=\frac{4}{3} \quad ; \quad \cos x=\frac{3}{5}$

1. احسب القيمة المضبوطة لـ $\sin x$ ثم بين أن : $\sin^2 x+\cos^2 x=1$
2. احسب بالتدوير إلى الوحدة قيس الزاوية x.

* * *

المسألة :

ABCD مستطيل. الشكل المقابل يبين لنا ساحة ثانوية شكلها شبه منحرف AMCD وقطعة مخصصة لمزرعة تجريبية شكلها مثلث قائم ABM حيث $BM = x(m)$ (x طول لم يُحَدد بعد).

1. احسب قيس الزاوية $A\widehat{M}B$ من أجل $x = 30\ m$.
2. احسب مساحة كل من الساحة و المزرعة من أجل $x = 30\ m$.
3. يراد إحاطة الساحة بسياج و وضع أعمدة متساوية البعد.
   - أ. احسب الطول AM ، ثمّ استنتج محيط الساحة.
   - ب. احسب القاسم المشترك الأكبر للأعداد 30 ، 40 ، 50 ، 60
   - ج. احسب أصغر عدد ممكن من الأعمدة اللازمة.

* * *

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1. بين أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 1183 و 455 هو 91.
2. استنتج أن $\frac{5}{13} = \frac{455}{1183}$.

* * *

التمرين الثاني :

1. بين أن الكتابة العلمية للعدد $A = \frac{5\times10^{-2}\times7\times10^{5}}{2\times10^{7}}$ هي $A = 1{,}75 \times 10^{-3}$.
2. بين أن العدد $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$ يساوي العدد $4\sqrt{3}$.
3. بين أن مربع العدد $5 - 2\sqrt{3}$ هو العدد $37 - 20\sqrt{3}$.

* * *

التمرين الثالث :

1. حول مقام كل من النسبتين $A = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}}$ و $B = \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}}$ إلى عدد ناطق.
2. بين أن $A - B = \frac{1+\sqrt{5}}{5}$.

* * *

التمرين الرابع :

1. انشر و بسط كل من العبارتين :
   $F = (2x-3)(5-x) + (2x-3)^2 \; ; \; E = (2x-3)(x+2)$
2. تحقق أن E = F.

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 3\ cm$ و $AC = 4\ cm$.

1. أنجز الشكل بدقة.
2. بين حسابيا أن : $BC = 5\ cm$.
3. عين نقطة E من (AC) حيث $E \notin [AC]$ و $CE = 2\ cm$. أنشئ مستقيما يعامد (CE) في E و يقطع (BC) في نقطة F.
4. بين أن (AB) // (EF) ثم احسب FE.

الجزء الثاني :

1. عين النقطة M من [AC] حيث : $AM = \frac{1}{3}AC$ ، والنقطة N من [BC] حيث : $CN = \frac{2}{3}BC$.
2. بين أن (MN) // (AB).
3. احسب القيمة المضبوطة للطول MN.

ملاحظة : يجب توضيح كل المراحل الحسابية في جميع الأسئلة.

* * *

الإنسان الإيجابي لا تنتهي أفكاره

والإنسان السلبي لا تنتهي أعذاره

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 442 و 806.
2. اكتب الكسر $\frac{442}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

* * *

التمرين الثاني :

لتكن العبارة A ذات المتغير x حيث : $A = (x-3)^2 + (x-1)(x-3)$

1. انشر و بسط العبارة A.
2. حلل العبارة A إلى جداء عاملين.

* * *

التمرين الثالث :

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 2\sqrt{3}$ و $AC = 2$. [AH] هو الارتفاع المتعلق بالضلع [BC].

1. إذا علمت أن $BH = 3$ فاحسب BC ثم AH.
2. المستقيم الذي يعامد (BC) في C يقطع (BA) في D. احسب الطولين BD و CD.
3. احسب $\sin B\widehat{D}C$ و $\cos B\widehat{D}C$ ثم تحقق حسابيا أن :
   $\cos^2 B\widehat{D}C + \sin^2 B\widehat{D}C = 1$.

* * *

التمرين الرابع :

احسب H علوّ عمارة إذا كانت تُشاهَد من مكان على سطح الأرض يبعد عن قاعدتها بـ $40\ m$ و تُرى قمّتها بزاوية قيسها °42.

* * *

المسألة :

ABC مثلث حيث : AB = 5 cm ، AC = 10 cm و BC = 8 cm.

الجزء الأول :

1. أنشئ المثلث ABC ثم عين النقطة E من [AB] حيث BE = 3 cm.
2. أرسم مستقيما يشمل E و يوازي (AC) يقطع [BC] في F.
3. احسب الطولين EF و BF.
4. احسب الطول FC. هل المثلث EFC متساوي الساقين ؟

الجزء الثاني :

1. أعد رسم المثلث ABC ثم عين النقطة E من [AB] حيث $BE = x$ و $0 \leq x \leq 5$.
2. ارسم مستقيما يشمل E و يوازي (AC) يقطع [BC] في F.
3. اكتب EF و BF بدلالة x ثم استنتج أن $FC = 8 - 1,6\,x$.
4. حل المعادلة $8 - 1,6\,x = 2\,x$ مع إعطاء الحل على شكل كسر مختزل.
5. لتكن قيمة x هي نتيجة السؤال السابق :
   - بين أن المثلث EFC متساوي الساقين رأسه الأساسي F.
   - بين أن المستقيم (CE) منصف الزاوية $\widehat{ACB}$.

* * *

الجيوب الفارغة لم تمنع أحدا

من إدراك النجاح

بل العقول الفارغة والقلوب الخاوية

هي التي تفعل ذلك

الموضوع الرابع

التمرين الأول :

يتكون فريق من الكشافة من 48 طفل و 72 طفلة. نريد تشكل أكبر عدد ممكن من الأفواج المتماثلة (كل فوج يحوي نفس عدد الذكور و نفس عدد الإناث).

1. ما هو عدد الأفواج ؟
2. ما هو عدد الذكور و كذا عدد الإناث في كل فوج ؟

* * *

التمرين الثاني :

لتكن الأعداد :

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} \;;\; B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}} \;;\; C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$$

طُرح السؤال على كل من إيمان و ليلى و محمد بحساب كل من A ، B ، C على الترتيب.

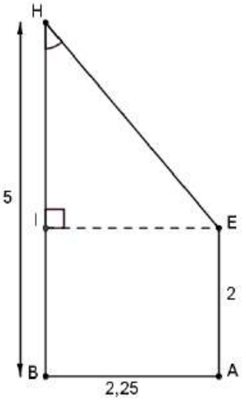
حسبت إيمان A فوجدت $A = \frac{21}{48}$ ، حسبت ليلى B فوجدت $B = 2 \times 10^{2}$ و حسب محمد C فوجد $C = -5\sqrt{7}$.

المطلوب احسب و تحقق من نتائج هؤلاء التلاميذ.

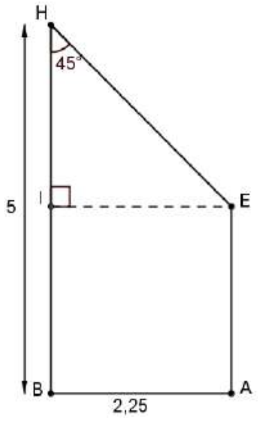
* * *

التمرين الثالث :

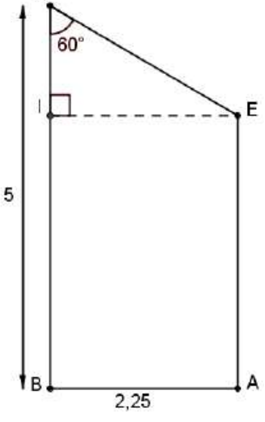
لاحظ الأشكال التالية جيدا. (الوحدة cm)



1. أحسب HI.
2. بين أن HE = 3.75.
3. أحسب IĤE.



1. ما نوع المثلث HIE؟ علل.
2. استنتج HI ثم احسب AE.



1. أحسب HI بالمدور إلى 0,1.
2. أحسب HE بالمدور إلى 0,1.

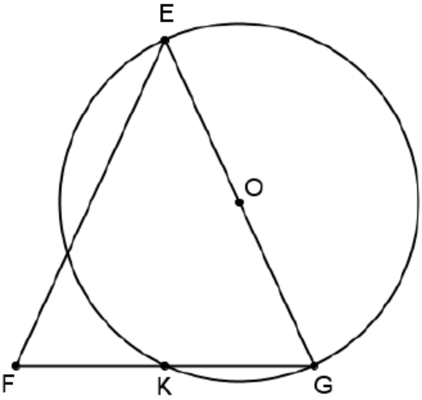
التمرين الرابع :

1. أنشئ المثلث TRI حيث : TI = 10 cm ، RT = 6 cm و RI = 8 cm.
2. ما نوع المثلث TRI ؟ علل.
3. عين نقطة O من [TR] حيث TO = 3,6 cm ، و عين نقطة P من [TI] حيث $TP = \frac{3}{5}TI$. هل المستقيمان (RI) و (OP) متوازيان ؟

* * *

المسألة :

طلب أستاذ الرسم من التلاميذ رسم غلاف كتاب الرياضيات حيث رسم أحمد الشكل التالي :



الجزء I :

EFG مثلث متقايس الضلعين في E حيث : EG = 6 cm و FG = 5 cm.

الدائرة (c) مركزها O و قطرها [EG] تقطع [FG] في النقطة K.

1. أرسم الشكل بأطوال حقيقية.
2. بين أن المثلث EKG قائم.
3. بين أن K منتصف [FG].
4. احسب EK.
5. S نظيرة K بالنسبة إلى O. بين أن ESGK مستطيل.

الجزء II :

عين P نقطة من [EG] تختلف عن O ، ثم أرسم مستقيما يشمل P و يوازي (FG) يقطع (EF) في R حيث EP = x.

1. ما نوع المثلث EPR ؟ (دون تعليل)
2. بين أن $RP = \frac{5}{6}x$.

الموضوع الخامس

التمرين الأول :

ليكن العددان : $B = \frac{5}{3}$; $A = \sqrt{500} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$

1. اكتب A على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي.
2. احسب $\frac{B}{A}$ ، ثم اكتبه على شكل كسر مقامه عدد ناطق.
3. بين أن : $42 \times \frac{B}{A} - \sqrt{5} = 0$.

التمرين الثاني :

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = (x-2)^2 - (x-5)(x+4)$

1. انشر ثم بسط العبارة E.
2. احسب قيمة E من أجل $x = \sqrt{2}$ ، ثم أعط القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$.

التمرين الثالث :

ABC مثلث حيث : AB = 8 cm ، AC = 10 cm و BC = 4 cm.

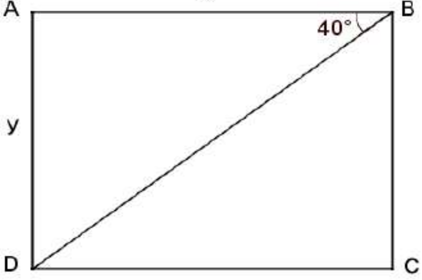
M نقطة من [AB] حيث : $\mathrm{AM} = \frac{1}{4}\mathrm{AB}$ ؛ N نقطة من [AC] حيث : $\mathrm{AC} = 4\ \mathrm{AN}$.

1. بين أن (MN) // (BC).
2. احسب MN.

التمرين الرابع :

على الشكل المقابل لديك ABCD مستطيل حيث : BD = 10 cm. x ، y عددان موجبان.

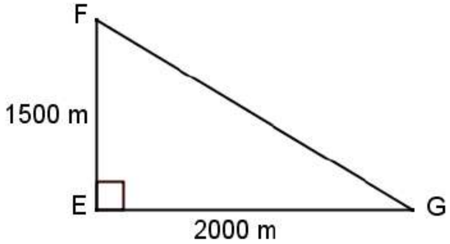
1. احسب العدد y .
2. اكتب عبارة $\cos \widehat{ABD}$ ثم احسب العدد x
3. استنتج مساحة المستطيل ABCD (تُدوّر النتيجة إلى الوحدة).



المسألة :

I- الشكل المقابل منحدر خطير يربط بين مدينتي F و G.

1. احسب قيس زاوية الانحدار $F\hat{G}E$ مدوّر إلى الدرجة ، ثمّ استنتج المسافة FG.
2. احسب المدة الزمنية التي تستغرقها سيارة لقطع المسافة FG بسرعة منتظمة قدرها $50\ Km/h$



II- يمثل الجدول الآتي كشف لـ 800 سيارة استعملت المنحدر خلال 24 ساعة.

ساعات اليوم	**من 06 h إلى 12 h**	**من 12 h إلى 18 h**	**من 18 h إلى 00 h**	**من 00 h إلى 06 h**
عدد السيارات	350	250	150	50
نسبة السير %				

1. احسب نسبة السير من 12 h إلى 18 h بالنسبة لليوم الواحد ثم أكمل الجدول.
2. في أحد الأيام مرت قافلة للجيش الوطني الشعبي متكونة من 125 سيارة و 115 شاحنة. عند الشروع في صعود المنحدر أراد قائد القافلة أن يجعل هذه الناقلات في مجموعات متساوية من حيث عدد السيارات و عدد الشاحنات.
   - أ. ساعد هذا القائد على إيجاد أكبر عدد من المجموعات لصعود هذا المنحدر.
   - ب. اكتب الكسر $\frac{125}{115}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
   - ج. استنتج عدد السيارات وعدد الشاحنات في كل مجموعة.

* * *

الموضوع السادس

التمرين الأول :

1. أعط الكتابة العلمية للعدد $A = \frac{12,75 \times 1200 \times 10^5}{15 \times 10^{-3}}$.
2. أحصر العدد A بين قوتين متتاليتين للعدد 10.

* * *

التمرين الثاني :

لدينا الكسر التالي : $\frac{170}{578}$

1. بين أن هذا الكسر قابل للاختزال.
2. عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 170 و 578.
3. اكتب الكسر $\frac{170}{578}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

* * *

التمرين الثالث :

1. انشر الجداء $(5x - 2)(2x + 1)$.
2. لتكن العبارة $A = (5x - 2)^2 - (2x - 1)(5x - 2) - (10x^2 + x - 2)$
   - انشر و بسط العبارة A.
   - حلل العبارة A إلى جداء عاملين.

* * *

التمرين الرابع :

ABC مثلث حيث : AB = 0,3 *dm* ، AC = 72 *mm* و BC = 7,8 *cm*.

1. برهن أن المثلث ABC قائم في A.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{B}$ مدوّر إلى الدرجة.

* * *

المسألة :

وحدة الطول هي السنتيمتر.
في الشكل المقابل لدينا ABCD مستطيل ، MDE مثلث قائم في D حيث :
.BC = 3 ، ED = 5 ، CD = 6
النقطة M تتحرك على الضلع [CD] (x عدد موجب).

الجزء الأول :

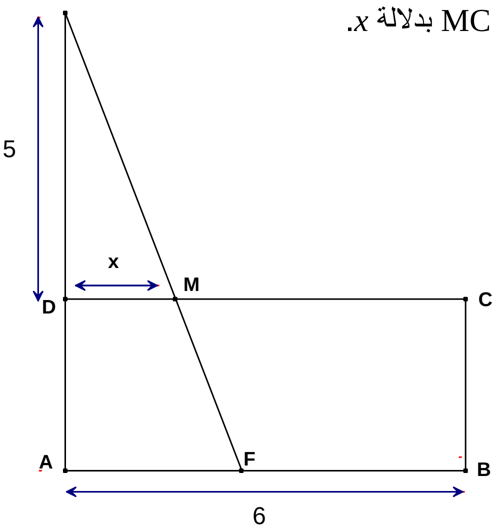
في هذا الجزء من المسألة نعتبر $x = 2$.

1. احسب القيمة المضبوطة للطول EM ، ثم عين قيمته المدوّرة إلى الجزء من عشرة.
2. احسب الطول EF ، ثم استنتج الطول MF.
3. احسب القيمة المضبوطة لـ tan DÊM ، ثم استنتج قيمة الزاوية DÊM مدوّرة إلى الدرجة.
4. احسب S_1 مساحة المثلث DEM و S_2 مساحة المثلث MCB.

الجزء الثاني :

في هذا الجزء لم نحدد قيمة x (M تتحرك على [CD]).

1. ما هي القيم الممكنة لـ x ؟
2. عبر بدلالة x عن المساحة S_1 للمثلث DEM.
3. احسب الطول MC بدلالة x.



الموضوع السابع

التمرين الأول :

1. احسب PGCD (330 , 690).
2. اكتب الكسر $\frac{330}{690}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

* * *

التمرين الثاني :

ليكن العددان :

$$A = \sqrt{125} - 2\sqrt{45} + 6\sqrt{20} \quad ; \quad B = \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

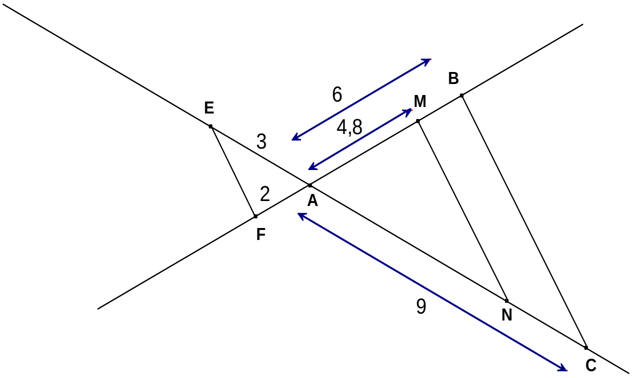
1. اكتب A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.
2. اكتب B على شكل كسر مقامه عدد ناطق.
3. بين أن : $5B - \frac{1}{11}A = 5$.

* * *

التمرين الثالث :

لديك الشكل المقابل (الوحدة هي السنتيمتر) ، حيث (BC) // (MN).

1. احسب AN.
2. بين أن (BC) // (EF).



التمرين الرابع :

ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 6$ و $\cos \hat{B} = \frac{3}{5}$

1. احسب الطولين BC وAC.
2. احسب $\sin \hat{C}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\hat{C}$ مدوّر إلى الدرجة.

* * *

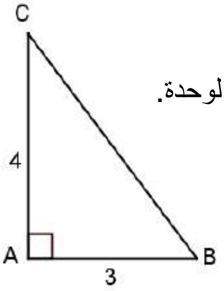
المسألة :

الوحدة هي المتر (m).

ضيع محمد مفتاح غرفته ، فأراد أن يدخل من النافذة C ، لذا جاء بسلّم [CB] و أسنده على الحائط [CA].

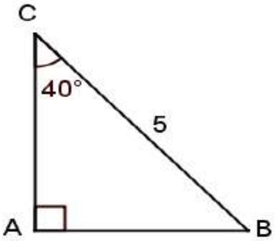
(الحائط و الأرضية متعامدان). يُعطى : $AC = 4$ ، $AB = 3$.

1. احسب BC.
2. احسب $\cos A\hat{C}B$ ، ثم عين قيمة $A\hat{C}B$ مدوّرة إلى الوحدة.



أثناء الصعود انزلق السلم قليلا حيث صار لدينا $BC = 5$ ، $A\hat{C}B = 40°$.

3. احسب AB (أعط القيمة المدوّرة للعشر).
4. اكتب عبارة $\tan A\hat{C}B$ ، ثم احسب AC (أعط القيمة المدوّرة للعشر).



* * *

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

1. أوجد العدد a حيث : a = PGCD (119 , 102).
2. احسب كلا من $\frac{119}{a}$ ، $\frac{102}{a}$.
3. بين أن حاصلي القسمة في السؤال السابق أوليان فيما بينهما.

* * *

التمرين الثاني :

بسط العبارتين التاليتين :

$$A = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{50} - 2\sqrt{18} \quad ; \quad B = \sqrt{27} + \sqrt{20} - \sqrt{12} - \sqrt{45}$$

* * *

التمرين الثالث :

لتكن العبارة الجبرية A حيث : $A = (5x+2)^2 - 9x^2$

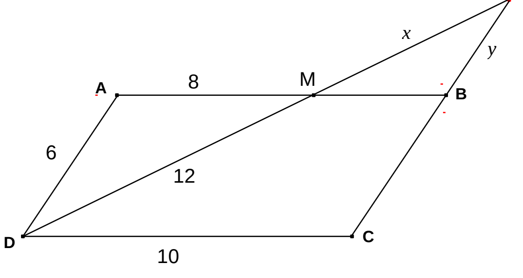
1. انشر ثم بسط العبارة A.
2. حلل العبارة A إلى جداء عاملين.
3. احسب العبارة A من أجل $x = \sqrt{3}$.

* * *

التمرين الرابع :

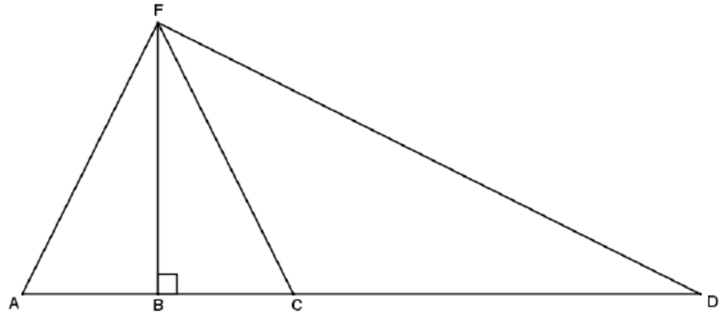
في الشكل التالي الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

احسب x ، y.



المسألة :

وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).
أعد رسم الشكل التالي بأطواله الحقيقية حيث : $BF = 6$ ، $CD = 9$ ، $AB = BC = 3$.



1. احسب الطول AF.
2. بين أن الطول $FD = 6\sqrt{5}$.
3. برهن أن المثلث AFD قائم في F.
4. أرسم الدائرة التي قطرها [CD] و التي تقطع الضلع [FD] في H.
   - أ. برهن أن $(AF) // (CH)$.
   - ب. احسب الطولين DH و CH.
5. بين أن المثلث AFC متساوي الساقين ، ثم احسب محيطه P و مساحته S.

* * *

لكي تنجح

يجب على رغبتك في النجاح

أن تـفوق خوفك من الفشل

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

نعتبر العددين :

$$A = 123 \times 10^{-7} \times 0{,}00036 \times 10^{6} \quad ; \quad B = \sqrt{80} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

1. أعط الكتابة العلمية للعدد A.
2. اكتب B على شكل $a\sqrt{b}$.

* * *

التمرين الثاني :

أرادت صاحبة وليمة توزيع 180 حبة مقروط و 168 حبة بقلاوة على جيرانها بالتساوي.

1. على كم من جار يمكن توزيع هذه الحلويات ؟
2. كم حبة مقروط و حبة بقلاوة سيتحصل عليها كل جار ؟

* * *

التمرين الثالث :

ABC مثلث متساوي الساقين قاعدته [BC] ، [AH] ارتفاع له حيث :

.AH = 6 *cm* ، HC = 3 *cm*

1. احسب الطول AC.
2. بين أن محيط هذا المثلث هو $P = 6(1 + \sqrt{5})$.
3. احسب مساحة هذا المثلث.

* * *

التمرين الرابع :

أنشئ المثلث ABC حيث : BC = 4,2 *cm* ، AC = 2,4 *cm* ، AB = 3 *cm*.

E نقطة من (AB) حيث : BE = 5,5 *cm* ، F نقطة من (AC) حيث : CF = 4,4 *cm*.

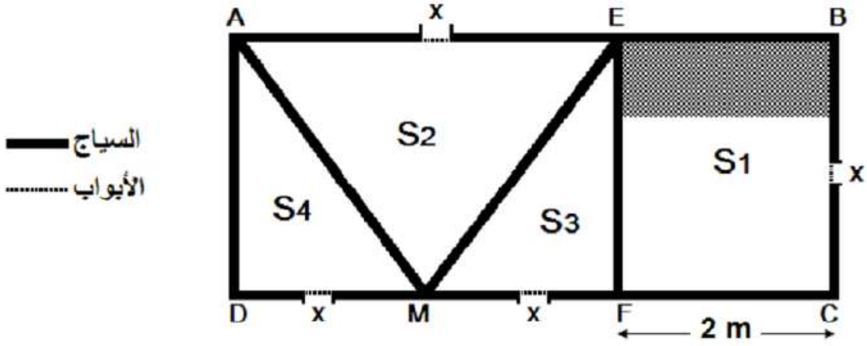
1. بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.
2. احسب الطول EF.

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

يملك فلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها $20\ m$ وعرضها $12\ m$ ، أراد تقسيمها إلى أربعة أجزاء كما هو موضح في الشكل.



S1 : هي المستطيل **EBCF**

S3 و **S4** : متقايسان.

أحاط الفلاح هذه الأجزاء بسياج بحيث وضع في كل جزء بابا عرضه x.

عيّن قيمة x بحيث يكون طول السياج $98\ m$.

الجزء الثاني :

أراد الفلاح أن يغطي هذه الأجزاء ، فوضع السقف على الأجزاء S_2 ، S_3 ، S_4 ، أمّا الجزء S_1 فاكتفى بتسقيف الجزء المظلل فقط وترك جزءا تُقدر مساحته بـ $16\ m^2$ بدون سقف.

1. احسب مساحة الجزء المظلل والمساحة الكلّية للسقف.
2. إذا علمت أنّ عملية التغطية والتسييج تطلبت 17 عمودا ثمن الواحد $400\ DA$ وثمن السقف $24000\ DA$ وثمن المتر الواحد من السياج هو $150\ DA$.
احسب تكلفة هذه العملية.

* * *

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

1. احسب العدد A حيث : $A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$.
2. أعط الكتابة العلمية للعدد B حيث : $B = \frac{6\times10^{-3}\times7\times10^{5}}{105\times10^{4}}$.

* * *

التمرين الثاني :

1. احسب PGCD (561 , 396).
2. اكتب $\frac{561}{396}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

* * *

التمرين الثالث :

إليك العددين A و B حيث :

$$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8} \quad ; \quad B = \frac{2}{5}\sqrt{2} \times 5\sqrt{9}$$

1. اكتب كلا من A و B على أبسط شكل ممكن.
2. عين القيمة المضبوطة لكل من : $\frac{A+B}{2}$ ، $A \times B$ ، $A^2 - B^2$.

* * *

التمرين الرابع :

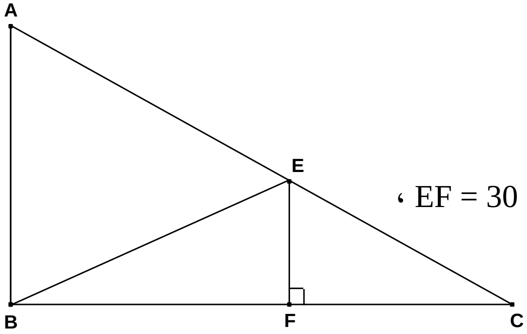
أوجد قيمة x في كل من الحالات التالية :

$$x^2 + 24 = 20 \quad ; \quad (x+1)^2 = 64 \quad ; \quad \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$$

* * *

المسألة :

يملك أخوان قطعة أرض على شكل مثلث ABC حيث : $AB = 120\ m$ ، $AC = 200\ m$ ، $BC = 160\ m$. يريدان تقسيمها إلى قطعتين AEB و EBC كما يبين الشكل المقابل.



الجزء الأول :

1. بين أن المثلث ABC قائم في B.
2. احسب مساحته $\mathscr{A}$.
3. بين أن $(AB) // (EF)$.
4. إذا كان $CF = 40\ m$ ، بين أن $EF = 30\ m$ ، ثمّ استنتج مساحة المثلث EBC.

الجزء الثاني :

نضع $CF = x\ (m)$ حيث : $0 < x < 160$.

1. بين أن الطول EF يساوي $\frac{3}{4}x$.
2. اكتب بدلالة x ، S مساحة المثلث EBC.
3. استنتج S' مساحة المثلث EAB بدلالة x.
4. ما هي قيمة x التي من أجلها تكون $S = S'$ ؟ و ما هو وضع النقطة F من [BC] ؟

* * *

إخفاقات الأمس

هي بذور اليوم

لحرث نجاحات الغد

اعتبارات

الفصل الثاني

سئل الخوارزمي عالم الرياضيات عن الإنسان فأجاب :

إذا كان الإنسان ذا أخلاق فهو = 1

وإذا كان ذا جمال فأضف إلى الواحد صفرا = 10

وإذا كان ذا مال أيضا فأضف صفرا آخر = 100

وإذا كان ذا حسب ونسب فأضف صفرا آخر = 1000

فإذا ذهب العدد واحد وهو الأخلاق

ذهبت قيمة الإنسان وبقيت الأصفار

الموضوع الأول

التمرين الأول :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أوجد الدالة التآلفية f التي تشمل النقطتين A(4 ;-2) ، B(0 ;6).
2. مثل بيانيا الدالة التآلفية f.

* * *

التمرين الثاني :

ABC مثلث قائم في A حيث : BC = 5 cm ، AB = $2\sqrt{5}$ cm ، M منتصف [BC].

1. احسب AC.
2. أنشئ النقطة D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AM}$.
3. بيّن أنّ : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{CM}$.

* * *

التمرين الثالث :

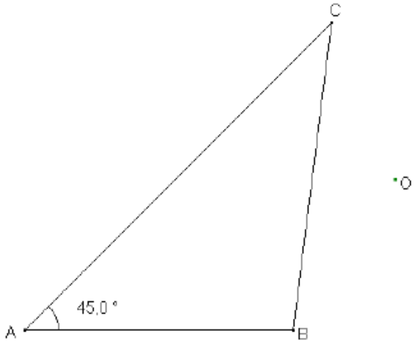
المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. علم النقط A(2 ; 4) ، B(8 ; 8) ، C(10 ; 5) ، D(4 ; 1).
2. احسب إحداثيتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{DC}$.
3. احسب الطولين AC ، DB.
4. بيّن نوع الرباعي ABCD.
5. لتكن K نقطة تقاطع قطري الرباعي ABCD. احسب إحداثيتي K.

* * *

التمرين الرابع :

1. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 50°.
2. لتكن ’A ، ’B ، ’C صور النقط A ، B ، C على الترتيب بهذا الدوران.
ما هو قيس $B'\widehat{A'}C'$؟ علل.

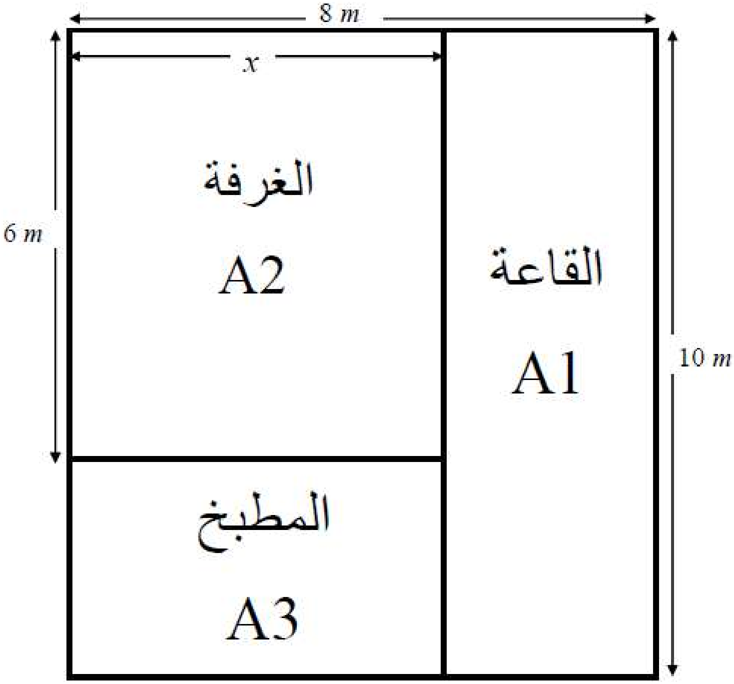


المسألة :

نوى عمّي سعيد بناء منزل من النوع « F2 » (قاعة ، غرفة نوم و مطبخ). لذا حدّد في أرضه مساحة مستطيلة الشكل طولها $10\ m$ و عرضها $8\ m$. الأبعاد لم تُحدد بعد.

1. في البداية نوى عمّي سعيد أن يكون محيط القاعة A1 أكبر تماما من مجموع محيطي الغرفة و المطبخ. جد قيم x التي تحقق الشرط.
2. بعد التفكير فضّل عمّي سعيد أن تكون مساحة القاعة A1 تساوي خمسة أثلاث مساحة الغرفة A2. عيّن قيمة x التي تحقق هذا الشرط و احسب من أجلها المساحات الثلاث.
3. في آخر المطاف ، قرّر عمّي سعيد أن تكون مساحة القاعة A1 لا تقل عن $48\ m^2$ و محيطها لا يفوق $32\ m$.
   - أ. ترجم ما قرّره عمّي سعيد إلى متراجحتين.
   - ب. أعط حصرا لـ x (بعد حل المتراجحتين).
   - ج. من بين القيم التالية ، ما هي التي تحقق الشرط الموضوع ؟

$2,5\ m$ ، $3\ m$ ، $3,75\ m$ ، $3,9\ m$ ، $1,5\ m$.



الموضوع الثاني

التمرين الأول :

ABC مثلث حيث قيس الزاوية $\widehat{A}$ يساوي ثلاثة أضعاف قيس الزاوية $\widehat{B}$ ، و قيس الزاوية $\widehat{C}$ يساوي نصف قيس الزاوية $\widehat{B}$.

احسب بالدرجات قيس كل من الزوايا $\widehat{A}$ ، $\widehat{B}$ ، $\widehat{C}$.

* * *

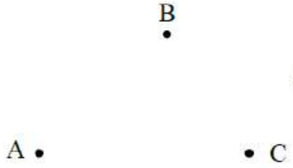
التمرين الثاني :

لتكن العبارة A حيث : $A = (2x+3)^2 + (2x+3)(5x-7)$

1. انشر و بسط العبارة A.
2. حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة : $(2x+3)(7x-4) = 0$.

* * *

التمرين الثالث :



A ، B ، C ثلاث نقاط من المستوي كالتالي :

1. أنشئ النقطة E بحيث يكون الرباعي ABEC متوازي أضلاع.
2. أنشئ النقطة F بحيث : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. ما نوع الرباعي ABCF ؟
3. بيّن أنّ : $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$. ماذا تمثل النقطة C ؟

* * *

التمرين الرابع :

1. أنشئ مثلثا REC حيث : $RE = 7{,}5\ cm$ ، $RC = 10\ cm$ و $EC = 12{,}5\ cm$
2. بيّن أنّ المثلث REC قائم في R.
3. احسب كلا من الزاويتين $\widehat{RCE}$ و $\widehat{REC}$. (تُعطى النتائج بالتدوير إلى الدرجة)
4. أ. علّم النقطة F من القطعة $[RC]$ حيث : $\widehat{REF} = 30°$.
   ب. احسب الطولين RF و EF.

* * *

المسألة :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j})$ ، وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط A(-1 ; 3) ، B(2 ; -1) ، C(3 ; 6).
2. احسب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$.
3. بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين.
4. احسب $Cos\,\hat{B}$ ، $\tan\hat{C}$ ، ثم استنتج قيس الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$.
5. لتكن النقطة M مركز الدائرة $(\mathscr{C})$ المحيطة بالمثلث ABC.
    - أ. احسب إحداثيتي النقطة M.
    - ب. احسب طول نصف قطر الدائرة $(\mathscr{C})$.
    - ج. بيّن أنّ النقطة E(0 ; 5) تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C})$.

* * *

الدنيا ثلاث :

أمل وألم وأجر

فعش بالأولى وتحمّل الثانية

من أجل الثالثة

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

ليكن العددان : $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$ ؛ $B = 3\sqrt{28} - 9\sqrt{63}$

1. اكتب العبارة A على أبسط شكل ممكن.
2. اكتب العبارة B على شكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.
3. احسب $PGCD(1820; 2730)$ ، ثمّ اختزل الكسر $\frac{1820}{2730}$.

* * *

التمرين الثاني :

f و g دالتان بحيث : $f(x) = ax$ و $g(x) = 2x - 2$

1. عيّن الدالة f بحيث $f(-2) = -6$.
2. احسب $f(3)$ ، $g\left(\frac{1}{2}\right)$.
3. عيّن العدد x_1 حيث $g(x_1) = -4$.
4. حلّ المتراجحة $g(x) \geq f(x)$ ، ثمّ مثّل مجموعة حلولها بيانيا.

* * *

التمرين الثالث :

أرسم مثلثا كيفيا MAT.

1. عين النقطة I بحيث : $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IT} = \vec{0}$.
2. عين النقطة H بحيث : $\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{IA}$.
3. ما نوع الرباعي MATH ؟ علل.

* * *

التمرين الرابع :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j})$ ، وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط A(-1 ; 0) ، B(2 ; -1) ، C(1 ; 6).
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC (أعط قيم مضبوطة).
3. بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.
4. لتكن D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
   - أ. أحسب إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
   - ب. أحسب إحداثيتي النقطة D.
   - ج. ما طبيعة الرباعي ABDC ؟ برر إجابتك.

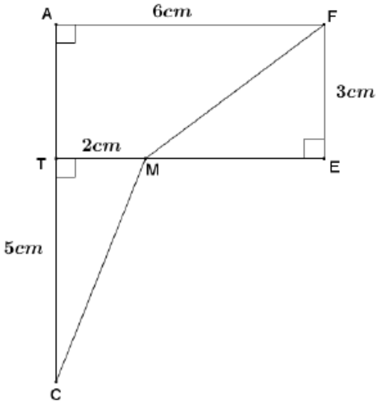
* * *

المسألة :

استعن بالأشكال المقابلة للإجابة على الأسئلة.

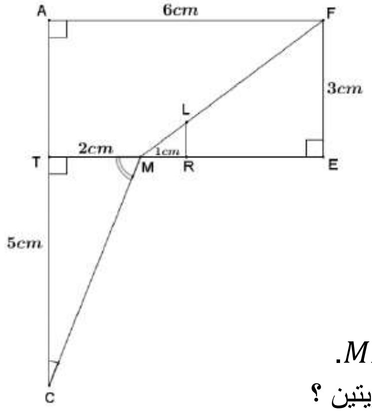
الجزء الأول :

1. احسب القيمة المضبوطة للطول CM.
2. احسب مساحة المثلث MEF.



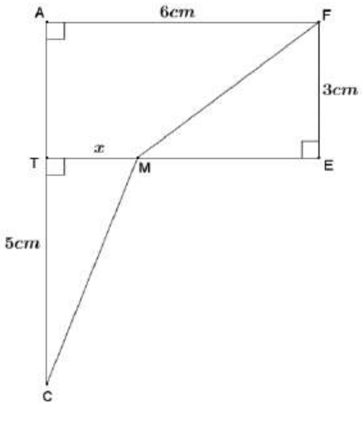
الجزء الثاني :

1. احسب القيمة المضبوطة للطول LR علما أنّ $(LR) \parallel (FE)$ و $MR = 1\ cm$.
2. احسب القيمة المضبوطة للنسبة $\tan \widehat{TCM}$ ، ثمّ استنتج قيس الزاوية $\widehat{TMC}$ بالتدوير إلى الدرجة.



الجزء الثالث : نضع $TM = x$

1. أعط حصرا للعدد x.
2. عبّر بدلالة x عن مساحتي المثلثين TMC و MEF.
3. من أجل أي قيمة للعدد x تكون المساحتان متساويتين ؟
4. ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ التمثيل البياني للدالتين f و g حيث : $f(x) = \frac{5}{2}x$ و $g(x) = -\frac{3}{2}x + 9$.
5. باستعمال التمثيل البياني، تحقّق من صحة النتيجة التي حصلت عليها في السؤال (3).



الموضوع الرابع

التمرين الأول :

لتكن العبارة P حيث : $P = (2x-1)^2 - 16$

1. احسب P من أجل $x = \frac{1}{2}$.
2. حلل العبارة P.
3. حل المعادلة : $(2x-5)(2x+3) = 0$

* * *

التمرين الثاني :

مستطيل طوله ضعف عرضه. احسب طوله و عرضه علما أن محيطه $90\ m$.

* * *

التمرين الثالث :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط A(0 ; 4) ، B(-2 ; 1) ، D(2 ; 1).
2. احسب إحداثيتي النقطة C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
3. ما نوع الرباعي ABCD ؟ علل.
4. احسب إحداثيتي النقطة M ، نقطة تقاطع قطري الرباعي ABCD.

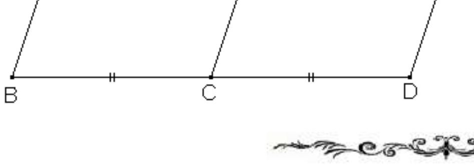
* * *

التمرين الرابع :

في الشكل الموالي ABCF و FEDC متوازيا الأضلاع حيث : C منتصف [BD] و F منتصف [AE].

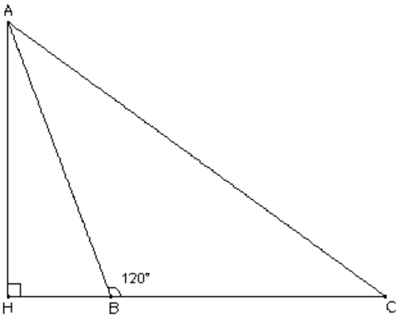
باستعمال المعطيات الموجودة في الشكل ، أعط :

1. ممثلا للشعاع $\overrightarrow{CB}$.
2. ممثلا للشعاع $\overrightarrow{CE}$.
3. ممثلا للشعاع $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FE}$.
4. ممثلا للشعاع $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FB}$.



* * *

المسألة :



إليك الشكل المقابل حيث :

$AB = 6\ cm$ و $BC = 10\ cm$.

الجزء I :

1. ماذا يمثل AH بالنسبة للمثلث ABC ؟
   - احسب قيس الزاوية $H\hat{B}A$.
   - احسب الطول BH.
2. احسب الطول AH ، ثمّ مساحة المثلث ABC (أعط القيم المضبوطة).
3. بين أن $AC = 14\ cm$.

الجزء II :

لتكن النقطة M من القطعة [BC] ، نضع $CM = x$.

1. أحصر العدد x.
2. المستقيم الموازي للمستقيم (AB) و يشمل النقطة M يقطع [AC] في النقطة N.
   أ. عبر بدلالة x عن NM ، NC ، BM ثمّ AN.
   ب. استنتج أن P_1 محيط المثلث NMC يساوي $3x$ ، و أن P_2 محيط شبه المنحرف ABMN يساوي $-\frac{9}{5}x + 30$.
   ج. احسب قيمة x من أجل $P_1 = P_2$.

* * *

المتشائم يرى الصعوبة في كل فرصة

والمتفائل يرى الفرصة في كل صعوبة

الموضوع الخامس

التمرين الأول :

x عدد حقيقي. A وB عبارتان جبريتان حيث: $A=(x+3)(x-1)$ و $B=x^2-1$.

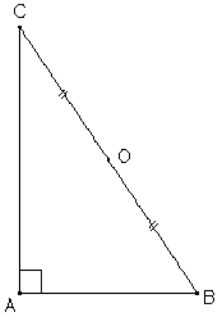
1. انشر و بسط العبارة A.
2. حلل العبارة B إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة : $2(x-1)(x+2)=0$.
4. حل المتراجحة $A \geq B$ ، ثمّ مثل بيانيا مجموعة حلولها.

التمرين الثاني :

مدرسة مختلطة تضم 1000 تلميذ. بعد مغادرة 25 تلميذ و 30 تلميذة ، أصبح عدد الذكور ضعف عدد الإناث.

1. ما هو عدد الذكور و ما هو عدد الإناث ؟
2. انتقل إلى الصف الأعلى خمس عدد الذكور و ثلث عدد الإناث. ما هو عدد التلاميذ المنتقلين إلى الصف الأعلى ؟

التمرين الثالث :



أعد رسم الشكل المقابل بأقياسه الحقيقية حيث : AB = 3 *cm*
، AC = 4 *cm* BC = 5 *cm* و O منتصف [BC].

1. أنشئ النقطتين M و N حيث :
$\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$.
2. برهن أنّ A منتصف [MN] ، ثمّ استنتج التحويل النقطي الذي يحوّل M إلى N.

التمرين الرابع :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$.

1. علم النقط A(1 ; 2) ، B(4 ; -1) ، C(3 ; 1).
2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ، ثمّ أوجد إحداثيتي النقطة M منتصف [AB].
3. بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) محور [AB].

المسألة :

اشترى فلاح قطعة أرض و أراد أن يحرث جزءا منها ، فقصد وكالة مختصة في الحرث حيث اقترحت عليه صيغتين :

الصيغة الأولى : أن يدفع 5000 DA إضافة 100 DA على كل ديكامتر مربع محروث.

الصيغة الثانية : أن يدفع صاحب الأرض 300 DA على كل ديكامتر مربع محروث.

1. ليكن x المساحة المحروثة معبرا عنها بالديكامتر مربع ، $f(x)$ المبلغ المستحق حسب الصيغة الأولى و $g(x)$ المبلغ المستحق حسب الصيغة الثانية. عبر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.
2. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ,\vec{i}\ ,\vec{j})$:
   - أ. مثّل بيانيا كلا من الدالتين f و g ($1\ cm$ على محور الفواصل يمثل 10 dam^2 ، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 1000 DA).
   - ب. استعمل التمثيل البياني لتحديد عدد الديكامترات المربعة التي من أجلها تكون مستحقات الصيغتين متساويتين ، ثمّ تحقّق من ذلك حسابيا.
   - ج. استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل الصيغتين.

* * *

إذا كانت لديك الرغبة الصادقة في النجاح

فأنت أدركت نصفه

أمّا إذا لم تتوفر هذه الرغبة

فأنت أدركت نصف الفشل

الموضوع السادس

التمرين الأول :

نعتبر العددين a و b حيث : $a = \frac{7}{25} \times \frac{5}{7} - \left(\frac{4}{5} - 1\right)^2$ و $b = \frac{6\times10^3\times3\times10^{-5}}{36\times10^6}$

1. اكتب العدد a على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. أعط الكتابة العلمية و الكتابة العشرية للعدد b.

التمرين الثاني :

لتكن العبارة $A = (x-2)(3x-5) + 9x^2 - 25$

1. انشر و بسط العبارة A.
2. حلل $9x^2 - 25$ إلى جداء عاملين، ثمّ استنتج تحليلا للعبارة A.
3. حل المعادلة : $(3x-5)(4x+3) = 0$.

التمرين الثالث :

$A\hat{B}C$ زاوية حادة حيث : $\sin \hat{B} = 0{,}6$.

1. احسب $\cos \hat{B}$ ثمّ $\tan \hat{B}$.
2. استنتج قيس الزاوية $A\hat{B}C$ (مدوّر إلى الدرجة).

التمرين الرابع :

$ABCD$ متوازي أضلاع. (C) دائرة قطرها $[AB]$ ، M نقطة من هذه الدائرة حيث : $AM < MB$.

1. أ. أنشئ النقطة R صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.
   ب. بيّن طبيعة المثلث BRM.
2. أ. علّم النقطة K حيث $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BK}$.
   ب. بيّن أنّ الرباعي $AMBK$ مستطيل.
   ج. بيّن أنّ المثلث RMK متساوي الساقين.

المسألة :

قرّر أمين أن يقوم برحلة سياحية ، فقصد الوكالتين اللتين تقترحان التسعيرتين التاليتين :

التسعيرة الأولى : 150 DA يوميا.

التسعيرة الثانية : تفرض اشتراكا مسبّقا قدره 240 DA و كل يوم من الرحلة تقدر تكلفته بـ 120 DA.

1. أنقل الجدول على ورقة الإجابة ثمّ أكمله.

عدد الأيام	5	8	15	18
التسعيرة 1 (DA)		1200		
التسعيرة 2 (DA)			2040	

2. ليكن x عدد أيام الرحلة التي قضاها أمين ، y_1 المبلغ حسب التسعيرة الأولى و y_2 المبلغ حسب التسعيرة الثانية. عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x.
3. نضع : $f(x) = 150\,x$ و $g(x) = 120\,x + 240$

أ. أنشئ في معلم متعامد و متجانس المستقيمين (Δ) و (Δ') الممثلين للدالتين f و g على الترتيب. (سلم الرسم : $1\ cm$ على محور الفواصل يمثّل يوما واحدا و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثّل 100 DA).

ب. حدد بيانيا قيمة x التي تجعل التسعيرتين متساويتين ، ثمّ تأكد من جوابك بالحساب.

ج. استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

* * *

النجاح ليس مفتاح السعادة

بل السعادة هي مفتاح النجاح

الموضوع السابع

التمرين الأول :

A و B عددان حقيقيان حيث : $A = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ، $B = 2\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$

1. اكتب العدد A على شكل كسر مقامه عدد ناطق.
2. اكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{2}$ ، حيث a عدد طبيعي.
3. بيّن أنّ B = 15 A.

التمرين الثاني :

1. بيّن أنّ : $(7x-3)(x-3) = 7x^2 - 24x + 9$.
2. حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث :
   $A = (x-3) + 7x^2 - 24x + 9$.
3. حل المعادلة : $(x-3)(7x-2) = 0$.

التمرين الثالث :

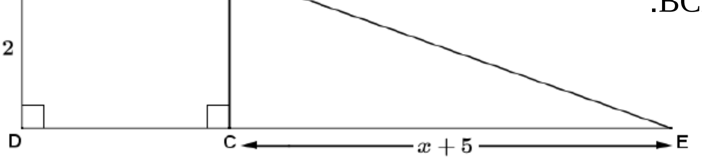
ABC مثلث قائم في A حيث : AB = 4,8 *cm* ، BC = 6 *cm*.

1. احسب الطول AC.
2. E نقطة من [BC] حيث BE = 2 *cm* و F نقطة من [AB] حيث BF = 1,6 *cm*.
   أ. بين أن (EF) // (AC).
   ب. احسب الطول EF.

التمرين الرابع :

تمعّن جيدا في الشكل التالي.

عيّن قيم *x* التي من أجلها تكون مساحة المستطيل ABCD أكبر من مساحة المثلث BCE.



المسألة :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$.

1. علم النقط A(3 ; 7) ، B(3 ; -3) ، C(-1 ; -1).
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC.
3. بين أن المثلث ABC قائم في C.
4. لتكن النقطة M مركز الدائرة $(\mathscr{C})$ المحيطة بالمثلث ABC.
   - أ. احسب إحداثيتي النقطة M.
   - ب. احسب طول نصف قطر الدائرة $(\mathscr{C})$.
   - ج. هل النقطة E(-1 ; 5) تنتمي الدائرة (C)؟ برر.
5. أنشئ النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.
   - أ. عيّن إحداثيتي النقطة D (مع تبرير الحسابات).
   - ب. ما طبيعة الرباعي ABCD ؟ برر إجابتك.
   - ج. احسب إحداثيتي النقطة I مركز تناظر الرباعي ABCD.

* * *

لكي تتفادى الانتقادات

لا تفعل شيئا

ولا تقل شيئا

وكن لا شيء

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

اقتسم محمد و أمين مبلغا قدره 1300 DA. إذا كان الفرق بين ضعف ما أخذه محمد و ثلاثة أمثال ما أخذه أمين هو 100 DA ، فما هي حصة كل واحد منهما ؟

* * *

التمرين الثاني :

لتكن f دالة تآلفية حيث : $f(2) = 5$ و $f(1) = 3$.

1. احسب المعاملين a و b ، ثمّ استنتج العبارة الجبرية للدالة f.
2. احسب العدد t بحيث : $f(t\text{-}1) = 5$.

* * *

التمرين الثالث :

وحدة الطول هي السنتيمتر. المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O\,,\vec{i}\,,\vec{j})$.

1. علم النقط $A(-1\,;\,1)$ ، $B(3\,;\,3)$ ، $C(1\,;\,-3)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC.
3. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
4. أنشئ النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$. ما نوع الرباعي ABCD ؟ علل.
5. عين صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A و زاويته 90° في الاتجاه السالب.

* * *

التمرين الرابع :

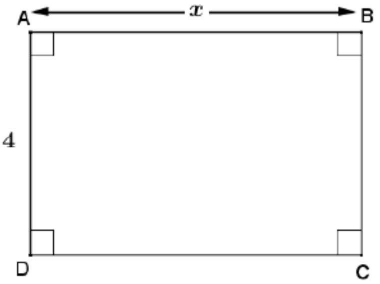
ABC مثلث حيث : $AB = 3x$ ، $AC = 5x - 2$ ، $BC = 4x + 2$

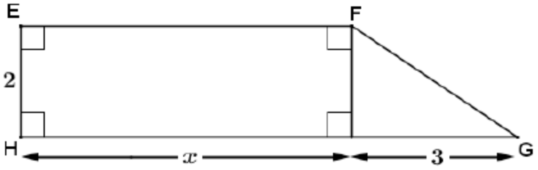
1. احسب كلا من : AB^2 ، AC^2 و BC^2.
2. احسب قيمة x التي من أجلها يكون المثلث ABC قائما في A.
3. احسب مساحة المثلث ABC من أجل $x = 2$.

* * *

المسألة :

إليك الشكلين التاليين.





1. عبّر عن $\mathscr{A}_1$ مساحة المستطيل ABCD بدلالة x.
2. عبّر عن $\mathscr{A}_2$ مساحة شبه المنحرف EFGH بدلالة x.
3. في المستوي المزوّد بمعلم متعامد و متجانس ، أرسم : (d) بيان الدالة f حيث : $f(x) = 4x$ ، و (d') بيان الدالة g حيث : $g(x) = 2x + 3$.
4. أ. احسب $\mathscr{A}_1$ من أجل $x = 3$.
   ب. جد بيانيا هذه النتيجة مع تحديد الخطوط اللازمة.
5. أ. إذا كانت $\mathscr{A}_2 = 15\ cm^2$ ، أوجد قيمة x.
   ب. جد بيانيا هذه النتيجة مع تحديد الخطوط اللازمة.
6. أ. حل بيانيا المعادلة $4x = 2x + 3$.
   ب. حل المعادلة $4x = 2x + 3$.
   ج. كيف تفسر نتيجة السؤال السابق للمستطيل ABCD و شبه المنحرف EFGH ؟

* * *

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

ABCD و ACED هما متوازيا أضلاع. النقطة F نظيرة A بالنسبة إلى C و النقطة G نظيرة D بالنسبة إلى C.

1. أرسم شكلا يترجم هذه المعلومات.
2. برهن أنّ : $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CA}$.
3. عيّن من الشكل مثلثين هما صورتا للمثلث ABC بانسحابين يُطلب تعيين شعاع كل منهما.

التمرين الثاني :

52 DA يمثل 13 % من سعر لعبة.

1. ما هو سعر هذه اللعبة ؟
2. إذا انخفض السعر بـ 7 % ، فما هو السعر الجديد ؟
3. إذا ارتفع السعر الجديد بـ 7 % ، هل نحصل على السعر الأصلي لهذه اللعبة ؟ برّر إجابتك.

التمرين الثالث :

1. عيّن الدالة التآلفية f حيث : $f(2) = 1$ و $f(0) = -3$.
2. عيّن العددين x و y بحيث تنتمي النقطتان $A(x ; 2)$ و $B(1 ; y)$ إلى المستقيم (d) بيان الدالة f .
3. أرسم المستقيم (d) في معلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

التمرين الرابع :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j})$.

1. علم النقط $A(2 ; 3)$ ، $B(1 ; 6)$ ، $C(-4 ; 1)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC ، ثمّ بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
3. احسب $\tan A\hat{C}B$ ، ثمّ استنتج قيس الزاوية $A\hat{C}B$ مدوّر إلى الدرجة.

المسألة :

يقيم محسن في مدينة الجزائر بينما يقيم صديقه وائل على بعد 600 كم من الجزائر. انطلق الصديقان أحدهما في اتجاه الآخر على الساعة السادسة صباحا ، حيث يتحرك محسن بسرعة $75\ Km/h$ و يتحرك وائل بسرعة $60\ Km/h$. نرمز بـ x (بالساعات) إلى الوقت المستغرق بدءا من الساعة السادسة صباحا.

على الساعة السادسة ، يكون $x = 0$ و بعد السير ساعة واحدة (أي $x = 1$) يكون محسن على بعد $75\ Km$ عن الجزائر بينما يكون وائل على بعد $540\ Km$ (أي $600 – 60$) عن الجزائر.

1. على أيّ بُعد عن العاصمة يكون محسن لمّا : $x = 5$ ؟ لمّا $x = 8$ ؟
2. على أيّ بُعد عن العاصمة يكون وائل لمّا : $x = 5$ ؟ لمّا $x = 8$ ؟
3. عبّر بدلالة x عن المسافة التي تفصل كل من محسن و وائل عن العاصمة.
4. تُعطى الدالتان f و g حيث : $f(x) = 75x$ و $g(x) = 600 – 60x$.

أتمم الجدول التالي :

x	0	1	5	8
$f(x)$				
$g(x)$				

5. أنشئ في معلم متعامد و متجانس المستقيمين (Δ) و (Δ') الممثلين للدالتين f و g على الترتيب. ($1\ cm$ على محور الفواصل يمثّل ساعة واحدة و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثّل $100\ Km$).
6. حدد بيانيا مكان وزمن التقاء الصديقين.
7. تحقّق حسابيا من نتائج السؤال السابق.

* * *

للعقول العظيمة هدف

وللعقول الأخرى أمنيات فقط

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

لتكن العبارة A حيث : $A = 2(x-3)(x+1)$.

1. بيّن أنّ : $A = 2x^2 - 4x - 6$.
2. احسب قيمة A من أجل $x = -1$.
3. حلل العبارة E حيث : $E = x^2 - 2x - 3 + (5x+2)(x-3)$.
4. حلّ المعادلة : $(x-3)(6x+3) = 0$.

* * *

التمرين الثاني :

مساحة مستطيل هي $2366\ cm^2$ ، عرضه يساوي $\frac{7}{8}$ طوله.

احسب طول و عرض هذا المستطيل.

* * *

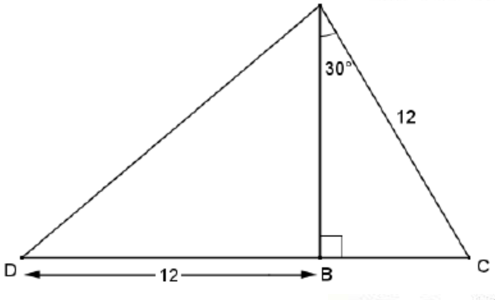
التمرين الثالث :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط A(-1 ; -1) ، B(-3 ; 1) ، C(3 ; 3).
2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
3. احسب إحداثيتي D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع ، ثمّ علّمها.
4. بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.
5. استنتج إحداثيتي M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

* * *

التمرين الرابع :



لديك الشكل المقابل :

1. بيّن أنّ $BC = 6\ cm$.
2. أعط القيمة المضبوطة للطول AB.
3. احسب قيس الزاوية $\widehat{ADB}$

(تُعطى النتيجة مدوّرة إلى الوحدة).

* * *

المسألة :

يقترح مركز للاستشفاء بالمياه المعدنية على زبائنه التسعيرتين التاليتين :
التسعيرة A : 200 DA لكل حصة.
التسعيرة B : شراء بطاقة اشتراك شهرية بسعر 600 DA يستفيد بموجبها الزبون من تخفيض قدره 30 % على كل حصة.

1. احسب قيمة التخفيض على كل حصة.
2. أنقل و أتمم الجدول التالي :

عدد الحصص في الشهر	3		
المبلغ المدفوع بالتسعيرة A		2200	
المبلغ المدفوع بالتسعيرة B			1300

3. ما هي أفضل تسعيرة لزبون يريد حضور 12 حصة في الشهر ؟
4. ليكن x عدد الحصص ، P_1 المبلغ المدفوع بالتسعيرة A و P_2 المبلغ المدفوع بالتسعيرة B.
   - أ. عبّر عن P_1 و P_2 بدلالة x.
   - ب. حلّ المعادلة : $200\ x = 140\ x + 600$.
5. نضع : $f(x) = 200\ x$ و $g(x) = 140\ x + 600$
   - أ. أنشئ في معلم متعامد و متجانس المستقيمين (Δ) و (Δ') الممثلين للدالتين f و g على الترتيب. (سلم الرسم : 1 cm على محور الفواصل يمثّل حصة واحدة و 1 cm على محور التراتيب يمثّل 200 DA).
   - ب. باستعمال التمثيل البياني عيّن أكبر عدد من الحصص التي يمكن لأحد الزبائن حضورها إذا كان معه 1600 DA.
   - ج. تأكد من النتيجة السابقة حسابيا.

* * *

اعتبارات

الفصل

الثالث

بقدر الكدّ تكتسب المعالي
ومن طلب العلا سهر الليالي
ومن طلب العلا من غير كدّ
أضاع العمر في طلب المحال

الموضوع الأول

التمرين الأول :

المعدلات الفصلية لتلاميذ قسم كانت كالتالي :

$16 \leq M < 20$	$12 \leq M < 16$	$8 \leq M < 12$	$4 \leq M < 8$	$0 \leq M < 4$	**المعدل M (فئات)**
25	**20**	**14**	**6**	**1**	**التكرارات المجمعة المتزايدة**

1. ما هو عدد تلاميذ القسم ؟
2. احسب معدل القسم (الوسط الحسابي المتوازن).
3. ما هي الفئة الوسيطية ؟

* * *

التمرين الثاني :

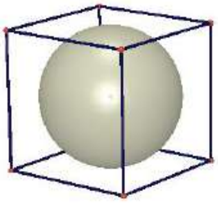
للدخول إلى حديقة الحيوانات دفعت العائلة A المكونة من 4 أشخاص كبار و3 أطفال 206 DA، و دفعت العائلة B المكونة من شخصين كبيرين و طفلين 114 DA. كم ستدفع العائلة C المكونة من 3 أشخاص كبار و طفلين ؟

* * *

التمرين الثالث :

ABC مثلث كيفي.

1. أرسم المستقيم (Δ) الذي يشمل C ويوازي (AB) ومنصف الزاوية $\widehat{BAC}$ الذي يقطع (BC) في النقطة I ويقطع (Δ) في النقطة E.
2. بيّن أنّ المثلث ACE متساوي الساقين.
3. بيّن أنّ : $\frac{AB}{AC} = \frac{IB}{IC}$.

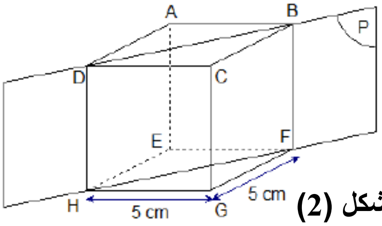


الشكل (1)

* * *

التمرين الرابع :

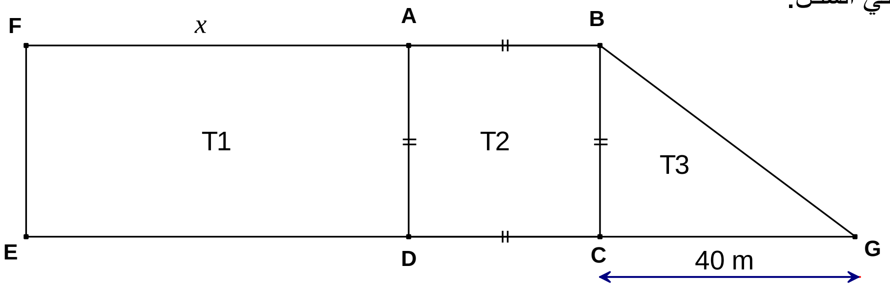
1. نضع كرة داخل مكعب طول ضلعه R بحيث تمس الكرة كل وجه من المكعب كما هو مبين في الشكل (1).
   - أ. احسب نصف قطر الكرة علما أن حجم المكعب هو $125\ cm^3$.
   - ب. كيف يصبح حجم هذا المكعب إذا صغرناه بالسلم $\frac{1}{2}$.
2. المكعب ABCDEFGH مقطوع بمستو (P)
3. مواز للحرف [AE] و مار من النقطتين H و B
4. كما هو مبين في الشكل (2).
5. ما طبيعة المقطع DBFH ؟ احسب مساحته.



الشكل (2)

المسألة :

قطعة أرض FBGE شكلها شبه منحرف مقسمة إلى ثلاث قطع T1 ،T2 ، T3 كما هو مبين في الشكل.



اشترى محمد قطعة أرض ABCD مربعة الشكل بسعر 9.000.000 DA حيث يبلغ سعر المتر المربع 10.000 DA واشترى علي قطعة أرض BCG مثلثة الشكل بسعر12.000 DA للمتر المربع.

1. احسب مساحة القطعة المربعة ABCD ثم طول القطعة [AB].
2. احسب مساحة القطعة التي اشتراها علي. ما هو المبلغ الذي دفعه ؟
3. عبّر بدلالة x عن المساحة $f\,(x)$ للمستطيل EFAD.
4. عبّر بدلالة x عن المساحة $g\,(x)$ للمستطيل FBCE.
5. في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ مثل كلا من الدالتين f و g.

خذ $1\ cm$ على محور الفواصل يمثل $10\ m$ ؛ $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $300\ m^2$.

6. بقراءة بيانية :
   - أ. عيّن طول الضلع x حتى تكون المساحة $f\,(x)$ تساوي $600\ m^2$.
   - ب. عيّن المساحة $g\,(x)$ من أجل $x = 30\ m$.
7. عيّن قيمة x بحيث تكون مساحة المستطيل EFAD تساوي ثلثي مساحة المستطيل FBCE.
8. إذا افترضنا أن المساحة الحقيقية للمستطيل EFAD هي$1800\ m^2$. أوجد مساحته على مخطط مقياسه $\frac{1}{200}$.

* * *

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

x و y عددان حيث : $y = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$

1. اجعل مقام العدد x عددا ناطقا.
2. احسب العدد z حيث : $z = 2y - 5x$ ، ثم اعط القيمة المقربة للعدد z بتقريب 10^{-2} بالنقصان.

* * *

التمرين الثاني :

من بين السلاسل الإحصائية التالية :

A : 0 , 9 , 11 , 12 , 16 ; B : 3 , 8 , 11 , 17 , 19 ; C : 11 , 7 , 18 , 2 , 15

أوجد السلسلة الإحصائية الموافقة للمعطيات التالية (مع التعليل) : المدى : 16 ، الوسيط : 11 ، الوسط : 10,6.

* * *

التمرين الثالث :

يملك فلاح مجموعة من الأرانب والدجاج ، إذا عدّ الرؤوس وجد 16 وإذا عدّ الأرجل وجد 42

1. عبّر عن هذه الوضعية بجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.
2. ما هو عدد الدجاج وعدد الأرانب ؟

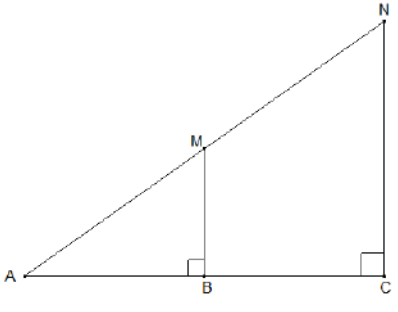
* * *

التمرين الرابع :

إليك الشكل التالي حيث وحدة الطول هي *cm*.

AB = 6 ; AC = 10 ; MB = 2

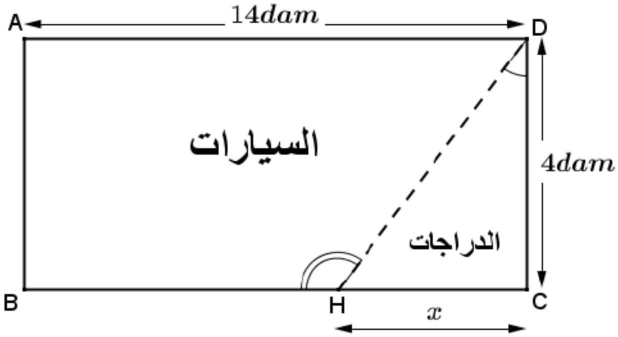
احسب الطولين NC و AM.



* * *

المسألة :

قام رئيس بلدية باختيار قطعة أرض مستطيلة الشكل من أجل تهيئتها إلى مساحتين لوقوف السيارات ① والأخرى للدراجات النارية ② حسب الشكل الموالي.



الجزء الأول :

نعتبر في هذا الجزء أنّ $x = 3\ dam$.

1. ما هو طول الحاجز DH ؟
2. احسب القيمة التقريبية إلى الدرجة للزاويتين $\widehat{HDC}$ و $\widehat{DHB}$.

الجزء الثاني :

في هذا الجزء نعتبر $HC = x$.

1. عبّر بدلالة x عن $g(x)$ المساحة المخصصة للدراجات النارية.
2. عبّر بدلالة x عن $f(x)$ المساحة المخصصة للسيارات.
3. اكمل الجدول التالي :

x	0	5		
$g(x)$		10	20	8
$f(x)$	56		36	

4. أنشئ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 2x$ والمستقيم (Δ') الذي معادلته $y = 56 - 2x$ في معلم متعامد و متجانس $(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$.

نأخذ على محور الفواصل $1\ cm$ لكل $10\ dam$ وعلى محور التراتيب $1\ cm$ لكل $10\ dam^2$.

5. أ. أوجد قيمة x التي من أجلها تكون المساحة $f(x)$ أقل من $36\ dam^2$.
   ب. حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$. ماذا يعني هذا الحلّ ؟
   ج. عيّن على التمثيل البياني إحداثيتي النقطة التي تجعل هذا الحلّ صحيحا.

* * *

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

1. حلّ الجملة التالية :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 210 \\ x - y = 15 \end{cases}$$

2. محيط مستطيل طوله x و عرضه y هو $210\ m$. أوجد طوله و عرضه إذا علمت أنّ الفرق بينهما هو $15\ m$.

* * *

التمرين الثاني :

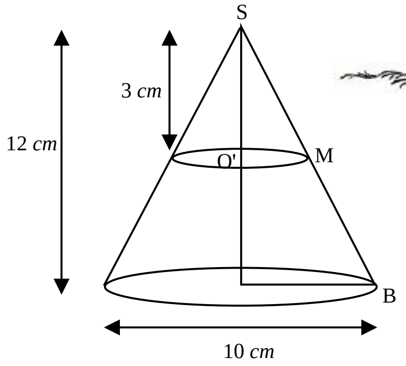
إليك نقاط تلاميذ قسم السنة الرابعة في اختبار لمادة الرياضيات :

6 ، 7 ، 10 ، 15 ، 12 ، 16 ، 7 ، 9 ، 10 ، 12 ، 16 ، 18 ، 7 ، 8 ، 7 ، 10 ، 12 ، 15 ، 16 ، 8 ، 8 ، 9 ، 10 ، 16 ، 10 ، 8 ، 16 ، 16.

1. نظّم هذه المعطيات في جدول.
2. احسب التكرار المجمّع المتزايد.
3. أوجد وسيط و مدى هذه السلسلة الإحصائية.

* * *

التمرين الثالث :



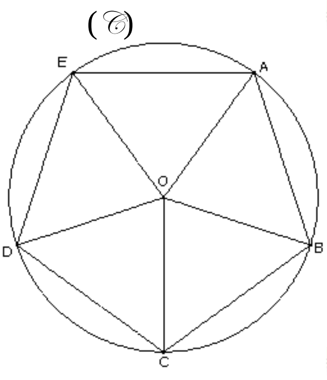
الشكل المقابل يمثل مخروط الدوران.

1. احسب طول عامد المخروط.
2. احسب حجم هذا المخروط.
3. نريد الحصول على مخروط مصغّر مركز قاعدته 'O تبعد عن النقطة S بـ $3\ cm$.

احسب نصف قطر قاعدة المخروط المصغّر.

* * *

التمرين الرابع :



ABCDE خماسي منتظم مركزه O.

($\mathscr{C}$) الدائرة المحيطة به نصف قطرها $3\ cm$.

1. أعد رسم الشكل المقابل.
2. احسب قيس الزاويتين $A\hat{O}E$ و $A\hat{D}E$.
3. ما هي صورة المثلث AOB بالدوران الذي مركزه O و زاويته 144° بالاتجاه السالب.

* * *

المسألة :

ABC مثلث قائم في A حيث : AB = 9 *cm* ، AC = 6 *cm* . D نقطة من [AC] حيث : $AD = \frac{1}{3}AC$ ، E نقطة من [AB] حيث (BC) // (DE).

1. أرسم الشكل بأطواله الحقيقية.
2. احسب الطول BC (أعط النتيجة مدوّرة إلى الجزء من 10).
3. بيّن أن AE = 3 *cm*.
4. F نقطة من [AC] حيث AF = 4 *cm* ، G نقطة من [AB] حيث AG = 6 *cm*.
   أرسم [FG] ثمّ برهن أنّ (BC) // (FG).
5. ليكن ($\mathscr{C}_1$) المخروط الناتج عن دوران المثلث ABC حول المستقيم (AB).
   - أ. احسب $\mathscr{A}_1$ مساحة قاعدة المخروط ($\mathscr{C}_1$) بدلالة π.
   - ب. احسب $\mathscr{V}_1$ حجم ($\mathscr{C}_1$) بدلالة π.
6. بالدوران حول المستقيم (AB) يصنع المثلث AED مخروطا ($\mathscr{C}_2$) حجمه $\mathscr{V}_2$ ، حيث ($\mathscr{C}_2$) هو تصغير لـ ($\mathscr{C}_1$).
   - أ. ما هو معامل التصغير k ؟
   - ب. عبّر عن $\mathscr{V}_2$ بدلالة $\mathscr{V}_1$ ، ثمّ استنتج $\mathscr{V}_2$ بدلالة π.

* * *

النجاح : عملٌ وجدٌّ وصبرٌ وتضحيةٌ

فاعمل واجتهد واصبر

لتحقق النجاح والطموح

الموضوع الرابع

التمرين الأول :

لتكن الأعداد الحقيقية التالية : $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)$ ؛ $B = \sqrt{48} - \sqrt{12} - 1$ ؛

$C = 4\sqrt{3} - 2$

1. اكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. بيّن أنّ $B = 2\sqrt{3} - 1$.
3. احسب B × C.

* * *

التمرين الثاني :

لدى محمد 14 قطعة نقدية من فئتي 5 DA و 10 DA.
احسب عدد القطع من كل فئة ، علما أنّ المبلغ الإجمالي لهذه القطع هو 75 DA.

* * *

التمرين الثالث :

لتكن السلسلة الإحصائية ذات القيم التالية : 2 ، 6 ، 6 ، 4 ، 1 ، 1 ، 2 ، 6.

1. رتِّب هذه القيم في جدول به تكرار كل قيمة و التكرار المجمع المتزايد.
2. احسب وسيط هذه السلسلة الإحصائية ثمّ النسبة المئوية للقيمة 1.

* * *

التمرين الرابع :

نعتبر المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط A(6 ; 4) ، B(9 ; 7) ، C(11 ; 5).
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC ، ثمّ اثبت أنّ المثلث ABC قائم في B.
3. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A و زاويته 90° بالاتجاه السالب.
حدّد إحداثيات نقط صور هذا المثلث.

* * *

المسألة :

الجزء I :

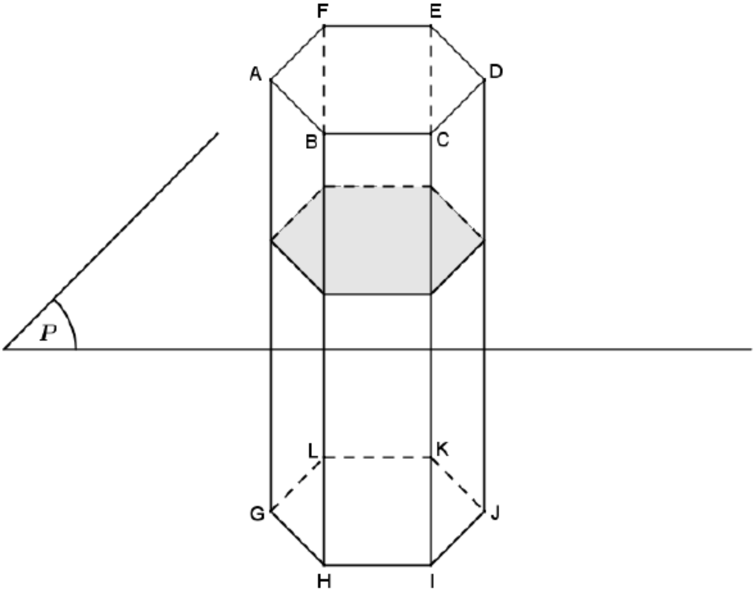
لفلاح حقل على شكل سداسي منتظم طول ضلعه $x\ m$. أحاطه بسياج بعد وضع أعمدة متساوية البعد فيما بينها و ترك مدخلا عرضه $2\ m$.

1. أ. عبِّر عن $\mathrm{F}(x)$ محيط الحقل.
   ب. عبِّر عن $\mathrm{G}(x)$ طول السياج المستعمل.
2. مثّل بيانيا الدالتين F و G في معلم متعامد و متجانس $(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$. ($1\ cm$ يمثل $1\ m$ على محور الفواصل و $1\ cm$ يمثل $2\ m$ على محور التراتيب).
3. أ. بقراءة بيانية أوجد كلا من محيط الحقل و طول السياج إذا كان طول الضلع $4\ m$.
   ب. إذا كان $x = 40\ m$ و عدد الأعمدة هو 119. أوجد المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين.

الجزء II :

المجسّم ABCDEFGHIJKL موشور قائم قاعدته سداسي منتظم و ارتفاعه $3\ m$.

1. احسب حجم هذا الموشور القائم إذا علمت أنّ مساحة قاعدته هي $4160\ m^2$.
2. كيف يصبح حجمه بعد تصغيره إلى الربع ؟
3. نقطع هذا المجسّم بالمستوي (P) الموازي لقاعدته.
   - ما هي طبيعة هذا المقطع وما هي مساحته ؟



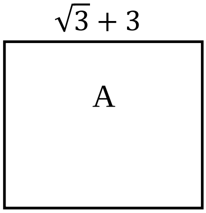
الموضوع الخامس

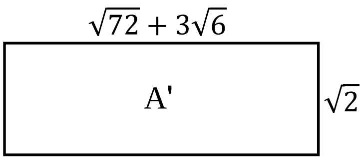
التمرين الأول :

1. احسب PGCD (675 , 375).
2. اكتب الكسر $\frac{675}{375}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين الثاني :

إليك الشكل المقابل :





1. احسب A مساحة المربع (مع تبسيط النتيجة).
2. احسب 'A مساحة المستطيل.
3. تحقق أنّ A = A'.

التمرين الثالث :

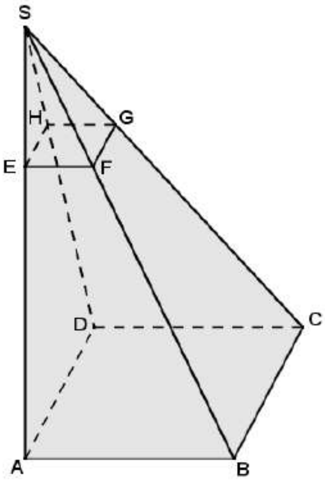
أرادت مؤسسة تربوية تجديد قواميس و موسوعات مكتبتها. في الفصل الأول تمّ شراء قاموس واحد و موسوعتين بمبلغ 1790 دينار ، و في الفصل الثاني تمّ شراء أربعة قواميس و موسوعة واحدة بمبلغ 2610 دينار. إذا علمت أن كل القواميس لها نفس السعر و كل الموسوعات لها نفس السعر ، ما هو ثمن القاموس الواحد و ما هو ثمن الموسوعة الواحدة ؟

التمرين الرابع :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$.

1. علّم النقط A(-3 ; 4) ، B(1 ; -3) ، C(3 ; 1).
2. أوجد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB).
3. احسب الأطوال AB ، AC و BC ، ثمّ استنتج أنّ المثلث ABC قائم في C.
4. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$.
5. أنشئ النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ، ثمّ احسب إحداثيتيها.
6. استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ مع التعليل.

المسألة :



I- صنع نجّار صناديق على شكل هرم قاعدته مربع طول ضلع قاعدته $9\ cm$ و ارتفاعه $12\ cm$ كما هو مبيّن في الشكل حيث المثلث SAB قائم في A.

لفتح هذا الصناديق قرّر النّجّار إنجاز مقطع موازي للقاعدة في كل صندوق كما هو مبيّن في الشكل حيث EFGH هو تقاطع الهرم SABCD مع المستوي الموازي لقاعدته بحيث $SE = 3\ cm$.

1. احسب EF و SB.
2. أ. احسب حجم الهرم SABCD.
   ب. أوجد معامل التصغير الذي يسمح لنا بتصغير الهرم SABCD إلى الهرم SEFGH.
   ج. استنتج حجم الهرم SEFGH.

II- وضع النّجّار صيغتين لبيع هذه الصناديق.

الصيغة الأولى : يبيع الصندوق الواحد بـ 300 DA.

الصيغة الثانية : يبيع بالجملة بسعر 150 DA للصندوق الواحد زائد 900 DA تكلفة النقل.

1. أ. أتمم الجدول التالي.

عدد الصناديق	4	8	10	14
ثمن البيع بالصيغة (1)				
ثمن البيع بالصيغة (2)				

ب. ليكن P(A) ثمن البيع بالصيغة الأولى ، P(B) ثمن البيع بالصيغة الثانية و x عدد الصناديق. عبِّر عن P(A) و P(B) بدلالة x.

2. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   أ. مثِّل بيانيا الدالتين f و g حيث : $f(x) = 300x$ و $g(x) = 150x + 900$ ($1\ cm$ يمثل صندوقين على محور الفواصل و $1\ cm$ يمثل 200 دينار على محور التراتيب).
   ب. حدّد بيانيا ابتداءً من أيّ عدد الصناديق تصبح الصيغة الثانية أفضل له من الصيغة الأولى ، ثمّ تحقق من النتيجة حسابيا بحل متراجحة.

* * *

الموضوع السادس

التمرين الأول :

سجّل فريق المتوسطة في مسابقة رمي الجلة النتائج التالية :

$10 \leq L < 12$	$8 \leq L < 10$	$6 \leq L < 8$	$4 \leq L < 6$	**طول الرمية (m)**
5	7		3	**التكرار**
		9		**التكرارات المجمعة الصاعدة**
				مراكز الفئات

1. أتمم الجدول.
2. كم تلميذا شارك في المسابقة ؟
3. احسب الوسط الحسابي لطول الرمية.

* * *

التمرين الثاني :

1. حلّ الجملة التالية :

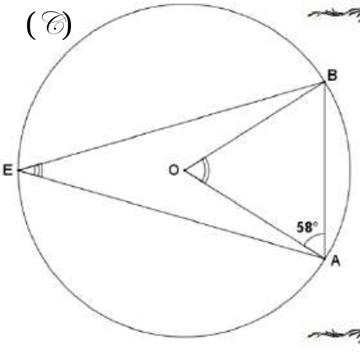
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5,5 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$$

2. ليكن a و b قيسي زاويتين حادتين بالدرجات حيث :

$$\begin{cases} 3\cos a + 4\tan b = 5,5 \\ 6\cos a - 2\tan b = 1 \end{cases}$$

باستعمال نتيجة السؤال (1) استنتج $\cos a$ و $\tan b$ ، ثمّ أوجد باستعمال الآلة الحاسبة قيمة كل من a و b بالدرجات.

* * *



التمرين الثالث :

لديك في الشكل المقابل دائرة ($\mathscr{C}$) مركزها O.

A ، B ، E ثلاث نقط من ($\mathscr{C}$) حيث : $O\hat{A}B = 58°$.

احسب قيس الزاويتين $B\hat{O}A$ و $A\hat{E}B$.

* * *

التمرين الرابع :

$(O , \vec{i} , \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط A(3 ; 1) ، B(2 ; -2) ، C(-6 ; 4).
2. بيّن أنّ $AC = 3\sqrt{10}$.
3. إذا علمت أنّ $AB = \sqrt{10}$ و BC = 10 ؛ بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A.
4. أوجد إحداثيتي النقطة D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

* * *

المسألة :

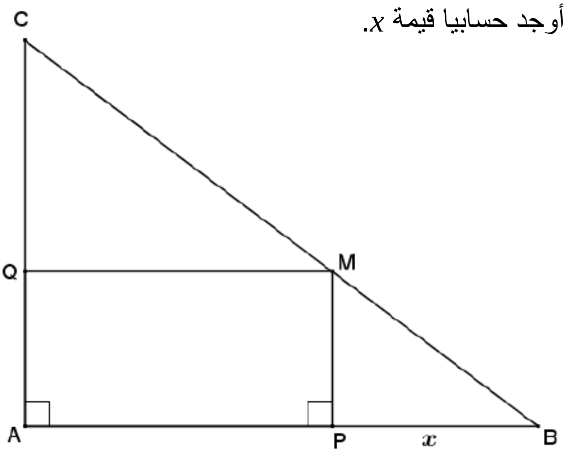
ABC مثلث قائم في A حيث : AB = 4 *cm* و AC = 3 *cm*. M نقطة من [BC] و P نقطة من [AB] بحيث يكون الرباعي APMQ مستطيلا.

I- لدينا BP = x *cm*.

1. بيّن أنّ : $PM = \frac{3}{4}x$.
2. بيّن أنّ محيط المستطيل APMQ هو $8 - \frac{x}{2}$.
3. احسب x إذا علمت أنّ محيط المستطيل APMQ يساوي 7 *cm*.

II- 1. احسب الطول BC.

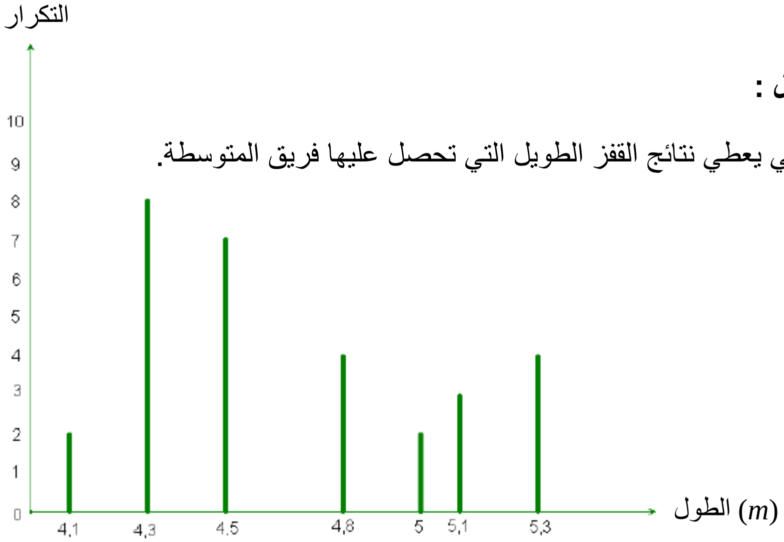
2. احسب بدلالة x محيط المثلث BPM علما أنّ : $BM = \frac{5}{4}x$.
3. في معلم متعامد و متجانس ، مثّل بيانيا الدالتين $f(x) = 8 - \frac{x}{2}$ و $g(x) = 3x$.
   - أ. عيّن بيانيا قيمة x التقريبية لكي يكون للمثلث PBM و المستطيل APMQ نفس المحيط.
   - ب. أوجد حسابيا قيمة x.



الموضوع السابع

التمرين الأول :

المخطط الآتي يعطي نتائج القفز الطويل التي تحصل عليها فريق المتوسطة.



1. أتمم الجدول التالي.

5,3	5,1	5	4,8	4,5	4,3	4,1	الطول (m)
							التكرار
							التواتر

2. كم تلميذ شارك في المسابقة ؟
3. أعط وسيط هذه السلسة.
4. احسب المتوسط الحسابي للقفزة.
5. مثل نتائج القفز بمخطط دائري نصف قطره $4\ cm$.

* * *

التمرين الثاني :

حلّ المتراجحة التالية ، ثمّ مثّل بيانيا مجموعة حلولها : $3x - \frac{x+1}{3} \leq -\frac{12}{5}x + 1$.

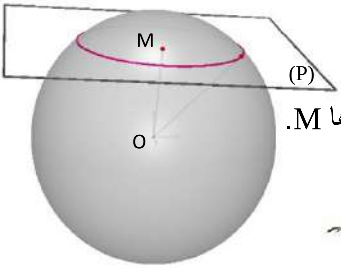
* * *

التمرين الثالث :

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$.

1. علم النقط A(-2 ; 5) ، B(3 ; 1) ، C(-1 ; -4).
2. احسب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$.
3. عيّن إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

التمرين الرابع :



كرة مركزها O و نصف قطرها 15 cm قطعناها بمستو (P) يبعد عن المركز O بـ 9 cm ، فتحصلنا على دائرة مقطع مركزها M.
احسب مساحة قرص المقطع.

المسألة :

ABCD مستطيل حيث : AD = 4 cm ، AB = 6 cm. M نقطة من [BC] و N نقطة من [CD] حيث : BM = 2 cm ، CN = 2 cm.

1. احسب الطول AM و اكتب النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$.
2. أثبت أنّ مساحة الرباعي AMCN تساوي 10 cm^2.
3. النقطتان M و N يمكنهما التحرك بانتظام على القطعتين [BC] و [CD] حيث : $BM = CN = x$ و $0 \leq x \leq 4$.
   - أ. عبّر عن مساحة المثلث ABM بدلالة x.
   - ب. احسب الطول DN بدلالة x.
   - ج. أثبت أنّ مساحة المثلث ADN تساوي $- 2\ x + 12$.
4. في المستوي المزوّد بمعلم متعامد و متجانس ، مثّل بيانيا الدالتين f و g حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = -2x + 12$.
   - أ. احسب إحداثيتي R نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين السابقين.
   - ب. ما هي قيمة x التي تجعل مساحة المثلثين ABM و ADN متساويتين ؟
   - ج. من أجل قيمة x التي وُجدت في السؤال السابق ، احسب مساحة الرباعي AMCN.

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

ليكن العددان A و B حيث : $A = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$ ؛ $B = \frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)$.

1. احسب كلا من A و B و اكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. احسب A – B و A × B و بيّن أنّ : $\frac{1}{A^2} = 144$.

* * *

التمرين الثاني :

E عبارة جبرية حيث : $E = (2x + 1)^2 - (3x - 1)(2x + 1)$

1. انشر ثم بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين.
3. حل المعادلة : E = 0.

* * *

التمرين الثالث :

إليك التوزيع التكراري الآتي :

القيم	2	4	7	9
التكرار	5	3	4	3

1. أوجد وسط و وسيط هذه السلسة الإحصائية.
2. مثّل قيم هذه السلسة بمخطط دائري.

* * *

التمرين الرابع :

$(O, \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط $A(-1 ; 1)$ ، $B(3 ; 3)$ ، $C(1 ; -3)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC ، BC ، ثمّ بيّن نوع المثلث ABC بالبرهان.
3. احسب جبريا إحداثيي النقطة D إذا علمت أنّ الرباعي ABDC متوازي أضلاع.
4. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A و زاويته 90° في الاتجاه السالب.

* * *

المسألة :

جريدة الهداف الرياضية تقترح على قرائها طريقتين لاقتنائها :

الطريقة الأولى : 20 DA للجريدة الواحدة.

الطريقة الثانية : 15 DA للجريدة الواحدة زائد اشتراك سنوي قدره 150 DA.

1. إذا كان x هو عدد الجرائد المقتناة ، f ثمن الاقتناء بالطريقة الأولى و g ثمن الاقتناء بالطريقة الثانية. عبّر عن f و g بدلالة x.
2. احسب ثمن 10 جرائد و ثمن 50 جريدة حسب الطريقتين.
3. في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، أنشئ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) الممثلين الدالتين f و g (نأخذ على محور الفواصل 1 cm لكل 5 جرائد و على محور التراتيب 1 cm لكل 100 DA).
4. باستعمال التمثيل البياني حدّد أفضل طريق لاقتناء هذه الجريدة مع الشرح.
5. حل المتراجحة : $20x > 15x + 150$.

* * *

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

1. احسب (270 , 378) PGCD
2. أوجد الكسر غير القابل للاختزال للكسر $\frac{378}{270}$.

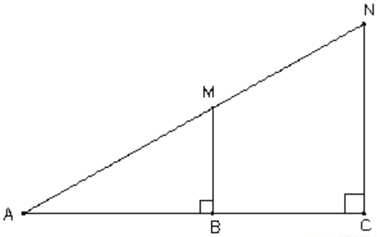
التمرين الثاني :

1. حلّ الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=43 \\ 3x+5y=163 \end{cases}$$

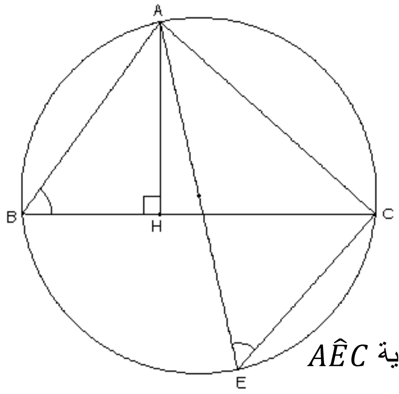
2. صنع نجّار نوعين من قطع الأثاث : القطعة الأولى تحتاج إلى $3Kg$ من الخشب والقطعة الثانية تحتاج إلى $5Kg$ من الخشب. استعمل النّجّار $163Kg$ من الخشب لصنع 43 قطعة أثاث. عيّن عدد قطع الأثاث المصنوع من كل نوع.

التمرين الثالث :



لدينا في الشكل المقابل : AB = 6 *cm* ،
AC = 10 *cm* ، MB = 2 *cm*.
احسب الطولين AM و NC.

التمرين الرابع :



A ، B ، C ثلاث نقط من الدائرة $(\mathscr{C})$ ،
H المسقط العمودي لـ A على [BC] حيث :
AH = 2,5 *cm* ، AB = 3 *cm*. (أنظر الشكل)

1. ما طبيعة المثلث ACE ؟ علّل.
2. بيّن أنّ الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{E}C$ متقايستان.
3. باستعمال المثلث ABH ، احسب $\sin A\hat{B}C$ بتقريب إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان ، ثمّ استنتج قيس الزاوية $A\hat{E}C$ (مقربة إلى الوحدة من الدرجة).

المسألة :

نادي رياضي يقترح على المنخرطين ثلاث تسعيرات.
التسعيرة A : 80 DA لكل حصة تدريبية ؛ التسعيرة B : شراء بطاقة اشتراك سنوية بـ 400 DA مع دفع 50 DA لكل حصة تدريبية ؛ التسعيرة C : شراء بطاقة اشتراك سنوية بـ 1600 DA للاستفادة من عدد غير محدود من الحصص التدريبية.
أسامة منخرط جديد في هذا النادي و يريد أن يختار أحسن تسعيرة.

عدد الحصص	10	18	25
الثمن بالتسعيرة A			
الثمن بالتسعيرة B			
الثمن بالتسعيرة C			

1. املأ الجدول المقابل.
2. ما هي أحسن تسعيرة لأسامة إذا أراد أن يقوم بـ 10 حصص.
3. ليكن x عدد الحصص التدريبية ، $f(x)$ الثمن بالتسعيرة A ، $g(x)$ الثمن بالتسعيرة B ، $h(x)$ الثمن بالتسعيرة C.
   - أ. عبّر عن $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x.
   - ب. حلّ المتراجحة $50x + 400 \leq 80x$. ماذا تمثل حلول هذه المتراجحة ؟
   - ج. أنشئ في معلم متعامد ومتجانس التمثيلات البيانية للدوال f ، g و h. ($1\ cm$ على محور الفواصل يمثل حصتين و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 100 DA).
   - د. حدّد بيانيا عدد الحصص التي من أجلها تكون التسعيرة C هي الأفضل.
   - ه. يريد أسامة ألا يدفع أكثر من 1300 DA لأنشطته. أعط من القراءة البيانية التسعيرة التي يجب أن يختارها ليقوم بأكبر عدد من الحصص التدريبية.

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

لتكن الأعداد الحقيقية التالية :

$$C=\sqrt{63}+2\sqrt{7}-5\sqrt{28}\ ؛\ B=\frac{16\times10^{-5}\times3\times10^{4}}{24\times10^{-3}}\ ؛\ A=\frac{5}{4}-\frac{2}{3}\times\frac{9}{16}$$

1. اكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. احسب العدد B ثمّ أعط النتيجة على شكل عدد طبيعي.
3. اكتب العدد C على شكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد طبيعي.

* * *

التمرين الثاني :

إليك العلامات (من 10) التي تحصّل عليها تلاميذ أحد الأقسام : 7 ، 3 ، 4 ، 9 ، 5 ، 7 ، 3 ، 5 ، 4 ، 7 ، 8 ، 6 ، 4 ، 8 ، 7 ، 6 ، 3 ، 5 ، 4 ، 9 ، 5 ، 3 ، 5 ، 6 ، 7 ، 4 ، 5 ، 8 ، 7 ، 2.

1. أتمم الجدول التالي (التواترات مدوّرة إلى الجزء من عشرة).

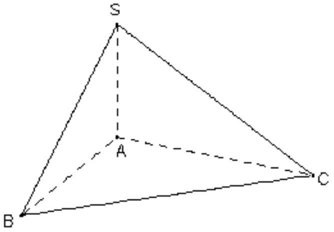
9	8	7	6	5	4	3	2	العلامة
								التكرار
								التكرار المجمّع المتزايد
								التواتر المجمّع المتزايد (%)

2. احسب الوسط الحسابي المتوازن و الوسيط لهذه السلسلة الإحصائية.

* * *

التمرين الثالث :

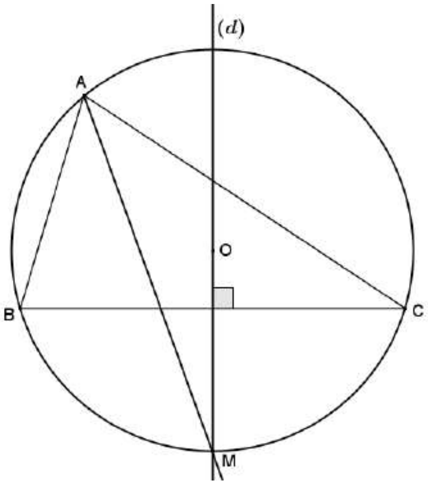
وحدة الطول هي السنتيمتر. SABC هرم قاعدته المثلث ABC. المثلثان ASC و ASB قائمان في A حيث :
BC = 6,8 ؛ AC = 6 ؛ AB = 3,2 ؛ AS = 6,5.



1. بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
2. احسب حجم هذا الهرم.

* * *

التمرين الرابع :



في الشكل المقابل ، المثلث ABC مرسوم في دائرة مركزها O.

المستقيم (d) هو محور [BC].

1. برهن أنّ [AM) منصف الزاوية $B\hat{A}C$.
2. قارن بين الزاويتين $B\hat{A}M$ و $B\hat{O}C$.

* * *

المسألة :

$(O\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath})$ معلم متعامد و متجانس.

تُعطى النقط A(6 ; 5) ، B(2 ; -3) ، C(-4 ; 0) ، و المستقيم (d) الذي معادلته : $y = 2\ x - 7$.

1. علم النقط A ، B ، C.
2. أثبت بالحساب أن المستقيم (d) يشمل النقطتين A و B ، ثمّ ارسم (d).
3. بيّن أنّ : $AB = 4\sqrt{5}$ ، $AC = 5\sqrt{5}$ ، $BC = 3\sqrt{5}$.
4. أ. برهن أن المثلث ABC قائم في B.

   ب. احسب نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ، ثمّ أوجد إحداثيي مركزها P.
5. لتكن M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$. احسب إحداثيي النقطة M وعيّن طبيعة الرباعي CBAM مع التعليل.
6. نعتبر الآن مخروط الدوران الذي نصف قطره OC و رأسه M. احسب حجم هذا المخروط ، ثمّ عيّن قيس زاوية السطح الجانبي.

* * *

امتحانات
شهادة
التعليم
المتوسط

النجاح والتفوق

=

1% إلهام وخيال

+

99% جهد واجتهاد

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2007

التمرين الأول : (03 نقاط)

ليكن العددان : $A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$ ؛ $B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

1. اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{2}$ ، حيث a عدد طبيعي.
2. بسّط العدد B ثمّ بيّن أنّ : $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$.

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1. انشر ثمّ بسط E.
2. حلل العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثمّ استنتج تحليل العبارة الجبرية E.
3. حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$.

* * *

التمرين الثالث : (2,5 نقطة)

1. حل الجملة :

$$\begin{cases} 4x + 5y = 105 \\ 6x + 4y = 112 \end{cases}$$

2. اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس وخمسة أقلام بمبلغ 105 DA واشترت مريم ثلاثة كراريس وقلمين بمبلغ 56 DA. أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.

* * *

التمرين الرابع : (3,5 نقطة)

1. أرسم المثلث ABC القائم في A حيث : AB = 4,5 *cm* ، BC = 7,5 *cm*.
2. احسب AC.
3. لتكن النقطة E من [AB] حيث : AB = 3 AE ، و D نقطة من [AC] حيث : $DC = \frac{2}{3}AC$.
   - عيّن على الشكل النقطتين E و D.
4. بيّن أنّ (DE) // (BC) ثمّ احسب DE.

* * *

المسألة : (08 نقاط)

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين :
التسعيرة الأولى : 15 DA للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.
التسعيرة الثانية : 12 DA للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900 DA.

1. أنقل الجدول على ورقة الإجابة ثمّ أكمله.

المسافة	60		
التسعيرة 1 (DA)			5100
التسعيرة 2 (DA)		3060	

2. ليكن x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة ، y_1 المبلغ حسب التسعيرة الأولى و y_2 المبلغ حسب التسعيرة الثانية.
   أ. عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x.
   ب. حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$
3. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
   أ. مثّل بيانيا الدالتين f و g حيث : $f(x) = 15\,x$ و $g(x) = 12\,x + 900$.
   (1 cm على محور الفواصل يمثّل 50 Km ، 1 cm على محور التراتيب يمثّل 500 DA).
   ب. استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

* * *

النجاح مثل السلّم الخشبي

لا يمكنك صعود درجاته

ويديك في جيوبك

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2008

التمرين الأول : (2,5 نقطة)

1. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215.
2. اكتب $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

* * *

التمرين الثاني : (3,5 نقطة)

A عدد حيث : $A = (2-\sqrt{3})^2$

1. انشر ثمّ بسط A.
2. لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (7-4\sqrt{3})$
   - أ. احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$.
   - ب. حلل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
   - ج. حل المعادلة : $(x-2+\sqrt{3})(x+2-\sqrt{3}) = 0$.

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

ABC مثلث قائم في A حيث : AB = 3 و BC = 5.

1. أنشئ الشكل ثمّ احسب الطول AC.
2. E نقطة من [AB] حيث AE = 1. المستقيم الذي يشمل E و يعامد (AB) يقطع (BC) في النقطة M.
   - أ. أوجد BM.
   - ب. احسب $\cos A\hat{B}C$ ثمّ استنتج قيس الزاوية $E\widehat{M}B$. (تدوّر النتيجة إلى الوحدة من الدرجة).

* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

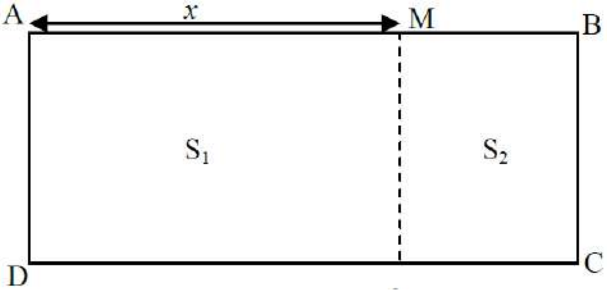
1. علِّم النقطتين $A(0\ ,\ 4)$ ، $B(1\ ,\ 0)$.
2. حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB).
3. ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$.
   - أ. أنشئ المستقيم (Δ).
   - ب. أوجد إحداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

* * *

المسألة : (08 نقاط)

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $2400\ m^2$ و عرضها يساوي ثلثي طولها. أراد صاحب هذه القطعة استخدامها كحظيرة للسيارات و للشاحنات ذات الحجم الصغير.

1. احسب عرض و طول هذه القطعة.
2. تم تقسيم هذه القطعة كما هو مبيّن في الشكل الموالي :



S_1 : الجزء المخصص للسيارات ، S_2 : الجزء المخصص للشاحنات ، $AM = x$

- أ. عبّر عن مساحتي الجزءين S_1 و S_2 بدلالة x.
- ب. إذا علمت أنّ المساحة المخصصة لسيارة واحدة هي $18\ m^2$ و للشاحنة الواحدة هي $30\ m^2$. أوجد x حتى يتسع الجزء S_1 لـ 80 سيارة ، ثمّ استنتج في هذه الحالة أكبر عدد للشاحنات التي يمكن توقفها في الجزء S_2.

3. المدخول اليومي للحظيرة لمّا تكون كل الأماكن محجوزة هو 8960 DA. حدّد تسعيرة التوقف اليومي لكل من السيارة الواحدة و الشاحنة الواحدة إذا علمت أن تسعيرة التوقف اليومي للسيارة هي 30% من تسعيرة التوقف اليومي للشاحنة.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2009

التمرين الأول : (03 نقاط)

لتكن الأعداد A ، B ، C حيث : $A = \sqrt{80}$ ؛ $B = 2\sqrt{45}$ ؛ $C = \sqrt{5} + 1$.

1. اكتب A+B على الشكل $a\sqrt{5}$ ، حيث a عدد طبيعي.
2. بيّن أنّ A × B هو عدد طبيعي.
3. اكتب $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث : $E = 2x - 10 - (x-5)^2$

1. انشر ثمّ بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E.
3. حل المعادلة : $(x-5)(7-x) = 0$.

* * *

التمرين الثالث : (2,5 نقاط)

[AB] قطعة مستقيم طولها 6 cm.

1. أنشئ النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و قيس زاويته 90° في اتجاه عكس عقارب الساعة.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ (برر إجابتك)
3. أوجد الطول BC.

* * *

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1. حل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ x + 4y = 32 \end{cases}$$

2. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125.
3. ملأ تاجر 4000 g من الشاي في علب من صنف 125 g و صنف 500 g. إذا علمت أن العدد الكلي للعلب هو 14 ، أوجد عدد العلب لكل صنف.
(لاحظ أنّ : 4000 = 125 × 32)

* * *

المسألة : (08 نقاط)

تمّ بناء خزّان للماء على شكل أسطوانة دورانية نصف قطر قاعدتها 5 *m* و ارتفاعها 4 *m* لتزويد مسبح على شكل متوازي المستطيلات بعدا قاعدته 20 *m* و 6 *m* و ارتفاعه 2 *m*.

1. احسب سعة كل من الخزّان و المسبح. (نأخذ $\pi = 3,14$)
2. إذا علمت أنّ الخزّان مملوء تماما و المسبح فارغ تماما و تدفق الماء في المسبح هو $12\ m^3$ في الساعة ، أي $(12\ m^3/h)$ احسب كمية الماء المتدفقة في المسبح و كمية الماء المتبقية في الخزّان بعد مرور ثلاث ساعات.
3. نفرض أنّ الخزّان مملوء (سعته $314\ m^3$) و المسبح فارغ. نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزّان و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في المسبح بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.
   - أ. أوجد العبارة $g(x)$ ثمّ استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x.
4. نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x) = 314 - 12x$ و $g(x) = 12x$.
   - أ. أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (يؤخذ 1 *cm* يمثل 4 *h* على محور الفواصل و 1 *cm* يمثل $50\ m^3$ على محور التراتيب)
   - ب. أوجد الوقت المستغرق لملء المسبح.
   - ج. حل المعادلة : $f(x) = g(x)$. ماذا تمثل هذه الحالة ؟

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2010

التمرين الأول : (03 نقاط)

لحساب المعدل الفصلي m لمادة التربية المدنية نطبّق القانون التالي : $m = \frac{2a+3b}{5}$ ، حيث a هي علامة التقويم المستمر و b علامة الاختبار.
أوجد علامة التقويم المستمر a إذا علمت أن علامة الاختبار $b = 12$ و المعدل الفصلي $m = 14$.

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.
2. صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها 1,40 m و 2,20 m جزِّئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع.
   - أ. ما هو طول ضلع كل مربع ؟
   - ب. ما هو عدد المربعات الناتجة ؟

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

$(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

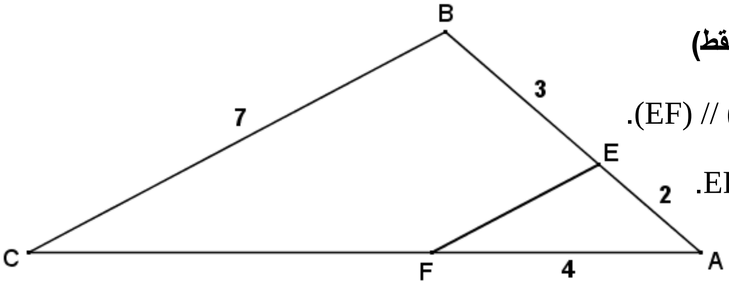
1. علّم النقط : A(0 ; 2) ، B(1 ; 0) ، C(-1 ; 0).
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علّل.
3. عين إحداثيي النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته 180° ثمّ استنتج نوع الرباعي ABDC.

* * *

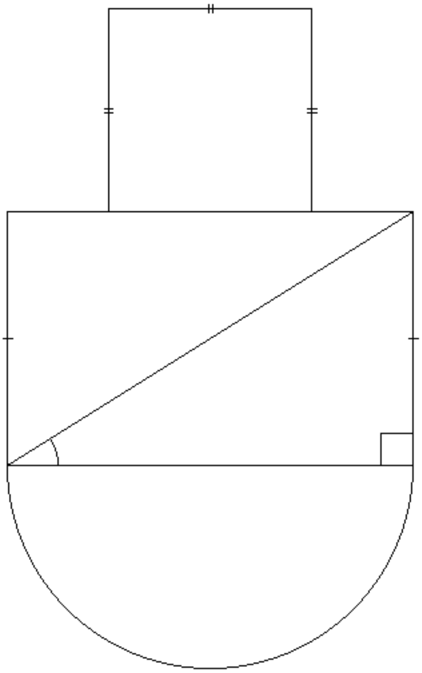
التمرين الرابع : (3,5 نقط)

في الشكل المقابل (BC) // (EF).

احسب الطولين FC و EF.



المسألة : (08 نقط)



يمثل الشكل المقابل أرضية قاعة حفلات مكوّنة من مربع و مستطيل و نصف قرص. طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـ $2\ m$ و مجموع طوليهما $28\ m$. يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 800 دينار.

1. احسب طول قطر المربع.
2. احسب طول و عرض المستطيل علما أنّ $\cos \alpha = 0,8$.
3. احسب السعر الإجمالي للبلاط.

* * *

لكي تكون بطلا

عليك أن تثق في نفسك

حين يشكّ فيك الآخرون

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. تحقق بالنشر من أنّ: $(2x-1)(x-3)=2x^2-7x+3$
2. لتكن العبارة A حيث: $A=2x^2-7x+3+(2x-1)(3x+2)$
   - حلّل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حلّ المعادلة: $(2x-1)(4x-1)=0$.

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. اكتب المجموع A على الشكل $a\sqrt{5}$ (a عدد طبيعي) حيث :
   $A=\sqrt{125}+\sqrt{45}-\sqrt{20}$
2. احسب $A\times\frac{\sqrt{5}}{30}$ مبيّنا مراحل الحساب.

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

ABC مثلث قائم الزاوية في A. $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالوتر $[BC]$.

- بيّن أنّ : $AB^2=BH\times BC$ (يمكنك الاعتماد على $\cos\widehat{ABC}$ في كل من المثلثين ABC و ABH).

* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. علّم النقط : A(-1 ; 2) ، B(3 ; 2) ، M(1 ; -1).
2. بيّن أنّ B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M و زاويته $\widehat{AMB}$.

* * *

المسألة : (08 نقاط)

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية :

- الصيغة (أ) : دفع 11 دينارا للدقيقة.
- الصيغة (ب) : دفع 600 دينار اشتراكا و5 دنانير للدقيقة.
- الصيغة (ج) : دفع 1200 دينار اشتراكا و3 دنانير للدقيقة.

1. احسب تكلفة المكالمات التي مدّتها 100 دقيقة في كل من الصيغ الثلاث.
2. y يمثل الكلفة بالدنانير ، x يمثل المدة بالدقائق. اكتب y بدلالة x في كل من الصيغ الثلاث. وفي نفس المعلم ، مثّل بيانيا الصيغ الثلاث واستنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث $1cm$ تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و$1cm$ تمثل $200DA$ على محور التراتيب).

* * *

من المقاييس الجيّدة للنجاح

أن تعرف عدد الذين

أدخلت السعادة عليهم

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2012

التمرين الأول : (03 نقاط)

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :

$n = (\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$ ، $m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$

1. اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2. بيّن أنّ الجداء $m \times n$ عدد ناطق.
3. اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث : $E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

1. انشر وبسّط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين.
3. حلّ المعادلة : $(4x-1)(x-3) = 0$.
4. حلّ المتراجحة : $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$.

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

(T) دائرة مركزها O وقطرها $AB = 8cm$ ، C نقطة من الدائرة حيث : $BC = 3cm$

1. احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{BAC}$ ثمّ استنتج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.
2. F هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$ ، المستقيم الذي يشمل F ويوازي (BC) يقطع (AC) في D.

   احسب DF.

<u>ملاحظة:</u> يُطلب إنشاء الشكل الهندسي.

* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

$(O,\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. علّم النقط : A(2 ; -1) ، B(-2 ; 3) ، C(-4 ; -3).
2. احسب الطول AC واستنتج نوع المثلث ABC علما أنّ $BC = 2\sqrt{10}$.
3. احسب إحداثيي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$.
4. بيّن أنّ $(AB) \perp (CD)$.

* * *

المسألة : (08 نقط)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة :

- الصيغة الأولى : ثمن الجريدة $10DA$.
- الصيغة الثانية : ثمن الجريدة $8DA$ مع اشتراك سنوي قدره $500DA$.

1. انقل وأتمم الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA		1000	
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA			3300

2. ليكن x عدد الجرائد المشتراة.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصيغة الثانية.
عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.
3. مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث :
$2cm$ على محور الفواصل يمثل 50 جريدة و$2cm$ على محور التراتيب يمثل $500DA$.
4. حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$. ماذا يمثل الحل ؟
5. ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
    - عند اقتناء 150 جريدة.
    - عند اقتناء 270 جريدة.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2013

التمرين الأول : (03 نقاط)

ليكن العدد الحقيقي A حيث : $A = \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 1\right) + \sqrt{27} + 1$

1. بيّن أنّ : $A = 4 + 2\sqrt{3}$
2. ليكن العدد الحقيقي B حيث : $B = 4 - 2\sqrt{3}$
   بيّن أنّ : $A \times B$ عدد طبيعي.

التمرين الثاني : (03,5 نقاط)

1. لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.
   - أ. احسب القيمة المقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.
   - ب. حلّ المتراجحة : $A \geq 0$ ثمّ مثّل مجموعة حلولها بيانيا.
2. أ. انشر ثمّ بسّط العبارة B حيث : $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$
   - ب. استنتج أنّ : $B = 6x(3x-5)$.
   - ج. حلّ المعادلة : $B = 0$.

التمرين الثالث : (نقطتان)

ABC مثلث قائم في B حيث : $AB = 4cm$ و $CB = 8cm$.

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث : $BM = \frac{BC}{4}$ ، المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M يقطع $[AC]$ في النقطة H.

1. احسب الطول MH.
2. احسب $\tan \widehat{AMB}$ واستنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتّدوير إلى الدّرجة.

التمرين الرابع : (3,5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علّم النقط : A(2 ; 0) ، B(-4 ; 3) ، C(5 ; 3).
2. احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثمّ الطول AB.

3. عيّن النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثمّ احسب إحداثيتي النقطة D.
4. أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

* * *

المسألة : (08 نقط)

لإقامة حفل زفاف قرّرت عائلة كراء سيارة فاخرة ، فاتّصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدّموا له العروض التالية :

- عرض الوكالة الأولى : دفع مبلغ $4000DA$ لليوم الواحد.
- عرض الوكالة الثانية : دفع مبلغ $3000DA$ لليوم الواحد يُضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره $1000DA$.
- عرض الوكالة الثالثة : دفع مبلغ $16000DA$ لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا.

فاستنجد الأب محمد بابنه سمير الذي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة.

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في :

1. اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام.
2. x عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة.
   أ. عبّر بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f(x)$ وعن العرض الثاني بالدالة $g(x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h(x)$.
   ب. مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ الدوال f ، g و h.
   (حيث كل $2cm$ من محور الفواصل يمثل يوما واحدا وكل $1cm$ من محور التراتيب يمثل $2000DA$)
3. اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

الأيام العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

4. أ. حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المُستغلة من طرف الأب محمد :

$f(x) = g(x)$ ، $f(x) = h(x)$ ، $g(x) = h(x)$

ب. ماذا يمثل حل كل معادلة ؟

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2014

التمرين الأول : (03 نقاط)

إليك الأعداد A ، B ، C حيث :

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} \quad ، \quad B = \frac{1{,}2 \times 10^{-2} \times 7}{12{,}5 \times 10^{3}} \quad ، \quad C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$$

1. احسب A ثمّ اكتبه على الشكل العشري.
2. أعط الكتابة العلمية للعدد B.
3. اكتب C على أبسط شكل ممكن.

* * *

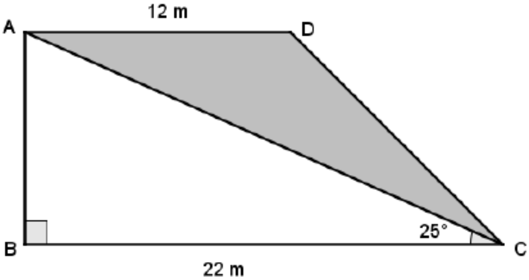
التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث : $E = (2x+5)^2 - 36$

1. تحقّق بالنشر أنّ : $E = 4x^2 + 20x - 11$.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين.
3. حلّ المعادلة : $(2x+11)(2x-1) = 0$.

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)



الشكل $ABCD$ شبه منحرف قائم في B ،

فيه : $\widehat{ACB} = 25°$

1. احسب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة.
   (استعن بـ : $\tan \widehat{ACB}$)
2. احسب مساحة كل من شبه المنحرف $ABCD$ والمثلث ABC. ثمّ استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{(القاعدة الكبرى + القاعدة الصغرى)× الارتفاع}}{2}$

* * *

التمرين الرابع : (3 نقاط)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. علّم النقط : A(-2 ; -3) ، B(4 ; 1) ، C(2 ; 4).
2. أ. أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

   ب. علما أنّ : $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$ ، بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
3. أنشئ النقطة E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$. أثبت أنّ ABCE مستطيل.

* * *

المسألة : (08 نقط)

بمناسبة عيد الأضحى قدّمت مؤسسة للهاتف النقّال عرضين لمدّة أسبوع للتواصل وتبادل التهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

- العرض الأول : $3DA$ للرسالة الواحدة.
- العرض الثاني : $1{,}5DA$ للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره $30DA$ من الرّصيد.

1. انقل وأكمل الجدول :

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA			90

2. x يعبّر عن عدد الرسائل المرسلة.
   y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني.
   عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x.
3. f و g دالتان حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = 1{,}5\,x + 30$.
   مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس حيث :
   ($1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 رسائل SMS و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $10DA$)
4. يريد الأخوان زينب وكريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة، في رصيد كريم $120DA$ ويريد تهنئة أكبر عدد ممكن من الأشخاص، أمّا زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدراسة وعددهن 15.
   - بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشرح).

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2015

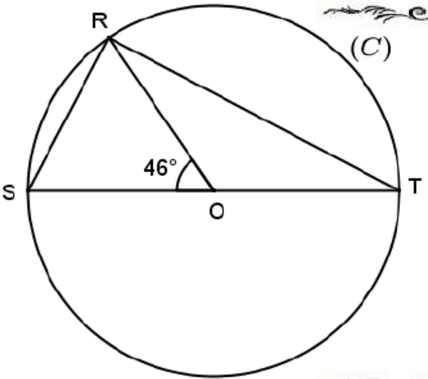
التمرين الأول : (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب.
2. اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. احسب العدد P حيث : $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$.

التمرين الثاني : (03,5 نقطة)

تُعطى العبارة : $F = (2x-3)^2 - 16$

1. تحقّق بالنشر أنّ : $F = 4x^2 - 12x - 7$.
2. حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حلّ المعادلة : $(2x-7)(2x+1) = 0$.
4. احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.



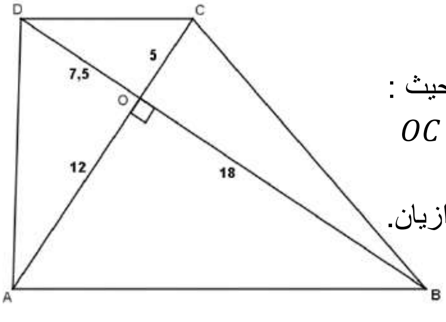
التمرين الثالث: (03 نقاط)

في الشكل المقابل الأطوال وأقياس الزوايا غير حقيقية.

(C) دائرة مركزها O وقطرها $ST = 9\ cm$

R نقطة من هذه الدائرة حيث: $\widehat{SOR} = 46°$

1. بيّن أنّ $\widehat{STR} = 23°$
2. المثلث SRT قائم في R ، علل.
3. احسب الطول RS بالتدوير إلى 0,01.



التمرين الرابع: (02,5 نقطة)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

$ABCD$ رباعي قطراه متعامدان ومتقاطعان في O حيث :

$OA = 12\ cm$ ، $OB = 18\ cm$ ، $OC = 5\ cm$

$OD = 7,5\ cm$.

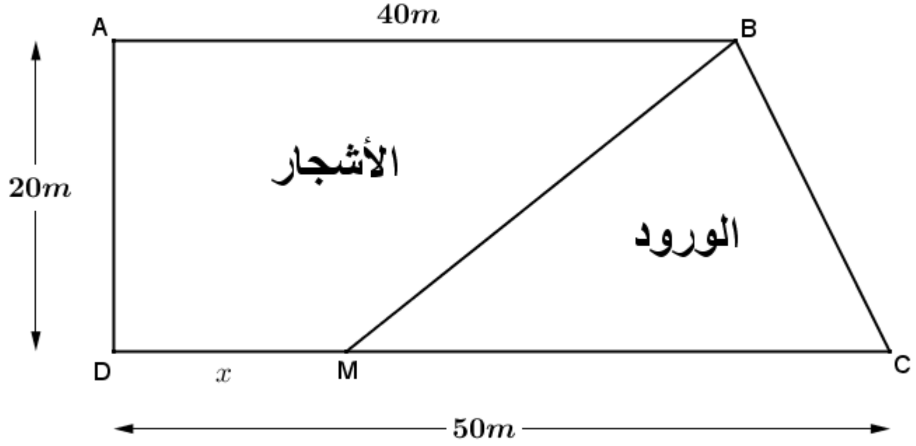
1. برهن أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.
2. احسب الطول AB.

المسألة : (08 نقط)

I) لعمّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000\ m^2$ ، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

أوجد بُعدَي هذه القطعة.

II) تنازل عمّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100\ m^2$ ، وخصّص الجزء الباقي لاستغلاله مشتلة للورود والأشجار. لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشكل.



نضع : $DM = x$ (M نقطة من $[DC]$ مع $0 \leq x \leq 50$).

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة $ABMD$.

1. أ. عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.
   ب. ساعد عمّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.
2. أ. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. مثّل بيانيا الدالتين :
   $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2\ m$ و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $50\ m^2$)

ب. فسّر بيانيا مساعدتك السابقة لعمّي أحمد ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2016

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.
2. اكتب $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. احسب العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يُطلب تعيينه.

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. تحقّق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$.
2. حلل العبارة A بحيث: $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$.
3. حلّ المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$.
   مثّل حلولها بيانيا.

التمرين الثالث: (2,5 نقطة)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$.

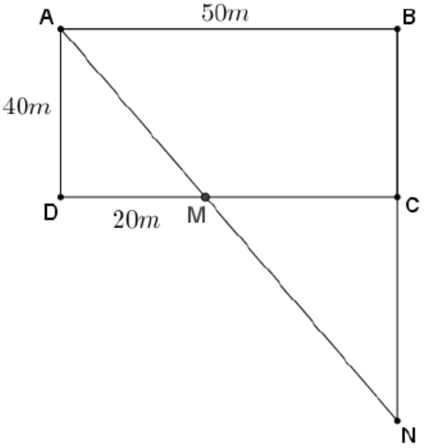
1. بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي: $f(x) = 3x - 1$.
2. لتكن النقطة $C(4;11)$ من المستوي، هل النقط A، B، C على استقامة واحدة؟
3. أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f.

التمرين الرابع: (3,5 نقطة)

1. أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF = FG = 4\ cm$
2. أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.
   C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.
3. بيّن أنّ الرباعي $EGDC$ مربّع.
   احسب مساحته.
4. ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث: $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$، بيّن أنّ: $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$.

المسألة: (08 نقط)

لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث: $ABCD$ مستطيل أبعاده $50\ m$ و $40\ m$ ، و M نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20\ m$، N نقطة تقاطع (BC) و (AM).



الجزء الأول:

1. بيّن أنّ: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$.
2. احسب الطول BN.
3. احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية MAD.

الجزء الثاني:

وهب جدّك لأبيك وعمّك القطعة MCN ليقسماها بينهما بالعدل.

1. اقترح عمّك أن تكون النقطة E صورة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته $90°$ في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين القطعتين MNE و MCE الناتجتين عن هذه القسمة.
اثبت أنّه كان محقًّا في اختياره.
2. تحصّل أبوك على مبلغ $5{,}4 \times 10^6 DA$ من عملية بيع قطعته الأرضية MNE بعد دفعه ضريبة نسبتها 20% على المبلغ الإجمالي للقطعة.
حدّد سعر المتر المربّع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2017

التمرين الأول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث: $A = \sqrt{108} - \sqrt{12}$ ، $B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$

1. اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.
3. بيّن أنّ C هو عدد طبيعي حيث: $C = (A + 1)(8B - 1)$.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة P حيث: $P = (1 - 3x)(3x + 3) - 2(3x + 3)$

1. انشر وبسّط العبارة P.
2. حلل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حلّ المعادلة: $(3x + 3)(-1 - 3x) = 0$.

* * *

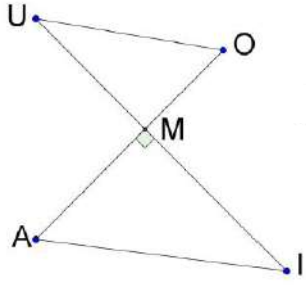
التمرين الثالث: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علّم النقط: $A(0; 4)$ ، $B(-3; 1)$ ، $C(5; -1)$
2. احسب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$.
3. أنشئ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ ثمّ استنتج إحداثيتي النقطة D.
4. بيّن أنّ الرباعي $ABDC$ مستطيل.

* * *

التمرين الرابع: (نقطتان)



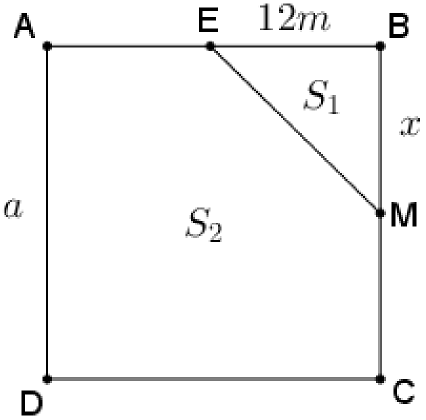
الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر).

$MA = 27$ ، $MO = 21$ ، $MI = 36$ ، $MU = 28$.

1. بيّن أنّ المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة).

المسألة : (08 نقط)

$ABCD$ قطعة أرض مربّعة الشكل مساحتها $324\ m^2$ ملك للأخوين أحمد وفاطمة ومجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول:

1. احسب a طول ضلع هذه القطعة.
2. M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM = x$ ، E نقطة من $[BA]$ حيث: $.BE = 12\ m$

الجزء EBM تملكه فاطمة والجزء $AEMCD$ يملكه أحمد.

أ. ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$
اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

ب. ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. مثّل بيانيا الدالتين f و g حيث: $f(x) = 12x$ ، $g(x) = -6x + 324$
(نأخذ: $1cm$ على محور الفواصل يمثل $2\ m$ و $1cm$ على محور التراتيب يمثل $36\ m^2$)
2. بقراءة بيانية فسّر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

التمرين الأول: (03 نقاط)

A و B عددان حيث: $A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ و $B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

1. بيّن أنّ A عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.
3. بيّن أنّ: $\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. تحقّق من المساواة الآتية: $(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$.
2. حلل إلى جداء عاملين العبارة: $E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$.
3. حلّ المتراجحة: $(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$.

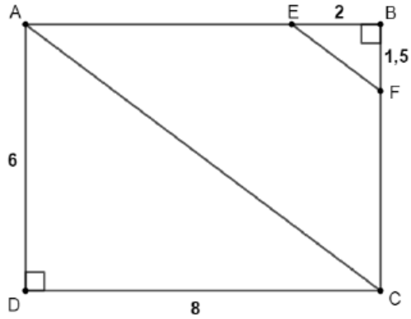
* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط) (وحدة الطول هي السنتمتر)

$ABCD$ مستطيل حيث: $AD = 6$ ، $DC = 8$

1. احسب الطول AC
2. E و F نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب حيث: $BF = 1{,}5$ و $BE = 2$

   بيّن أنّ: (EF) يوازي (AC)
3. احسب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة.



* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط) (وحدة الطول هي السنتمتر)

TIC مثلث فيه: $CI = 13$ ، $TI = 5$ ، $TC = 12$

1. بيّن أنّ المثلث TIC قائم ثمّ احسب مساحته.
2. لتكن H المسقط العمودي للنقطة T على الضلع $[CI]$

   احسب الطول TH بالتدوير إلى 0,1.

* * *

المسألة: (08 نقط)

عبد الله ومحمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، راتبهما الشهري على النحو التالي:

- عبد الله راتبه $20.000\ DA$ إضافة إلى $200\ DA$ لكل لعبة يتمّ صنعها
- محمد راتبه $30.000\ DA$ إضافة إلى $100\ DA$ لكل لعبة يتمّ صنعها

الجزء الأول:

1. ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تمّ صنع 120 لعبة؟
2. ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.
   عبّر بدلالة x عن y_1 راتب عبد الله وعن y_2 راتب محمد.

الجزء الثاني:

1. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
   ارسم المستقيمين (D_1) و(D_2) ممثلا الدالتين h وg حيث:
   $g(x) = 200x + 20000$ ، $h(x) = 100x + 30000$

(نأخذ $1cm$ على محور الفواصل يمثل 50 لعبة، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $5000DA$)

2. حل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} y = 200x + 20000 \\ y = 100x + 30000 \end{cases}$$

- أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل
- بقراءة بيانية متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد؟

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2019

التمرين الأول: (02,5 نقاط)

ليكن العددان الحقيقيان A وB حيث: $A = \frac{9}{7} \times \left(\frac{10}{3} - 1\right)$ و $B = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{48}$

1. بيّن أنّ A عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.
3. اكتب $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$

1. انشر ثمّ بسّط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حلّ المتراجحة: $3x + 4 \geq 6x - 2$.

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

RST مثلث قائم في R حيث: $\sin \widehat{RTS} = 0{,}8$ و $RS = 8cm$

1. احسب الطولين ST و TR.
2. لتكن M نقطة من $[TR]$ حيث: $TM = 4cm$، المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع (TS) في النقطة N.
احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة.

* * *

التمرين الرابع: (03,5 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. علّم النقط: $A(-1;5)$ ، $B(2;2)$ ، $C(-1;-1)$.
2. احسب الطولين AB و BC.
3. F منتصف $[AC]$، عيّن النقطة D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه F وزاويته $180°$.
استنتج من الشكل إحداثيي النقطة D.
4. بيّن طبيعة الرباعي $ABCD$.

* * *

المسألة: (08 نقط)

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين:

- التسعيرة الأولى: $100\ DA$ للحصة الواحدة لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية: $80\ DA$ للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره $400\ DA$.

1. ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ $2800\ DA$؟
2. باعتبار x عدد الحصص في الشهر وبالاستعانة بتمثيل بياني أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ:

($1cm$ على محور الفواصل يمثل 4 حصص، $1cm$ على محور التراتيب يمثل $400DA$)

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2020

التمرين الأول: (نقطتان)

إليك العددين A و B حيث: $A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} - \frac{5}{14}$ و $B = 2\sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7}$

1. اكتب A على شكل غير قابل للاختزال.
2. اكتب B على شكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

E عبارة جبرية حيث: $E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$

1. انشر وبسّط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حلّ المعادلة: $(4x-1)(2x+3) = 0$.

* * *

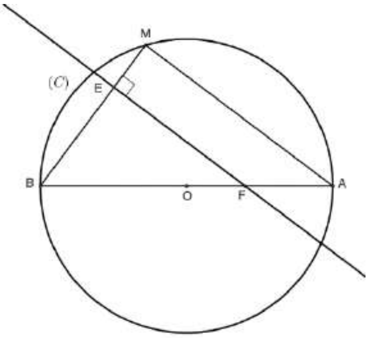
التمرين الثالث: (03 نقاط)

الشكل المقابل غير مرسوم بالأبعاد الحقيقية.

(C) دائرة مركزها النقطة O وقطرها $[AB]$ حيث: $AB = 10cm$.

M نقطة من (C) حيث: $BM = 6cm$.

1. بيّن نوع المثلث MBA ثمّ احسب الطول AM.
2. احسب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ ثمّ اعط مدوّر النتيجة إلى الوحدة بالدرجة.
3. E نقطة من $[BM]$ حيث: $BE = 4{,}2cm$، المستقيم الذي يشمل E ويعامد (BM) يقطع $[AB]$ في النقطة F. احسب الطول BF.



* * *

التمرين الرابع: (04 نقاط)

المستوي مزوّد بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

1. علّم النقط: $A(1; 2)$ ، $B(5; -2)$ ، $C(-1; -3)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ ثمّ استنتج الطول BC.
3. احسب إحداثيي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$.
4. أوجد إحداثيي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MD}$ ثمّ استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

* * *

المسألة: (08 نقط)

يريد عمّي محمود إحاطة قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداها $60m$ و $42m$ بأشجار من نفس النوع بحيث تكون المسافة متساوية وأكبر ما يمكن بين كل شجرتين متتاليتين، على أن يغرس في كل ركن شجرة.

المشتلة التي قصدها عمّي محمود تعرض شجيرات مختلفة، أثمانها من $200DA$ إلى $1000DA$ حسب نوعيتها (كلّما كانت الشجيرة أفضل كان ثمنها أكبر).

- تكلفة غرس كل شجيرة يمثّل 125% من ثمنها المعروض.
- مصاريف النقل $1400\ DA$ مهما كان عدد الشجيرات.
- مع عمّي محمود $32\ 000\ DA$.

اعط القيمة التي لا يمكن أن يتجاوزها ثمن الشجيرة حتى يتسنى لعمّي محمود إحاطة هذه القطعة حسب الشروط المذكورة.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2021

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 567 و 448.
2. اكتب على شكل $a+b\sqrt{7}$ كلا من العددين: $A=\sqrt{2}\times\sqrt{8}+\sqrt{448}-\sqrt{567}$ و $B=\sqrt{63}-\sqrt{28}+4$.
3. x عدد حقيقي غير معدوم. أوجد قيم x بحيث: $\frac{x}{4+\sqrt{7}}=\frac{4-\sqrt{7}}{x}$.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة الجبرية: $E=(x-3)(x-10)+3(x-3)$

1. انشر وبسّط العبارة E.
2. حلل إلى جداء عاملين العبارة E.
3. حلّ المعادلة: $(x-3)(x-7)=0$.
4. احسب E من أجل $x=50$.

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

وحدة الطول هي السنتيمتر. BEM مثلث قائم في B حيث: $BE=4{,}8$ و $\tan\widehat{M}=\frac{4}{3}$.

1. احسب الطولين BM و ME.
2. K نقطة من القطعة $[EM]$ حيث: $EK=2$ و L نقطة من القطعة $[BE]$ حيث: $EL=1{,}6$. اثبت أنّ المستقيمين (BM) و (KL) متوازيان.

* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط)

K، L و M نقط من المستوي المزوّد بمعلم متعامد ومتجانس حيث: $K(-1;4)$، $L(-5;1)$ و $M(1;-3)$.

1. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{LK}$ ثمّ الطول LK.
2. احسب إحداثيي النقطة E منتصف القطعة $[LM]$.
3. أوجد إحداثيي النقطة N بحيث يكون الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع.

* * *

المسألة: (08 نقط)

يريد عزيز طلاء جدران غرفة الاستقبال (شكلها متوازي المستطيلات) في منزله، عرضها $5m$ و طولها $8m$ وارتفاعها $3m$.

8. يوجد بغرفة الاستقبال ثلاث فتحات كل منها مستطيل: باب المدخل بُعداه $2,2m$ و $1,5m$؛ باب الشرفة بُعداه $2m$ و $0,8m$ ونافذة بُعداها $3m$ و $1,7m$.
9. أثمان الدهن المخصص لطلاء الجدران تتراوح بين $800\ DA$ و $2100\ DA$ للدلو.
10. كل دلو كاف لطلاء $2,5m^2$ من الجدار. أجرة العامل $350DA$ للمتر المربع الواحد.
11. خصص عزيز مبلغ $63\ 000\ DA$ لطلاء الغرفة.

اعط أكبر ثمن ممكن لدلو الدهن حتى لا تفوق تكلفة الطلاء المبلغ المخصص لها.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2022

التمرين الأول: (03 نقاط)

A و B عددان حيث: $A=\sqrt{80}+2\sqrt{125}-3\sqrt{20}$ ، $B=\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$.

1. اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.
2. اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.
3. بين أنّ: $B\times\left(\sqrt{2}-1\right)$ عدد طبيعي.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. انشر وبسّط العبارة E حيث: $E=(2x-3)(x-2)$.
2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث:
   $F=2x^2-7x+6-(2x-3)(2x-1)$.
3. حلّ المعادلة: $(2x-3)(-x-1)=0$.

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

1. لتكن الثنائيتان $(10;20)$ و $(20;10)$. أيهما حل لهذه الجملة: $\begin{cases}x+y=30\\ x+\frac{5}{2}y=45\end{cases}$
2. حل الجملة التالية: $\begin{cases}x+y=30\ \dots ①\\ 2x+5y=90\ \dots ②\end{cases}$.

* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ حيث: $OI=OJ=1cm$.

لتكن النقط: $A(3;2)$، $B(1;-2)$ و $C(-3;0)$.

1. إذا كان $AC=2\sqrt{10}$ و $BC=2\sqrt{5}$، ما نوع المثلث ABC؟
2. جد إحداثيتي النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.
3. بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ مربّع.

* * *

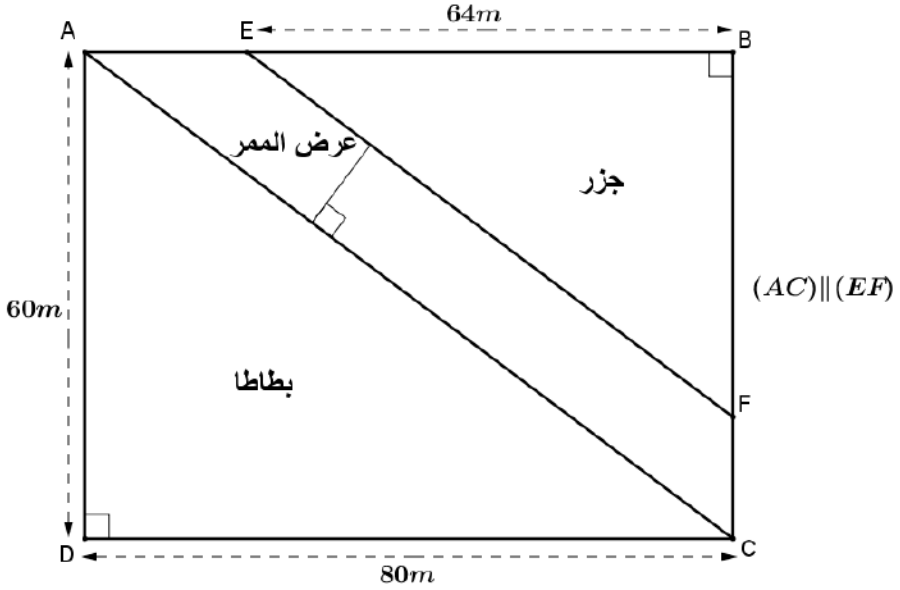
المسألة: (08 نقط)

خصص فلاح قطعة أرض لإنتاج البطاطا والجزر، فكان المحصول: 1188 صندوق من البطاطا و528 صندوقا من الجزر.

1. قصد مساعدة دور العجزة ومراكز الأيتام وذوي الاحتياجات الخاصة، يريد هذا الفلاح أن يُجمّع الصناديق في تشكيلات متماثلة من حيث النوع والعدد (أي كل تشكيلة تحتوي على نفس عدد الصناديق من البطاطا ونفس عدد الصناديق من الجزر).
   - أ. ما هو أكبر عدد من التشكيلات يمكن تكوينها؟
   - ب. ما هو عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة؟
2. استخدم هذا الفلاح شاحنات لنقل المحصول إلى مستودع أرضيته مستطيلة الشكل، حيث فصل بين البطاطا والجزر بممر قبل توزيع التشكيلات (كما هو موضح في الشكل المرفق).

   ما هو عرض الممر الذي حدده الفلاح والذي من خلاله اختار الشاحنات المناسبة لنقل المحصول؟

ملاحظة: تُعطى النتائج مدوّرة إلى الوحدة.



* * *

عوامل اعتبارات

الفصل

الأول

إياك أن تكون "مفعولا به" .. كن دائما "فاعلا"

مهما أحسست "بالكسرة" اترك بقلبك "فتحة" تدخل منها الأحلام

لا تكره أحدا لمجرد أنّه مختلف معك .. اترك مشاعرك "ضمّة" لكل الناس

لا ترض أن تكون "مجرورا" من أحد مهما كان قريبا منك .. فستلقى نفسك دائما "مرفوع" الرأس

صحيح يمكنك أن تحنّ إلى الذكريات .. لكن لا تستسلم لـ"كان وأخواتها"

لا تنخدع لكل من ابتسم لك .. وانتبه من "أدوات النصب"

اشتغل واحلم وتحدّ ولا تسمح أن يكون مستقبلك "مبنيا للمجهول"

لا تخبئ مشاعرك اتجاه أحد .. فالمشاعر التي تأتي متأخرة تصبح "ممنوعة من الصرف"

عش دائما "مبتدأ" .. ولا تكن مجرد "خبر"

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1. **حساب وتبسيط العبارتين A و B:**

$A = \sqrt{9\times3} + 7\sqrt{25\times3} + \sqrt{100\times3}$

$A = 3\sqrt{3} + 35\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

$\boxed{A = 48\sqrt{3}}$

$B = (6)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2(6)\left(2\sqrt{3}\right) - \left(4\sqrt{3}\right)^2$

$B = 36 + 12 + 24\sqrt{3} - 48$

$\boxed{B = 24\sqrt{3}}$

2. **التحقق أن $\frac{A}{B}$ عدد طبيعي**

$$\boxed{\frac{A}{B} = \frac{48\sqrt{3}}{24\sqrt{3}} = 2}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. **نشر العبارة E**

$E = 4x^2 - 4x + 1 + 3(2x^2 + 8x - x - 4)$

$E = 4x^2 - 4x + 1 + 6x^2 + 21x - 12$

$\boxed{E = 10x^2 + 17x - 11}$

2. **تحليل العبارة E**

$E = (2x-1)[(2x-1) + 3(x+4)]$

$E = (2x-1)(2x - 1 + 3x + 12)$

$\boxed{E = (2x-1)(5x+11)}$

3. **حساب القيمة العددية للعبارة E من أجل $x = -1$**

$E = 10(-1)^2 + 17(-1) - 11 = 10 - 17 - 11$ ومنه $\boxed{E = -18}$

* * *

التمرين الثالث :

1. **برهان أن (MN) // (BC)**

المستقيمان (MN) و (BC) يعامدان المستقيم (CM) فهما إذن متوازيان

2. **بيان أن $\frac{OB}{ON} = 0,6$**

بما أنّ $(MN) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{OB}{ON} = \frac{OC}{OM}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$\frac{9}{15} = \frac{OB}{ON}$ إذن $\boxed{\frac{OB}{ON} = 0,6}$

3. **حساب OB**

$0,6 = \frac{OB}{ON}$ منه $OB = ON \times 0,6$ أي $OB = 17,5 \times 0,6$ ومنه $\boxed{OB = 10,5}$

* * *

التمرين الرابع :

1. **حساب القيمة المضبوطة لـ $\sin x$**

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ أي $\sin x = \tan x \times \cos x = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5}$ ومنه $\boxed{\sin x = \frac{4}{5}}$

بيان أن : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = \boxed{1}$$

2. **حساب بالتدوير إلى الوحدة قيس الزاوية x**

$\cos x = \frac{3}{5} = 0,6$ ومنه $\boxed{x \approx 53°}$

* * *

المسألة :

1. **حساب قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ من أجل $x = 30\ m$**

في المثلث AMB القائم في B لدينا :

$\tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{BM} = \frac{40}{30} \approx 1,33$ ومنه $\boxed{\widehat{AMB} \approx 53°}$

2. حساب مساحة كل من الساحة و المزرعة من أجل $x = 30\ m$

$S_{AMCD} = \frac{(AD+MC)\times DC}{2} = \frac{(60+30)\times 40}{2} = \frac{90\times 40}{2}$ ومنه $\boxed{S_{AMCD} = 1800\ m^2}$

$S_{ABM} = \frac{AB\times BM}{2} = \frac{40\times 30}{2} = \frac{1200}{2}$ ومنه $\boxed{S_{ABM} = 600\ m^2}$

طريقة ثانية لحساب مساحة المزرعة :

$S_{ABM} = S_{ABCD} - S_{AMCD} = 60 \times 40 - 1800$ ومنه $\boxed{S_{ABM} = 600\ m^2}$

3. أ. حساب الطول AM

بما أنّ المثلث ABM قائم في B ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AM^2 = AB^2 + BM^2$$
$$AM^2 = 40^2 + 30^2 = 2500$$

ومنه $\boxed{AM = \sqrt{2500} = 50\ m}$

استنتاج محيط الساحة

$$P_{AMCD} = AM + MC + CD + DA = 50 + 30 + 40 + 60 = \boxed{180\ m}$$

ب. حساب $PGCD(30; 40; 50; 60)$

بما أنّ الأعداد 3، 4، 5، 6 أوليّة فيما بينها فإنّ : $\boxed{PGCD(30; 40; 50; 60) = 10}$

ج. حساب أصغر عدد ممكن من الأعمدة اللازمة

أصغر عدد ممكن من الأعمدة اللازمة هو : $n = \frac{180}{10}$ ومنه $\boxed{n = 18}$

* * *

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1. بيان أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 1183 و 455 هو 91

$$1183 = 455 \times 2 + 273$$
$$455 = 273 \times 1 + 182$$
$$273 = 182 \times 1 + 91$$
$$182 = 91 \times 2 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(1183; 455) = 91}$

2. استنتاج أن $\frac{455}{1183} = \frac{5}{13}$

$$\frac{455}{1183} = \frac{455 \div 91}{1183 \div 91} = \boxed{\frac{5}{13}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. بيان أن الكتابة العلمية للعدد هي $A = 1,75 \times 10^{-3}$

$A = \frac{5\times10^{-2}\times7\times10^{5}}{2\times10^{7}} = \frac{35\times10^{3}}{2\times10^{7}} = 17,5 \times 10^{-4}$ ومنه $\boxed{A = 1,75 \times 10^{-3}}$

2. بيان أن العدد B يساوي العدد $4\sqrt{3}$

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} = \sqrt{100 \times 3} - 4\sqrt{9 \times 3} + 6\sqrt{3}$$
$$B = 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = (10 - 12 + 6)\sqrt{3}$$
$$\boxed{B = 4\sqrt{3}}$$

3. بيان أن مربع العدد $2\sqrt{3} - 5$ هو العدد $37 - 20\sqrt{3}$

$$\left(2\sqrt{3} - 5\right)^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + (5)^2 - 2\left(2\sqrt{3}\right)(5)$$
$$\left(2\sqrt{3} - 5\right)^2 = 12 + 25 - 20\sqrt{3}$$
$$\boxed{\left(2\sqrt{3} - 5\right)^2 = 37 - 20\sqrt{3}}$$

* * *

التمرين الثالث :

1. **تحويل مقام النسبتين A و B إلى عدد ناطق**

$A = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}+2)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ ومنه $\boxed{A = \frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

$B = \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5}-1)\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ ومنه $\boxed{B = \frac{5-\sqrt{5}}{10}}$

2. **بيان أن $A - B = \frac{1+\sqrt{5}}{5}$**

$$A - B = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5} - \frac{5 - \sqrt{5}}{10}$$

$$A - B = \frac{10 + 4\sqrt{5}}{10} - \frac{5 - \sqrt{5}}{10}$$

$$A - B = \frac{5 + 5\sqrt{5}}{10} = \frac{5(1 + \sqrt{5})}{10}$$

$$\boxed{A - B = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

* * *

التمرين الرابع :

1. **نشر و تبسيط العبارتين E و F**

$$E = 2x^2 + 4x - 3x - 6$$

$$\boxed{E = 2x^2 + x - 6}$$

$$F = (10x - 2x^2 - 15 + 3x) + (4x^2 + 9 - 12x)$$

$$F = -2x^2 + 13x - 15 + 4x^2 - 12x + 9$$

$$\boxed{F = 2x^2 + x - 6}$$

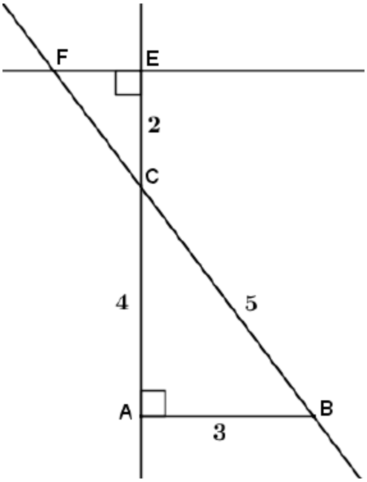
ومنه $\boxed{E = F}$

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. رسم الشكل



2. بيان أن : BC = 5 *cm*

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

ومنه $\boxed{BC = \sqrt{25} = 5\ cm}$

3. انشاء مستقيم يعامد (CE) في E و يقطع (BC) في نقطة F

(انظر الشكل)

4. بيان أن (EF) // (AB)

المستقيمان (AB) و(EF) يعامدان المستقيم (AE) فهما إذن متوازيان

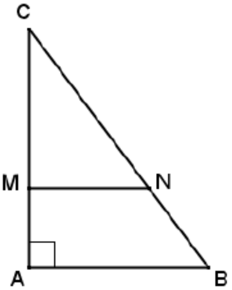
حساب FE

بما أنّ $(EF) \parallel (AB)$ فإنّ $2 = \frac{4}{2} = \frac{CA}{CE} = \frac{AB}{FE}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$FE = \frac{1}{2}AB$ إذن $\boxed{FE = \frac{3}{2} = 1,5\ cm}$.

الجزء الثاني :

1. تعيين النقطتين M و N



2. بيان أن (AB) // (EF)

لدينا : $AM = \frac{1}{3}AC$ أي $CM = \frac{2}{3}CA$ ومنه $\frac{CM}{CA} = \frac{2}{3}$

ولدينا أيضا : $CN = \frac{2}{3}BC$ ومنه $\frac{CN}{CB} = \frac{2}{3}$

بما أنّ النقاط C ، M ، A و C ، N ، B بنفس الترتيب و $\frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$ ،

فإنّ المستقيمين (MN) و (AB) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

3. حساب القيمة المضبوطة للطول MN

بما أنّ $(MN) \parallel (AB)$ فإنّ $\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$\frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$ أي $MN = \frac{2}{3}AB$ ومنه $\boxed{MN = 2\ cm}$.

* * *

فجمال الجسم يفنى مثلما تفنى الزهور

وجمال النفس يبقى زاهرا مرّ الدّهور

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

1. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 442 و 806

$$806 = 442 \times 1 + 364$$
$$442 = 364 \times 1 + 78$$
$$364 = 78 \times 4 + 52$$ ومنه $\boxed{PGCD(442; 806) = 26}$
$$78 = 52 \times 1 + 26$$
$$52 = 26 \times 2 + 0$$

2. اختزال الكسر $\frac{442}{806}$

$$\frac{442}{806} = \frac{442 \div 26}{806 \div 26} = \boxed{\frac{17}{31}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. نشر و تبسيط العبارة A

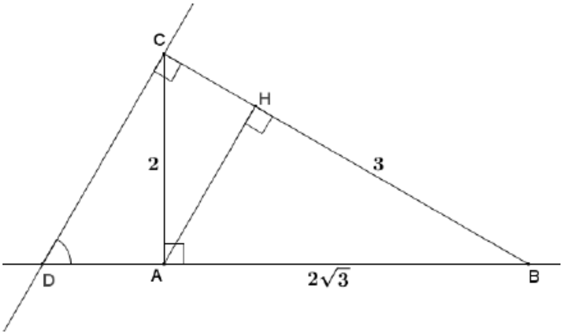
$$A = (x^2 - 6x + 9) + (x^2 - 3x - x + 3)$$
$$A = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 4x + 3$$
$$\boxed{A = 2x^2 - 10x + 12}$$

2. تحليل العبارة A إلى جداء عاملين

$$A = (x-3)[(x-3) + (x-1)]$$
$$A = (x-3)(x-3+x-1)$$
$$\boxed{A = (x-3)(2x-4)}$$

* * *

التمرين الثالث :



1. حساب BC و AH

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 16$$

ومنه $\boxed{BC = \sqrt{16} = 4}$

بما أنّ المثلث ABH قائم في H ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$AH^2 = (2\sqrt{3})^2 - 3^2 = 3$$

ومنه $\boxed{AH = \sqrt{3}}$

2. حساب الطولين BD و CD

المستقيمان (AH) و(CD) متوازيان (لأنهما عموديان على (BC)) ، ومنه :

$\frac{BA}{BD} = \frac{BH}{BC} = \frac{AH}{CD}$ (حسب نظرية طالس) أي $\frac{2\sqrt{3}}{BD} = \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3}}{CD}$ ومنه :

$\boxed{BD = \frac{8\sqrt{3}}{3}}$ و $\boxed{CD = \frac{4\sqrt{3}}{3}}$.

3. حساب $\sin B\widehat{D}C$ و $\cos B\widehat{D}C$

بما أنّ المثلث BCD قائم في C فإنّ :

$$\sin \widehat{BDC} = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

$$\sin \widehat{BDC} = 4 \times \frac{3}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\sin \widehat{BDC} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos \widehat{BDC} = \frac{CD}{BD} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

$$\cos \widehat{BDC} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{3}{8\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\cos \widehat{BDC} = \frac{1}{2}}$$

التحقق حسابيا أن : $\cos^2 B\widehat{D}C + \sin^2 B\widehat{D}C = 1$

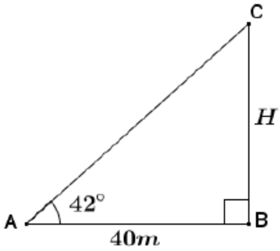
$$\cos^2 \widehat{BDC} + \sin^2 \widehat{BDC} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\cos^2 \widehat{BDC} + \sin^2 \widehat{BDC} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\boxed{\cos^2 \widehat{BDC} + \sin^2 \widehat{BDC} = 1}$$

* * *

التمرين الرابع :



في المثلث ABC القائم في B لدينا :

$\tan 42° = \frac{BC}{AB}$ أي $\tan 42° = \frac{H}{40}$

ومنه : $H \approx 40 \times 0,9$

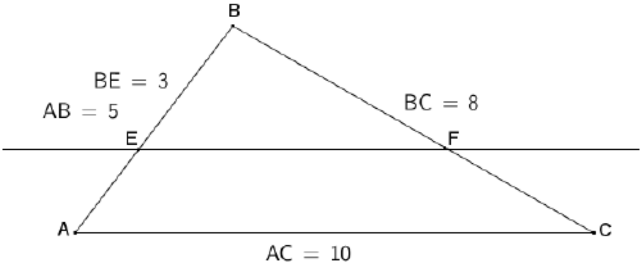
أي $\boxed{H \approx 36\,m}$

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. **انشاء المثلث ABC وتعيين النقطة E**
2. **رسم مستقيم يشمل E ويوازي (AC) يقطع [BC] في F**



3. **حساب الطولين EF و BF**

بما أنّ $(EF) \parallel (AC)$ فإنّ $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC}$ (حسب نظرية طالس)

أي $\frac{EF}{10} = \frac{BF}{8} = \frac{3}{5}$ ومنه : $EF = \frac{10\times3}{5}$ أي $\boxed{EF = 6}$

$BF = \frac{8\times3}{5}$ أي $\boxed{BF = 4,8}$

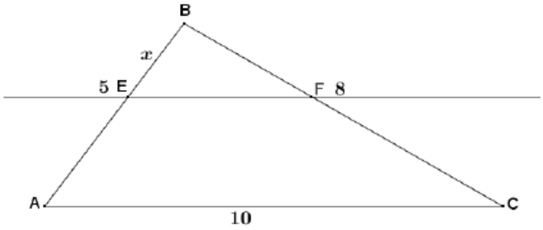
4. **حساب الطول FC**

$FC = BC - BF = 8 - 4,8$ ومنه $\boxed{FC = 3,2}$

$FC < EF < EC$ ومنه المثلث EFC ليس متساوي الساقين

الجزء الثاني :

1. **رسم المثلث ABC وتعيين النقطة E من [AB] حيث BE = *x***
2. **رسم مستقيم يشمل E ويوازي (AC) يقطع [BC] في F**



.3 كتابة EF و BF بدلالة x

بما أنّ $(EF) \parallel (AC)$ فإنّ $\frac{BE}{BA}=\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AC}$ (حسب نظرية طالس)

أي $\frac{x}{5}=\frac{BF}{8}=\frac{EF}{10}$ ومنه : $EF=\frac{10x}{5}$ أي $\boxed{EF=2x}$

$BF=\frac{8x}{5}$ أي $\boxed{BF=1,6x}$

استنتاج أن FC = 8 – 1,6 x

$FC=BC-BF$ ومنه $\boxed{FC=8-1,6x}$

.4 حل المعادلة 8 – 1,6 x = 2 x مع إعطاء الحل على شكل كسر مختزل

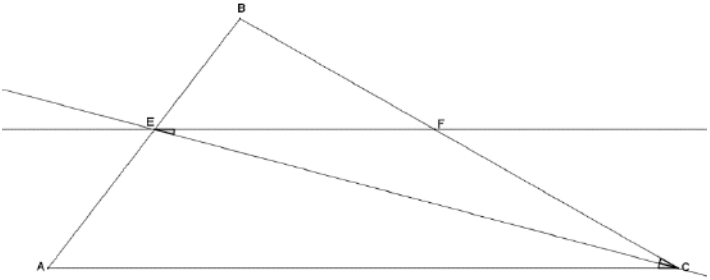
$8-1,6x=2x$ معناه $8=3,6x$ ومنه $x=\frac{8}{3,6}$ أي $x=\frac{80}{36}$ ومنه $\boxed{x=\frac{20}{9}}$

.5 $x=\frac{20}{9}$

- **بيان أن المثلث EFC متساوي الساقين رأسه الأساسي F**

من أجل $x=\frac{20}{9}$ لدينا : $8-1,6x=2x$ أي $FC=EF$ ومنه المثلث EFC متساوي الساقين رأسه الأساسي F

- **بيان أن المستقيم (CE) منصف الزاوية AĈB**



المستقيمان (EF) و(AC) متوازيان و(EC) قاطع لهما ، إذن $\widehat{ACE}=\widehat{CEF}$ ... ①
(لأنهما متبادلتان داخليا)

وبما أنّ المثلث EFC متساوي الساقين فإنّ $\widehat{ECF}=\widehat{CEF}$ ... ②

من ① و② نستنتج أنّ $\widehat{ACE}=\widehat{ECF}$ ومنه المستقيم (CE) منصف الزاوية $\widehat{ACB}$

* * *

الموضوع الرابع

التمرين الأول :

1. حساب عدد الأفواج

عدد الأفواج هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 48 و 72

$72 = 48 \times 1 + 24$ | ومنه $PGCD(48;72) = 24$

$48 = 24 \times 2 + 0$ | إذن عدد الأفواج هو 24 فوجا

2. حساب عدد الذكور وعدد الإناث في كل فوج

عدد الذكور في كل فوج هو : $\boxed{\frac{48}{24} = 2}$

عدد الإناث في كل فوج هو : $\boxed{\frac{72}{24} = 3}$

التمرين الثاني :

$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{5}{4} - \frac{18}{48} = \frac{5}{4} - \frac{3}{8} = \frac{10}{8} - \frac{3}{8}$ ومنه $\boxed{A = \frac{7}{8}}$

$B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}} = \frac{48 \times 10^{-1}}{24 \times 10^{-3}}$ ومنه $\boxed{B = 2 \times 10^{2}}$

$$C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28} = \sqrt{9 \times 7} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{4 \times 7} = (3 + 2 - 10)\sqrt{7}$$

ومنه $\boxed{C = -5\sqrt{7}}$

نلاحظ أنّ إجابتي ليلى ومحمد صحيحتين ، أمّا إيمان فإجابتها خاطئة.

التمرين الثالث :

الحالة الأولى :

1. حساب HI

$HI = HB - IB = 5 - 2$ ومنه $\boxed{HI = 3\ cm}$

2. بيان أن HE = 3.75

بما أنّ المثلث HIE قائم في I ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$HE^2 = HI^2 + IE^2$

$HE^2 = 3^2 + 2{,}25^2 = 14{,}0625$

ومنه

$HE = \sqrt{14{,}0625}$

$\boxed{HE = 3{,}75\ cm}$

3. حساب IĤE

في المثلث HIE لدينا : $\tan \widehat{IHE} = \frac{IE}{IH} = \frac{2{,}25}{3} = 0{,}75$ ومنه $\boxed{\widehat{IHE} \approx 37°}$

الحالة الثانية :

1. **تعيين طبيعة المثلث HIE**

المثلث HIE قائم في I ومتساوي الساقين لأنّ $\widehat{IHE} = \widehat{IEH} = 45°$

2. **استنتاج HI**

بما أنّ المثلث HIE متساوي الساقين فإنّ $\boxed{HI = IE = 2{,}25\ cm}$

حساب AE

$AE = IB = HB - HI = 5 - 2{,}25$ ومنه $\boxed{AE = 2{,}75\ cm}$

الحالة الثالثة :

1. **حساب HI**

في المثلث HIE لدينا : $\tan\widehat{IHE} = \frac{IE}{HI}$ أي $\tan 60° = \frac{2{,}25}{HI}$ ومنه $HI \approx \frac{2{,}25}{1{,}73}$

أي $\boxed{HI \approx 1{,}3\ cm}$

2. **حساب HE**

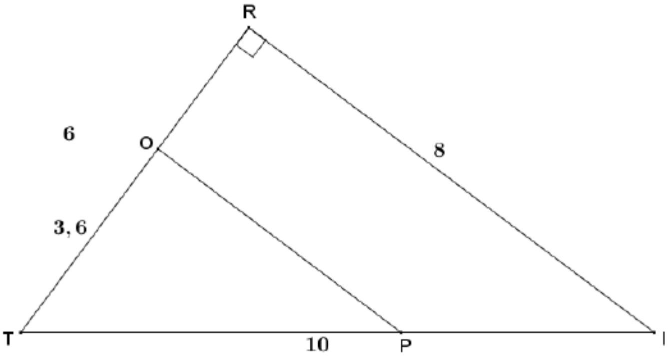
في المثلث HIE لدينا : $\sin\widehat{IHE} = \frac{IE}{HE}$ أي $\sin 60° = \frac{2{,}25}{HE}$ ومنه $HE \approx \frac{2{,}25}{0{,}87}$

أي $\boxed{HI \approx 2{,}6\ cm}$

* * *

التمرين الرابع :

1. **انشاء المثلث TRI**



2. **تعيين نوع المثلث TRI**

لدينا : $TI^2 = 100$ ، $RT^2 = 36$ ، $RI^2 = 64$

بما أنّ $TI^2 = RT^2 + RI^2$ ، نستنتج أنّ المثلث TRI قائم في R (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

3. دراسة توازي المستقيمين (RI) و (OP)

$TO = 3,6\ cm$ ومنه $\frac{TO}{TR} = \frac{3,6}{6} = 0,6$

$TP = \frac{3}{5}TI$ ومنه $\frac{TP}{TI} = \frac{3}{5} = 0,6$

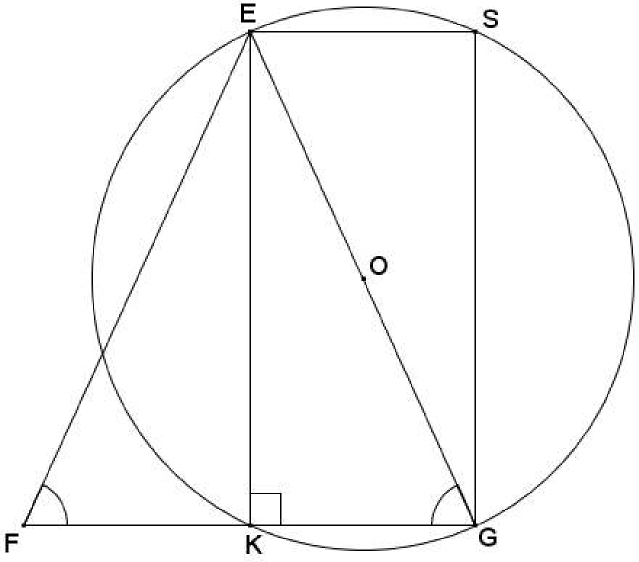
بما أنّ النقاط T ، P ، I و T ، O ، R بنفس الترتيب و $\frac{TO}{TR} = \frac{TP}{TI}$ ، فإنّ المستقيمين (RI) و (OP) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

* * *

المسألة :

الجزء I :

1. رسم الشكل بأطوال حقيقية



2. بيان أن المثلث EKG قائم

المثلث EKG مرسوم داخل الدائرة (C) التي قطرها $[EG]$ ، فهو إذن قائم في K

3. بيان أن K منتصف [FG]

$[EK]$ ارتفاع متعلق بالضلع $[FG]$ وهو أيضا متوسط متعلق بهذا الضلع

(لأنّ المثلث EFG متساوي الساقين) ، ومنه نستنتج أنّ K منتصف $[FG]$

4. حساب EK

بما أنّ المثلث EKG قائم في K ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

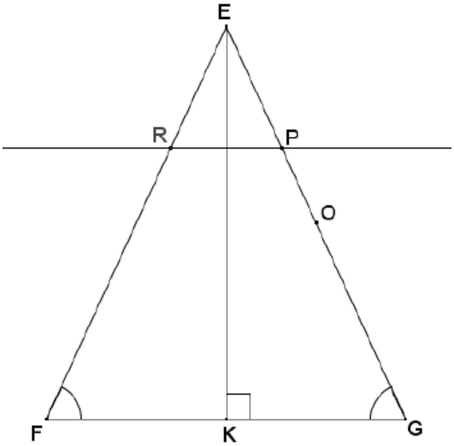
$$EK^2 = EG^2 - KG^2$$
$$EK^2 = 6^2 - 2,5^2 = 29,75$$

ومنه $\boxed{EK = \sqrt{29,75} \approx 5,45}$

5. بيان أن ESGK مستطيل

بما أنّ القطرين $[EG]$ و$[KS]$ يتناصفان في النقطة O و$\widehat{EKG} = 90°$ ، نستنتج أنّ الرباعي $ESGK$ مستطيل (متوازي أضلاع له زاوية قائمة).

الجزء II :



1. ما نوع المثلث EPR ؟ (دون تعليل)

المثلث EPR متساوي الساقين

2. بيان أن $RP = \frac{5}{6}x$

بما أنّ $(PR) \parallel (FG)$ فإنّ $\frac{ER}{EF} = \frac{EP}{EG} = \frac{RP}{FG}$ (حسب نظرية طالس)

أي $\frac{RP}{5} = \frac{x}{6}$ ومنه : $\boxed{RP = \frac{5x}{6}}$.

* * *

الموضوع الخامس

التمرين الأول :

1. كتابة A على شكل $a\sqrt{b}$

$$A = \sqrt{5 \times 100} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{4 \times 5}$$
$$A = 10\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$
$$\boxed{A = 14\sqrt{5}}$$

2. حساب $\frac{B}{A}$

$$\frac{B}{A} = \frac{\frac{5}{3}}{14\sqrt{5}} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{14\sqrt{5}} = \frac{5}{42\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{42\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{42 \times 5} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{42}}$$

3. بيان أن : $42 \times \frac{B}{A} - \sqrt{5} = 0$

$$42 \times \frac{B}{A} - \sqrt{5} = 42 \times \frac{\sqrt{5}}{42} - \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{5} = \boxed{0}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. نشر وتبسيط العبارة E

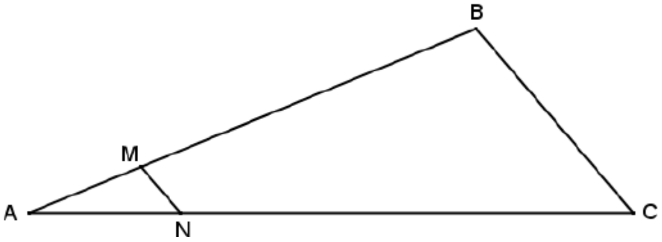
$$E = (x^2 - 4x + 4) - (x^2 + 4x - 5x - 20)$$
$$E = x^2 - 4x + 4 - x^2 + x + 20$$
$$\boxed{E = -3x + 24}$$

2. حساب قيمة E من أجل $x = \sqrt{2}$

$$E = -3\sqrt{2} + 24 \approx -3 \times 1{,}4 + 24 \approx -4{,}2 + 24$$
$$\boxed{E \approx 19{,}8}$$

* * *

التمرين الثالث :



1. **بيان أن (MN) // (BC)**

$AM = \frac{1}{4}AB$ معناه $\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}}$ ؛ $AC = 4\ AN$ معناه $AN = \frac{1}{4}AC$ أي $\boxed{\frac{AN}{AC} = \frac{1}{4}}$

بما أنّ النقاط A ، M ، B و A ، N ، C بنفس الترتيب و $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ،
فإنّ المستقيمين (BC) و (MN) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.
ملاحظة : يمكنك حساب الطولين $AM(2\ cm)$ و $AN(2,5\ cm)$ لتتحقق من صحة المساواة السابقة.

2. **حساب MN**

بما أنّ $(MN) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :
$\frac{MN}{BC} = \frac{1}{4}$ أي $MN = \frac{BC}{4} = \frac{4}{4}$ ومنه $\boxed{MN = 1\ cm}$.

* * *

التمرين الرابع :

1. **حساب العدد y**

في المثلث ABD القائم في A لدينا : $\sin\widehat{ABD} = \frac{AD}{BD}$ أي $\sin 40° = \frac{y}{10}$
ومنه $y \approx 10 \times 0,64$ أي $\boxed{y \approx 6,4}$

2. **كتابة عبارة $\cos A\hat{B}D$ وحساب العدد x**

$\cos\widehat{ABD} = \frac{AB}{BD}$ أي $\cos 40° = \frac{x}{10}$ ومنه $x \approx 10 \times 0,77$ أي $\boxed{x \approx 7,7}$

3. **استنتاج مساحة المستطيل ABCD**

$S_{ABCD} = xy = 6,4 \times 7,7$ ومنه $\boxed{S_{ABCD} \approx 49\ cm^2}$

* * *

المسألة :

الجزء I :

1. حساب قيس زاوية الانحدار FĜE

في المثلث EFG القائم في E لدينا : $\tan\widehat{FGE} = \frac{EF}{EG} = \frac{1500}{2000} = 0{,}75$

ومنه $\boxed{\widehat{FGE} \approx 37°}$

استنتاج المسافة FG

بما أنّ المثلث EFG القائم في E ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$
$$FG^2 = 1500^2 + 2000^2$$
$$FG^2 = 6250000$$

ومنه

$$FG = \sqrt{6250000}$$
$$\boxed{FG = 2500\ m}$$

2. حساب المدة الزمنية التي تستغرقها سيارة لقطع المسافة FG

$$50\ km \rightarrow 60\ mn$$
$$2{,}5\ km \rightarrow t$$

ومنه $t = \frac{2{,}5 \times 60}{50}$ أي $\boxed{t = 3\ mn}$

الجزء II :

1. حساب نسبة السير من *h* 12 إلى *h* 18 بالنسبة لليوم الواحد

$$\frac{250}{800} \times 100 = \frac{250}{8} = \boxed{31{,}25\ \%}$$

إتمام الجدول

ساعات اليوم	من $06h$ إلى $12h$	من $12h$ إلى $18h$	من $18h$ إلى $00h$	من $00h$ إلى $06h$
عدد السيارات	350	250	150	50
نسبة السير %	43,75	31,25	18,75	6,25

2. أ. حساب أكبر عدد من المجموعات لصعود هذا المنحدر

أكبر عدد من المجموعات هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 125 و 115

$$125 = 115 \times 1 + 10$$
$$115 = 10 \times 11 + 5$$
$$10 = 5 \times 2 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(125; 115) = 5}$

ب. كتابة الكسر $\frac{125}{115}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{125}{115} = \frac{125 \div 5}{115 \div 5} = \boxed{\frac{25}{23}}$$

ج. استنتاج عدد السيارات وعدد الشاحنات في كل مجموعة

نستنتج أنّ عدد السيارات في كل مجموعة هو 25 سيارة وعدد الشاحنات هو 23 شاحنة.

الموضوع السادس

التمرين الأول :

1. **اعطاء الكتابة العلمية للعدد A**

$$A = \frac{12,75 \times 1200 \times 10^5}{15 \times 10^{-3}} = \frac{12,75 \times 1200}{15} \times 10^8 = 1020 \times 10^8$$

$\boxed{A = 1,02 \times 10^{11}}$

2. **حصر العدد A بين قوتين متتاليتين للعدد 10**

$\boxed{10^{11} < A < 10^{12}}$

* * *

التمرين الثاني :

1. **بيان أن هذا الكسر قابل للاختزال**

بما أنّ البسط والمقام عددان زوجيان فهما يقبلان القسمة على 2 (على الأقل) ، ومنه يكون الكسر $\frac{170}{578}$ قابلا للاختزال

2. **تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 170 و 578**

$$\begin{aligned} 578 &= 170 \times 3 + 68 \\ 170 &= 68 \times 2 + 34 \\ 68 &= 34 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

ومنه $\boxed{PGCD(578;170) = 34}$

3. **كتابة $\frac{170}{578}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال**

$$\frac{170}{578} = \frac{170 \div 34}{578 \div 34} = \boxed{\frac{5}{17}}$$

* * *

التمرين الثالث :

1. **نشر الجداء $(5x-2)(2x+1)$**

$$(5x-2)(2x+1) = 10x^2 + 5x - 4x - 2 = \boxed{10x^2 + x - 2}$$

2. $\boldsymbol{A = (5x-2)^2 - (2x-1)(5x-2) - (10x^2 + x - 2)}$

- **نشر و تبسيط العبارة A**

$$A = (25x^2 - 20x + 4) - (10x^2 - 4x - 5x + 2) - (10x^2 + x - 2)$$

$$A = 25x^2 - 20x + 4 - 10x^2 + 9x - 2 - 10x^2 - x + 2$$

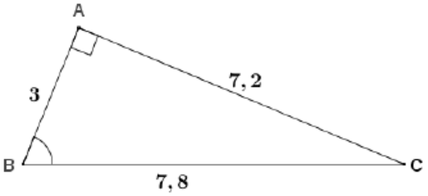
$\boxed{A = 5x^2 - 12x + 4}$

- **تحليل العبارة A إلى جداء عاملين**

$$A = (5x-2)^2 - (2x-1)(5x-2) - (5x-2)(2x+1)$$
$$A = (5x-2)[(5x-2) - (2x-1) - (2x+1)]$$
$$A = (5x-2)(5x-2-2x+1-2x-1)$$
$$\boxed{A = (5x-2)(x-2)}$$

* * *

التمرين الرابع :



1. برهان أن المثلث ABC قائم في A

لدينا : $AB = 3\ cm$ ، $AC = 7{,}2\ cm$ ، $BC = 7{,}8\ cm$

$AB^2 = 3^2 = 9$ ، $AC^2 = 7{,}2^2 = 51{,}84$ ، $BC^2 = 7{,}8^2 = 60{,}84$

بما أنّ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم في A حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

2. حساب قيس الزاوية $\hat{B}$ مدوّر إلى الدرجة

في المثلث ABC لدينا : $\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{7{,}2}{7{,}8} = 0{,}923$ ومنه $\boxed{\hat{B} \approx 67°}$

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. حساب القيمة المضبوطة للطول EM

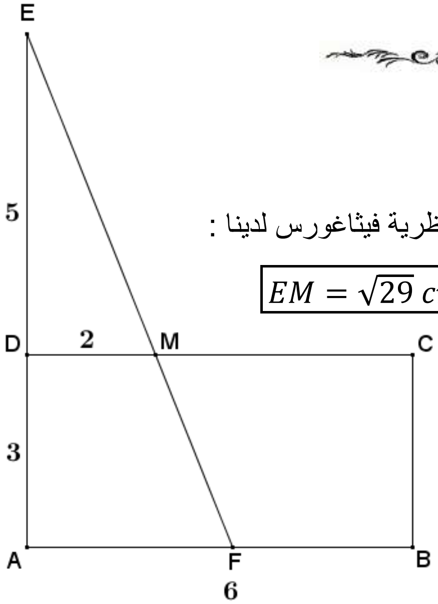
بما أنّ المثلث DEM قائم في D ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$EM^2 = ED^2 + DM^2$$
$$EM^2 = 5^2 + 2^2 = 29$$

ومنه $\boxed{EM = \sqrt{29}\ cm}$

تعيين قيمته المدوّرة إلى الجزء من عشرة

$\boxed{EM \approx 5{,}4\ cm}$



2. حساب الطول EF

في المثلث AEF لدينا : $(DM) \parallel (AF)$

(لأنّ $ABCD$ مستطيل) ، ومنه :

$\frac{DM}{AF} = \frac{EM}{EF} = \frac{ED}{EA}$ (حسب نظرية طالس) أي :

$\frac{5,4}{EF} = \frac{5}{8}$ ومنه $\boxed{EF \approx \frac{8\times5,4}{\mathbf{5}} \approx 8,6\ cm}$

استنتاج الطول MF

$MF = EF - EM$

$MF \approx 8,6 - 5,4$ ومنه $\boxed{MF \approx 3,2\ cm}$

3. حساب القيمة المضبوطة لـ tan DÊM

$\tan\widehat{DEM} = \frac{DM}{DE}$ ومنه $\boxed{\tan\widehat{DEM} = \frac{2}{5}}$

استنتاج قيمة الزاوية DÊM

$\tan\widehat{DEM} = 0,4$ ومنه $\boxed{\widehat{DEM} \approx 22°}$

4. حساب S_1 مساحة المثلث DEM و S_2 مساحة المثلث MCB

$S_1 = \frac{MD\times ED}{2} = \frac{2\times5}{2}$ ومنه $\boxed{S_1 = 5\ cm^2}$

$S_2 = \frac{MC\times BC}{2} = \frac{4\times3}{2}$ ومنه $\boxed{S_2 = 6\ cm^2}$

الجزء الثاني :

1. تعيين القيم الممكنة لـ x

بما أنّ النقطة M تتحرك على $[CD]$ فإنّ $\boxed{0 \le x \le 6}$

2. التعبير عن المساحة S_1 بدلالة x

$S_1 = \frac{MD\times ED}{2} = \frac{x\times5}{2}$ ومنه $\boxed{S_1 = 2,5\ x}$

3. حساب الطول MC بدلالة x

$MC = DC - DM$ ومنه $\boxed{MC = 6 - x}$

* * *

الموضوع السابع

التمرين الأول :

1. حساب PGCD (330 , 690)

$$690 = 330 \times 2 + 30$$
$$330 = 30 \times 11 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(330; 690) = 30}$

2. كتابة الكسر $\frac{330}{690}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{330}{690} = \frac{330 \div 30}{690 \div 30} = \boxed{\frac{11}{23}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. كتابة A على شكل $a\sqrt{5}$

$$A = \sqrt{25 \times 5} - 2\sqrt{9 \times 5} + 6\sqrt{4 \times 5}$$
$$A = 5\sqrt{5} - 2 \times 3\sqrt{5} + 6 \times 2\sqrt{5}$$
$$A = 5\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5}$$
$$\boxed{A = 11\sqrt{5}}$$

2. كتابة B على شكل كسر مقامه عدد ناطق

$$B = \frac{1 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$
$$\boxed{B = \frac{\sqrt{5} + 5}{5}}$$

3. بيان أن : $5B - \frac{1}{11}A = 5$

$$5B - \frac{1}{11}A = 5\left(\frac{\sqrt{5} + 5}{5}\right) - \frac{11\sqrt{5}}{11} = \sqrt{5} + 5 - \sqrt{5} = \boxed{5}$$

* * *

التمرين الثالث :

1. حساب AN

بما أنّ $(MN) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (حسب نظرية طالس) أي :

$\frac{AN}{9} = \frac{4,8}{6}$ إذن $AN = \frac{9\times4,8}{6}$ ومنه $\boxed{AN = 7,2\ cm}$.

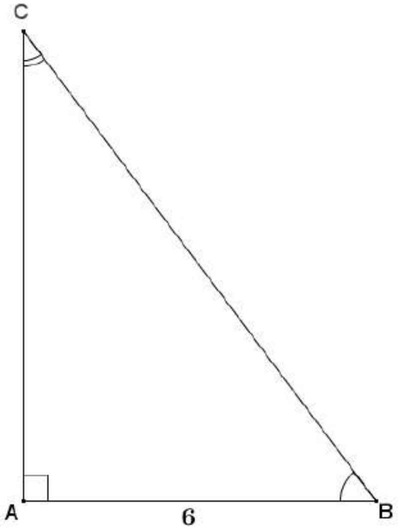
2. بيان أن (EF) // (BC)

لدينا : $\frac{AE}{AC}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ، $\frac{AF}{AB}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

بما أنّ النقاط A ، F ، B و A ، E ، C بنفس الترتيب و $\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AB}$ ، فإنّ المستقيمين (BC) و (EF) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

* * *

التمرين الرابع :



1. حساب الطولين BC وAC

في المثلث ABC لدينا : $\cos\hat{B}=\frac{AB}{BC}$ أي $\frac{6}{BC}=\frac{3}{5}$ ومنه $\boxed{BC=\frac{6\times5}{3}=10}$

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2=BC^2-AB^2$$
$$AC^2=10^2-6^2=64$$

ومنه $\boxed{AC=\sqrt{64}=8}$

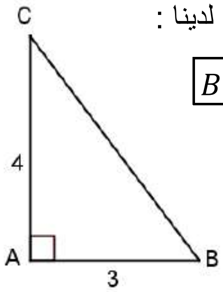
2. حساب $\sin\hat{C}$ واستنتاج قيس الزاوية $\hat{C}$

$\sin\hat{C}=\frac{AB}{BC}=\frac{6}{10}$ أي $\boxed{\sin\hat{C}=0,6}$ ومنه $\boxed{\hat{C}\approx 37°}$

* * *

المسألة :

1. حساب BC



بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$
ومنه $\boxed{BC = \sqrt{25} = 5}$

2. حساب cos AĈB

$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$ أي $\boxed{\cos\widehat{ACB} = 0{,}8}$

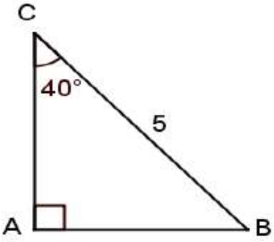
تعيين قيمة AĈB مدوّرة إلى الوحدة

$\cos\widehat{ACB} = 0{,}8$ ومنه $\boxed{\widehat{ACB} \approx 37°}$

3. حساب AB

في المثلث ABC لدينا : $\sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$ أي $\sin 40° = \frac{AB}{5}$

ومنه $AB = 5 \times 0{,}64$ أي $\boxed{AB \approx 3{,}2}$



4. كتابة عبارة tan AĈB

$$\tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

حساب AC

$AC = \frac{AB}{\tan\widehat{ACB}} = \frac{3{,}2}{0{,}84}$ ومنه $\boxed{AC \approx 3{,}8}$

* * *

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

1. حساب العدد a

$119 = 102 \times 1 + 17$

$102 = 17 \times 6 + 0$

ومنه $\boxed{a = PGCD(119;102) = 17}$

2. حساب كلا من $\frac{119}{a}$ ، $\frac{102}{a}$

$\frac{102}{17} = 6$ ، $\frac{119}{17} = 7$

3. بيان أن حاصلي القسمة أوليان فيما بينهما

بما أنّ $a = PGCD(119;102)$ ، فإنّ قسمة كلا من 119 و 102 على a تعطينا حاصلي قسمة (وهما 7 و 6) أوليان فيما بينهما.

* * *

التمرين الثاني :

تبسيط العبارتين التاليتين :

$A = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{50} - 2\sqrt{18}$

$A = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{25 \times 2} - 2\sqrt{9 \times 2}$

$A = 5\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

$\boxed{A = 14\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{27} + \sqrt{20} - \sqrt{12} - \sqrt{45}$

$B = \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{4 \times 3} - \sqrt{9 \times 5}$

$B = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$

$\boxed{B = \sqrt{3} - \sqrt{5}}$

* * *

التمرين الثالث :

1. نشر وتبسيط العبارة A

$A = (5x)^2 + (2)^2 + 2(5x)(2) - 9x^2$

$A = 25x^2 + 4 + 20x - 9x^2$

$A = 16x^2 + 20x + 4$

2. تحليل العبارة A إلى جداء عاملين

$A = (5x+2)^2 - (3x)^2$

$A = (5x+2-3x)(5x+2+3x)$

$\boxed{A = (2x+2)(8x+2)}$

3. حساب العبارة A من أجل $x = \sqrt{3}$

$A = 16\left(\sqrt{3}\right)^2 + 20\sqrt{3} + 4$

$A = 16 \times 3 + 20\sqrt{3} + 4$

$\boxed{A = 52 + 20\sqrt{3}}$

* * *

التمرين الرابع :

في المثلث DNC لدينا $(DC) \parallel (MB)$ (لأنّ $ABCD$ متوازي أضلاع) ، وحسب نظرية طالس فإنّ : $\frac{MB}{DC} = \frac{NB}{NC} = \frac{NM}{ND}$ أي $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{y}{y+6} = \frac{x}{x+12}$

$\frac{1}{5} = \frac{x}{x+12}$ معناه $5x = x + 12$ أي $4x = 12$ ومنه $\boxed{x = 3}$

$\frac{1}{5} = \frac{y}{y+6}$ معناه $5y = y + 6$ أي $4y = 6$ ومنه $\boxed{y = \frac{6}{4} = 1,5}$

* * *

المسألة :

1. حساب الطول AF

بما أنّ المثلث ABF قائم في B ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$AF^2 = AB^2 + BF^2$

$AF^2 = 3^2 + 6^2 = 45$

ومنه $\boxed{AF = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ cm}$

2. بيان أن الطول $FD = 6\sqrt{5}$

بما أنّ المثلث BFD قائم في B ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$FD^2 = BD^2 + BF^2$

$FD^2 = 12^2 + 6^2 = 180$

ومنه $FD = \sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5}$

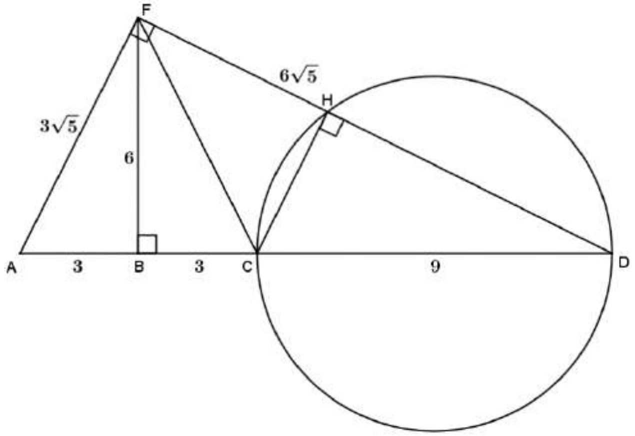
$\boxed{FD = 6\sqrt{5}\ cm}$

3. برهان أن المثلث AFD قائم في F

لدينا : $AF^2 = 45$ ، $FD^2 = 180$ ، $AD^2 = 15^2 = 225$

بما أنّ : $AD^2 = AF^2 + FD^2$ فإنّ المثلث AFD قائم في F حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

4. رسم الدائرة التي قطرها [CD] والتي تقطع الضلع [FD] في H



أ. برهان أن (AF) // (CH)

المثلث CHD مرسوم داخل الدائرة التي قطرها $[CD]$ ، فهو إذن قائم في H ،
أي $(FD) \perp (CH)$ ، وبما أنّ المثلث AFD قائم في F فإنّ $(FD) \perp (AF)$
ومنه نستنتج أنّ المستقيمين (CH) و(AF) متوازيان لأنهما عموديان على (FD)

ب. حساب الطولين DH و CH

بما أنّ $(AF) \parallel (CH)$ فإنّ $\frac{DH}{DF}=\frac{DC}{DA}=\frac{CH}{AF}$ (حسب نظرية طالس) ، أي :

$\frac{DH}{6\sqrt{5}}=\frac{9}{15}=\frac{CH}{3\sqrt{5}}$ ومنه :

$DH=\frac{9\times6\sqrt{5}}{15}$ إذن $\boxed{DH=\frac{18\sqrt{5}}{5}\approx 8\ cm}$

$CH=\frac{9\times3\sqrt{5}}{15}$ إذن $\boxed{CH=\frac{9\sqrt{5}}{5}\approx 4\ cm}$

5. بيان أن المثلث AFC متساوي الساقين

المثلثان ABF وCBF متقايسان لأنّ :

① $[BF]$ ضلع مشترك لهما
② $AB=BC$
③ $\widehat{ABF}=\widehat{CBF}$

ومنه $AF=CF$ ، إذن نستنتج أنّ المثلث AFC متساوي الساقين في F.

حساب محيطه P و مساحته S

$P=AF+FC+AC$
$P=3\sqrt{5}+3\sqrt{5}+6$
$\boxed{P=6\sqrt{5}+6\ cm}$

$S=\frac{AC\times BF}{2}=\frac{6\times6}{2}=\frac{36}{2}$
$\boxed{S=18\ cm^2}$

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

1. **أعط الكتابة العلمية للعدد A**

$A = 1,23 \times 10^{2} \times 10^{-7} \times 3,6 \times 10^{-4} \times 10^{6}$

$\boxed{A = 4,428 \times 10^{-3}}$

2. **كتابة B على شكل $a\sqrt{b}$**

$B = \sqrt{16 \times 5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5}$

$B = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$\boxed{B = 3\sqrt{5}}$

* * *

التمرين الثاني :

1. **حساب عدد الجيران**

عدد الجيران الذين يمكن توزيع الحلويات عليهم هو : $PGCD(180;168)$

$180 = 168 \times 1 + 12$

$168 = 12 \times 14 + 0$

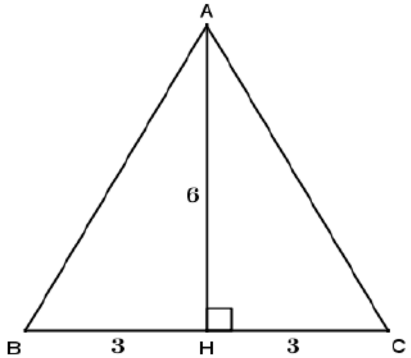
ومنه $\boxed{PGCD(180;168) = 12}$

2. **حساب عدد حبات المقروط وحبات البقلاوة التي سيتحصل عليها كل جار**

$\frac{180}{12} = 15$ ، $\frac{168}{12} = 14$ ، ومنه سيتحصل كل جار على 15 حبة مقروط و14 حبة بقلاوة

* * *

التمرين الثالث :



1. حساب الطول AC

بما أنّ المثلث AHC قائم في H ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$
$$AC^2 = 6^2 + 3^2 = 45$$

ومنه $\boxed{AC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}}$

2. بيان أن محيط هذا المثلث هو $\boldsymbol{P = 6(1+\sqrt{5})}$

$$P = AB + AC + BC = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 6 = 6\sqrt{5} + 6$$

$$\boxed{P = 6\left(1+\sqrt{5}\right)cm}$$

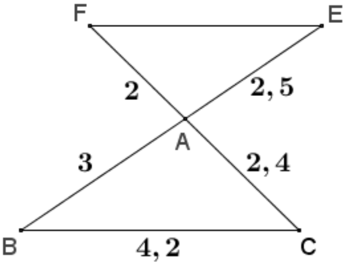
3. حساب مساحة هذا المثلث

$$S = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2}$$

$$\boxed{S = 18\ cm^2}$$

* * *

التمرين الرابع :



1. بيان أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان

$\frac{AB}{AE} = \frac{3}{2,5} = 1,2$ ، $\frac{AC}{AF} = \frac{2,4}{2} = 1,2$

بما أنّ النقاط A ، B ، E و A ، C ، F بنفس الترتيب و $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$ ، فإنّ المستقيمين (BC) و (EF) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

2. حساب الطول EF

بما أنّ $(EF) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$\frac{4,2}{EF} = 1,2$ أي $EF = \frac{4,2}{1,2}$ ومنه $\boxed{EF = 3,5}$.

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

تعيين قيمة x بحيث يكون طول السياج $98\ m$

لدينا : $AB = DC = 20$ ، $AE = 18$ ، $DM = MF = 9$ ، $AD = EF = BC = 2$

لحساب طول السياج نحسب أولا الطولين AM و EM (علما أنّهما متقايسان)

بما أنّ المثلث ADM قائم في D ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AM^2 = AD^2 + DM^2$$
$$AM^2 = 12^2 + 9^2 = 225$$

ومنه $\boxed{AM = \sqrt{225} = 15}$

ليكن L هو محيط السياج. لدينا :

$$L = AB - x + BC - x + CD - 2x + DA + AM + EM + EF$$
$$L = 20 - x + 12 - x + 20 - 2x + 12 + 15 + 15 + 12$$
$$L = 106 - 4x$$

$106 - 4x = 98$ معناه $4x = 8$ ومنه $\boxed{x = 2}$

الجزء الثاني :

1. **حساب مساحة الجزء المظلل**

لتكن S_5 مساحة الجزء المظلل. لدينا :

$S = S_1 - 16 = 12 \times 2 - 16$ ومنه $\boxed{S = 8\, m^2}$

حساب المساحة الكلّية للسقف

لتكن S المساحة الكلّية للسقف. لدينا :

$$S = S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = AE \times AD + S_5$$
$$S = 18 \times 12 + 8 = 216 + 8$$
$$\boxed{S = 224\, m^2}$$

2. **حساب تكلفة هذه العملية**

ثمن الأعمدة هو : $17 \times 400 = 6800\ DA$

ثمن السياج هو : $98 \times 150 = 14700\ DA$

تكلفة العملية هي : $\boxed{6800 + 24000 + 14700 = 45500\ DA}$

* * *

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

1. حساب العدد A

$$A = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{3} - \frac{10}{12} = \frac{5}{3} - \frac{5}{6} = \frac{10}{6} - \frac{5}{6} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

2. اعطاء الكتابة العلمية للعدد B

$$B = \frac{6 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^{5}}{105 \times 10^{4}} = \frac{42 \times 10^{2}}{105 \times 10^{4}} = 0,4 \times 10^{-2} = \boxed{4 \times 10^{-3}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. حساب PGCD (561 , 396)

$$561 = 396 \times 1 + 165$$
$$396 = 165 \times 2 + 66$$
$$165 = 66 \times 2 + 33$$
$$66 = 33 \times 2 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(561; 396) = 33}$

2. كتابة $\frac{561}{396}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{561}{396} = \frac{561 \div 33}{396 \div 33} = \boxed{\frac{17}{12}}$$

* * *

التمرين الثالث :

1. كتابة A و B على أبسط شكل ممكن

$$A = \sqrt{49 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{4 \times 2}$$
$$A = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$
$$\boxed{A = 9\sqrt{2}}$$
$$B = \frac{2}{5}\sqrt{2} \times 5 \times 3$$
$$\boxed{B = 6\sqrt{2}}$$

2. تعيين القيمة المضبوطة لكل من : $\frac{A+B}{2}$ ، $A \times B$ ، $A^2 - B^2$

$$\frac{A+B}{2} = \frac{9\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{2} = \boxed{\frac{15\sqrt{2}}{2}}$$

$$A \times B = 9\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 54 \times 2 = \boxed{108}$$

$$A^2 - B^2 = \left(9\sqrt{2}\right)^2 - \left(6\sqrt{2}\right)^2 = 81 \times 2 - 36 \times 2 = 162 - 72 = \boxed{90}$$

* * *

التمرين الرابع :

تعيين قيمة x في كل من الحالات التالية :

$x^2 + 24 = 20$ معناه $x^2 = -4$ مستحيل لأنّ العدد المربع موجب دوما

$(x+1)^2 = 64$ معناه $x + 1 = 8$ أو $x + 1 = -8$ ومنه $\boxed{x = 7 \text{ أو } x = -9}$

$\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$ معناه $x = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$ أي $x = \sqrt{2} \times \sqrt{6}$ ومنه $\boxed{x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}}$

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. بيان أن المثلث ABC قائم في B

$AB^2 = 120^2 = 14400$

$AC^2 = 200^2 = 40000$

$BC^2 = 160^2 = 25600$

بما أنّ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم في B حسب نظرية فيثاغورس العكسية

2. حساب مساحته $\mathcal{A}$

$\mathcal{A} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{120 \times 160}{2}$ ومنه $\boxed{\mathcal{A} = 9600\ m^2}$

3. بيان أن (AB) // (EF)

المستقيمان (AB) و(EF) يعامدان المستقيم (BC) فهما إذن متوازيان

4. بيان أن EF = 30 *m*

بما أنّ $(EF) \parallel (AB)$ فإنّ $\frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB}$ (حسب نظرية طالس) ومنه :

$\frac{EF}{120} = \frac{40}{160}$ أي $EF = \frac{40 \times 120}{160}$ إذن $\boxed{EF = 30\ m}$.

استنتاج مساحة المثلث EBC

$S_{EBC} = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{160 \times 30}{2}$ ومنه $\boxed{S_{EBC} = 2400\ m^2}$

الجزء الثاني :

1. بيان أن الطول EF يساوي $\frac{3}{4}x$

لدينا : $\frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB}$ أي $\frac{EF}{120} = \frac{x}{160}$ ومنه $EF = \frac{120x}{160}$ إذن $\boxed{EF = \frac{3}{4}x}$

2. كتابة S بدلالة x

$\frac{160\times3x}{2\times4} = \frac{160 \times \frac{3}{4}x}{2} = \frac{BC\times EF}{2} = S$ ومنه $\boxed{S = 60x}$

3. استنتاج 'S مساحة المثلث EMB بدلالة x

$S' = \mathcal{A} - S$ ومنه $\boxed{S' = 9600 - 60x}$

4. تعيين قيمة x التي من أجلها تكون S = S'

$60x = 9600 - 60x$ معناه $120x = 9600$ ومنه $\boxed{x = \frac{9600}{120} = 80\ m}$

من أجل $x = 80\ m$ تكون النقطة F في منتصف $[BC]$.

* * *

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

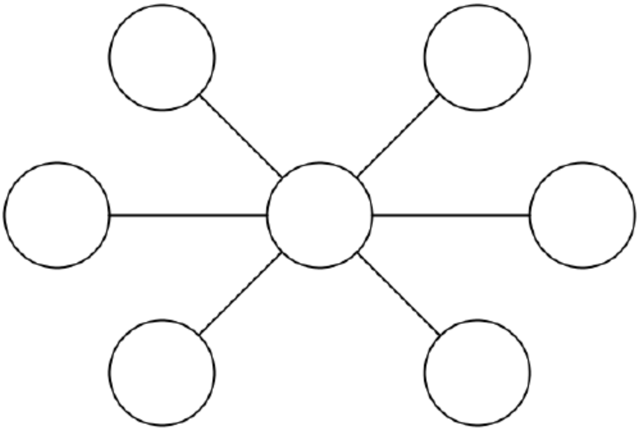
1. ضع في المربعات الفارغة العدد المناسب حتى يكون المجموع صحيحا :

		20	**3**			
		4	**9**			
5	**2**			**6**	**7**	**36 =**
16	**14**			**9**	**8**	**71 =**
		5	**8**			
		1	**10**			
		= **50**	**=** **50**			

2. ضع الأرقام المناسبة مكان علامات الاستفهام :

A	×	**C**	×	**A**	=	**2**
×		×		×		
B	×	**C**	×	**B**	=	**8**
×		×		×		
A	×	**C**	×	**B**	=	**?**
=		=		=		
2		**?**		**?**		

3. وزّع الأرقام من 1 إلى 7 داخل الدوائر بحيث يكون مجموع كل ثلاث دوائر متصلة على خطّ واحد يساوي 12



عوامل الاعتبارات
الفصل الثاني

تذكّر وأنت صغير على أكتاف والدك

تحضن رأسه بين ذراعيك

مقبل على الدنيا وعيونك كلّها أمل ..

كان ولا زال مصدرة سعادتك ..

حان دورك الآن لتكون

مصدر سعادته بنجاحك

فهو ينتظره منك ..

من أجله ومن أجل من يحبّك .. انجح

الموضوع الأول

التمرين الأول :

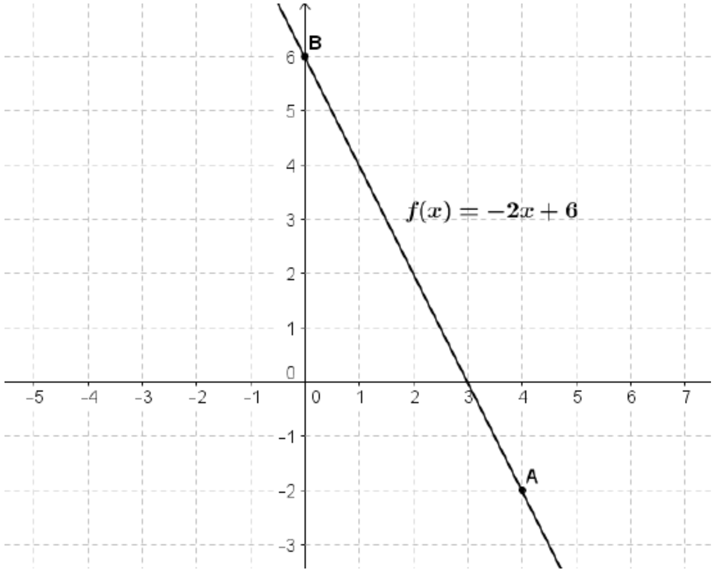
1. تعيين الدالة التآلفية f

$f(x) = ax + b$ ، ولدينا :

$\begin{cases} f(4) = -2 \\ f(0) = 6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 4a + b = -2 \\ b = 6 \end{cases}$ ومنه $4a + 6 = -2$ أي $4a = -8$

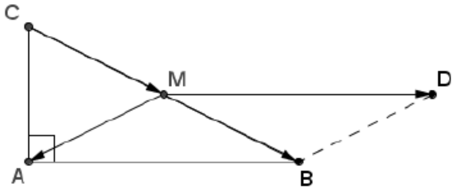
أي $a = -2$ ومنه $\boxed{f(x) = -2x + 6}$

2. التمثل البياني للدالة f



* * *

التمرين الثاني :



1. حساب AC

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = 5^2 - (2\sqrt{5})^2 = 5$$

ومنه $\boxed{AC = \sqrt{5}}$

2. انشاء النقطة D (انظر الشكل)

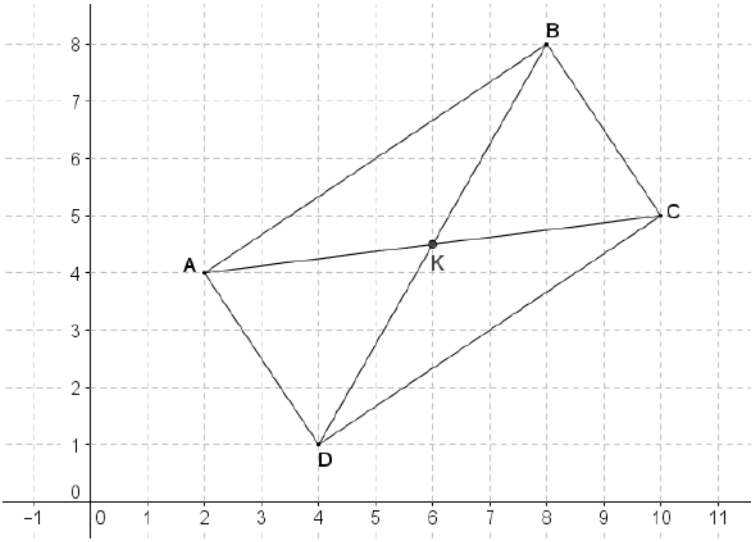
3. بيان أنّ $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CM}$

لدينا $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MB}$ وبما أنّ M منتصف $[BC]$ فإنّ $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM}$ ومنه نستنتج أنّ : $\boxed{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CM}}$

* * *

التمرين الثالث :

1. تعليم النقط A(2 ; 4) ، B(8 ; 8) ، C(10 ; 5) ، D(4 ; 1)



2. حساب إحداثيتي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A)$$

$$\overrightarrow{AB}(8-2\,;8-4)$$

$$\boxed{\overrightarrow{AB}(6\,;4)}$$

$$\overrightarrow{DC}(x_C - x_D\,;y_C - y_D)$$

$$\overrightarrow{DC}(10-4\,;5-1)$$

$$\boxed{\overrightarrow{DC}(6\,;4)}$$

3. حساب الطولين AC ، DB

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(8)^2 + (1)^2} = \boxed{\sqrt{65}}$$

$$DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(4)^2 + (7)^2} = \boxed{\sqrt{65}}$$

4. بيان نوع الرباعي ABCD

لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ و $AC = DB$ ، ومنه نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ مستطيل (متوازي أضلاع قطراه متقايسان)

5. حساب إحداثيتي K

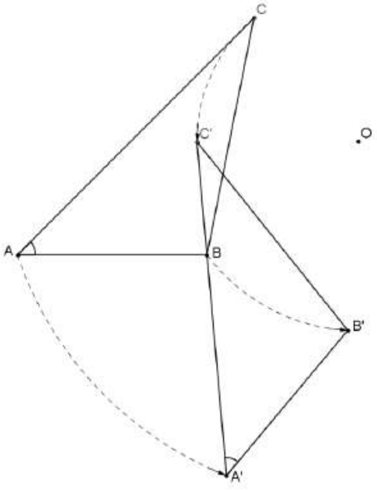
بما أن القطرين $[AC]$ و $[DB]$ يتناصفان ، فإنّ النقطة K هي منتصف $[AC]$ ومنه :

$K\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ أي $K\left(\frac{12}{2};\frac{9}{2}\right)$ ومنه $\boxed{K\left(6;\frac{9}{2}\right)}$

* * *

التمرين الرابع :

1. انشاء صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه O و زاويته 50°



2. تعيين قيس $B'\widehat{A'}C'$

بما أنّ الدوران يحافظ على أقياس الزوايا ، فإنّ : $\boxed{\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC} = 45°}$

* * *

المسألة :

1. تعيين قيم x التي تحقق الشرط

محيط القاعة A_1 هو $P_1 = 2(10 + 8 - x) = 36 - 2x$

محيط الغرفة A_2 هو $P_2 = 2(6 + x) = 12 + 2x$

محيط المطبخ A_3 هو $P_3 = 2(4 + x) = 8 + 2x$

$P_1 > P_2 + P_3$ معناه $36 - 2x > 12 + 2x + 8 + 2x$ أي $16 > 6x$ ومنه

$x < \frac{16}{6}$ أي $\boxed{x < 2{,}67\ m}$

2. تعيين قيمة x التي تحقق هذا الشرط

مساحة القاعة A_1 هي $S_1 = 10(8-x) = 80 - 10x$

مساحة الغرفة A_2 هي $S_2 = 6x$

مساحة المطبخ A_3 هي $S_3 = 4x$

$S_1 = \frac{5}{3} S_2$ معناه $80 - 10x = \frac{5}{3} \times 6x$ أي $80 - 10x = 10x$ ومنه $20x = 80$

أي $\boxed{x = 4\ m}$

حساب المساحات الثلاث

$S_1 = 80 - 10x = 80 - 10 \times 4$ ومنه $\boxed{S_1 = 40\ m^2}$

$S_2 = 6x = 6 \times 4$ ومنه $\boxed{S_2 = 24\ m^2}$

$S_3 = 4x = 4 \times 4$ ومنه $\boxed{S_3 = 16\ m^2}$

3. أ. ترجمة ما قرّره عمّي سعيد إلى متراجحتين

$\begin{cases} S_1 \geq 48 \\ P_1 \leq 32 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 80 - 10x \geq 48 \\ 36 - 2x \leq 32 \end{cases}$

ب. اعطاء حصر لـ x

$\begin{cases} 80 - 10x \geq 48 \\ 36 - 2x \leq 32 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 10x \leq 32 \\ 2x \geq 4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x \leq 3,2 \\ x \geq 2 \end{cases}$ ومنه $\boxed{2 \leq x \leq 3,2}$

ج. تعيين القيم التي تحقق الشرط الموضوع

القيمتان $2,5\ m$ و $3m$ هما اللتان تحققان الشرط الموضوع

* * *

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

حساب قيس الزوايا $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ ، $\hat{C}$

لدينا : $\begin{cases} \hat{A} = 3\hat{B} \\ \hat{C} = \frac{1}{2}\hat{B} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \end{cases}$ ومنه $3\hat{B} + \hat{B} + \frac{1}{2}\hat{B} = 180$ أي $\frac{9}{2}\hat{B} = 180$

أي $\hat{B} = \frac{180}{\frac{9}{2}} = 180 \times \frac{2}{9} = \frac{360}{9}$ ومنه $\boxed{\hat{B} = 40^\circ \text{ ، } \hat{A} = 120^\circ \text{ ، } \hat{C} = 20^\circ}$

التمرين الثاني :

1. **نشر و تبسيط العبارة A**

$A = (2x+3)^2 + (2x+3)(5x-7)$

$A = 4x^2 + 9 + 12x + 10x^2 - 14x + 15x - 21$

$\boxed{A = 14x^2 + 13x - 12}$

2. **تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى**

$A = (2x+3)[(2x+3) + (5x-7)]$

$A = (2x+3)(2x+3+5x-7)$

$\boxed{A = (2x+3)(7x-4)}$

3. **حل المعادلة : $(2x+3)(7x-4) = 0$**

$(2x+3)(7x-4) = 0$ معناه $2x+3 = 0$ أو $7x-4 = 0$

$2x+3 = 0$ ومنه $2x = -3$ إذن $x = -\frac{3}{2}$

$7x-4 = 0$ ومنه $7x = 4$ إذن $x = \frac{4}{7}$

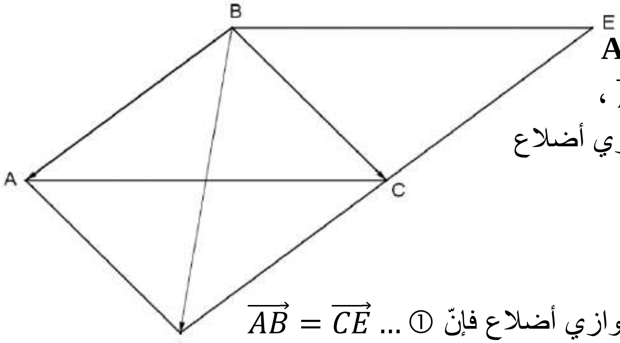
للمعادلة حلان هما : $\boxed{-\frac{3}{2} \text{ و } \frac{4}{7}}$

التمرين الثالث :

1. **انشاء النقطة E بحيث يكون الرباعي ABEC متوازي أضلاع**

الرباعي ABEC متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ ، ومنه فإنّ E هي صورة C بالانسحاب الذي شعاع $\overrightarrow{AB}$.

2. **انشاء النقطة F بحيث : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$**



تعيين نوع الرباعي ABCF

بما أنّ $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ،
فإنّ الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع

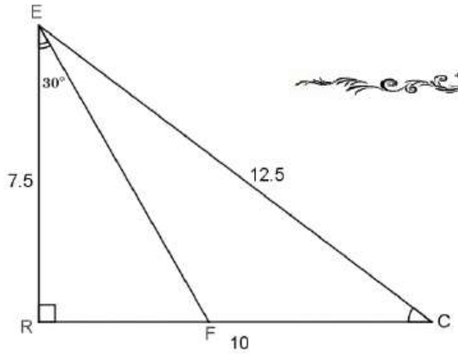
3. **بيان أن : $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}$**

بما أنّ الرباعي $ABEC$ متوازي أضلاع فإنّ ① ... $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$
وبما أنّ الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع فإنّ ② ... $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FC}$
من ① و② نستنتج أنّ $\boxed{\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CE}}$
النقطة C هي منتصف $[FE]$.

* * *

التمرين الرابع :

1. **انشاء المثلث REC**



2. **بيان أنّ المثلث REC قائم في R**

$EC^2 = 12,5^2 = 156,25$
$RC^2 = 10^2 = 100$
$RE^2 = 7,5^2 = 56,25$

بما أنّ : $EC^2 = RC^2 + RE^2$ فإنّ المثلث REC قائم في R حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

3. **حساب الزاويتين $\widehat{RCE}$ و $\widehat{REC}$**

$\tan\widehat{RCE} = \frac{RE}{RC} = \frac{7,5}{10} = 0,75$ ومنه $\boxed{\widehat{RCE} \approx 37°}$

$\widehat{REC} = 90 - \widehat{RCE} = 90 - 37$ ومنه $\boxed{\widehat{REC} \approx 53°}$

4. **أ. تعليم النقطة F من القطعة $[RC]$ حيث $\widehat{REF} = 30°$**

ب. حساب الطول RF

$\tan\widehat{REF} = \frac{RF}{RE}$ ومنه $RF = RE \times \tan 30 = 7,5 \times 0,557$ أي $\boxed{RF = 4,33}$

حساب الطول EF (طريقة أولى)

$\sin\widehat{REF} = \frac{RF}{EF}$ ومنه $EF = \frac{RF}{\sin 30} = \frac{4,33}{\frac{1}{2}} = 4,33 \times 2$ أي $\boxed{EF = 8,66}$

حساب الطول EF (طريقة ثانية)

بما أنّ المثلث REF قائم في R ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

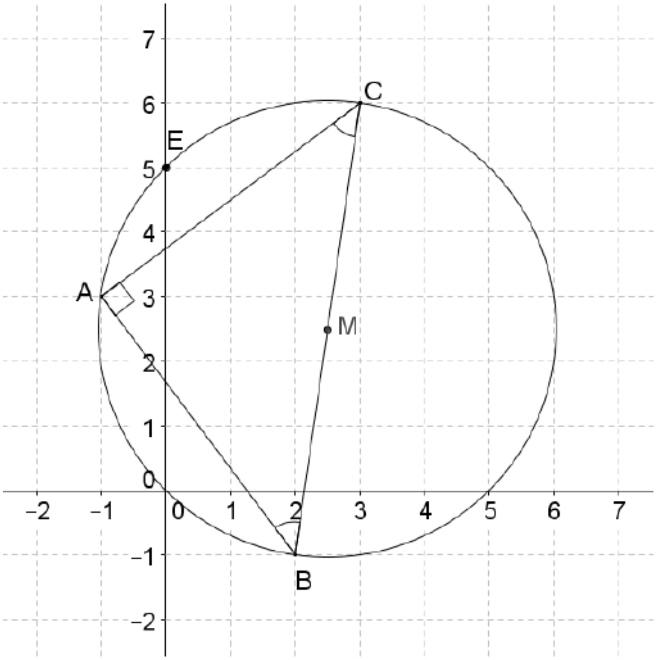
$$EF^2 = RE^2 + RF^2$$
$$EF^2 = 7{,}5^2 + 4{,}33^2 \approx 75$$

ومنه $\boxed{EF \approx \sqrt{75} = 8{,}66}$

* * *

المسألة :

1. تعليم النقط $A(-1\ ;\ 3)$ ، $B(2\ ;\ -1)$ ، $C(3\ ;\ 6)$



2. حساب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
$\overrightarrow{AB}(2 + 1; -1 - 3)$
$\boxed{\overrightarrow{AB}(3; -4)}$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$
$\overrightarrow{AC}(3 + 1; 6 - 3)$
$\boxed{\overrightarrow{AC}(4; 3)}$

$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B)$
$\overrightarrow{BC}(3 - 2; 6 + 1)$
$\boxed{\overrightarrow{BC}(1; 7)}$

3. بيان أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = \boxed{5}$$
$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = \boxed{5}$$
$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(1)^2 + (7)^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}}$$

بما أنّ $AB = AC$ و $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. حساب $Cos\,\hat{B}$

$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه $\boxed{\cos\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

حساب $\tan\hat{C}$

$\tan\hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{5}$ ومنه $\boxed{\tan\hat{C} = 1}$

استنتاج قيس الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$

$\cos\hat{B} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه $\boxed{\hat{B} = 45^\circ}$

$\tan\hat{C} = 1$ ومنه $\boxed{\hat{C} = 45^\circ}$

5. أ. حساب إحداثيتي النقطة M

النقطة M هي منتصف الوتر $[BC]$ أي $M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)}$

ب. حساب طول نصف قطر الدائرة $(\mathscr{C})$

قطر الدائرة $(\mathscr{C})$ هو الوتر $[BC]$ ومنه : $r = \frac{BC}{2}$ أي $\boxed{r = \frac{5\sqrt{2}}{2}}$

ج. بيان أن النقطة E تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C})$

لبيان أن النقطة E تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C})$ ، يكفي أن نبيّن أنّ $ME = r$

$$ME = \sqrt{(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2} = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{50}{4}} = \boxed{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$$

$ME = r$ ، إذن النقطة E تنتمي إلى الدائرة $(\mathscr{C})$.

* * *

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

1. **كتابة العبارة A على أبسط شكل ممكن**

$$A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21} = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{20} = \frac{8}{3} - \frac{105}{60} = \frac{160}{60} - \frac{105}{60} = \frac{55}{60} = \boxed{\frac{11}{12}}$$

2. **كتابة العبارة B على شكل $a\sqrt{7}$**

$$B = 3\sqrt{28} - 9\sqrt{63} = 3\sqrt{4 \times 7} - 9\sqrt{9 \times 7} = 6\sqrt{7} - 27\sqrt{7} = \boxed{-21\sqrt{7}}$$

3. **حساب $PGCD(1820; 2730)$**

$$2730 = 1820 \times 1 + 910$$
$$1820 = 910 \times 2 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(1820; 2730) = 910}$

اختزال الكسر $\frac{1820}{2730}$

$$\frac{1820}{2730} = \frac{1820 \div 910}{2730 \div 910} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. **تعيين الدالة f**

$f(-2) = -6$ معناه $-2a = -6$ أي $a = 3$ ومنه $\boxed{f(x) = 3x}$

2. **حساب $f(3)$ ، $g\left(\frac{1}{2}\right)$**

$f(3) = 3 \times 3$ ومنه $\boxed{f(3) = 9}$

$g\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2 = 1 - 2$ ومنه $\boxed{g\left(\frac{1}{2}\right) = -1}$

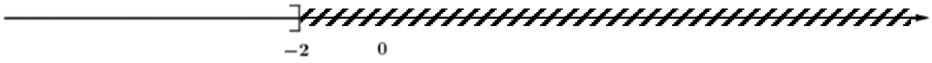
3. **تعيين العدد x_1**

$g(x_1) = -4$ معناه $2x_1 - 2 = -4$ أي $2x_1 = -2$ ومنه $\boxed{x_1 = -1}$

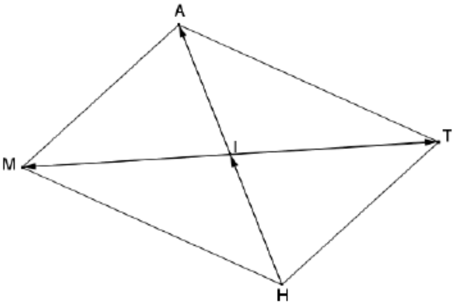
4. **حلّ المتراجحة $g(x) \geq f(x)$**

$2x - 2 \geq 3x$ معناه $2x - 3x \geq 2$ أي $-x \geq 2$ ومنه $\boxed{x \leq -2}$

تمثيل مجموعة الحلول بيانيا



التمرين الثالث :



1. **تعيين النقطة I بحيث :** $\overrightarrow{\boldsymbol{IM}}+\overrightarrow{\boldsymbol{IT}}=\vec{\mathbf{0}}$

$\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IT}=\vec{0}$ معناه I منتصف $[MT]$

2. **تعيين النقطة H بحيث :** $\overrightarrow{\boldsymbol{HI}}=\overrightarrow{\boldsymbol{IA}}$

$\overrightarrow{HI}=\overrightarrow{IA}$ معناه I منتصف $[AH]$ (H نظيرة A بالنسبة إلى I)

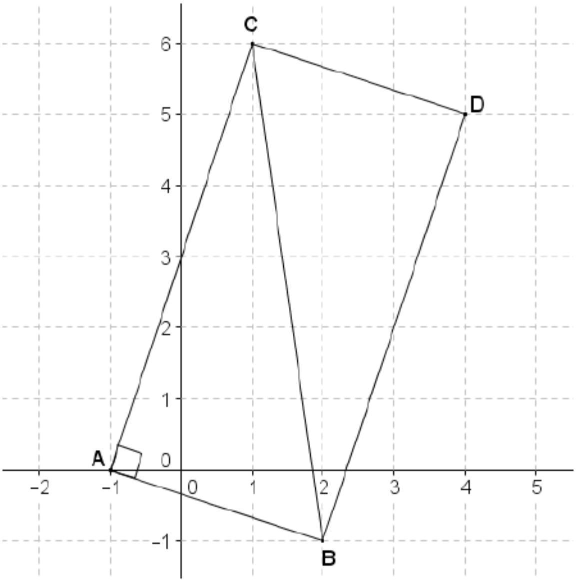
3. **تعيين نوع الرباعي MATH**

بما أنّ القطرين $[MT]$ و $[AH]$ يتناصفان في النقطة I، نستنتج أنّ الرباعي $MATH$ متوازي أضلاع.

* * *

التمرين الرابع :

1. **تعليم النقط A(-1 ; 0) ، B(2 ; -1) ، C(1 ; 6)**



2. حساب الأطوال AB ، AC ، BC

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2} = \boxed{\sqrt{10}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2)^2 + (6)^2} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (7)^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}}$$

3. بيان أنّ المثلث ABC قائم في A

لدينا : $AB^2 = 10$ ، $AC^2 = 40$ ، $BC^2 = 50$

بما أنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. أ. حساب إحداثيات الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{AB}(3\,;\,-1)}$

ب. حساب إحداثيتي النقطة D

بما أنّ D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ومنه :

$\begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D - 1 = 3 \\ y_D - 6 = -1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 5 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(4; 5)}$

ج. تعيين طبيعة الرباعي ABDC

بما أنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ و $\widehat{BAC} = 90°$ ، فإنّ الرباعي $ABCD$ مستطيل.

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. حساب القيمة المضبوطة للطول CM

بما أنّ المثلث MTC قائم في T ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$CM^2 = TC^2 + TM^2$$
$$CM^2 = 5^2 + 2^2 = 29$$

ومنه $\boxed{CM = \sqrt{29}\ cm}$

2. حساب مساحة المثلث MEF

$S_{MEF} = \frac{ME \times MF}{2} = \frac{4 \times 3}{2}$ ومنه $\boxed{S_{MEF} = 6\ cm^2}$

الجزء الثاني :

1. حساب القيمة المضبوطة للطول LR

بما أنّ $(LR) \parallel (FE)$ فإنّ $\frac{MR}{ME} = \frac{LR}{FE}$ (نظرية طالس) أي $\frac{LR}{3} = \frac{1}{4}$ ومنه :

$\boxed{LR = \frac{3}{4}\ cm}$.

2. حساب القيمة المضبوطة للنسبة $\tan \widehat{TCM}$

$\tan \widehat{TCM} = \frac{TM}{TC}$ ومنه $\boxed{\tan \widehat{TCM} = \frac{2}{5}}$

استنتاج قيس الزاوية $\widehat{TMC}$ بالتدوير إلى الدرجة

$\tan \widehat{TCM} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ ومنه $\widehat{TCM} \approx 22°$.

$\widehat{TMC} = 90 - \widehat{TCM} = 90 - 22$ ومنه $\boxed{\widehat{TMC} \approx 68°}$

الجزء الثالث : نضع $TM = x$

1. **حصر العدد x**

بما أنّ النقطة M تنتمي إلى القطعة $[TE]$ فإنّ $\boxed{0 \le x \le 6}$

2. **التعبير بدلالة x عن مساحتي المثلثين TMC وMEF**

$S_{TMC} = \frac{TC\times TM}{2}$ ومنه $\boxed{S_{TMC} = \frac{5}{2}x}$

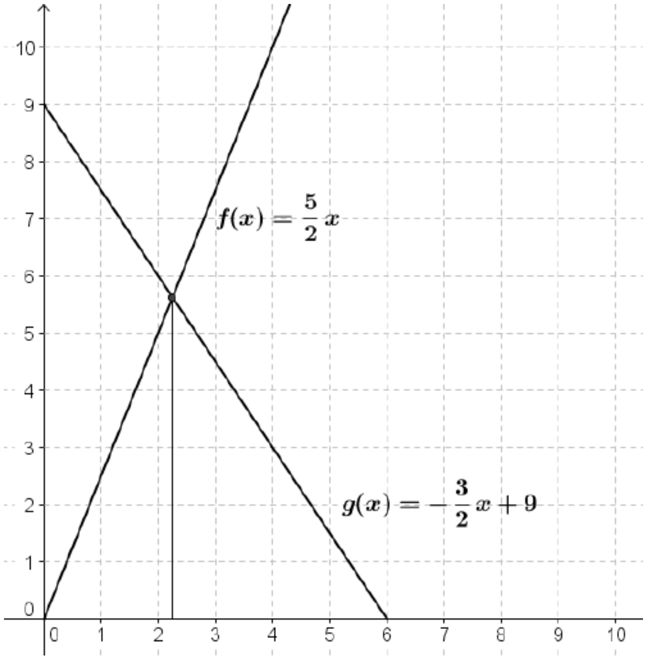
$S_{MEF} = \frac{ME\times EF}{2} = \frac{3}{2}(6 - x)$ ومنه $\boxed{S_{MEF} = 9 - \frac{3}{2}x}$

3. **من أجل أي قيمة للعدد x تكون المساحتان متساويتين**

$S_{TMC} = S_{MEF}$ معناه $\frac{5}{2}x = 9 - \frac{3}{2}x$ أي $\frac{5}{2}x + \frac{3}{2}x = 9$ أي $4x = 9$

ومنه $\boxed{x = \frac{9}{4} = 2{,}25\ cm}$

4. **رسم التمثيل البياني للدالتين f و g**



5. **التحقّق من صحة نتيجة السؤال (3)**

قيمة x هي فاصلة نقطة تقاطع منحنيي الدالتين $f(x)$ و$g(x)$ أي 2,25.

الموضوع الرابع

التمرين الأول :

1. **حساب P من أجل $x = \frac{1}{2}$**

$P = \left[2\left(\frac{1}{2}\right) - 1\right]^2 - 16 = (1 - 1)^2 - 16$ ومنه $\boxed{P = -16}$

2. **تحليل العبارة P**

$P = (2x - 1)^2 - 4^2$

$P = (2x - 1 - 4)(2x - 1 + 4)$ ومنه $\boxed{P = (2x - 5)(2x + 3)}$

3. **حل المعادلة : $(2x - 5)(2x + 3) = 0$**

$(2x - 5)(2x + 3) = 0$ **معناه** $2x - 5 = 0$ **أو** $2x + 3 = 0$

$2x - 5 = 0$ ومنه $2x = 5$ إذن $x = \frac{5}{2}$

$2x + 3 = 0$ ومنه $2x = -3$ إذن $x = -\frac{3}{2}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{\frac{5}{2} \text{ و } -\frac{3}{2}}$

* * *

التمرين الثاني :

ليكن x طول المستطيل وy عرضه. لدينا :

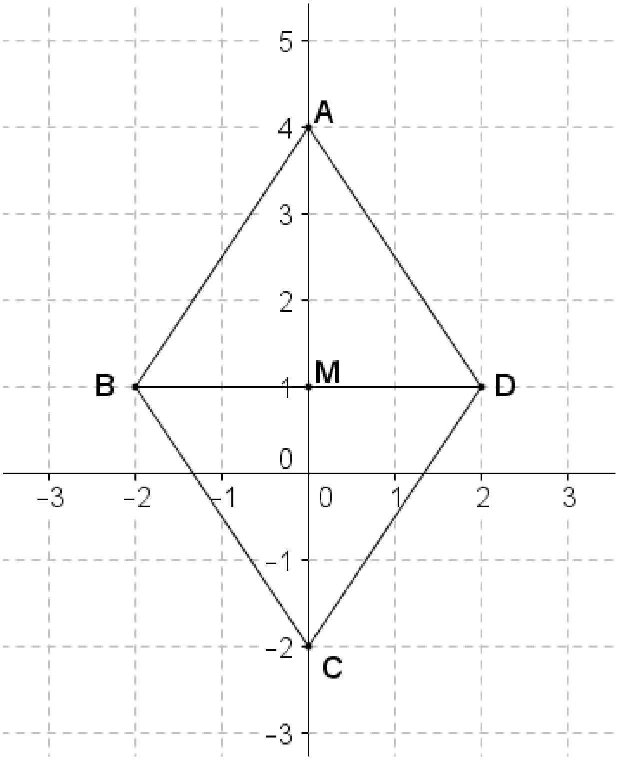
$\begin{cases} x = 2y \\ 2(x + y) = 90 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 45 \end{cases}$ ومنه $2y + y = 45$ أي $3y = 45$ ومنه

$\boxed{y = 15\,m}$ و $x = 2 \times 15$ أي $\boxed{x = 30\,m}$

* * *

التمرين الثالث :

1. تعليم النقط A(0 ; 4) ، B(-2 ; 1) ، D(2 ; 1)



2. حساب إحداثيتي النقطة C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

بما أنّ C هي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإنّ $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ ومنه :

$\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_C - 2 = -2 \\ y_C - 1 = -3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_C = 0 \\ y_C = -2 \end{cases}$ ومنه $\boxed{C(0; -2)}$

3. ما نوع الرباعي ABCD

لدينا : $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ و $AB = AD$ (لأنّ (AC) محور للقطعة $[BD]$) ، منه نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

4. حساب إحداثيتي النقطة M ، نقطة تقاطع قطري الرباعي ABCD

النقطة M هي منتصف القطعة $[BD]$ ، ومنه $M\left(\frac{x_B+x_D}{2}; \frac{x_B+x_D}{2}\right)$

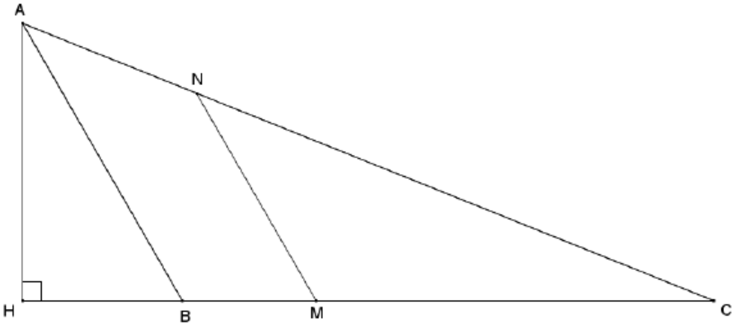
أي $M\left(\frac{-2+2}{2}; \frac{1+1}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M(0; 1)}$

* * *

التمرين الرابع :

1. ممثل الشعاع $\overrightarrow{CB}$ هو الشعاع $\overrightarrow{FA}$ (وأيضا $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{EF}$)
2. ممثل الشعاع $\overrightarrow{CE}$ هو الشعاع $\overrightarrow{BF}$
3. ممثل الشعاع $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FC}$ هو الشعاع $\overrightarrow{FD}$ (وأيضا $\overrightarrow{AC}$)
4. ممثل الشعاع $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{AF}$ هو الشعاع $\overrightarrow{AB}$ (وأيضا $\overrightarrow{FC}$ و $\overrightarrow{ED}$)

المسألة :



الجزء I :

1. **طبيعة AH بالنسبة للمثلث ABC**

في المثلث ABC ، (AH) هو الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$

حساب قيس الزاوية $\boldsymbol{H\hat{B}A}$

$\widehat{HBA} = 180 - \widehat{ABC} = 180 - 120$ ومنه $\boxed{\widehat{HBA} = 60°}$

حساب الطول BH

$\cos\widehat{HBA} = \frac{BH}{AB}$ أي $\frac{1}{2} = \frac{BH}{6}$ ومنه $BH = \frac{6}{2}$ أي $\boxed{BH = 3\ cm}$

2. **حساب الطول AH**

بما أنّ المثلث ABH قائم في H ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$
$$AH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

ومنه $\boxed{AH = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\ cm}$

مساحة المثلث ABC

$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{10 \times 3\sqrt{3}}{2}$ ومنه $\boxed{S_{ABC} = 15\sqrt{3}\ cm^2}$

3. **بيان أن AC = 14 *cm***

بما أنّ المثلث AHC قائم في H ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$
$$AC^2 = 27 + (10+3)^2 = 196$$

ومنه $\boxed{AC = \sqrt{196} = 14\ cm}$

الجزء II :

CM = x

1. حصر العدد x

بما أنّ النقطة M تنتمي إلى القطعة $[BC]$ ، فإنّ $\boxed{0 \le x \le 10}$

2. أ. التعبير بدلالة x عن NM ، NC ، BM ثمّ AN

في المثلث ABC لدينا $(MN) \parallel (AB)$ ومنه $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CA} = \frac{MN}{AB}$ (نظرية طالس)

أي $\frac{x}{10} = \frac{CN}{14} = \frac{MN}{6}$ ومنه :

$MN = \frac{6x}{10}$ أي $\boxed{NM = \frac{3}{5}\,x}$

$CN = \frac{14x}{10}$ أي $\boxed{NC = \frac{7}{5}\,x}$

$BM = BC - MC$ أي $\boxed{BM = 10 - x}$

$AN = AC - NC$ أي $\boxed{AN = 14 - \frac{7}{5}x}$

ب. استنتاج أنّ $P_1 = 3x$ و $P_2 = -\frac{9}{5}x + 30$

$P_1 = MN + NC + MC = \frac{3}{5}x + \frac{7}{5}x + x = \frac{10}{5}x + x$ ومنه $\boxed{P_1 = 3x}$

$P_2 = AB + BM + MN + AN = 6 + (10 - x) + \frac{3}{5}x + 14 - \frac{7}{5}x$

ومنه $P_2 = -x - \frac{4}{5}x + 30$ أي $\boxed{P_2 = -\frac{9}{5}x + 30}$

ج. حساب قيمة x من أجل $P_1 = P_2$

$3x = -\frac{9}{5}x + 30$ معناه $3x + \frac{9}{5}x = 30$ أي $\frac{24}{5}x = 30$ ومنه

$x = \frac{30}{\frac{24}{5}}$ أي $x = 30 \times \frac{5}{24} = \frac{150}{24}$ ومنه $\boxed{x = \frac{25}{4} = 6,25}$

* * *

الموضوع الخامس

التمرين الأول :

1. نشر وتبسيط العبارة A

$A = x^2 - x + 3x - 3$

$\boxed{A = x^2 + 2x - 3}$

2. تحليل العبارة B إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$B = x^2 - 1$

$B = (x-1)(x+1)$

3. حل المعادلة : $\mathbf{2(x-1)(x+2) = 0}$

$2(x-1)(x+2) = 0$ **معناه** $x - 1 = 0$ **أو** $x + 2 = 0$

$x - 1 = 0$ ومنه $x = 1$

$x + 2 = 0$ ومنه $x = -2$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{1 \text{ و } -2}$

4. حل المتراجحة $\mathbf{A \geq B}$

$x^2 + 2x - 3 \geq x^2 - 1$ معناه $2x - 3 \geq -1$ أي $2x \geq 2$ ومنه $\boxed{x \geq 1}$

تمثيل مجموعة الحلول بيانيا

* * *

التمرين الثاني :

1. تعيين عدد الذكور وعدد الإناث

ليكن x عدد الذكور و y عدد الإناث. لدينا :

$\begin{cases} x + y = 1000 \\ x - 25 = 2(y - 30) \end{cases}$ أي $\begin{cases} x = 1000 - y \\ x - 25 = 2y - 60 \end{cases}$

ومنه $1000 - y - 25 = 2y - 60$ أي $3y = 1035$

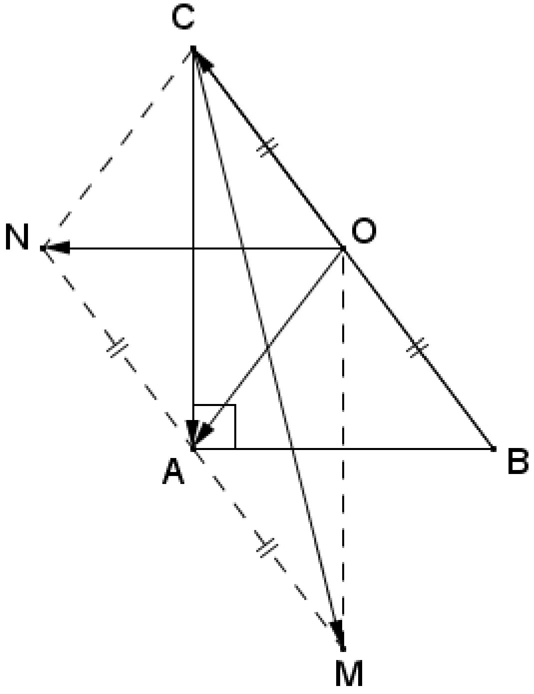
ومنه $\boxed{y = \frac{1035}{3} = 345}$ و $\boxed{x = 1000 - 345 = 565}$

2. تعيين عدد التلاميذ المنتقلين إلى الصف الأعلى

$N = \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = \frac{565}{5} + \frac{345}{3} = 113 + 115$ ومنه $\boxed{N = 228}$

* * *

التمرين الثالث :



1. **انشاء النقطتين M و N**

بما أنّ O منتصف $[BC]$ فإنّ $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OB}$ ومنه : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO}$ أي إنّ الرباعي $CAMO$ متوازي أضلاع (<u>M صورة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CA}$</u>).

$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ أي إنّ الرباعي $CNAO$ متوازي أضلاع (<u>N صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OA}$</u>).

2. **برهان أنّ A منتصف [MN]**

في الرباعي $CAMO$ لدينا : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{MA}$ ... ①

وفي الرباعي $CNAO$ لدينا : $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AN}$ ... ②

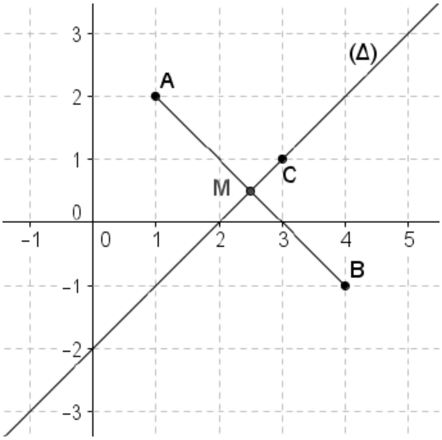
من ① و② نستنتج أنّ $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AN}$ ومنه A منتصف $[MN]$

استنتاج التحويل النقطي الذي يحوّل M إلى N

في الرباعي $BCMN$ لدينا : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ ومنه N هي صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

التمرين الرابع :

1. **تعليم النقط A(1 ; 2) ، B(4 ; -1) ، C(3 ; 1)**



2. **حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$**

$AB(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$

$AB(4 - 1\ ;\ -1 - 2)$ ومنه $\boxed{AB(3\ ;\ -3)}$

تعيين إحداثيتي النقطة M

M منتصف $[AB]$ معناه $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)}$

3. **بيان أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) محور [AB]**

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$$

بما أنّ $AC = BC$ ، فإنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) محور [AB].

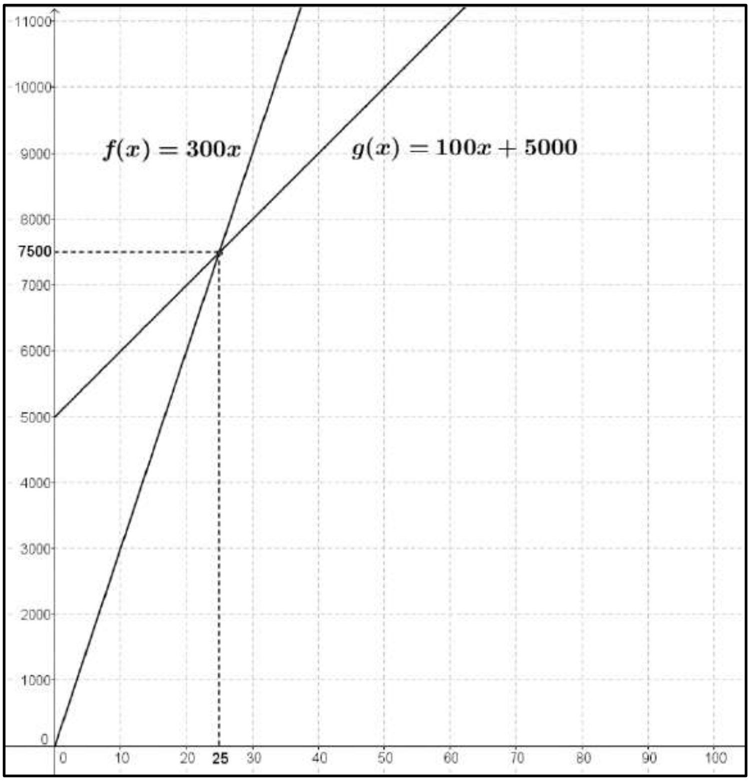
* * *

المسألة :

1. **التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x**

$$\boxed{g(x) = 100x + 5000 \quad ، \quad f(x) = 300x}$$

أ. **تمثيل الدالتين f و g بيانيا**



ب. تحديد بيانيا عدد الديكامترات المربعة التي من أجلها تكون مستحقات الصيغتين متساويتين والتحقق من ذلك حسابيا

من البيان نستنتج أنّ تساوي الصيغتين يكون من أجل $\boxed{x = 25\ dam^2}$ (وهي فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين)

$300x = 100x + 5000$ معناه $200x = 5000$ ومنه $\boxed{x = 25}$

ج. استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل الصيغتين

من أجل $x < 25\ dam^2$: منحنى الدالة f يقع أسفل منحنى الدالة g ، ومنه تكون الصيغة الأولى أفضل من الصيغة الثانية.

من أجل $x > 25\ dam^2$: منحنى الدالة g يقع أسفل منحنى الدالة f ، ومنه تكون الصيغة الثانية أفضل من الصيغة الأولى.

* * *

الموضوع السادس

التمرين الأول :

1. كتابة العدد a على شكل كسر غير قابل للاختزال

$a = \frac{7}{25} \times \frac{5}{7} - \left(\frac{4}{5} - 1\right)^2 = \frac{5}{25} - \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{5}{25} - \frac{1}{25}$ ومنه $\boxed{a = \frac{4}{25}}$

2. اعطاء الكتابة العلمية والكتابة العشرية للعدد b

$b = \frac{6\times10^3\times3\times10^{-5}}{36\times10^6} = 0{,}5 \times 10^{-8}$ ومنه $\boxed{b = 5 \times 10^{-9}}$

أي $\boxed{b = 0{,}000000005}$

* * *

التمرين الثاني :

1. نشر و تبسيط العبارة A

$A = 3x^2 - 5x - 6x + 10 + 9x^2 - 25$

$\boxed{A = 12x^2 - 11x - 15}$

2. تحليل $9x^2 - 25$ إلى جداء عاملين

$9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = \boxed{(3x - 5)(3x + 5)}$

استنتاج تحليل للعبارة A

$A = (x - 2)(3x - 5) + (3x - 5)(3x + 5)$
$A = (3x - 5)[(x - 2) + (3x + 5)]$

$\boxed{A = (3x - 5)(4x + 3)}$

3. حل المعادلة : $(3x - 5)(4x + 3) = 0$

$(3x - 5)(4x + 3) = 0$ معناه $3x - 5 = 0$ أو $4x + 3 = 0$

$3x - 5 = 0$ ومنه $3x = 5$ إذن $x = \frac{5}{3}$

$4x + 3 = 0$ ومنه $4x = -3$ إذن $x = -\frac{3}{4}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{\frac{5}{3} \text{ و } -\frac{3}{4}}$

* * *

التمرين الثالث :

1. **حساب $\cos\hat{B}$ ثمّ $\tan\hat{B}$**

$$\left|\begin{array}{l}\sin^2\hat{B}+\cos^2\hat{B}=1\\ \cos^2\hat{B}=1-\sin^2\hat{B}=1-0{,}6^2\\ \cos^2\hat{B}=1-0{,}36=0{,}64\end{array}\right.$$ ومنه $\boxed{\cos\hat{B}=\sqrt{0{,}64}=0{,}8}$

$\tan\hat{B}=\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}}=\frac{0{,}6}{0{,}8}$ ومنه $\boxed{\tan\hat{B}=0{,}75}$

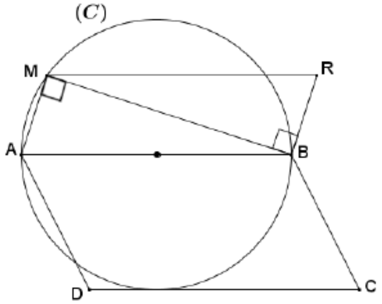
2. **استنتاج قيس الزاوية $A\hat{B}C$**

$\sin\hat{B}=0{,}6$ ومنه $\boxed{\hat{B}\approx 37°}$

* * *

التمرين الرابع :

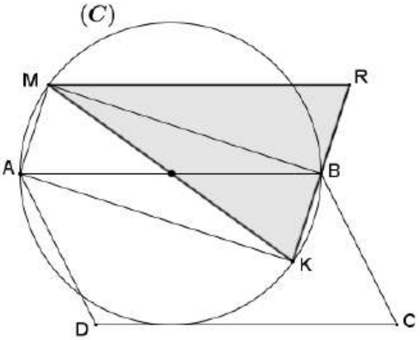
1. **أ. انشاء النقطة R صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$**



ب. تعيين طبيعة المثلث BRM

الرباعي $ABRM$ متوازي أضلاع (لأنّ $\overrightarrow{MR}=\overrightarrow{AB}$) ، ومنه المستقيمان (AM) و(BR) متوازيان و(MB) قاطع لهما ، أي $\widehat{MBR}=\widehat{AMB}$ (زاويتان متبادلتان داخليا) ، وبما أنّ المثلث AMB مرسوم في الدائرة (C) التي قطرها $[AB]$ فهو إذن قائم في M ومنه نستنتج أنّ المثلث BRM قائم في B ($\widehat{MBR}=\widehat{AMB}=90°$)

2. **أ. تعليم النقطة K حيث $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BK}$**



ب. بيان أنّ الرباعي $AMBK$ مستطيل

لدينا : $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BK}$ و $\widehat{AMB} = 90°$ ، منه نستنتج أنّ الرباعي $AMBK$ مستطيل

ج. بيان أنّ المثلث RMK متساوي الساقين

في الرباعي $AMBK$ لدينا : $AB = MK$ ... ① (القطران متقايسان)

وفي الرباعي $ABRM$ لدينا : $AB = MR$ ... ② ($ABRM$ متوازي أضلاع)

من ① و② نستنتج أنّ $MK = MR$ ومنه المثلث RMK متساوي الساقين.

* * *

المسألة :

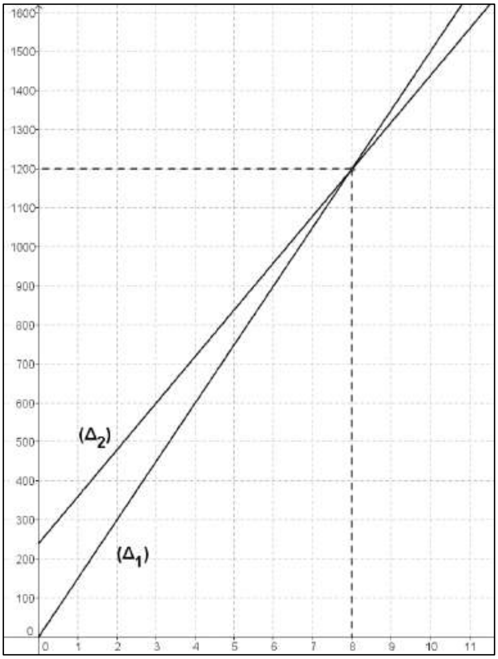
1. اتمام الجدول

عدد الأيام	5	8	15	18
التسعيرة 1 (DA)	$\underbrace{750}_{150\times5}$	1200	$\underbrace{2250}_{150\times15}$	$\underbrace{2700}_{150\times18}$
التسعيرة 2 (DA)	$\underbrace{840}_{120\times5+240}$	$\underbrace{1200}_{120\times8+240}$	2040	$\underbrace{2400}_{120\times18+240}$

2. التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x

$$\boxed{y_2 = 120x + 240 \text{ ، } y_1 = 150x}$$

3. أ. انشاء المستقيمين (Δ) و ('Δ) الممثلين للدالتين f و g على الترتيب



ب. تحديد بيانيا قيمة x التي تجعل التسعيرتين متساويتين

من البيان نستنتج أنّ التسعيرتين متساويتان من أجل $\boxed{x = 8}$

التأكد من الإجابة حسابيا

$240 + 120x = 150x$ معناه $30x = 240$ ومنه $\boxed{x = 8}$

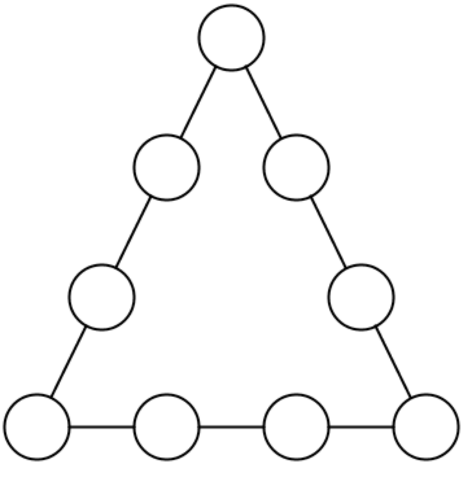
ج. استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح

من أجل $x < 8$: المنحنى (Δ_1) يقع أسفل المنحنى (Δ_2) ، ومنه تكون التسعيرة 1 أفضل من التسعيرة 2.

من أجل $x > 8$: المنحنى (Δ_2) يقع أسفل المنحنى (Δ_1) ، ومنه تكون التسعيرة 2 أفضل من التسعيرة 1.

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

وزّع الأرقام من 1 إلى 9 داخل الدوائر بحيث يكون مجموع كل ضلع من أضلاع المثلث يساوي 20.



الموضوع السابع

التمرين الأول :

1. **كتابة العدد A على شكل كسر مقامه عدد ناطق**

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \boxed{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

2. **كتابة العدد B على الشكل $a\sqrt{2}$**

$$B = 2\sqrt{12} + 2\sqrt{27} = 2\sqrt{4 \times 3} + 2\sqrt{9 \times 3} = 4\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = \boxed{10\sqrt{3}}$$

3. **بيان أن B = 15 A**

$15A = 15\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$ ومنه $\boxed{B = 15A}$

* * *

التمرين الثاني :

1. **بيان أن : $(7x-3)(x-3) = 7x^2 - 24x + 9$**

$$(7x-3)(x-3) = 7x^2 - 21x - 3x + 9$$

$$\boxed{(7x-3)(x-3) = 7x^2 - 24x + 9}$$

2. **تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى**

$$A = (x-3) + (7x-3)(x-3)$$

$$A = (x-3)[1 + (7x-3)]$$

$$\boxed{A = (x-3)(7x-2)}$$

3. **حل المعادلة : $(x-3)(7x-2) = 0$**

$0 = (x-3)(7x-2)$ معناه $x - 3 = 0$ أو $7x - 2 = 0$

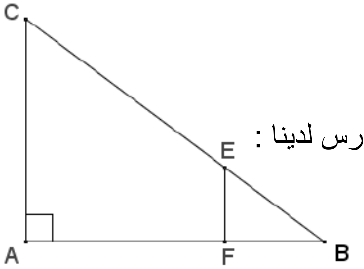
$x - 3 = 0$ ومنه $x = 3$

$7x - 2 = 0$ ومنه $7x = 2$ إذن $x = \frac{7}{2}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{3 \text{ و } \frac{7}{2}}$

* * *

التمرين الثالث :



1. حساب الطول AC

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 6^2 - 4{,}8^2 = 12{,}96$$
ومنه $\boxed{AC = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6\ cm}$

2. أ. بيان أن (AC) // (EF)

لدينا في المثلث ABC : $\frac{BF}{BA} = \frac{1{,}6}{4{,}8} = \frac{1}{3}$ و $\frac{BE}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

بما أنّ النقاط B ، E ، C و B ، F ، A بنفس الترتيب و $\frac{BF}{BA} = \frac{BE}{BC}$ ، فإنّ المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

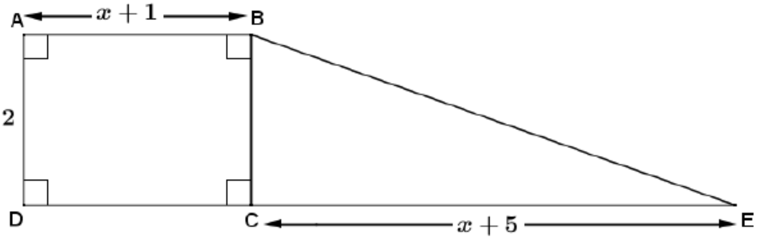
ب. حساب الطول EF

بما أنّ $(AC) \parallel (EF)$ فإنّ $\frac{1}{3} = \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{BF}{BA}$ (نظرية طالس) ومنه :

$EF = \frac{1}{3}AC$ إذن $\boxed{EF = \frac{3{,}6}{3} = 1{,}2\ cm}$.

* * *

التمرين الرابع :



$S_{ABCD} = AB \times BC = 2(x+1)$ ومنه $S_{ABCD} = 2x + 2$

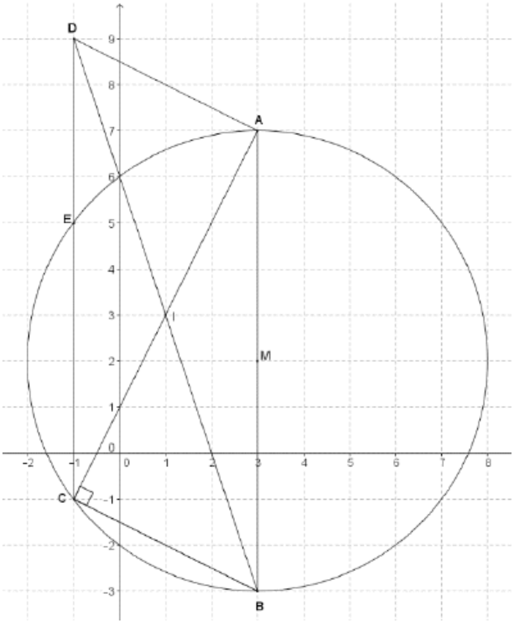
$S_{BCE} = \frac{BC \times CE}{2} = \frac{2(x+5)}{2}$ ومنه $S_{BCE} = x + 5$

$S_{ABCD} > S_{BCE}$ معناه $2x + 2 > x + 5$ أي $\boxed{x > 3}$

* * *

المسألة :

1. **تعليم النقط A(3 ; 7) ، B(3 ; -3) ، C(-1 ; -1)**



2. **حساب الأطوال AB ، AC ، BC**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(0)^2 + (-10)^2} = \sqrt{100} = \boxed{10}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{80} = \boxed{4\sqrt{5}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

3. **بيان أن المثلث ABC قائم في C**

لدينا : $AB^2 = 100$ ، $AC^2 = 80$ ، $BC^2 = 20$

بما أنّ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في C (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. **أ. حساب إحداثيتي النقطة M**

النقطة M هي منتصف الوتر $[AB]$ أي $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M(3;2)}$

ب. حساب طول نصف قطر الدائرة ($\mathscr{C}$)

قطر الدائرة ($\mathscr{C}$) هو الوتر $[AB]$ ومنه : $r = \frac{AB}{2}$ أي $\boxed{r = 5}$

ج. بيان أن النقطة E(-1 ; 5) تنتمي الدائرة ($\mathscr{C}$)

لبيان أن النقطة E تنتمي إلى الدائرة ($\mathscr{C}$) ، يكفي أن نبيّن أنّ $ME = r$

$$ME = \sqrt{(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = \boxed{5}$$

$ME = r$ ، إذن النقطة E تنتمي إلى الدائرة ($\mathscr{C}$).

5. أ. تعيين إحداثيتي النقطة D

بما أنّ D هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ فإنّ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ ومنه :

$\begin{cases}x_D-x_A=x_C-x_B\\ y_D-y_A=y_C-y_B\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_D-3=-4\\ y_D-7=2\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_D=-1\\ y_D=9\end{cases}$ ومنه $\boxed{D(-1;9)}$

ب. ما طبيعة الرباعي ABCD

بما أنّ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

ج. حساب إحداثيتي النقطة I مركز تناظر الرباعي ABCD

مركز تناظر الرباعي $ABCD$ هو نقطة تقاطع القطرين $[AC]$ و$[BD]$

أي $I\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ومنه $\boxed{I(1;3)}$

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

1. لكي يصل رجل إلى منزله ، فإنّه يعبر سبعة موانع مائية ، بشرط أن يُعطي صاحب كل مركب يعبر به ، نصف ما معه من ليمون. فكم ليمونة يشتريها الرجل لكي يصل إلى منزله بليمونة واحدة ؟

2. يملك صاحب مزرعة عددا من الدجاج والأرانب ، عدد رؤوسها 43 وعدد أرجلها 120. ما هو عدد الدجاج والأرانب الموجودة في هذه المزرعة ؟

3. يبلغ عمر أب أربعة أضعاف عمر ابنه ، وبعد عشرين سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه. فكم عمر الأب وكم عمر الابن ؟

4. ما العدد الذي ينبغي أن يحلّ محلّ علامة الاستفهام لاستكمال التسلسل المنطقي في هذه المربّعات ؟

9	**1**	**4**	**5**
2	**7**	**6**	**4**
5	**؟**	**1**	**12**
2	**6**	**3**	**8**

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

ليكن x المبلغ الذي أخذه محمد و y المبلغ الذي أخذه أمين. لدينا :

$\begin{cases} x + y = 1300 \\ 2x - 3y = 100 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 3x + 3y = 3900 \\ 2x - 3y = 100 \end{cases}$ ومنه $5x = 4000$ إذن $x = 800$

$y = 1300 - x = 1300 - 800$ ومنه $y = 500$

حصة محمد هي $800\ DA$ وحصة أمين هي $500\ DA$.

* * *

التمرين الثاني :

1. حساب المعاملين a و b

$a = \frac{5-3}{2-1}$ ومنه $\boxed{a = 2}$ ، $f(1) = 3$ معناه $2(1) + b = 3$ ومنه $\boxed{b = 1}$

استنتاج العبارة الجبرية للدالة f

$\boxed{f(x) = 2x + 1}$

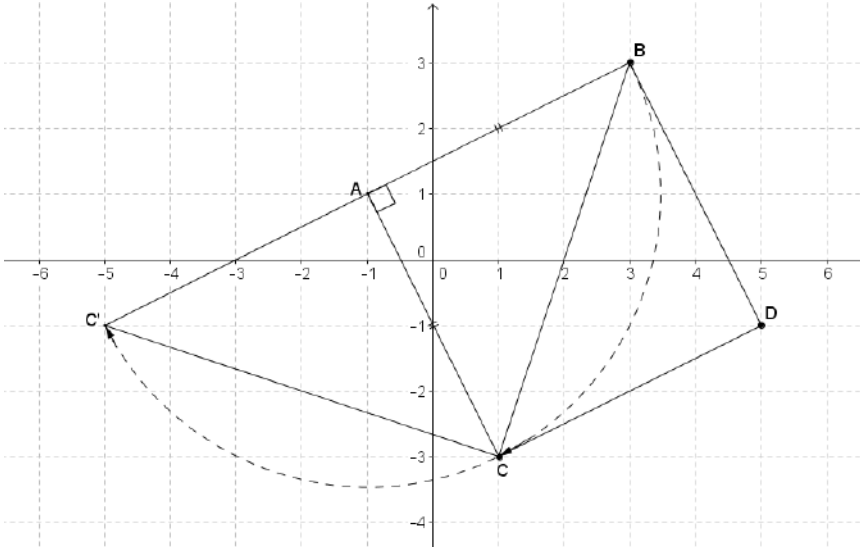
2. حساب العدد t بحيث : $f(t-1) = 5$

$f(t-1) = 5$ معناه $2(t-1) + 1 = 5$ أي $2t = 6$ ومنه $\boxed{t = 3}$.

* * *

التمرين الثالث :

1. تعليم النقط $A(-1\ ;\ 1)$ ، $B(3\ ;\ 3)$ ، $C(1\ ;\ -3)$



2. حساب الأطوال AB ، AC ، BC

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

3. تعيين طبيعة المثلث ABC

لدينا : $AB^2 = 20$ ، $AC^2 = 20$ ، $BC^2 = 40$

بما أنّ $AB = AC$ و $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. تعيين طبيعة الرباعي ABCD

لدينا : $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \\ AB = AC \\ \widehat{BAC} = 90° \end{cases}$ ومنه الرباعي $ABCD$ مربّع.

5. تعيين صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A و زاويته 90° في الاتجاه السالب

- صورة النقطة A هي النقطة A (المركز)
- صورة النقطة B هي النقطة C
- صورة النقطة C هي النقطة C'

منه نستنتج أنّ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه A وزاويته $90°$ في الاتجاه السالب هو المثلث ACC'.

التمرين الرابع :

1. حساب كلا من : AB^2 ، AC^2 و BC^2

$AB^2 = (3x)^2$

$AB^2 = 9x^2$

$AC^2 = (5x - 2)^2$

$AC^2 = 25x^2 - 20x + 4$

$BC^2 = (4x + 2)^2$

$BC^2 = 16x^2 + 16x + 4$

2. حساب قيمة x التي من أجلها يكون المثلث ABC قائما في A

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ معناه $16x^2 + 16x + 4 = 9x^2 + 25x^2 - 20x + 4$

أي $18x^2 - 36x = 0$ ومنه $18x(x - 2) = 0$ أي $x - 2 = 0$ ومنه $\boxed{x = 2}$

ملاحظة : القيمة $x = 0$ مرفوضة لأنّ في هذه الحالة $AC = -2$ وهو غير ممكن.

3. حساب مساحة المثلث ABC من أجل $x = 2$

لدينا من أجل $x = 2$: $AB = 6$ ، $AC = 8$ ، $BC = 10$

وبما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ : $S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = \frac{48}{2}$

ومنه $\boxed{S_{ABC} = 24}$

* * *

المسألة :

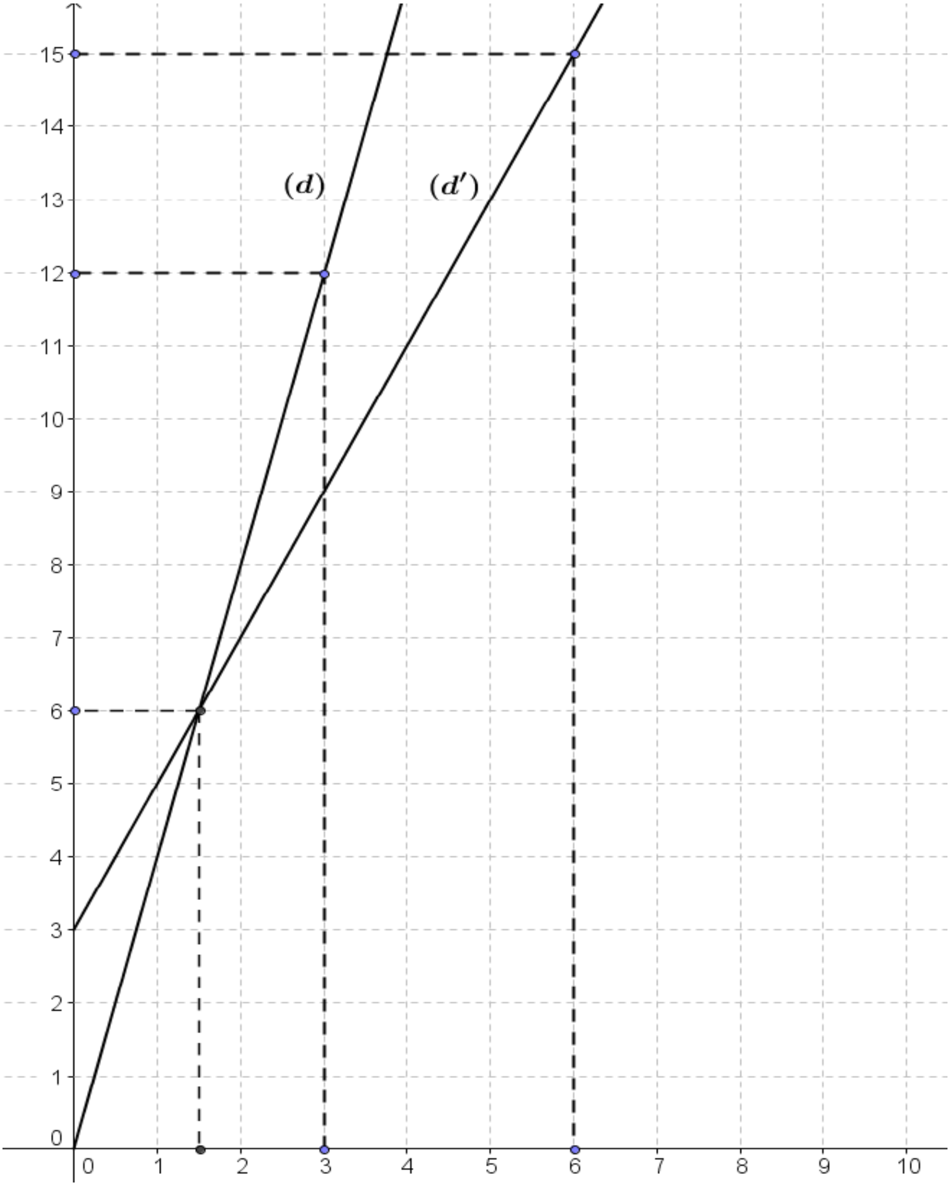
1. **التعبير عن $\mathscr{A}_1$ مساحة المستطيل ABCD بدلالة x**

$A_1 = AB \times AD$ ومنه $\boxed{A_1 = 4x}$

2. **التعبير عن $\mathscr{A}_2$ مساحة شبه المنحرف EFGH بدلالة x**

$A_2 = \frac{(HG+EF)\times EH}{2} = \frac{(x+3+x)\times 2}{2}$ ومنه $\boxed{A_2 = 2x + 3}$

3. **رسم : (d) و (d')**



4. أ. حساب $\mathscr{A}_1$ من أجل $x = 3$

$A_1 = 4 \times 3$ ومنه $\boxed{A_1 = 12\ cm^2}$

ب. تعيين هذه النتيجة بيانيا

(انظر الشكل)

5. أ. حساب قيمة x إذا كانت $\mathscr{A}_2 = 15\ cm^2$

$15 = 3 + 2x$ معناه $2x = 12$ ومنه $\boxed{x = 6\ cm}$

ب. تعيين هذه النتيجة بيانيا

(انظر الشكل)

6. أ. حل بيانيا المعادلة $4x = 2x + 3$

المنحنيان (d) و(d') يتقاطعان عند النقطة ذات الفاصلة 1,5 ومنه فإنّ الحل البياني للمعادلة $4x = 2x + 3$ هو $\boxed{x = 1{,}5}$

ب. حل المعادلة $4x = 2x + 3$

$4x = 2x + 3$ معناه $2x = 3$ ومنه $\boxed{x = 1{,}5}$

ج. تفسير نتيجة السؤال السابق

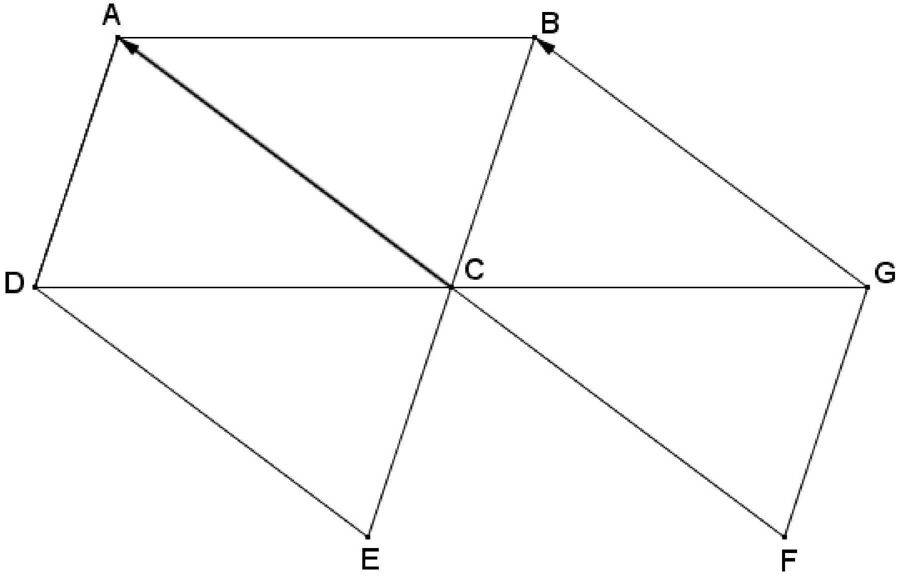
من أجل $x = 1{,}5$ لدينا $A_1 = A_2$ ومنه مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي مساحة شبه المنحرف $EFGH$.

* * *

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

1. **رسم الشكل**



2. **برهان أنّ : $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CA}$**

في متوازي الأضلاع $ABCD$ لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ... ①

النقطة G نظيرة D بالنسبة إلى C معناه $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CG}$ ... ②

من ① و② نستنتج أنّ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CG}$ أي إنّ الرباعي $ABGC$ متوازي أضلاع ، ومنه $\boxed{\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CA}}$

3. **تعيين من الشكل مثلثين هما صورتا للمثلث ABC**

- المثلث DCE هو صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AD}$
- المثلث CGF هو صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

* * *

التمرين الثاني :

1. **حساب سعر هذه اللعبة**

$$\begin{array}{ll} 52\ DA & \rightarrow 13\% \\ x & \rightarrow 100\% \end{array}$$ ومنه $x = \frac{100\times52}{13}$ أي $\boxed{x = 400\ DA}$

2. **حساب السعر الجديد بعد التخفيض**

ليكن x' السعر الجديد للعبة. لدينا :

$x' = \left(1 - \frac{7}{100}\right)x = \frac{93}{100} \times 400$ ومنه $\boxed{x' = 372\ DA}$

3. **حساب السعر الجديد بعد الزيادة**

ليكن x'' السعر الجديد للعبة. لدينا :

$x'' = \left(1 + \frac{7}{100}\right)x' = 1{,}07 \times 372$ ومنه $\boxed{x'' = 398{,}04\ DA}$

لم نحصل على السعر الأصلي لهذه اللعبة $(x'' \neq x)$ لأنّ قيمة التخفيض التي تقدر بـ : $\frac{7}{100} \times \mathbf{400} = \underline{28\ DA}$ تختلف عن قيمة الزيادة التي تقدر بـ : $\frac{7}{100} \times \mathbf{372} = \underline{26{,}04\ DA}$.

* * *

التمرين الثالث :

1. **تعيين الدالة التآلفية f**

$f(x) = ax + b$

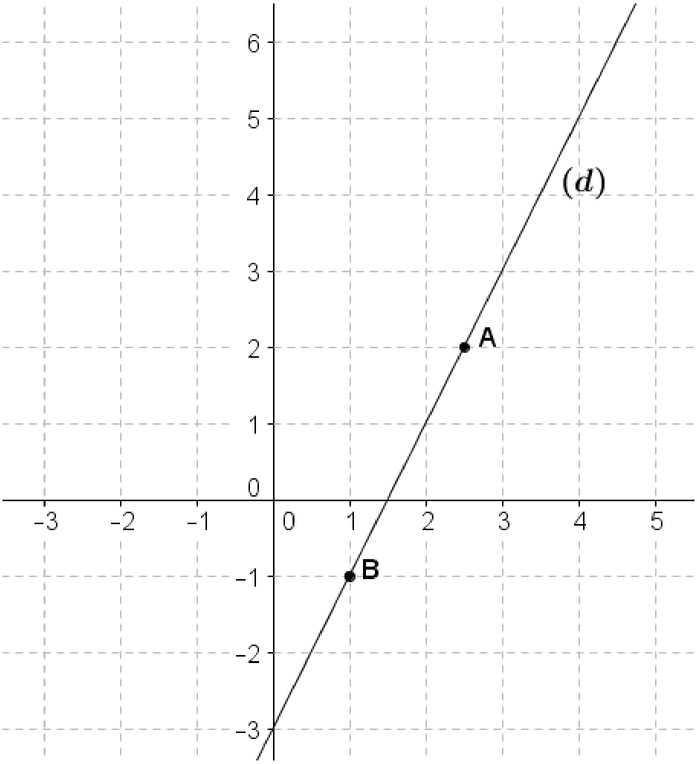
$\begin{cases} f(2) = 1 \\ f(0) = -3 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 2a + b = 1 \\ b = -3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2a = 4 \\ b = -3 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

ومنه : $\boxed{f(x) = 2x - 3}$

2. **تعيين العددين x و y**

$\begin{cases} f(x) = 2 \\ f(1) = y \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 2x - 3 = 2 \\ 2(1) - 3 = y \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2x = 5 \\ -1 = y \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ b = -1 \end{cases}$

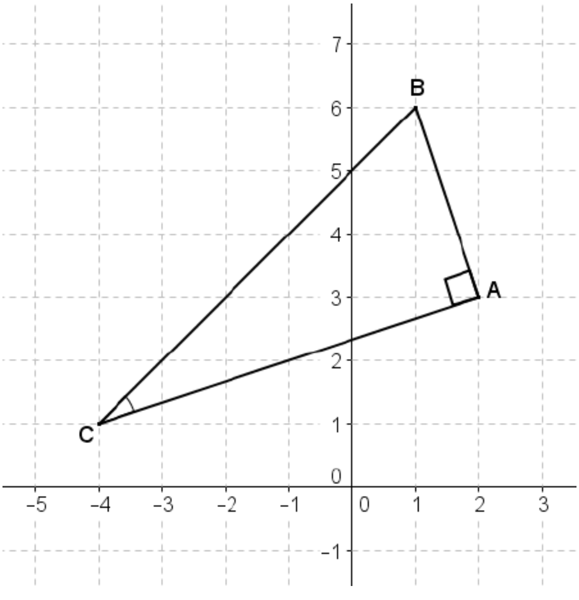
3. **رسم المستقيم (d)**



* * *

التمرين الرابع :

1. تعليم النقط A(2 ; 3) ، B(1 ; 6) ، C(-4 ; 1)



2. **حساب الأطوال AB ، AC ، BC**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2} = \boxed{\sqrt{10}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = \boxed{5\sqrt{2}}$$

بيان أن المثلث ABC قائم

لدينا : $AB^2 = 10$ ، $AC^2 = 40$ ، $BC^2 = 50$

بما أنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

3. **حساب $\tan A\hat{C}B$**

$$\tan A\hat{C}B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}} \text{ ومنه } \boxed{\tan A\hat{C}B = 0{,}5}$$

استنتاج قيس الزاوية $A\hat{C}B$ مدوّر إلى الدرجة

$\tan A\hat{C}B = 0{,}5$ ومنه $\boxed{A\hat{C}B \approx 27°}$.

* * *

المسألة :

1. من أجل $x = 5$ يكون محسن على بُعد $75 \times 5 = 375\ Km$ عن العاصمة ،
ومن أجل $x = 8$ يكون على بُعد $75 \times 8 = 600\ Km$ عن العاصمة.

2. من أجل $x = 5$ يكون وائل على بُعد $600 - 60 \times 5 = 300\ Km$ عن العاصمة
ومن أجل $x = 8$ يكون على بُعد $600 - 60 \times 8 = 120\ Km$ عن العاصمة.

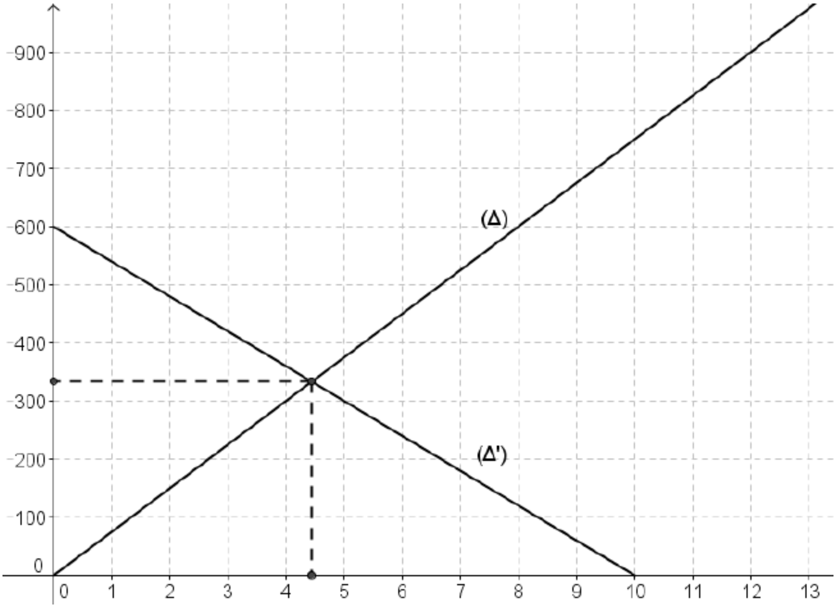
3. **التعبير بدلالة x عن المسافة التي تفصل كل من محسن و وائل عن العاصمة**
لتكن d_1 المسافة التي تفصل محسن عن العاصمة وd_2 المسافة التي تفصل وائل عن العاصمة. لدينا :

$$\boxed{d_2 = 600 - 60x \text{ ، } d_1 = 75x}$$

4. **اتمام الجدول التالي :**

x	0	1	5	8
f(x)	0	75	375	$\underbrace{600}_{75\times 8}$
g(x)	600	540	300	$\underbrace{120}_{600-60\times 8}$

5. **انشاء المستقيمين (Δ) و ('Δ)**



6. تحديد مكان و زمن التقاء الصديقين بيانيا

من البيان نلاحظ أنّ الصديقين يلتقيان بعد 4 ساعات ونصف (تقريبا) على بُعد $330\ Km$ (تقريبا) عن العاصمة.

7. التحقق حسابيا من نتائج السؤال السابق

$75x = 600 - 60x$ معناه $135x = 600$ ومنه $x = \frac{600}{135}$ أي $\boxed{x \approx 4,44}$

$$f(4,44) = 75 \times 4,44 \approx 333\ Km$$

$$g(4,44) = 600 - 60 \times 4,44 \approx 333\ Km$$

* * *

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

1. **بيان أن : $A = 2x^2 - 4x - 6$**

$A = 2(x^2 + x - 3x - 3)$

$A = 2(x^2 - 2x - 3)$ ومنه $\boxed{A = 2x^2 - 4x - 6}$

2. **حساب قيمة A من أجل x = -1**

$A = 2(-1)^2 - 4(-1) - 6 = 2 + 4 - 6$ ومنه $\boxed{A = 0}$

3. **تحليل العبارة E**

$$E = x^2 - 2x - 3 + (5x + 2)(x - 3)$$
$$E = (x - 3)(x + 1) + (5x + 2)(x - 3)$$
$$E = (x - 3)[(x + 1) + (5x + 2)]$$
$$\boxed{E = (x - 3)(6x + 3)}$$

4. **حلّ المعادلة : $(x - 3)(6x + 3) = 0$**

$(x - 3)(6x + 3) = 0$ **معناه** $x - 3 = 0$ **أو** $6x + 3 = 0$

$x - 3 = 0$ ومنه $x = 3$

$6x + 3 = 0$ ومنه $6x = -3$ إذن $x = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{3 \text{ و } -\frac{1}{2}}$

* * *

التمرين الثاني :

ليكن x طول هذا المستطيل و y عرضه. لدينا :

$\begin{cases} xy = 2366 \\ y = \frac{7}{8}x \end{cases}$ ومنه $x\left(\frac{7}{8}x\right) = 2366$ أي $\frac{7}{8}x^2 = 2366$ إذن $x^2 = \frac{2366}{\frac{7}{8}}$

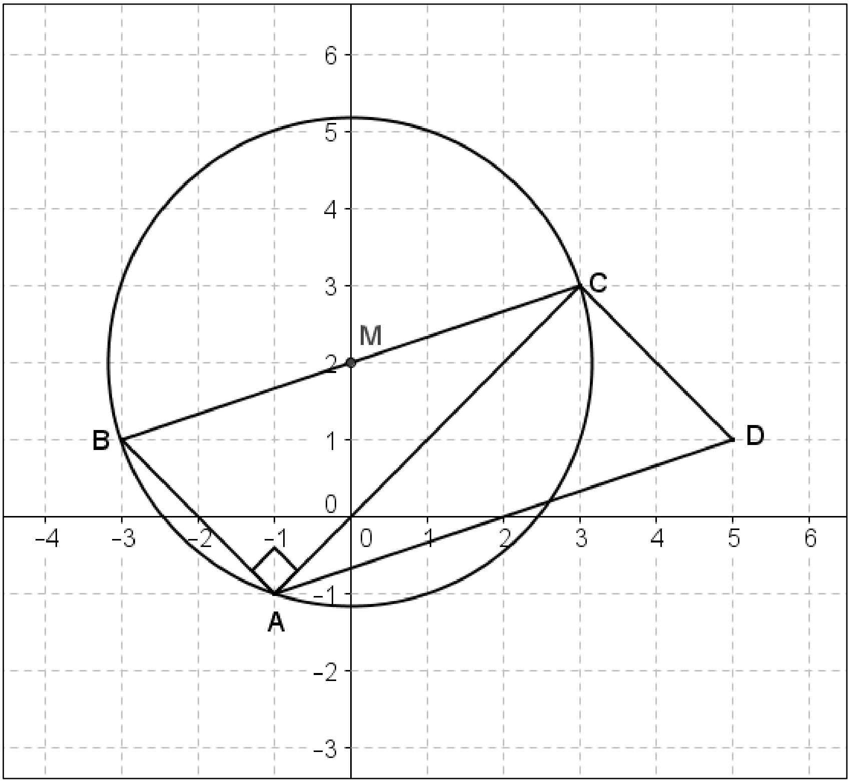
أي $x^2 = 2366 \times \frac{8}{7} = 2704$ ومنه $x = \sqrt{2704}$ أي $\boxed{x = 52\ cm}$

و $y = \frac{7}{8}(52)$ أي $\boxed{y = 45,5\ cm}$

* * *

التمرين الثالث :

1. تعليم النقط A(-1 ; -1) ، B(-3 ; 1) ، C(3 ; 3)



2. حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB}(2 + 1; -1 - 3)$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{AB}(3; -4)}$

3. حساب إحداثيتي D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي الأضلاع

$ABCD$ معناه $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ ومنه : $\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} 3 - x_D = -2 \\ 3 - y_D = 2 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = 1 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(5; 1)}$

4. بيان أن المثلث ABC قائم في A

$AB = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8}$ ومنه $AB^2 = 8$

$AC = \sqrt{(4)^2 + (4)^2} = \sqrt{32}$ ومنه $AC^2 = 32$

$BC = \sqrt{(6)^2 + (2)^2} = \sqrt{40}$ ومنه $BC^2 = 40$

بما أنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

5. استنتاج إحداثيتي M مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

بما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ النقطة M هي منتصف الوتر $[BC]$

أي $M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M(0;2)}$

* * *

التمرين الرابع :

1. بيان أن BC = 6 *cm*

في المثلث ABC القائم في B لدينا :

$$\sin\widehat{BAC}=\frac{BC}{AC}$$

$$\sin 30°=\frac{BC}{12}$$

ومنه $BC=12\times\sin 30°$

$$BC=12\times 0{,}5$$

$$\boxed{BC=6\ cm}$$

2. حساب القيمة المضبوطة للطول AB

بما أنّ المثلث ABC قائم في B ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AB^2=AC^2-BC^2$$

$$AB^2=12^2-6^2=108$$

ومنه $AB=\sqrt{108}=\sqrt{36\times 3}$

$$\boxed{AB=6\sqrt{3}\ cm}$$

3. حساب قيس الزاوية $\widehat{ADB}$

في المثلث ABD القائم في B لدينا :

$\tan\widehat{ADB}=\frac{AB}{BD}=\frac{6\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0{,}87$ ومنه $\boxed{\widehat{ADB}\approx 41°}$

* * *

المسألة :

1. حساب قيمة التخفيض على كل حصة

$$200\times\frac{30}{100}=\boxed{60\ DA}$$

2. إتمام الجدول:

$\underbrace{5}_{(1300-600)\div 140}$	$\underbrace{11}_{2200\div 200}$	3	عدد الحصص في الشهر
$\underbrace{1000}_{200\times 5}$	2200	$\underbrace{600}_{200\times 3}$	المبلغ المدفوع بالتسعيرة A
1300	$\underbrace{2140}_{140\times 11+600}$	$\underbrace{1020}_{140\times 3+600}$	المبلغ المدفوع بالتسعيرة B

3. تحديد أفضل تسعيرة لزبون يريد حضور 12 حصة في الشهر

حسب التسعيرة A يدفع الزبون 200×12 أي $2400\ DA$ ، وحسب التسعيرة B فإنّه يدفع $140 \times 12 + 600$ أي $2280\ DA$ ، ومنه فإنّ التسعيرة B هي الأفضل

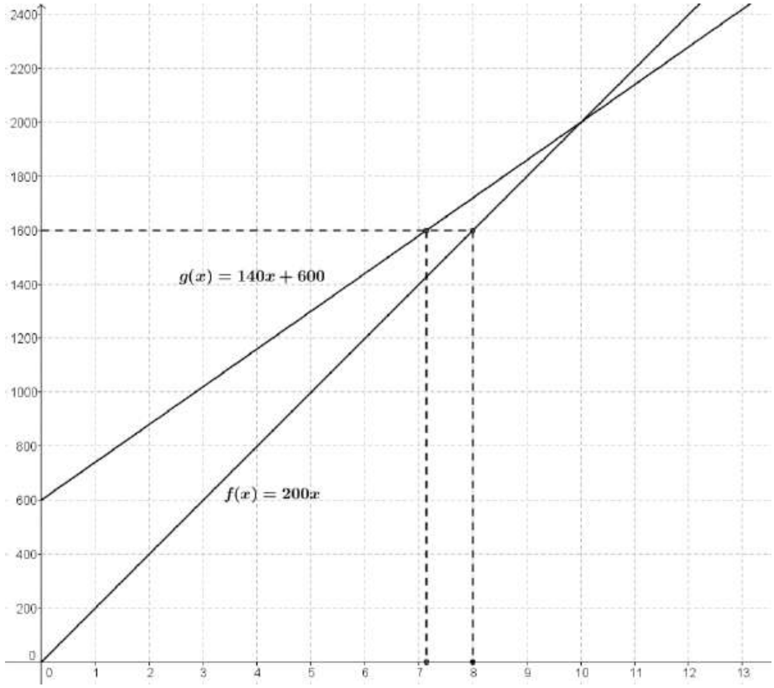
4. أ. التعبير عن P_1 و P_2 بدلالة x

$$\boxed{P_2 = 140x + 600 \text{ ، } P_1 = 200x}$$

ب. حلّ المعادلة : 200 x = 140 x + 600

$200x = 140x + 600$ معناه $60x = 600$ ومنه $x = \frac{600}{60}$ أي $\boxed{x = 10}$

5. أ. تمثيل الدالتين f و g



ب. تحديد بيانيا أكبر عدد من الحصص التي يمكنه حضورها

أكبر عدد من الحصص يمكن لهذا الزبون حضورها هو 8 حصص.

ج. التأكد من النتيجة السابقة حسابيا

- $P_1 = 1600$ معناه $200x = 1600$ أي $x = \frac{1600}{200}$ ومنه $x = 8$
- $P_2 = 1600$ معناه $140x + 600 = 1600$ أي $140x = 1000$ أي $x = \frac{1000}{140}$ ومنه $x \approx 7$.

* * *

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

1. ضع في المربعات الفارغة العدد المناسب حتى يكون المجموع صحيحا :

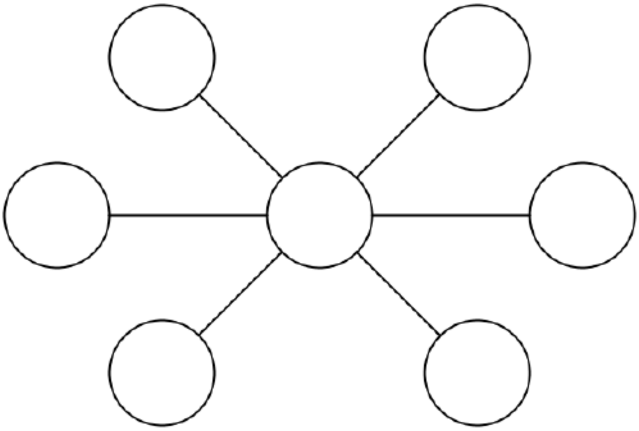
		7	**16**			
		17	**1**			
11	**6**			**13**	**3**	**67 =**
4	**12**			**10**	**14**	**78 =**
		2	**8**			
		9	**5**			
		= **70**	**=** **67**			

2. ضع بين الأرقام إحدى العلامات (+ ، – ، × ، ÷) بحيث تصبح المساواة صحيحة :

6 6 6 7 = 0

11 11 11 11 11 = 9

3. وزّع الأرقام من 4 إلى 10 داخل الدوائر بحيث يكون مجموع كل ثلاث دوائر متصلة على خطّ واحد يساوي 21



عنوان العتبات

الفصل الثالث

لا تحزن ..

لأنّ الحزن لا يردّ مفقودا ، ولا يبعث ميّتا ،
ولا يردّ قدرا ، ولا يجلب نفعا .
فالحزن يأس جاثم ، وفقر حاضر ،
وقنوط دائم ، وإحباط محقّق ، وفشل ذريع

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1. **تعيين عدد تلاميذ القسم**

عدد تلاميذ القسم هم 25

2. **حساب معدل القسم**

لحساب معدل القسم ، نحسب مراكز الفئات وتكرار كل فئة :

$16 \le M < 20$	$12 \le M < 16$	$8 \le M < 12$	$4 \le M < 8$	$0 \le M < 4$	المعدل M (فئات)
18	14	10	6	2	مراكز الفئات
5	6	8	5	1	التكرارات
25	20	14	6	1	التكرارات المجمعة المتزايدة

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 6 \times 5 + 10 \times 8 + 14 \times 6 + 18 \times 5}{25} = \frac{286}{25}$$

$$\boxed{\bar{x} = 11{,}44}$$

3. **تعيين الفئة الوسيطية**

بما أنّ التكرار الكلي $N = 25$ فإنّ رتبة الوسيط هي $\frac{25+1}{2} = 13$ ومنه الفئة الوسيطية هي : $\boxed{8 \le M < 12}$

* * *

التمرين الثاني :

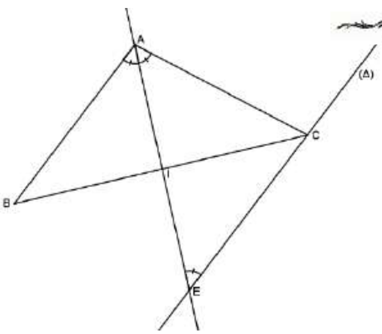
ليكن x ثمن تذكرة شخص كبير و y ثمن تذكرة طفل. لدينا :

$\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ -4x - 4y = -228 \end{cases}$ أي $-y = -22$ ومنه $y = 22$

بالتعويض في المعادلة الثانية نجد : $2x + 44 = 114$ أي $2x = 70$ ومنه $x = 35$

ومنه نستنتج أنّ المبلغ الذي ستدفعه العائلة C هو : $\boxed{3(35) + 2(22) = 149\ DA}$

* * *



التمرين الثالث :

1. **رسم المستقيم (Δ) ومنصف الزاوية $\widehat{BAC}$**
2. **بيان أن المثلث ACE متساوي الساقين**

لدينا : (AI) منصّف الزاوية $\widehat{BAC}$

ومنه $\widehat{BAI} = \widehat{IAC}$ ... ①

ولدينا أيضا : (AB) يوازي (CE) و(AI) قاطع لهما

أي إنّ الزاويتين $\widehat{BAI}$ و$\widehat{IEC}$ متبادلتان داخليا ومنه $\widehat{BAI} = \widehat{IEC}$ ... ②

من ① و② نستنتج أنّ $\widehat{IAC} = \widehat{IEC}$ ومنه المثلث ACE متساوي الساقين.

3. بيان أن : $\frac{AB}{AC} = \frac{IB}{IC}$

لدينا $(AB) \parallel (EC)$، وحسب نظرية طالس فإنّ : $\frac{IA}{IE} = \frac{IB}{IC} = \frac{AB}{EC}$ ، وبما أنّ المثلث ACE متساوي الساقين فإنّ $AC = EC$ ومنه نستنتج أنّ : $\boxed{\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}}$

* * *

التمرين الرابع :

1. أ. حساب نصف قطر الكرة علما أن حجم المكعب هو $125\ cm^3$

بما أنّ الكرة تمسّ كل وجه من المكعب فإنّ قطرها يساوي طول ضلع المكعب ، أي : $2r = a$ ومنه $r = \frac{a}{2}$.

لدينا : $a^3 = 125$ أي $a = \sqrt[3]{125}$ أي $a = 5\ cm$ ومنه $\boxed{r = 2{,}5\ cm}$

ب. حساب حجم هذا المكعب إذا صغرناه بالسلم $\frac{1}{2}$

ليكن V حجم المكعب الأصلي و V' حجمه بعد التصغير. لدينا :

$V' = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V = \frac{125}{8}$ ومنه $\boxed{V' = 15{,}625\ cm^3}$

2. تعيين طبيعة المقطع DBFH وحساب مساحته

المقطع $DBFH$ مستطيل طوله HF وعرضه HD ، ومنه فإنّ مساحته هي :

$$S_{DBFH} = HF \times HD$$

وفي المثلث FGH القائم في G لدينا : $HF^2 = HG^2 + GF^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

أي $HF = 5\sqrt{2}$ ، ومنه $S_{DBFH} = 5\sqrt{2} \times 5$ أي $\boxed{S_{DBFH} = 25\sqrt{2}\ cm^2}$

* * *

المسألة :

1. حساب مساحة القطعة المربعة ABCD

$S_{ABCD} = \frac{9.000.000}{10.000}$ ومنه $\boxed{S_{ABCD} = 900\ m^2}$

حساب طول القطعة [AB]

$S_{ABCD} = AB^2 = 900\ m^2$ أي $AB = \sqrt{900}$ ومنه $\boxed{AB = 30\ cm}$

2. حساب مساحة القطعة التي اشتراها علي

$S_{BCG} = \frac{BC \times CG}{2} = \frac{40 \times 30}{2}$ ومنه $\boxed{S_{BCG} = 600\ m^2}$

تعيين المبلغ الذي دفعه علي

$P = 600 \times 12.000$ ومنه $\boxed{P = 7.200.000\ DA}$

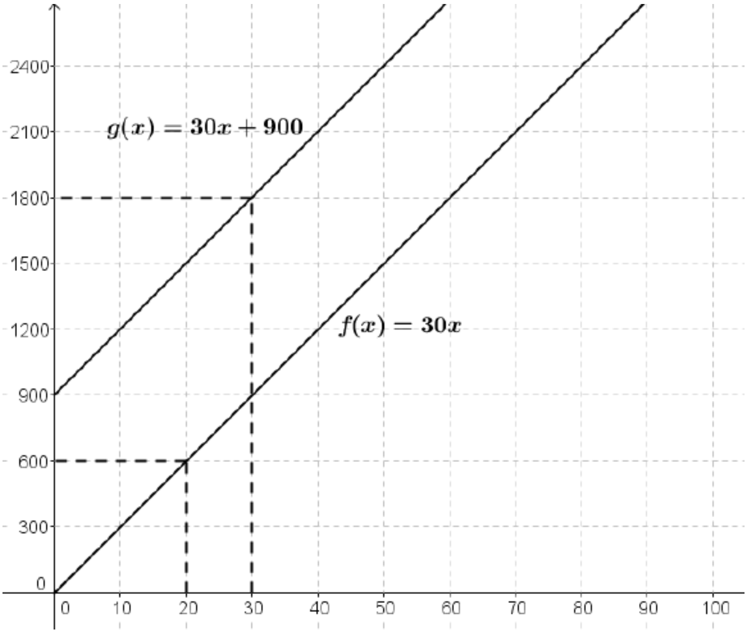
3. التعبير بدلالة x عن المساحة $f\ (x)$ للمستطيل EFAD

$S_{EFAD} = EF \times AF$ ومنه $\boxed{f(x) = 30x}$

4. التعبير بدلالة x عن المساحة $g\ (x)$ للمستطيل FBCE

$S_{FBCE} = S_{EFAD} + S_{ABCD}$ ومنه $\boxed{g(x) = 30x + 900}$

5. تمثيل الدالتين f و g



6. أ. تعيين طول الضلع x حتى تكون المساحة $f\ (x)$ تساوي $600\ m^2$

$f(x) = 600\ m^2$ من أجل $\boxed{x = 20\ m}$

ب. تعيين المساحة $g\ (x)$ من أجل $x = 30\ m$

من أجل $x = 30\ m$ فإنّ $\boxed{g(x) = 1800\ m^2}$

7. تعيين قيمة x بحيث $f(x) = \frac{2}{3}g(x)$

$f(x) = \frac{2}{3}g(x)$ معناه $30x = \frac{2}{3}(30x + 900)$ أي $30x = 20x + 600$

أي $10x = 600$ ومنه $\boxed{x = 60\ m}$

8. حساب مساحة المستطيل $EFAD$ على مخطط مقياسه $\frac{1}{200}$

$S' = S_{EFAD} \times \left(\frac{1}{200}\right)^2 = \frac{1800}{40000} = 0{,}045\ m^2$ ومنه $\boxed{S' = 450\ cm^2}$

* * *

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

x و y عددان حيث : $y = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}}$

1. جعل مقام العدد x عددا ناطقا

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-1\right)}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \boxed{\frac{5-\sqrt{5}}{5}}$$

2. حساب العدد z $z = 2y - 5x$

$$z = 2y - 5x = 2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 5\left(\frac{5-\sqrt{5}}{5}\right) = \sqrt{5} - \left(5-\sqrt{5}\right) = \boxed{2\sqrt{5}-5}$$

اعطاء القيمة المقربة للعدد z بتقريب 10^{-2} بالنقصان

$$z \approx 2(2{,}23) - 5 \approx 4{,}46 - 5 \approx \boxed{-0{,}54}$$

* * *

التمرين الثاني :

السلسلة الإحصائية الموافقة للمعطيات هي $\boxed{C: 2\ ;\ 7\ ;\ 11\ ;\ 15\ ;\ 18}$

المدى : $18 - 2 = 16$ ؛ الوسيط : 11 ؛ الوسط : $\bar{x} = \frac{2+7+11+15+18}{5} = \frac{53}{5} = 10{,}6$

* * *

التمرين الثالث :

1. التعبير عن الوضعية بجملة معادلتين

ليكن x عدد الدجاج و y عدد الأرانب. لدينا :

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$$

2. تعيين عدد الدجاج والأرانب

$\begin{cases} x + y = 16 \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} x = 16 - y \\ 2x + 4y = 42 \end{cases}$ ومنه $2(16 - y) + 4y = 42$

أي $32 + 2y = 42$ ومنه $2y = 10$ أي $y = 5$ و $x = 16 - 5 = 11$

يملك الفلاح 11 دجاجة و 5 أرانب.

* * *

التمرين الرابع :

حساب الطول NC

في المثلث (ANC) لدينا : $(BM) \parallel (NC)$ لأنّهما يعامدان (AC) ، ومنه :

$\frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AN}=\frac{MB}{NC}$ (نظرية طالس) ، أي $\frac{6}{10}=\frac{2}{NC}$ ومنه $NC=\frac{2\times10}{6}$ أي $\boxed{NC=\frac{10}{3}}$

حساب الطول AM

بما أنّ المثلث (ANC) قائم في C فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$AN^2=AC^2+NC^2=10^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{1000}{9}$ ومنه $AN=\sqrt{\frac{1000}{9}}=\frac{10\sqrt{10}}{3}$

ومن العلاقة $\frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AN}$ نستنتج أنّ : $AM=\frac{AB\times AN}{AC}=\frac{6\times\frac{10\sqrt{10}}{3}}{10}$ ومنه $\boxed{AM=2\sqrt{10}}$

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. **حساب طول الحاجز DH**

بما أنّ المثلث HDC قائم في C فإنّ : $DH^2=CD^2+CH^2=4^2+3^2=25$

(نظرية فيثاغورس) ، ومنه $\boxed{DH=5\ dam}$

2. **حساب القيمة التقريبية إلى الدرجة للزاويتين $\widehat{HDC}$ و $\widehat{DHB}$**

$$\tan\widehat{HDC}=\frac{CH}{CD}=\frac{3}{4}=0{,}75$$

$$\boxed{\widehat{HDC}\approx 37°}$$

$$\widehat{DHB}=180-\widehat{DHC}$$
$$\widehat{DHB}=180-\left(90-\widehat{HDC}\right)$$
$$\widehat{DHB}=90+\widehat{HDC}\approx 90+37$$
$$\boxed{\widehat{DHB}\approx 127°}$$

الجزء الثاني :

1. **التعبير عن $g(x)$ بدلالة x**

$S_{HDC}=\frac{CH\times CD}{2}=\frac{4x}{2}$ ومنه $\boxed{g(x)=2x}$

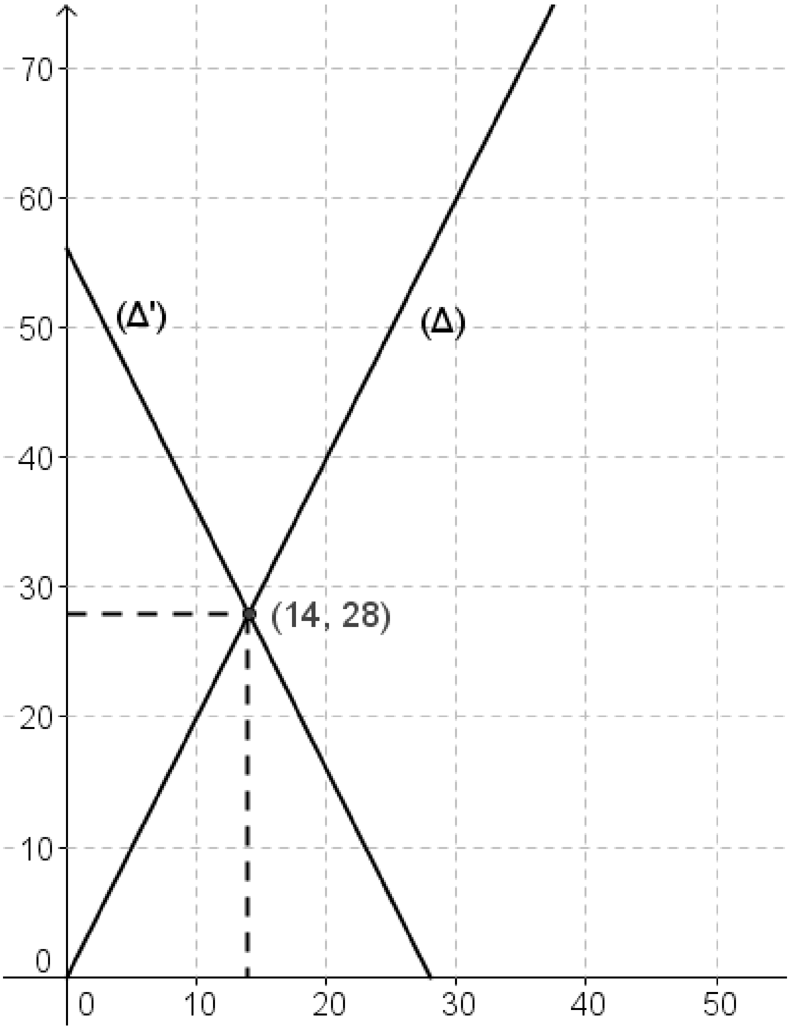
2. **التعبير عن $f(x)$ بدلالة x**

$S_{ABHD}=S_{ABCD}-S_{HDC}=14\times4-2x$ ومنه $\boxed{f(x)=56-2x}$

3. **اتمام الجدول**

x	0	5	$\underbrace{10}_{20\div2}$	$\underbrace{4}_{8\div2}$
$g(x)$	$\underbrace{0}_{2\times0}$	10	20	8
$f(x)$	56	$\underbrace{46}_{56-2(5)}$	36	$\underbrace{48}_{56-2(4)}$

4. انشاء المستقيمين (Δ) و(Δ')



5. أ. تعيين قيمة x التي من أجلها تكون المساحة $f(x)$ أقل من $35\ dam^2$

$f(x) < 36$ معناه $56 - 2x < 36$ أي $2x > 20$ ومنه $\boxed{x > 10\ dam}$

ب. حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ معناه $56 - 2x = 2x$ أي $4x = 56$ ومنه $\boxed{x = 14\ dam}$

يمثل هذا الحلّ قيمة x التي من أجلها تتساوى المساحتان ① و②

ج. تعيين إحداثيتي النقطة التي تجعل هذا الحلّ صحيحا

(انظر الشكل أعلاه).

* * *

الموضوع الثالث

التمرين الأول :

1. حلّ الجملة

$\begin{cases} 2x + 2y = 210 \\ x - y = 15 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 2x + 2y = 210 \\ x = 15 + y \end{cases}$ ومنه $2(15 + y) + 2y = 210$

أي $30 + 4y = 210$ أي $4y = 180$ ومنه $y = 45$ و $x = 15 + 45 = 60$

حل الجملة هو $\boxed{(60; 45)}$

2. حساب طول وعرض المستطيل

ليكن x طول المستقيم وy عرضه. لدينا :

$\begin{cases} 2(x + y) = 210 \\ x - y = 15 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2x + 2y = 210 \\ x - y = 15 \end{cases}$ ومنه $x = 60$ و$y = 45$

* * *

التمرين الثاني :

1. تنظيم هذه المعطيات في جدول وحساب التكرار المجمّع المتزايد

العلامات	6	7	8	9	10	12	15	16	18
التكرار	1	4	4	2	5	2	2	6	1
ت م م	1	5	9	11	16	18	20	26	27

2. تعيين وسيط ومدى هذه السلسلة الإحصائية

بما أنّ التكرار الكلي $N = 27$ ، فرتبة الوسيط هي $\frac{27+1}{2} = 14$ ومنه $\boxed{Med = 10}$

المدى هو : $\boxed{18 - 6 = 14}$

* * *

التمرين الثالث :

1. حساب طول عامد المخروط

المثلث OBS قائم في O وحسب نظرية فيثاغورس فإنّ : $BS^2 = OS^2 + OB^2$

أي $BS^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$ ومنه $\boxed{BS = \sqrt{169} = 13\ cm}$

2. حساب حجم هذا المخروط

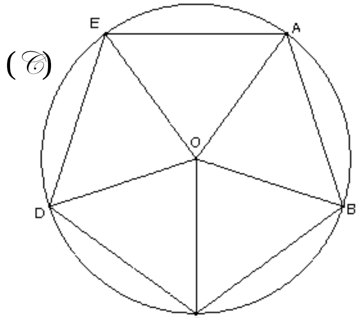
$V = \frac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times OS = \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 5^2 \times 12$ ومنه $\boxed{V = 314\ cm^3}$

3. حساب نصف قطر قاعدة المخروط المصغّر

معامل التصغير هو $k=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ ومنه $O'M=\frac{OB}{4}=\frac{5}{4}$ أي $\boxed{O'M=1,25\ cm}$

* * *

التمرين الرابع :



1. رسم الشكل

2. حساب قيس الزاويتين $\widehat{AOE}$ و $\widehat{ADE}$

بما أنّ $ABCDE$ خماسي منتظم فإنّ : $\widehat{AOE}=\frac{360}{5}$

ومنه : $\boxed{\widehat{AOE}=72°}$

الزاوية $\widehat{AOE}$ مركزية تحصر القوس AE ،

والزاوية $\widehat{ADE}$ محيطية تحصر نفس القوس AE ،

منه نستنتج أنّ : $\widehat{ADE}=\frac{1}{2}\widehat{AOE}=\frac{72}{2}$ أي $\boxed{\widehat{ADE}=36°}$

3. تعيين صورة المثلث AOB

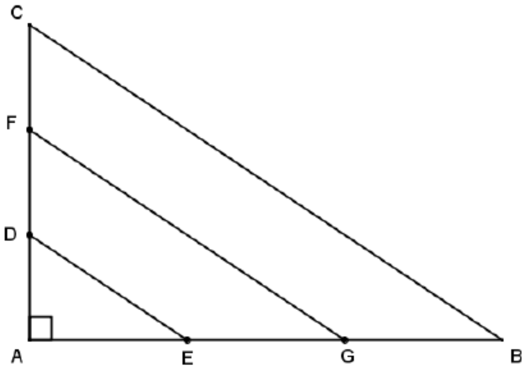
- صورة النقطة A هي النقطة C
- صورة النقطة O هي النقطة O (المركز)
- صورة النقطة B هي النقطة D

منه نستنتج أنّ صورة المثلث AOB بالدوران الذي مركزه O وزاويته 144° في الاتجاه السالب هو المثلث COD.

* * *

المسألة :

1. رسم الشكل بأطواله الحقيقية



2. حساب الطول BC

المثلث ABC قائم في A ، وحسب نظرية فيثاغورس فإنّ : $BC^2=AB^2+AC^2$

أي $BC^2=9^2+6^2=81+36=117$ ومنه $\boxed{BC=\sqrt{117}\approx 10,8\ cm}$

3. بيان أن $AE = 3\ cm$

في المثلث ABC لدينا $(DE) \parallel (BC)$ ، وحسب نظرية طالس فإنّ :

$\frac{1}{3} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ (لأنّ $AD = \frac{1}{3}AC$ أي $\frac{1}{3} = \frac{AD}{AC}$) ومنه $AE = \frac{1}{3}AB = \frac{9}{3} = 3\ cm$

4. برهان أنّ (FG) // (BC)

النقط A ، G ، B و A ، F ، C بنفس الترتيب ، ولدينا :

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{AG}{AB}$ و $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{AF}{AC}$ ، منه $\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB}$ ، وحسب نظرية طالس العكسية فإنّ:

$\boxed{(FG) \parallel (BC)}$

5. أ. حساب $\mathscr{A}_1$ مساحة قاعدة المخروط $(\mathscr{C}_1)$ بدلالة π

$A_1 = \pi \times AC^2$ ومنه $\boxed{A_1 = 36\,\pi\ cm^2}$

ب. حساب $\mathscr{V}_1$ حجم $(\mathscr{C}_1)$ بدلالة π

$V_1 = \frac{1}{3} \times A_1 \times AB = \frac{36\pi\times9}{3}$ ومنه $\boxed{V_1 = 108\,\pi\ cm^3}$

6. أ. حساب معامل التصغير k

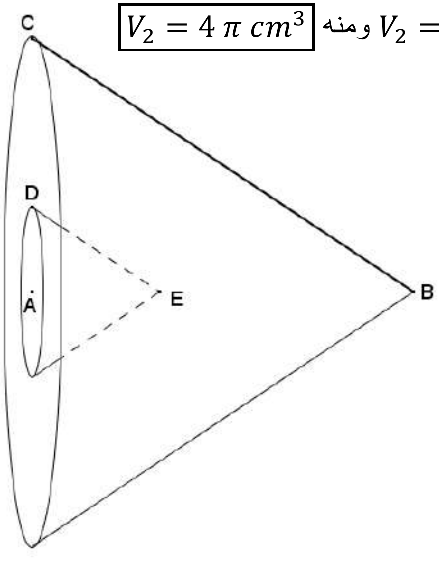
$k = \frac{AD}{AC}$ ومنه $\boxed{k = \frac{1}{3}}$

ب. التعبير عن $\mathscr{V}_2$ بدلالة $\mathscr{V}_1$

$V_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V_1$ ومنه $\boxed{V_2 = \frac{V_1}{27}}$

استنتاج $\mathscr{V}_2$ بدلالة π

$V_2 = \frac{V_1}{27} = \frac{108\,\pi}{27}$ ومنه $\boxed{V_2 = 4\,\pi\ cm^3}$



* * *

الموضوع الرابع

التمرين الأول :

1. **كتابة A على شكل كسر غير قابل للاختزال**

$A = \left(1-\frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \div \frac{7}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{14}$ ومنه $\boxed{A = \frac{2}{7}}$

2. **بيان أن $B = 2\sqrt{3} - 1$**

$$B = \sqrt{48} - \sqrt{12} - 1$$
$$B = \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{4 \times 3} - 1$$
$$B = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 1$$

ومنه $\boxed{B = 2\sqrt{3} - 1}$

3. **حساب B × C**

$$B \times C = \left(2\sqrt{3} - 1\right)(4\sqrt{3} - 2)$$
$$B \times C = 24 - 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2$$

ومنه $\boxed{B \times C = 26 - 8\sqrt{3}}$

* * *

التمرين الثاني :

ليكن x عدد القطع من فئة $5\ DA$ و y عدد القطع من فئة $10\ DA$. لدينا :

$\begin{cases} x + y = 14 \\ 5x + 10y = 75 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} x = 14 - y \\ 5x + 10y = 75 \end{cases}$ أي $5(14 - y) + 10y = 75$

أي $70 + 5y = 75$ ومنه $5y = 5$ أي $y = 1$ و $x = 13$

لدى محمد 13 قطعة من فئة $5\ DA$ و قطعة واحدة من فئة $10\ DA$.

* * *

التمرين الثالث :

1. **ترتيب القيم في جدول**

القيم	1	2	4	6
التكرار	2	2	1	3
التكرار المجمّع المتزايد	2	4	5	8

2. **حساب وسيط هذه السلسلة الإحصائية**

بما أنّ التكرار الكلي $N = 8$ فإنّ الوسيط هو معدل القيمتين ذات الرتبتين 4 و 5

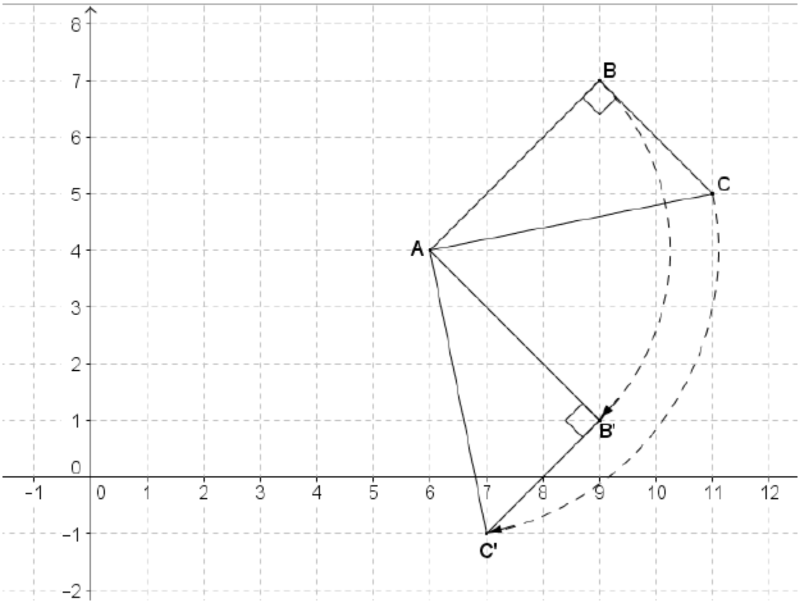
ومنه : $\boxed{Med = \frac{2+4}{2} = 3}$

حساب النسبة المئوية للقيمة 1

النسبة المئوية للقيمة 1 هي : $\boxed{\frac{2}{8}\times 100 = 25\%}$

التمرين الرابع :

1. **تعليم النقط A(6 ; 4) ، B(9 ; 7) ، C(11 ; 5)**



2. **حساب الأطوال AB ، AC ، BC**

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(3)^2+(3)^2}=\sqrt{18}=\boxed{3\sqrt{2}}$$

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(5)^2+(1)^2}=\boxed{\sqrt{26}}$$

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=\boxed{2\sqrt{2}}$$

اثبات أنّ المثلث ABC قائم في B

لدينا : $AB^2=18$ ، $AC^2=26$ ، $BC^2=8$

بما أنّ $AC^2=AB^2+BC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في B (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

3. **انشاء صورة المثلث ABC وتحديد إحداثيات نقط صور هذا المثلث**

- صورة النقطة A هي النقطة A نفسها (لأنّها مركز الدوران)
- صورة النقطة B هي النقطة $\boxed{B'(9;1)}$
- صورة النقطة C هي النقطة $\boxed{C'(7;-1)}$

* * *

المسألة :

الجزء I :

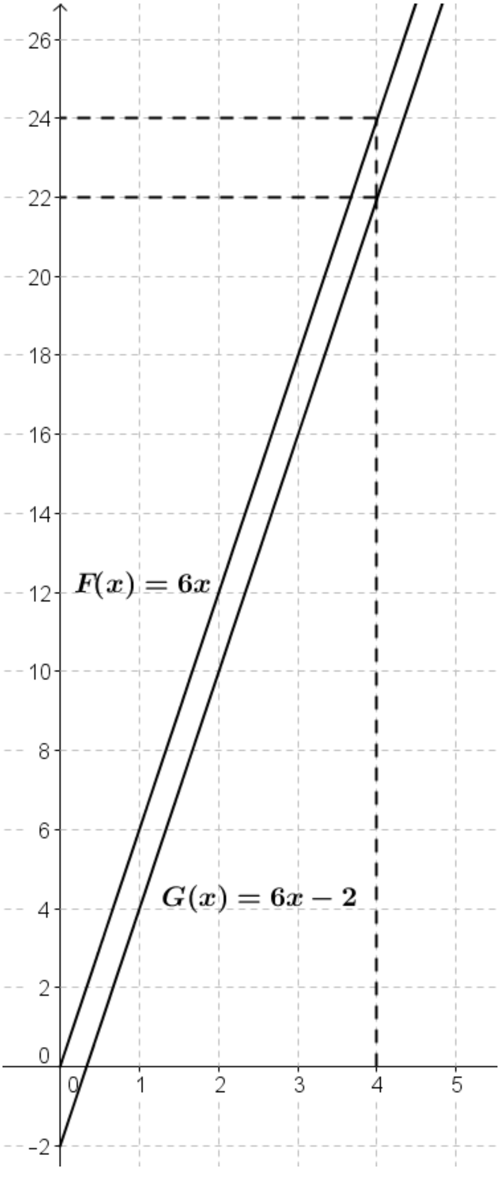
1. **أ. التعبير عن $F(x)$ محيط الحقل**

$$\boxed{F(x) = 6x}$$

ب. التعبير عن $G(x)$ طول السياج المستعمل

$$\boxed{G(x) = 6x - 2}$$

2. **تمثيل الدالتين F و G بيانيا**



3. أ. قراءة $F(4)$ و $G(4)$

نستنتج من البيان أنّ $F(4) = 24$ و $G(4) = 22$

ب. حساب المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين

$l = \frac{40}{119} = 0,336\,m$ ومنه $\boxed{l = 33,6\,cm}$

الجزء II :

1. حساب حجم الموشور القائم

$V = \frac{1}{3} \times S_{GHIJKL} \times AG = \frac{4160\times3}{3}$ ومنه $\boxed{V = 4160\,m^3}$

2. حساب حجمه بعد تصغيره إلى الربع

$V' = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times V = \frac{4160}{64}$ ومنه $\boxed{V' = 65\,m^3}$

3. تعيين طبيعة المقطع وحساب مساحته

طبيعة المقطع سداسي منتظم مساحته $4160\,m^2$.

* * *

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

ضع مكان النقاط الأرقام المناسبة لإتمام عملية الضرب هذه.

			7	5	.	4
				6	.	2
		.	5	0	.	8
	3	.	6	7	0	
4	5	2	.	4		
.	9	.	2	.	6	8

الموضوع الخامس

التمرين الأول :

1. **احسب PGCD (675 , 375)**

$$675 = 375 \times 1 + 300$$
$$375 = 300 \times 1 + 75$$ ومنه $\boxed{PGCD(675;375) = 75}$
$$300 = 75 \times 4 + 0$$

2. **كتابة الكسر $\frac{675}{375}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال**

$$\frac{675}{375} = \frac{675 \div 75}{300 \div 75} = \boxed{\frac{9}{4}}$$

التمرين الثاني :

1. **حساب A**

$$A = \left(\sqrt{3} + 3\right)^2$$
$$A = \sqrt{3}^2 + 3^2 + 6\sqrt{3}$$ ومنه $\boxed{A = 12 + 6\sqrt{3}}$

2. **حساب 'A**

$$A' = \sqrt{2}\left(\sqrt{72} + 3\sqrt{6}\right)$$
$$A' = \sqrt{144} + 3\sqrt{12}$$ ومنه $\boxed{A' = 12 + 6\sqrt{3}}$

3. **التحقق أنّ A = A'**

من ① و② نتحقق أنّ $\boxed{A = A'}$

التمرين الثالث :

ليكن x ثمن القاموس وy ثمن الموسوعة. لدينا :

$\begin{cases} x + 2y = 1790 \\ 4x + y = 2610 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x = 1790 - 2y \\ 4x + y = 2610 \end{cases}$ أي $4(1790 - 2y) + y = 2610$

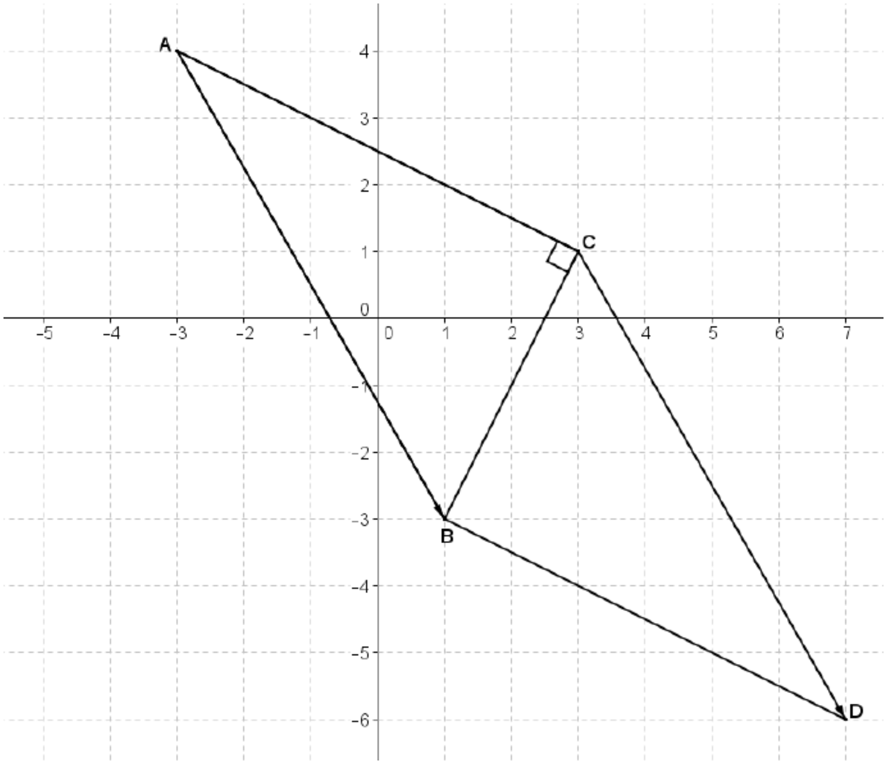
ومنه $7160 - 7y = 2610$ أي $7y = 4550$ ومنه $\boxed{y = 650}$

$x = 1790 - 2(650)$ ومنه $\boxed{x = 490}$

ثمن القاموس هو $490\ DA$ وثمن الموسوعة هو $650\ DA$.

التمرين الرابع :

1. تعليم النقط A(-3 ; 4) ، B(1 ; -3) ، C(3 ; 1)



2. تعيين العبارة الجبرية للدالة التآلفية $\boldsymbol{f}$ التي تمثيلها البياني هو المستقيم $(\boldsymbol{AB})$

$f(x) = ax + b$ ، ولدينا :

$\begin{cases} f(-3) = 4 \\ f(1) = -3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} -3a + b = 4 \\ a + b = -3 \end{cases}$ ومنه $-3a - a = 4 + 3$ أي $-4a = 7$

ومنه $a = -\frac{7}{4}$ و $b = -3 - a = -3 + \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$ ومنه $\boxed{f(x) = -\frac{7}{4}x - \frac{5}{4}}$

3. حساب الأطوال $\boldsymbol{AB}$ ، $\boldsymbol{AC}$ و $\boldsymbol{BC}$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4)^2 + (-7)^2} = \boxed{\sqrt{65}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = \boxed{3\sqrt{5}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$

استنتاج أنّ المثلث $\boldsymbol{ABC}$ قائم في $\boldsymbol{C}$

لدينا : $AB^2 = 65$ ، $AC^2 = 45$ ، $BC^2 = 20$

بما أنّ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في C (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

4. حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{AB}(4\,;-7)}$

5. حساب إحداثيتي النقطة B

بما أنّ D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ومنه :

$\begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D - 3 = 4 \\ y_D - 1 = -7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 7 \\ y_D = -6 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(7;-6)}$

6. استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ مع التعليل

بما أنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ نستنتج أنّ الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع.

* * *

المسألة :

الجزء الأول :

1. حساب EF و SB

في المثلث SAB لدينا $(EF) \parallel (AB)$ وحسب نظرية طالس فإنّ :

$\frac{EF}{AB} = \frac{SE}{SA}$ أي $\frac{EF}{9} = \frac{3}{12}$ ومنه $EF = \frac{9\times3}{12} = \frac{27}{12}$ أي $\boxed{EF = 2{,}25\ cm}$

بما أنّ المثلث SAB قائم في A فإنّ : $SB^2 = SA^2 + AB^2$ (نظرية فيثاغورس)

أي $SB^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$ ومنه $\boxed{SB = \sqrt{225} = 15\ cm}$

2. أ. حساب حجم الهرم SABCD

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times AB^2 \times AS$$

$$V_{SABCD} = \frac{81 \times 12}{3}$$

ومنه $\boxed{V_{SABCD} = 324\ cm^3}$

ب. حساب معامل التصغير

$k = \frac{SE}{SA} = \frac{3}{12}$ ومنه $\boxed{k = \frac{1}{4}}$

ج. استنتاج حجم الهرم SEFGH

$V_{SEFGH} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times V_{SABCD} = \frac{324}{64}$ ومنه $\boxed{V_{SEFGH} = 5{,}0625\ cm^3}$

الجزء الثاني :

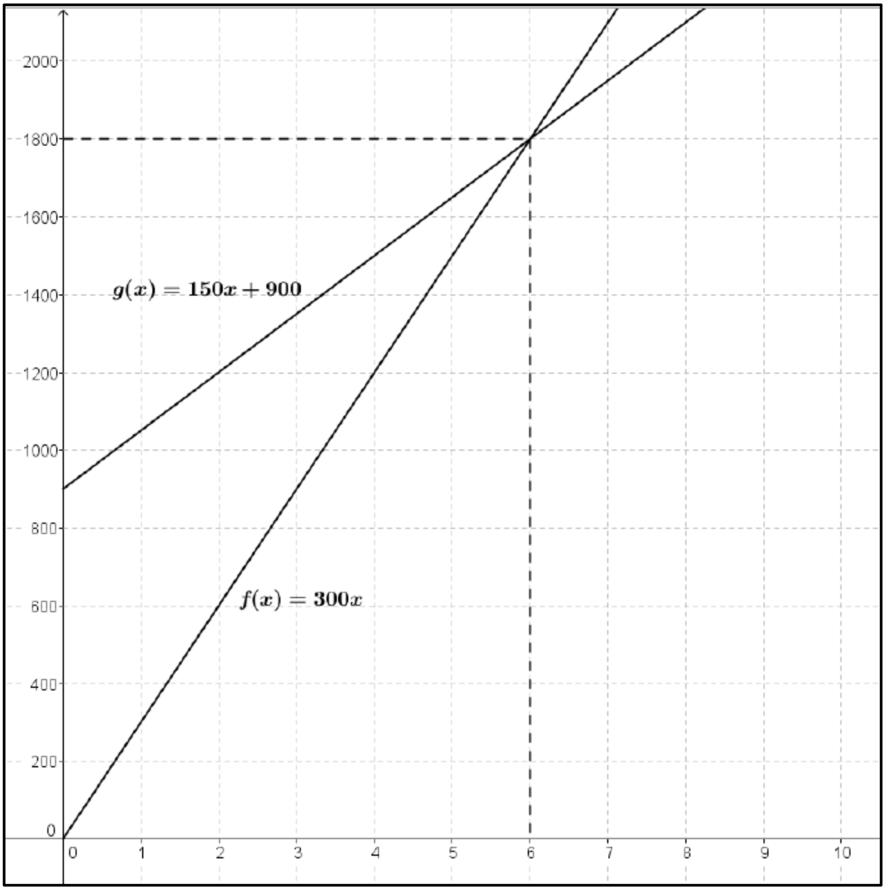
1. أ. اتمام الجدول

عدد الصناديق	4	8	10	14
ثمن البيع بالصيغة (1)	$\underbrace{1200}_{300\times4}$	2400	3000	4200
ثمن البيع بالصيغة (2)	$\underbrace{1500}_{150\times4+900}$	2100	2400	3000

ب. التعبير عن P(A) و P(B) بدلالة x

$$\boxed{P(B) = 150x + 900 \text{ ، } P(A) = 300x}$$

2. أ. تمثيل بيانيا الدالتين f و g



ب. تحديد بيانيا ابتداءً من أيّ عدد الصناديق تصبح الصيغة الثانية أفضل

تصبح الصيغة الثانية أفضل ابتداءً من 6 صناديق

التحقق من النتيجة حسابيا

$g(x) \leq f(x)$ معناه $150x + 900 \leq 300x$ أي $150x \geq 900$ ومنه

$\boxed{x \geq 6}$

الموضوع السادس

التمرين الأول :

1. **اتمام الجدول**

10 ≤ L < 12	8 ≤ L < 10	6 ≤ L < 8	4 ≤ L < 6	طول الرمية (*m*)
5	**7**	**6**	**3**	**التكرار**
21	**16**	**9**	**3**	**التكرارات المجمعة الصاعدة**
11	**9**	**7**	**5**	**مراكز الفئات**

2. **تعيين عدد المشاركين في المسابقة**

شارك في المسابقة 21 تلميذا

3. **حساب الوسط الحسابي لطول الرمية**

$$\bar{x} = \frac{3 \times 5 + 6 \times 7 + 7 \times 9 + 5 \times 11}{21} = \frac{175}{21}$$

$$\boxed{\bar{x} = 8{,}33\ m}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. **حلّ الجملة**

$\begin{cases} 3x + 4y = 5{,}5 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 3x + 4y = 5{,}5 \\ 12x - 4y = 2 \end{cases}$ أي $15x = 7{,}5$ ومنه $x = \frac{7{,}5}{15} = 0{,}5$

$2y = 6x - 1 = 6(0{,}5) - 1 = 2$ ومنه $y = 1$

حل الجملة هو $\boxed{(0{,}5\ ;\ 1)}$

2. **استنتاج $\cos a$ و $\tan b$**

نضع : $x = \cos a$ و $y = \tan b$

$\begin{cases} 3\cos a + 4\tan b = 5{,}5 \\ 6\cos a - 2\tan b = 1 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} 3x + 4y = 5{,}5 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$ ومنه $\boxed{\begin{cases} \cos a = 0{,}5 \\ \tan b = 1 \end{cases}}$

تعيين قيمة كل من a و b بالدرجات

$\cos a = 0{,}5$ ومنه $\boxed{a = 60°}$ ، $\tan b = 1$ ومنه $\boxed{b = 45°}$

* * *

التمرين الثالث :

حساب قيس الزاويتين $\widehat{BOA}$ و $\widehat{AEB}$

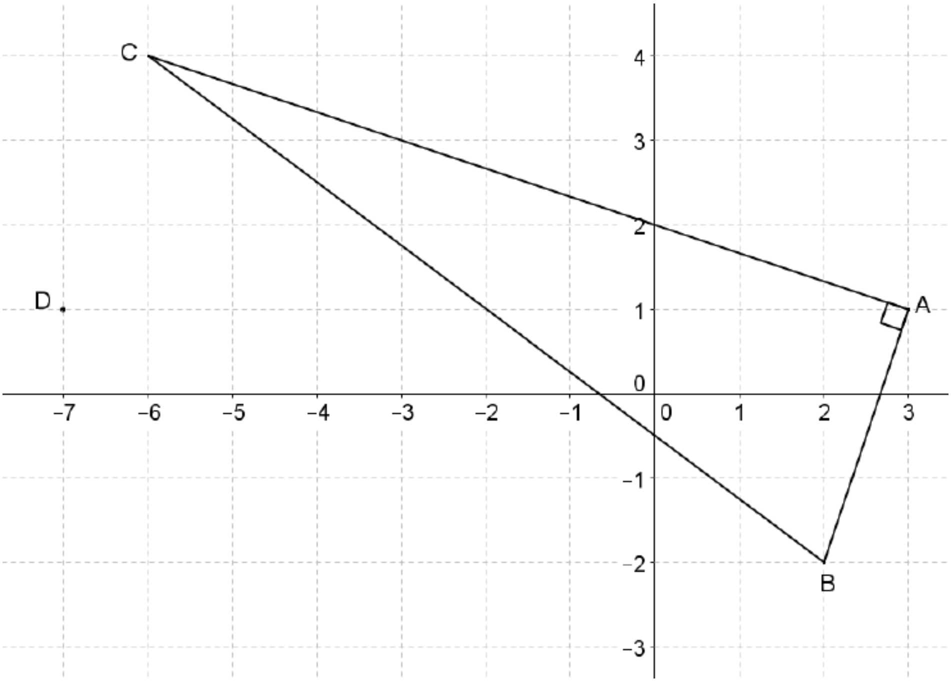
بما أنّ $OA = OB$ فالمثلث OAB متساوي الساقين أي $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 58°$

ومنه $\widehat{BOA} = 180 - 2 \times 58$ أي $\boxed{\widehat{BOA} = 64°}$

الزاوية $\widehat{BOA}$ مركزية تحصر القوس AB والزاوية $\widehat{AEB}$ محيطية تحصر نفس القوس AB، منه : $\widehat{AEB} = \frac{1}{2}\widehat{BOA} = \frac{64}{2}$ أي $\boxed{\widehat{AEB} = 32°}$

التمرين الرابع :

1. تعليم النقط A(3 ; 1) ، B(2 ; -2) ، C(-6 ; 4)



2. بيان أن $AC = 3\sqrt{10}$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$
$$AC = \sqrt{(-6-3)^2 + (4-1)^2}$$
$$AC = \sqrt{(-9)^2 + (3)^2}$$

ومنه

$$AC = \sqrt{81+9}$$
$$AC = \sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10}$$
$$\boxed{AC = 3\sqrt{10}}$$

3. بيان أن المثلث ABC قائم في A

لدينا : $AB^2 = \sqrt{10}^2 = 10$ ، $AC^2 = \sqrt{90}^2 = 90$ ، $BC^2 = 10^2 = 100$

بما أنّ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم في A حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

4. تعيين إحداثيتي النقطة D

بما أنّ D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ومنه :

$\begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D + 6 = -1 \\ y_D - 3 = -2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = -7 \\ y_D = 1 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(-7;1)}$

* * *

المسألة :

I- لدينا BP = x cm

1. بيان أن : $PM = \frac{3}{4}x$

في المثلث ABC لدينا : $(AC) \parallel (PM)$ لأنّهما عموديان على (AB) ، وحسب نظرية طالس فإنّ : $\frac{PM}{AC} = \frac{BP}{BA}$ أي $\frac{PM}{3} = \frac{x}{4}$ ومنه $\boxed{PM = \frac{3}{4}x}$

2. بيان أن محيط المستطيل APMQ هو $8 - \frac{x}{2}$

لدينا : $L_{APMQ} = 2(AP + PM) = 2(4 - x + \frac{3}{4}x) = 2(4 - \frac{1}{4}x)$

ومنه $\boxed{L_{APMQ} = 8 - \frac{x}{2}}$

3. حساب x

$L_{APMQ} = 7$ معناه $8 - \frac{x}{2} = 7$ أي $\frac{x}{2} = 1$ ومنه $\boxed{x = 2\ cm}$

II- 1. حساب الطول BC

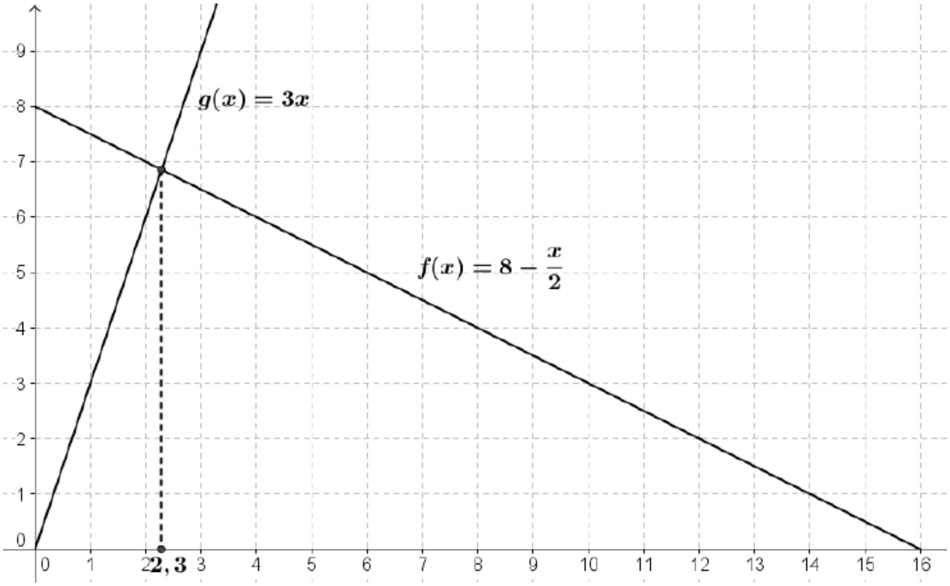
بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فإنّ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (نظرية فيثاغورس)

أي $BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ ومنه $\boxed{BC = 5\ cm}$

2. حساب محيط المثلث BPM بدلالة x

لدينا : $L_{BPM} = PB + PM + BM = x + \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x$ ومنه $\boxed{L_{BPM} = 3x}$

3. تمثيل بيانيا الدالتين $f(x) = 8 - \frac{x}{2}$ و $g(x) = 3x$



أ. تعيين قيمة x بيانيا

قيمة x التي من أجلها يتساوى محيط المثلث BPM ومحيط المستطيل $APMQ$ هي فاصلة نقطة تقاطع منحنيي الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ ، ومن البيان نلاحظ أنّ $x \approx 2,3\ cm$.

ب. تعيين قيمة x حسابيا

$3x = 8 - \frac{x}{2}$ معناه $\frac{7}{2}x = 8$ أي $x = \frac{8}{\frac{7}{2}}$ ومنه $\boxed{x = \frac{16}{7}}$.

* * *

الموضوع السابع

التمرين الأول :

1. **اتمام الجدول**

الطول (m)	4,1	4,3	4,5	4,8	5	5,1	5,3
التكرار	2	8	7	4	2	3	4
التواتر	0,07	0,27	0,23	0,13	0,07	0,1	0,13
ت م م	2	10	17	21	23	26	30

2. **تعيين عدد المشاركين في المسابقة**

شارك في المسابقة 30 تلميذا.

3. **حساب وسيط هذه السلسلة**

بما أنّ $N = 30$ فإنّ وسيط هذه السلسلة هو معدل القيمتين ذات الرتبتين 15 و16.

وبحساب التكرار المجمع المتزايد لهذه السلسلة نستنتج أنّ $\boxed{Med = 4,5}$.

4. **حساب المتوسط الحسابي للقفزة**

$$\bar{x} = \frac{4,1 \times 2 + 4,3 \times 8 + 4,5 \times 7 + 4,8 \times 4 + 5 \times 2 + 5,1 \times 3 + 5,3 \times 4}{30}$$

$$\bar{x} = \frac{139,8}{30} = \boxed{4,66\,m}$$

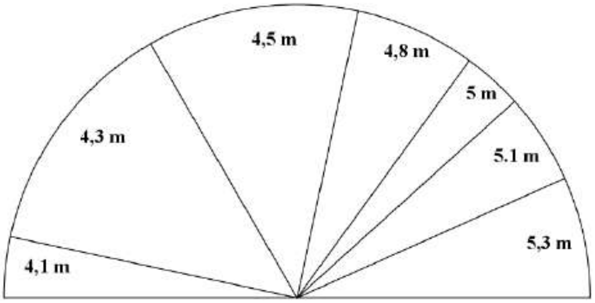
5. **تمثيل نتائج القفز بمخطط دائري نصف**

$$30 \to 180°$$

$$2 \to x = \frac{2 \times 180}{30} = 12° \;;\quad 3 \to x = \frac{3 \times 180}{30} = 18°$$

$$4 \to x = \frac{4 \times 180}{30} = 24° \;;\quad 7 \to x = \frac{7 \times 180}{30} = 42°$$

$$8 \to x = \frac{8 \times 180}{30} = 48°$$



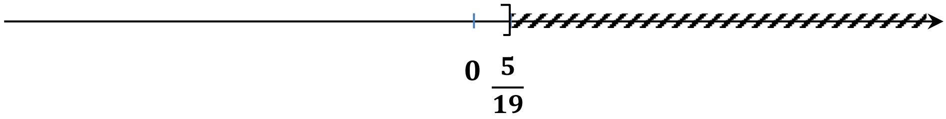
التمرين الثاني :

حلّ المتراجحة وتمثيل مجموعة حلولها بيانيا

$3x - \frac{x+1}{3} \leq -\frac{12}{5}x + 1$ معناه $\frac{15\times3x}{15} - \frac{5(x+1)}{15} \leq -\frac{3\times12}{15}x + \frac{15}{15}$ ومنه :

$\frac{45x-5x-5}{15} \leq \frac{-36x+15}{15}$ أي $\frac{40x-5}{15} \leq \frac{-36x+15}{15}$ ومنه $40x - 5 \leq -36 < +15$

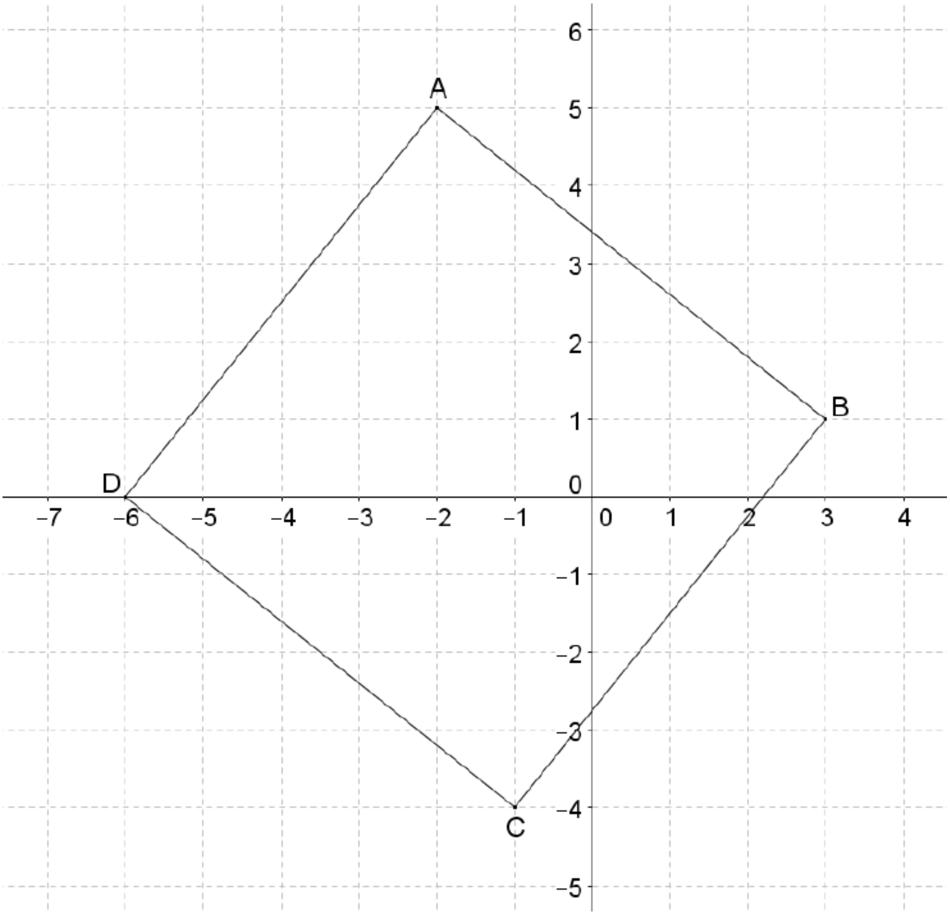
أي $76x \leq 20$ ومنه $x \leq \frac{20}{76}$ أي $\boxed{x \leq \frac{5}{19}}$



* * *

التمرين الثالث :

1. تعليم النقط A(-2 ; 5) ، B(3 ; 1) ، C(-1 ; -4)



2. حساب إحداثيات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$	$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$	$\overrightarrow{BC}(x_C - x_B; y_C - y_B)$
$\overrightarrow{AB}(3+2; 1-5)$	$\overrightarrow{AC}(-1+2; -4-5)$	$\overrightarrow{BC}(-1-3; -4-1)$
$\boxed{\overrightarrow{AB}(5; -4)}$	$\boxed{\overrightarrow{AC}(1; -9)}$	$\boxed{\overrightarrow{BC}(-4; -5)}$

3. حساب إحداثيي النقطة D

يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع إذا كان $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

$\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} -1 - x_D = 5 \\ -4 - y_D = -4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = -6 \\ y_D = 0 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(-6; 0)}$

* * *

التمرين الرابع :

حساب مساحة قرص المقطع

ليكن R نصف قطر الكرة ، r نصف قطر الدائرة و d البُعد OM. لدينا :

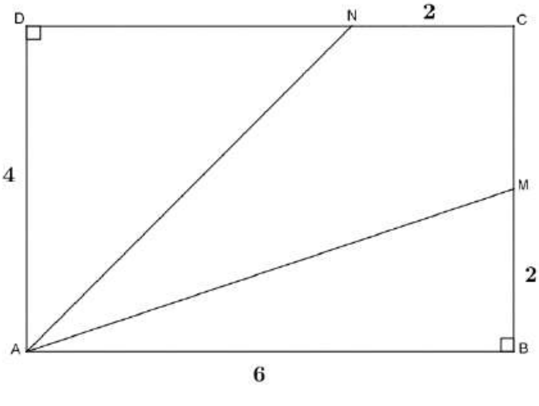
$R^2 = r^2 + d^2$ ومنه $r^2 = 15^2 - 9^2 = 144$ ومنه $r = \sqrt{144} = 12cm$

منه نستنتج أنّ مساحة قرص المقطع هي : $A = \pi \times r^2 = 3,14 \times 144$ ومنه :

$\boxed{A = 452,16\ cm^2}$

* * *

المسألة :



1. حساب الطول AM

بما أنّ المثلث ABM قائم في B فإنّ $AM^2 = AB^2 + BM^2$ أي :

$AM^2 = 6^2 + 2^2 = 40$ أي $AM = \sqrt{40}$ ومنه $\boxed{AM = 2\sqrt{10}}$

2. اثبات أنّ مساحة الرباعي AMCN تساوي $10\ cm^2$

لدينا : $S_{AMCN} = S_{ABCD} - (S_{ABM} + S_{ADN})$

لحساب مساحة الرباعي AMCN نحسب أولا مساحة المثلثين ABM و ADN.

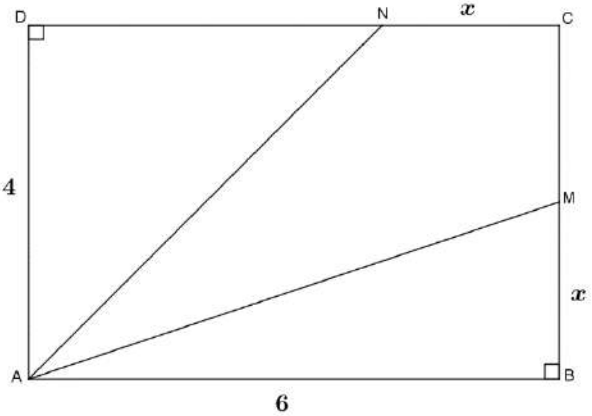
$$S_{ABM} = \frac{AB \times BM}{2}$$
$$S_{ABM} = \frac{6 \times 2}{2}$$
$$S_{ABM} = 6\ cm^2$$

$$S_{ADN} = \frac{AD \times DN}{2}$$
$$S_{ADN} = \frac{4 \times 4}{2}$$
$$S_{ADN} = 8\ cm^2$$

ومنه

$$S_{AMCN} = 24 - (6 + 8)$$
$$S_{AMCN} = 24 - 14$$
$$\boxed{S_{AMCN} = 10\ cm^2}$$

.3



أ. التعبير عن مساحة المثلث ABM بدلالة x

لدينا : $S_{ABM} = \frac{AB\times BM}{2} = \frac{6x}{2}$ ومنه $\boxed{S_{ABM} = 3x}$

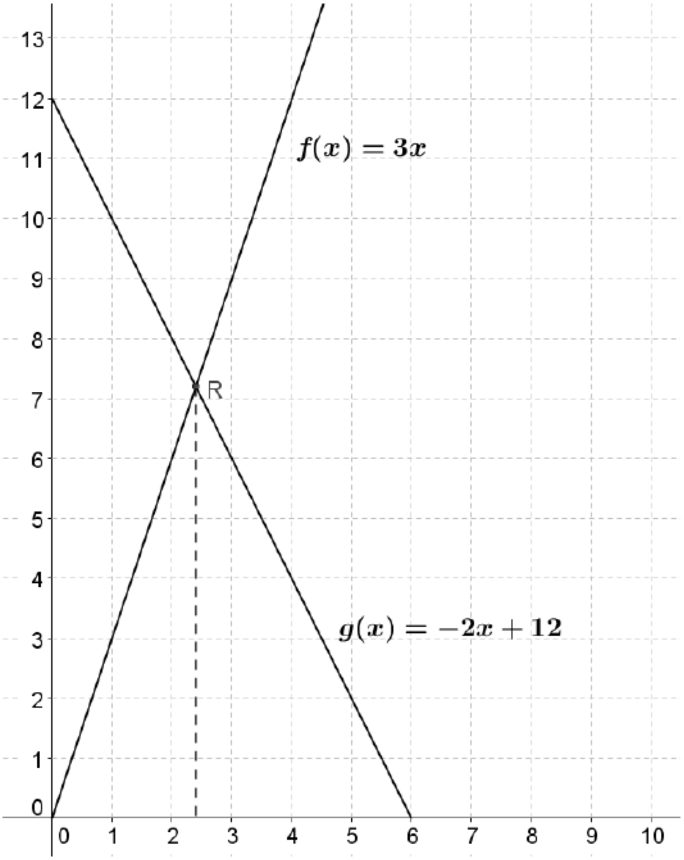
ب. حساب الطول DN بدلالة x

لدينا : $DN = CD - CN$ ومنه $\boxed{DN = 6 - x}$

ج. اثبات أنّ مساحة المثلث ADN تساوي $-2x + 12$

لدينا : $S_{ADN} = \frac{AD\times DN}{2} = \frac{4(6-x)}{2} = 2(6 - x)$ ومنه $\boxed{S_{ADN} = -2x + 12}$

.4 تمثل الدالتين f و g بيانيا



أ. حساب إحداثيتي R نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين السابقين

لدينا : $\begin{cases} y = 3x \\ y = -2x + 12 \end{cases}$ ومنه $3x = -2x + 12$ أي $5x = 12$

ومنه $x = \frac{12}{5}$ و $y = 3\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{36}{5}$ ومنه $\boxed{R\left(\frac{12}{5}; \frac{36}{5}\right)}$

ب. تعيين قيمة x التي تجعل مساحة المثلثين ABM و ADN متساويتين

$S_{ABM} = S_{ADN}$ معناه $3x = -2x + 12$ ومنه $\boxed{x = \frac{12}{5} = 2,4\ cm}$

ج. حساب مساحة الرباعي AMCN

$S_{AMCN} = S_{ABCD} - (S_{ABM} + S_{ADN})$
$S_{AMCN} = 24 - (3x - 2x + 12)$
$S_{AMCN} = 12 - x = 12 - 2,4$
$\boxed{S_{AMCN} = 9,6\ cm^2}$

* * *

الموضوع الثامن

التمرين الأول :

1. حساب A و B

$$A=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{9}{12}-\frac{10}{12}=\boxed{-\frac{1}{12}}$$

$$B=\frac{2}{3}\div\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)=\frac{2}{3}\div\left(\frac{2}{8}-\frac{1}{8}\right)=\frac{2}{3}\div\left(\frac{1}{8}\right)=\frac{2}{3}\times 8=\boxed{\frac{16}{3}}$$

2. حساب A – B

$$A-B=-\frac{1}{12}-\frac{16}{3}=-\frac{1}{12}-\frac{64}{12}=\boxed{-\frac{65}{12}}$$

3. حساب A × B

$$A\times B=-\frac{1}{12}\times\frac{16}{3}=-\frac{16}{36}=\boxed{-\frac{4}{9}}$$

4. بيان أن : $\frac{1}{A^2}=144$

$$\frac{1}{A^2}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{12}\right)^2}=\frac{1}{\frac{1}{144}}=\boxed{144}$$

* * *

التمرين الثاني :

$$\boldsymbol{E=(2x+1)^2-(3x-1)(2x+1)}$$

1. نشر وتبسيط العبارة E

$$E=(4x^2+1+4x)-(6x^2+3x-2x-1)$$
$$E=4x^2+4x+1-6x^2-x+1$$
$$\boxed{E=-2x^2+3x+2}$$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

$$E=(2x+1)[(2x+1)-(3x-1)]$$
$$E=(2x+1)(2x+1-3x+1)$$
$$E=(2x+1)(2-x)$$

3. حل المعادلة : E = 0

$(2x+1)(2-x)=0$ معناه $2x+1=0$ أو $2-x=0$

$2x+1=0$ ومنه $2x=-1$ إذن $x=-\frac{1}{2}$

$0 = x - 2$ ومنه $x = 2$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{-\frac{1}{2} \text{ و } 2}$

* * *

التمرين الثالث :

9	7	4	2	القيم
3	4	3	5	التكرار
15	12	8	5	التكرار المجمع المتزايد

1. حساب الوسط

$$\bar{x} = \frac{2 \times 5 + 4 \times 3 + 7 \times 4 + 9 \times 3}{15} = \frac{77}{15}$$

$$\boxed{\bar{x} = 5{,}13}$$

تعيين الوسيط

بما أنّ $N = 15$ ، فإنّ رتبة الوسيط هي $8 = \frac{15+1}{2}$ ومنه $\boxed{Med = 4}$

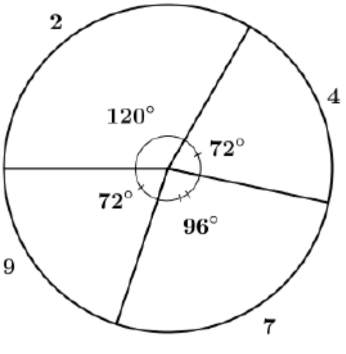
2. تمثيل قيم هذه السلسة بمخطط دائري

$$15 \to 360°$$

$$3 \to x = \frac{3 \times 360}{15} = 72°$$

$$4 \to y = \frac{4 \times 360}{15} = 96°$$

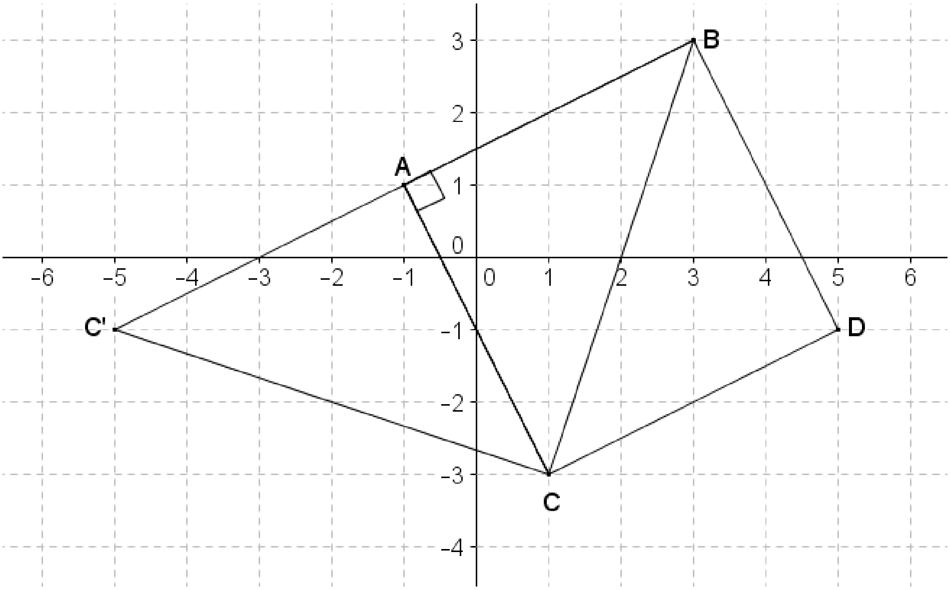
$$5 \to z = \frac{5 \times 360}{15} = 120°$$



* * *

التمرين الرابع :

1. **تعليم النقط A(-1 ; 1) ، B(3 ; 3) ، C(1 ; -3)**



2. **حساب الأطوال AB ، AC ، BC**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$
$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$$
$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

بيان نوع المثلث ABC

بما أنّ $AB = AC$ و $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

3. **حساب إحداثيي النقطة D**

بما أنّ الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع فإنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ومنه :

$\begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D - 1 = 4 \\ y_D + 3 = 2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(5;-1)}$

4. **انشاء صورة المثلث ABC**

(انظر الشكل أعلاه).

* * *

المسألة :

1. **التعبير عن f و g بدلالة x**

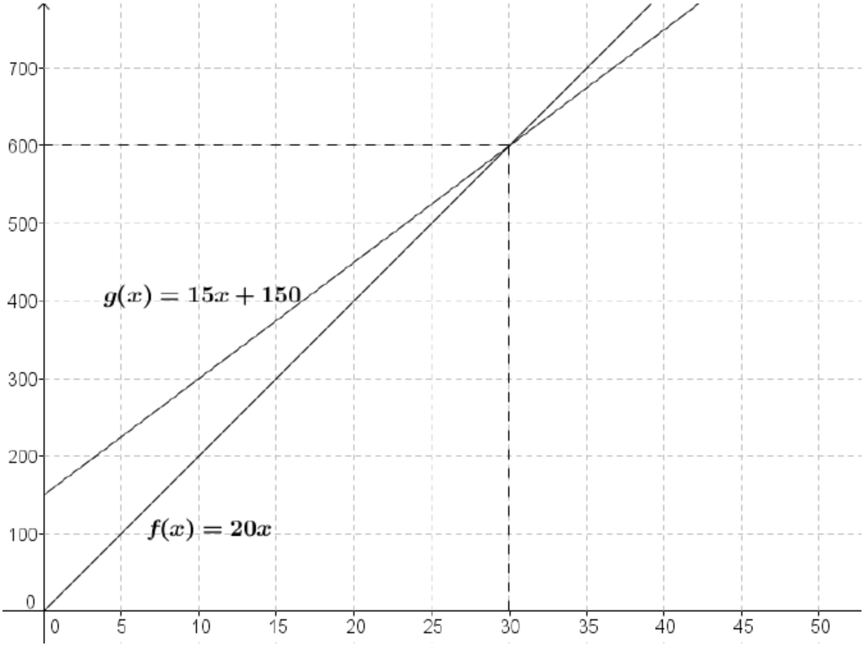
$$\boxed{g(x) = 15x + 150 \text{ ، } f(x) = 20x}$$

2. **حساب ثمن 10 جرائد و ثمن 50 جريدة حسب الطريقتين**

$g(10) = 15 \times 10 + 150 = 300\,DA$ ، $f(10) = 20 \times 10 = 200\,DA$

$g(50) = 15 \times 50 + 150 = 600\,DA$ ، $f(50) = 20 \times 50 = 1000\,DA$

3. **انشاء المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) الممثلين الدالتين f و g**



4. **تحديد أفضل طريق لاقتناء هذه الجريدة**

من البيان نستنتج أنّ الطريقة الأولى أفضل إذا كان عدد الجرائد أقل من 30 جريدة ، والطريقة الثانية أفضل إذا كان عدد الجرائد أكثر من 30 جريدة.

5. **حل المتراجحة : $20\,x > 15\,x + 150$**

$20x > 15x + 150$ معناه $5x > 150$ ومنه $\boxed{x > 30}$

* * *

الموضوع التاسع

التمرين الأول :

1. حساب PGCD (378 , 270)

$$378 = 270 \times 1 + 108$$
ومنه
$$270 = 108 \times 2 + 54 \qquad \boxed{PGCD(378; 270) = 54}$$
$$108 = 54 \times 2 + 0$$

2. اختزال الكسر $\frac{378}{270}$

$$\frac{378}{270} = \frac{378 \div 54}{270 \div 54} = \frac{7}{5}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. حلّ الجملة:

$\begin{cases} x + y = 43 \\ 3x + 5y = 163 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} x = 43 - y \\ 3x + 5y = 163 \end{cases}$ ومنه $3(43 - y) + 5y = 163$

أي $129 + 2y = 163$ ومنه $2y = 34$ أي $y = 17$ و $x = 43 - 17 = 26$.

حلّ الجملة هو $(26; 17)$.

2. تعيين عدد قطع الأثاث المصنوع من كل نوع

ليكن x عدد القطع من النوع الأول و y عدد القطع من النوع الثاني. لدينا :

$\begin{cases} x + y = 43 \\ 3x + 5y = 163 \end{cases}$ ومنه نستنتج أنّ عدد القطع من النوع الأول هو 26 وعدد القطع من النوع الثاني هو 17.

* * *

التمرين الثالث :

حساب الطول AM

في المثلث ABM القائم في B لدينا : $AM^2 = AB^2 + BM^2$ (نظرية فيثاغورس)

$AM^2 = 6^2 + 2^2 = 40$ أي $AM = \sqrt{40}$ ومنه $\boxed{AM = 2\sqrt{10}}$

حساب الطول NC

بما أنّ المستقيمين (BM) و (CN) متوازيان (لأنهما عموديان على (AC)) ، فإنّ :

$\frac{AB}{AC} = \frac{MB}{NC}$ (نظرية طالس) أي $\frac{6}{10} = \frac{2}{NC}$ ومنه $NC = \frac{2 \times 10}{6}$ أي $\boxed{NC = \frac{10}{3}}$

* * *

التمرين الرابع :

1. تعيين طبيعة المثلث ACE

المثلث ACE مرسوم داخل الدائرة التي قطرها $[AE]$ ، فهو إذن قائم في C

2. بيان أنّ الزاويتين $A\hat{B}C$ و $A\hat{E}C$ متقايستان

الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{AEC}$ محيطيتان تحصران القوس AC فهما إذا متقايستان

3. حساب $\sin A\hat{B}C$ بتقريب إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان

في المثلث ABH القائم في H لدينا :

$\sin\widehat{ABC} = \frac{AH}{AB} = \frac{2,5}{3}$ ومنه $\boxed{\sin\widehat{ABC} \approx 0,8}$

4. استنتاج قيس الزاوية $A\hat{E}C$

لدينا : $\sin\widehat{ABC} \approx 0,8$ أي $\widehat{ABC} \approx 53°$ ومنه $\boxed{\widehat{AEC} \approx 53°}$

* * *

المسألة :

1. اتمام الجدول

عدد الحصص	10	18	25
الثمن بالتسعيرة A	$\underbrace{800}_{80\times10}$	1440	2000
الثمن بالتسعيرة B	$\underbrace{900}_{50\times10+400}$	1300	1650
الثمن بالتسعيرة C	$\underbrace{1600}_{\text{ثابت}}$	1600	1600

2. تحديد أحسن تسعيرة لـ 10 حصص

أحسن تسعيرة من أجل القيام بـ 10 حصص تدريبية هي التسعيرة A $(800\ DA)$

3. أ. التعبير عن $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة x

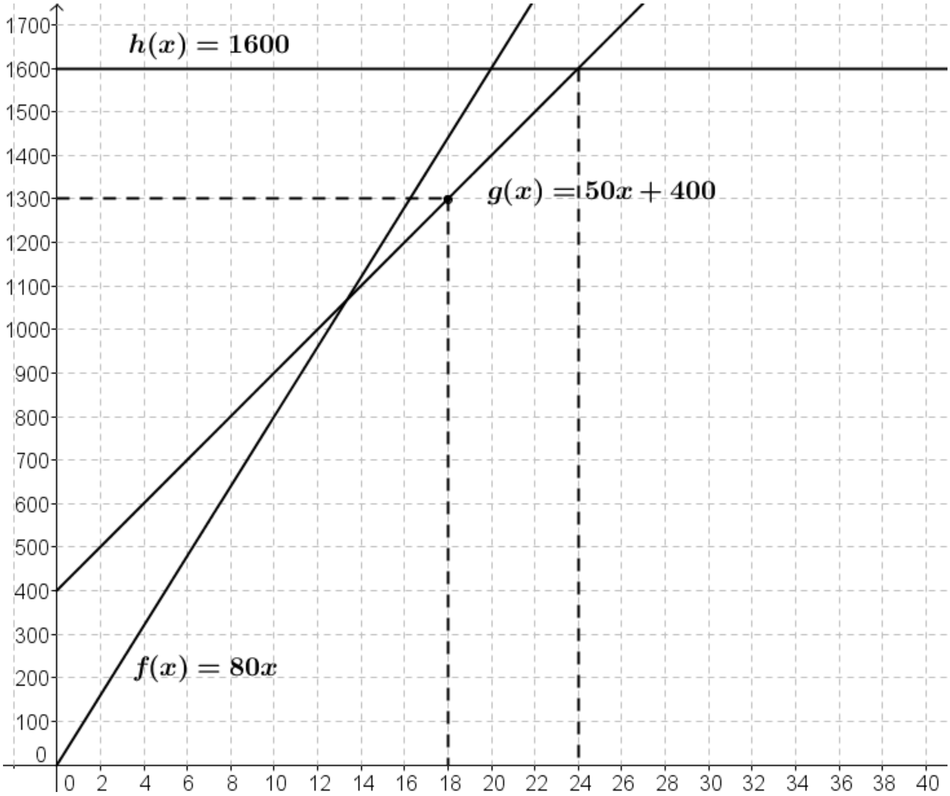
$$\boxed{h(x) = 1600 \text{ ، } g(x) = 50x + 400 \text{ ، } f(x) = 80x}$$

ب. حلّ المتراجحة $50x + 400 \le 80x$

$50x + 400 \le 80x$ معناه $30x \ge 400$ أي $x \ge \frac{400}{30}$ ومنه $\boxed{x \ge 13,33}$

تمثل حلول هذه المتراجحة عدد الحصص التي من أجلها تكون التسعيرة B أفضل من التسعيرة A (أكثر من 13 حصة)

ج. انشاء التمثيلات البيانية للدوال f ، g و h



د. تحديد بيانيا عدد الحصص التي من أجلها تكون التسعيرة C هي الأفضل

من البيان نستنتج أنّ عدد الحصص التي من أجلها تكون التسعيرة C هي الأفضل هو:

$\boxed{x \geq 24}$

ه. اعطاء التسعيرة التي يجب اختيارها للقيام بأكبر عدد من الحصص التدريبية

التسعيرة B تمكّن أسامة من إجراء 18 حصة تدريبية ، بينما التسعيرة A تمكّنه من إجراء 16 حصة تدريبية فقط. لذا يجب عليه اختيار التسعيرة B.

* * *

الموضوع العاشر

التمرين الأول :

1. كتابة العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$A = \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{5}{4} - \frac{18}{48} = \frac{5}{4} - \frac{3}{8} = \frac{10}{8} - \frac{3}{8}$$

$$\boxed{A = \frac{7}{8}}$$

2. حساب العدد B

$$B = \frac{16 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^{4}}{24 \times 10^{-3}} = \frac{48 \times 10^{-1}}{24 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^{2}$$

$$\boxed{B = 200}$$

3. كتابة العدد C على شكل $a\sqrt{7}$

$$C = \sqrt{63} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{28}$$

$$C = \sqrt{9 \times 7} + 2\sqrt{7} - 5\sqrt{4 \times 7}$$

$$C = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 10\sqrt{7}$$

$$\boxed{C = -5\sqrt{7}}$$

* * *

التمرين الثاني :

1. اتمام الجدول التالي

العلامة	2	3	4	5	6	7	8	9
التكرار	1	4	5	6	3	6	3	2
التكرار المجمّع المتزايد	1	5	10	16	19	25	28	30
التواتر المجمّع المتزايد (%)	3,3	16,7	33,3	53,3	63,3	83,3	93,3	100

2. حساب الوسط الحسابي المتوازن و الوسيط

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 3 + 7 \times 6 + 8 \times 3 + 9 \times 2}{30}$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{166}{30} = 5{,}53}$$

بما أنّ التكرار الكلي هو 30 ، فإنّ الوسيط هو معدّل القيمتين ذات الرتبتين 15 و 16 ، ومن خلال التكرار المجمّع المتزايد نلاحظ أنّ هاتين القيمتين هما 5 ومنه $\boxed{Med = 5}$

* * *

التمرين الثالث :

1. **بيان أن المثلث ABC قائم**

$BC^2 = 6{,}8^2 = 46{,}24$ ، $AC^2 = 6^2 = 36$ ، $AB^2 = 3{,}2^2 = 10{,}24$

نلاحظ أنّ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ومنه نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في A حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

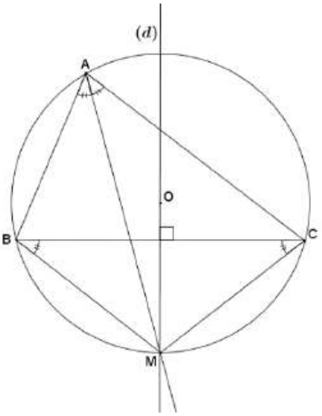
2. **حساب حجم هذا الهرم**

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} \times S_{ABC} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times AC}{2} \times AS = \frac{3{,}2 \times 6 \times 6{,}5}{6}$$

$$\boxed{V_{SABC} = 20{,}8\ cm^3}$$

* * *

التمرين الرابع :



1. **برهان أنّ [AM) منصف الزاوية $\widehat{BAC}$**

بما أنّ النقطة M تنتمي إلى (d) فإنّ $MB = MC$ أي إنّ المثلث BMC متساوي الساقين ومنه ① ... $\widehat{MBC} = \widehat{MCB}$.

وبما أنّ الزاويتين $\widehat{MCB}$ و $\widehat{MAB}$ محيطياتان تحصران نفس القوس MB فإنّ :

② ... $\widehat{MAB} = \widehat{MCB}$.

كذلك بالنسبة للزاويتين $\widehat{MBC}$ و $\widehat{MAC}$ فهما محيطياتان تحصران نفس القوس MC ، منه ③ ... $\widehat{MAC} = \widehat{MBC}$.

من ① ، ② و ③ نستنتج أنّ $\widehat{MAB} = \widehat{MAC}$ ومنه [AM) منصف الزاوية $\widehat{BAC}$.

2. **المقارنة بين الزاويتين $\widehat{BAM}$ و $\widehat{BOC}$**

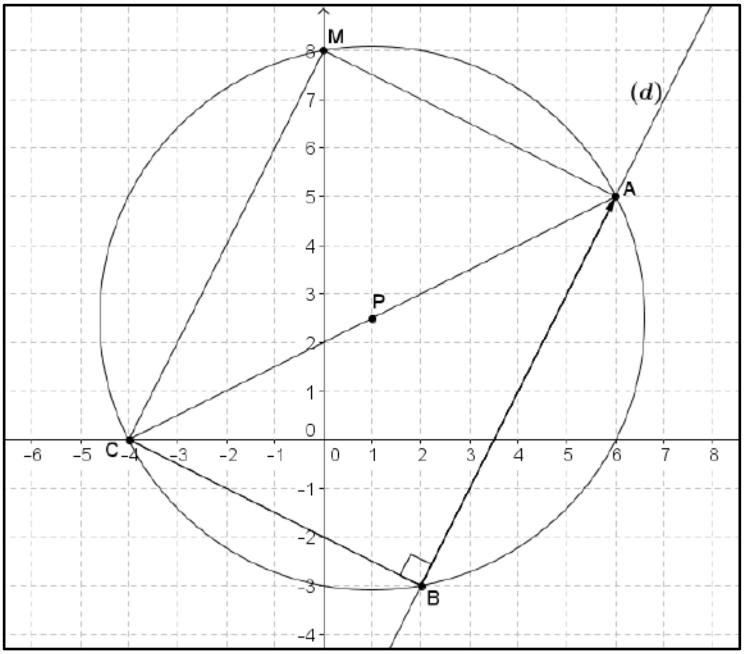
لدينا : $\widehat{BAM} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$ (لأنّ [AM) منصف الزاوية $\widehat{BAC}$)

و $\widehat{BAC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (لأنّ $\widehat{BAC}$ محيطية و$\widehat{BOC}$ مركزية تحصران نفس القوس BC)

منه نستنتج أنّ $\widehat{BAM} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ أي $\boxed{\widehat{BAM} = \frac{1}{4}\widehat{BOC}}$.

المسألة :

1. **تعليم النقط A ، B ، C**



2. **اثبات أن المستقيم (d) يشمل النقطتين A و B ورسم (d)**

لدينا : $\begin{cases} 5 = 2(6) - 7 \\ -3 = 2(2) - 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} y_A = 2x_A - 7 \\ y_B = 2x_B - 7 \end{cases}$ ومنه نستنتج أنّ المستقيم (d) يشمل النقطتين A و B

3. **بيان أن : $AB = 4\sqrt{5}$ ، $AC = 5\sqrt{5}$ ، $BC = 3\sqrt{5}$**

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{80} = \boxed{4\sqrt{5}}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{125} = \boxed{5\sqrt{5}}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (3)^2} = \sqrt{45} = \boxed{3\sqrt{5}}$$

4. **أ. برهان أن المثلث ABC قائم في B**

نلاحظ أنّ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ومنه نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في B (حسب نظرية فيثاغورس العكسية)

ب. حساب نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

بما أنّ المثلث ABC قائم في B ، فإنّ نصف قطر الدائرة المحيطة به هو نصف طول الوتر AC أي $r = \frac{AC}{2}$ ومنه $\boxed{r = \frac{5\sqrt{5}}{2}}$

ج. حساب إحداثيي P

النقطة P هي منتصف القطعة $[AC]$ أي $P\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ومنه $\boxed{P\left(1;\frac{5}{2}\right)}$

5. حساب إحداثيي النقطة M

بما أنّ $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{BA}$ فإنّ : $\begin{cases}x_M-x_C=x_A-x_B\\ y_M-y_C=y_A-y_B\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_M+4=4\\ y_M=8\end{cases}$

ومنه $\boxed{M(0;8)}$

تعيين طبيعة الرباعي CBAM مع التعليل

بما أنّ $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{BA}$ فالرباعي $CBAM$ متوازي أضلاع ، وبما أنّ الزاوية $\widehat{ABC}$ قائمة نستنتج أنّ الرباعي $CBAM$ مستطيل.

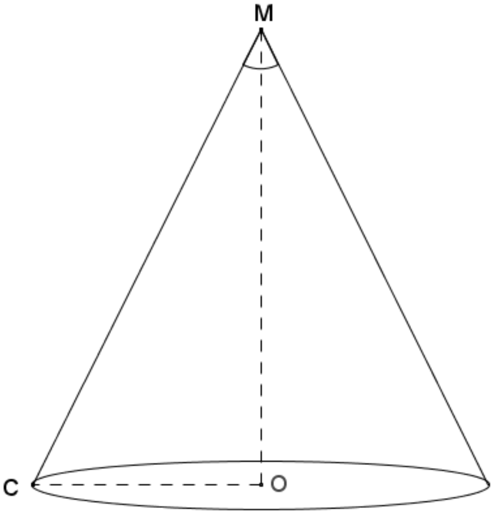
6. حساب حجم المخروط

$$V=\frac{\pi\times r^2\times h}{3}=\frac{3{,}14\times OC^2\times OM}{3}=\frac{3{,}14\times 16\times 8}{3}\approx\boxed{134\ cm^3}$$

7. تعيين قيس زاوية السطح الجانبي

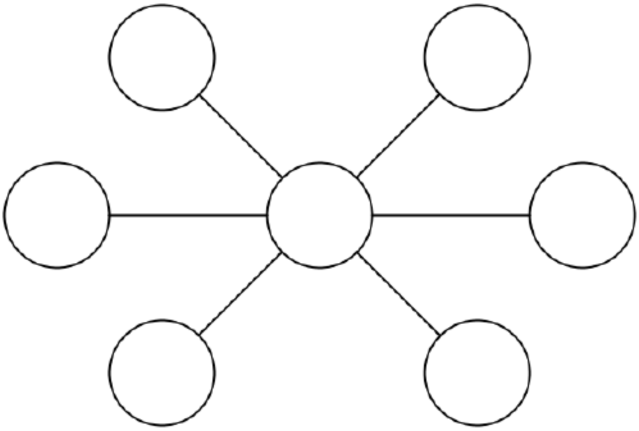
في المثلث القائم OMC لدينا : $\tan\widehat{OMC}=\frac{OC}{OM}=\frac{4}{8}=0{,}5$ أي $\widehat{OMC}\approx 26{,}6°$

ومنه نستنتج أنّ زاوية السطح الجانبي للمخروط هي $\boxed{53{,}2°}=26{,}6\times 2$.



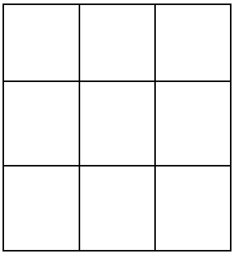
تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

1. وزّع الأرقام من 2 إلى 8 داخل الدوائر بحيث يكون مجموع كل ثلاث دوائر متصلة على خطّ واحد يساوي 15



2. ما هو الرقم الذي إذا ضربناه في 4 ثمّ أضفنا إلى الناتج 4 ثمّ قسمنا المجموع على 4 ثمّ طرحنا من الباقي 4 حصلنا على الرقم 4 ؟

3. وزّع الأرقام من 1 إلى 9 داخل الخانات بحيث يكون مجموع أي عمود يساوي مجموع أي صف ويساوي مجموع أي من القطرين.



حلول
امتحانات
شهادة
التعليم
المتوسط

اجتنب هؤلاء الخمسة لتعش بسعادة

1- الفراغ والوحدة

2- الأحزان والهموم

3- الكبرياء والعلو

4- الأنانية والغرور

5- الحقد والحسد

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2007

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{2}$

$$A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$$
$$A = \sqrt{49 \times 2} + 3\sqrt{16 \times 2} - \sqrt{64 \times 2}$$
$$A = 7\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 8\sqrt{2}$$
$$\boxed{A = 11\sqrt{2}}$$

2. تبسيط العدد B

$$B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2} + \frac{10}{12} = \frac{3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} + \frac{5}{6} = \frac{14}{6}$$
$$\boxed{B = \frac{7}{3}}$$

بيان أن : $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$

$$\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{\left(11\sqrt{2}\right)^2}{33} - 3\left(\frac{7}{3}\right)$$
$$\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{11 \times 11 \times 2}{11 \times 3} - \frac{21}{3}$$
$$\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{22}{3} - \frac{21}{3}$$
$$\boxed{\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}}$$

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. نشر وتبسيط E

$$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$$
$$E = 100 - (x^2 + 4 - 4x) - (x+8)$$
$$E = 100 - x^2 - 4 + 4x - x - 8$$
$$\boxed{E = -x^2 + 3x + 88}$$

2. تحليل العبارة $10^2 - (x-2)^2$

$$10^2 - (x-2)^2 = [10 - (x-2)][10 + (x-2)]$$
$$10^2 - (x-2)^2 = (10 - x + 2)(10 + x - 2)$$

$10^2-(x-2)^2=(12-x)(8+x)$

استنتاج تحليل العبارة الجبرية E

$E=10^2-(x-2)^2-(x+8)$

$E=(12-x)(8+x)-(x+8)$

$E=(8+x)[(12-x)-1]$

$\boxed{E=(11-x)(8+x)}$

3. **حل المعادلة : $(11-x)(8+x)=0$**

$(11-x)(8+x)=0$ **معناه** $11-x=0$ **أو** $8+x=0$

$11-x=0$ ومنه $x=11$

$8+x=0$ ومنه $x=-8$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{-8\ \text{و}\ 11}$

التمرين الثالث : (2,5 نقطة)

1. **حل الجملة**

$\begin{cases}4x+5y=105\ \dots ①\\6x+4y=112\ \dots ②\end{cases}$ ، نضرب المعادلة ① في (3) و المعادلة ② في (-2) :

$\begin{cases}12x+15y=315\\-12x-8y=-224\end{cases}$ ، بجمع المعادلتين نجد $7y=91$ ومنه $y=\frac{91}{7}=13$

نعوّض y في المعادلة ① : $4x+5\times13=105$ أي $4x=40$ ومنه $x=10$

حل الجملة السابقة هي الثنائية $(10;13)$.

2. **حساب ثمن الكراس وثمن القلم**

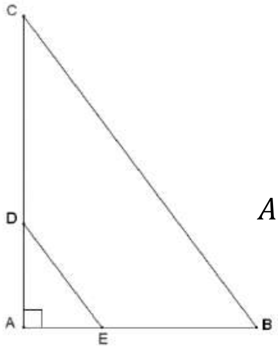
ليكن x ثمن الكراس و y ثمن القلم. لدينا :

$\begin{cases}4x+5y=105\\3x+2y=56\end{cases}$ بضرب المعادلة الثانية في (2) نحصل على $\begin{cases}4x+5y=105\\6x+4y=112\end{cases}$

ومنه نستنتج أنّ ثمن الكراس هو $10\ DA$ وثمن القلم هو $13\ DA$.

التمرين الرابع : (3,5 نقطة)

1. **رسم المثلث ABC**



2. **حساب AC**

بما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ : $AB^2+AC^2=BC^2$

ومنه $AC^2=BC^2-AB^2$ أي $AC^2=7,5^2-4,5^2$

أي $AC^2=36$ ومنه $\boxed{AC=\sqrt{36}=6}$

3. تعيين على الشكل النقطتين E و D

4. بيان أن (DE) // (BC)

لدينا : $AB = 3AE$ أي $\frac{AE}{AB} = \frac{AE}{3AE}$ ومنه $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$

ولدينا : $DC = \frac{2}{3}AC$ أي $AD = \frac{1}{3}AC$ ومنه $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{3}$

بما أنّ النقاط A ، E ، B و A ، D ، C بنفس الترتيب و $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$ ، فإنّ المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان حسب نظرية طالس العكسية.

حساب DE

بما أنّ $(DE) \parallel (BC)$ فإنّ $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ (نظرية طالس) ومنه :

$DE = \frac{1}{3}BC$ إذن $\boxed{DE = \frac{7,5}{3} = 2,5}$.

* * *

المسألة : (08 نقاط)

1. إتمام الجدول

المسافة	60	$\underbrace{180}_{(3060-900)\div 12}$	$\underbrace{340}_{5100\div 15}$
التسعيرة 1 (DA)	$\underbrace{900}_{15\times 60}$	$\underbrace{2700}_{15\times 180}$	5100
التسعيرة 2 (DA)	$\underbrace{1620}_{12\times 60+900}$	3060	$\underbrace{4980}_{12\times 340+900}$

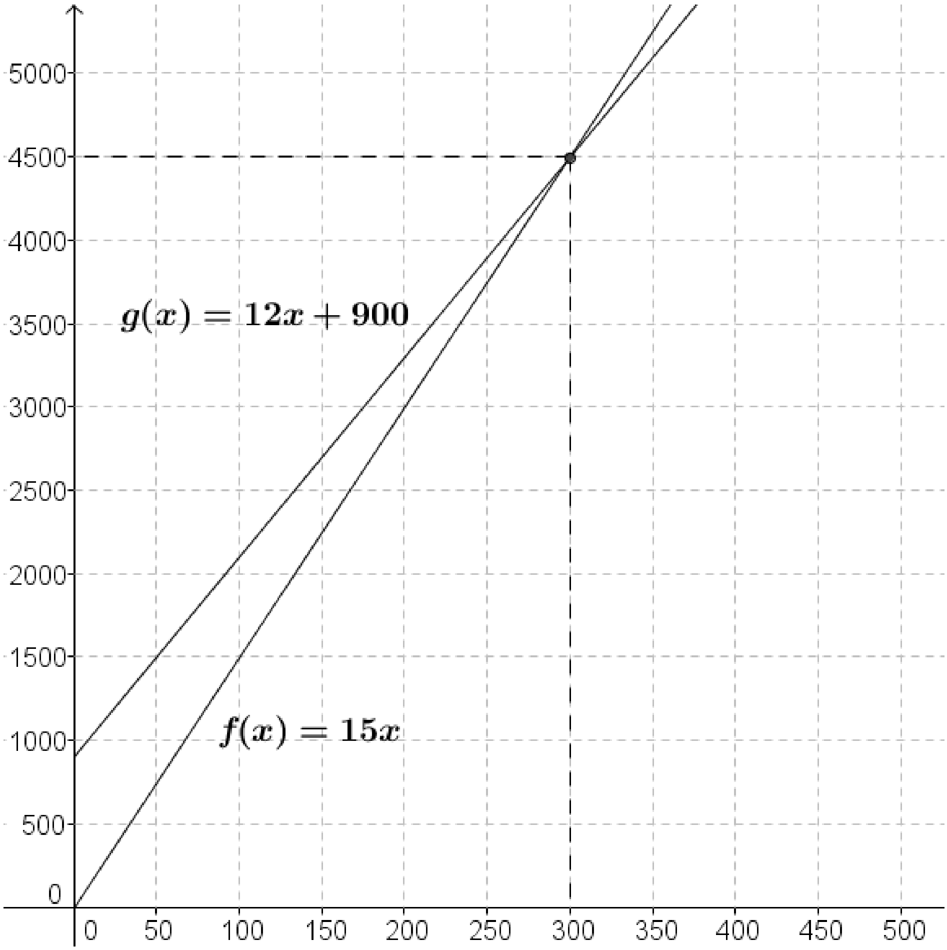
2. أ. التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x

$\boxed{y_2 = 12x + 900 \text{ ، } y_1 = 15x}$

ب. حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$

$15x > 12x + 900$ معناه $3x > 900$ ومنه $x > 300$

3. أ. تمثيل بيانيا الدالتين f و g



ب. استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح

- من أجل $x < 300$: منحنى الدالة f يقع أسفل منحنى الدالة g ، ومنه تكون التسعيرة 1 أفضل من التسعيرة 2.
- من أجل $x > 300$: منحنى الدالة g يقع أسفل منحنى الدالة f ، ومنه تكون التسعيرة 2 أفضل من التسعيرة 1.
- تتساوى التسعيرتين من أجل $x = 300$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2008

التمرين الأول : (2,5 نقاط)

1. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215

$$1215 = 945 + 270$$
$$945 = 270 \times 3 + 135$$
$$270 = 135 \times 2 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(1215; 945) = 135}$

2. كتابة $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{945}{1215} = \frac{945 \div 135}{1215 \div 135} = \boxed{\frac{7}{9}}$$

التمرين الثاني : (3,5 نقاط)

1. نشر وتبسيط A

$$A = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}$$
$$A = 4 + 3 - 4\sqrt{3}$$

ومنه $\boxed{A = 7 - 4\sqrt{3}}$

2. $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

أ. حساب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$

$$E = \left(\sqrt{7}\right)^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$
$$E = 7 - 7 + 4\sqrt{3}$$

ومنه $\boxed{E = 4\sqrt{3}}$

ب. تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$
$$E = x^2 - \left(2 - \sqrt{3}\right)^2$$
$$E = \left[x - \left(2 - \sqrt{3}\right)\right]\left[x + \left(2 - \sqrt{3}\right)\right]$$
$$\boxed{E = \left(x - 2 + \sqrt{3}\right)\left(x + 2 - \sqrt{3}\right)}$$

ج. حل المعادلة : $\left(x - 2 + \sqrt{3}\right)\left(x + 2 - \sqrt{3}\right) = 0$

$\left(x - 2 + \sqrt{3}\right)\left(x + 2 - \sqrt{3}\right) = 0$ معناه :

$x - 2 + \sqrt{3} = 0$ أو $x + 2 - \sqrt{3} = 0$

$x - 2 + \sqrt{3} = 0$ ومنه $x = 2 - \sqrt{3}$

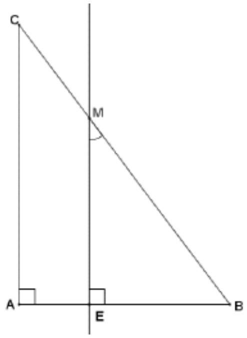
$x + 2 - \sqrt{3} = 0$ ومنه $x = -2 + \sqrt{3}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{2 - \sqrt{3} \text{ و } -2 + \sqrt{3}}$

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. انشاء الشكل



حساب الطول AC

بما أنّ المثلث ABC قائم في A ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

ومنه $\boxed{AC = \sqrt{16} = 4}$

2. أ. حساب BM

في المثلث ABC لدينا $(AC) \parallel (EM)$ لأنّهما عموديين على (AB) ، وحسب نظرية طاليس فإنّ :

$\frac{BM}{BC} = \frac{BE}{BA}$ أي $\frac{BM}{5} = \frac{2}{3}$ ومنه $\boxed{BM = \frac{10}{3}}$

ب. حساب $\cos\widehat{ABC}$

$\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$ ومنه $\boxed{\cos\widehat{ABC} = 0,6}$

استنتاج قيس الزاوية $\widehat{EMB}$

بما أنّ المثلث EMB قائم في E ، فإنّ : $\widehat{EMB} = 90° - \widehat{ABC}$

$\cos\widehat{ABC} = 0,6$ أي $\widehat{ABC} \approx 53°$ ومنه $\boxed{\widehat{EMB} \approx 90° - 53° \approx 37°}$

* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

1. تعليم النقطتين A(0 , 4) ، B(1 , 0)

(انظر الشكل)

2. تحديد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

طريقة أولى :

$f(x) = ax + b$ حيث : $\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} b = 4 \\ a + b = 0 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} b = 4 \\ a = -4 \end{cases}$

ومنه $\boxed{f(x) = -4x + 4}$

طريقة ثانية :

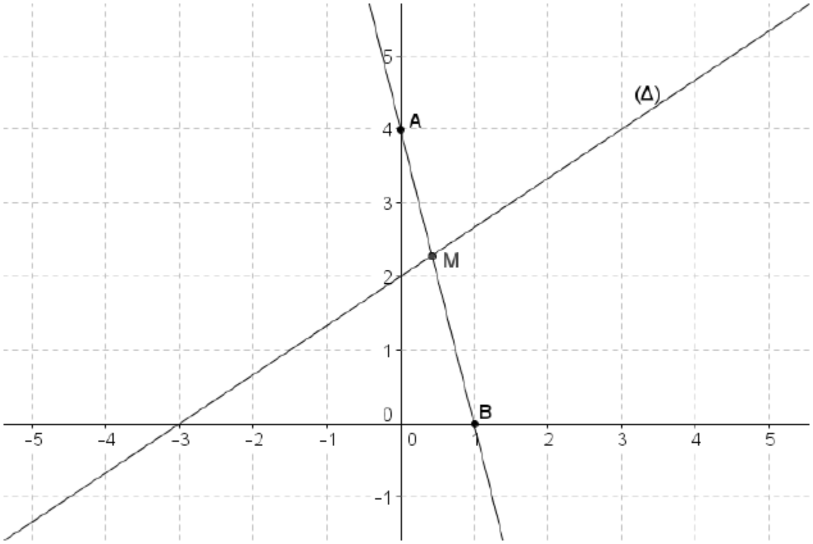
$f(x) = ax + b$ حيث : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{4}{1} = -4$ و $b = f(0) = 4$

ومنه $\boxed{f(x) = -4x + 4}$

3. $\boldsymbol{g(x) = \frac{2}{3}x + 2}$

أ. انشاء المستقيم (Δ)

لدينا : $\begin{cases} g(0) = 2 \\ g(3) = 4 \end{cases}$ أي إنّ المستقيم (Δ) يشمل النقطتين $(0; 2)$ و $(3; 4)$



ب. تعيين إحداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ)

لتكن $M(x; y)$ نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ). لدينا :

$\begin{cases} y = -4x + 4 \\ y = \frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$ أي $\frac{2}{3}x + 2 = -4x + 4$ ومنه $\frac{14}{3}x = 2$ إذن

$x = \frac{2}{\frac{14}{3}}$ أي $x = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ و $y = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{7}\right) + 2 = \frac{16}{7}$ ومنه $\boxed{M\left(\frac{3}{7}; \frac{16}{7}\right)}$

* * *

المسألة : (08 نقاط)

1. حساب عرض و طول هذه القطعة

ليكن L طول هذه القطعة و l عرضها. لدينا :

$\begin{cases} L \times l = 2400 \\ l = \frac{2}{3}L \end{cases}$ أي $\frac{2}{3}L^2 = 2400$ ومنه $L^2 = 2400 \times \frac{3}{2} = 3600$

إذن $\boxed{L = \sqrt{3600} = 60\ m}$ ومنه $\boxed{l = \frac{2}{3} \times 60 = 40\ m}$

2. أ. التعبير عن مساحتي الجزءين S_1 و S_2 بدلالة x

$S_1 = AM \times AD$ ومنه $\boxed{S_1 = 40x}$

$S_2 = 2400 - S_1$ ومنه $\boxed{S_2 = 2400 - 40x}$

ب. تعيين قيمة x حتى يتسع الجزء S_1 لـ 80 سيارة

$40x = 18 \times 80$ ومنه $x = \frac{18\times80}{40}$ ومنه $\boxed{x = 36\,m}$

استنتاج أكبر عدد للشاحنات التي يمكن توقفها في الجزء S_2

لدينا : $S_2 = 2400 - 40 \times 36 = 960\,m^2$ ، ويكون أكبر عدد للشاحنات التي يمكن توقفها في الجزء S_2 هو: $\frac{960}{30} = \boxed{32}$

3. تحديد تسعيرة التوقف اليومي لكل من السيارة والشاحنة

لتكن P_1 تسعيرة التوقف اليومي للسيارة و P_2 تسعيرة التوقف اليومي للشاحنة.

$$\begin{cases}80P_1 + 32P_2 = 8960\\ P_1 = \frac{30}{100}\,P_2\end{cases}$$ أي $80\left(\frac{30}{100}\,P_2\right) + 32P_2 = 8960$

ومنه $24P_2 + 32P_2 = 8960$ أي $56P_2 = 8960$ إذن :

$\boxed{P_2 = \frac{8960}{56} = 160\,DA}$ ومنه $\boxed{P_1 = \frac{30}{100} \times 160 = 48\,DA}$

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

عدد إذا قسم على 2 كان الباقي 1 ، وإذا قسم على 2 كان الباقي 1، وإذا قسم على 3 كان الباقي 2 ، وإذا قسم على 4 كان الباقي 3 ، وإذا قسم على 5 كان الباقي 4 ، وإذا قسم على 6 كان الباقي 5 ، وإذا قسم على 7 كان الباقي 6 ، وإذا قسم على 8 كان الباقي 7 ، وإذا قسم على 9 كان الباقي 8 ، وإذا قسم على 10 كان الباقي 9. فما هو هذا العدد ؟

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2009

التمرين الأول : (03 نقاط)

لتكن الأعداد A ، B ، C حيث : $A = \sqrt{80}$ ؛ $B = 2\sqrt{45}$ ؛ $C = \sqrt{5} + 1$.

1. كتابة A+B على الشكل $a\sqrt{5}$

$$A + B = \sqrt{16 \times 5} + 2\sqrt{9 \times 5}$$
$$A + B = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$
$$\boxed{A + B = 10\sqrt{5}}$$

2. بيان أن A × B هو عدد طبيعي

$$A \times B = 4\sqrt{5} \times 6\sqrt{5}$$
$$A \times B = 24 \times 5$$
$$\boxed{A \times B = 120}$$

3. كتابة $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق

$$\frac{C^2}{\sqrt{5}} = \frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{\sqrt{5}} = \frac{\left(\sqrt{5}\right)^2 + (1)^2 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$
$$\frac{C^2}{\sqrt{5}} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}\left(6 + 2\sqrt{5}\right)}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$
$$\boxed{\frac{C^2}{\sqrt{5}} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{5}}$$

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. نشر و تبسيط العبارة E

$$E = 2x - 10 - (x^2 - 10x + 25)$$
$$E = 2x - 10 - x^2 + 10x - 25$$
$$\boxed{E = -x^2 + 12x - 35}$$

2. تحليل العبارة E

$$E = 2(x - 5) - (x - 5)^2$$
$$E = (x - 5)[2 - (x - 5)]$$
$$\boxed{E = (x - 5)(7 - x)}$$

3. **حل المعادلة : $(x-5)(7-x)=0$**

$(x-5)(7-x)=0$ معناه $x-5=0$ **أو** $7-x=0$

$x-5=0$ ومنه $x=5$

$7-x=0$ ومنه $x=7$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{5 \text{ و } 7}$

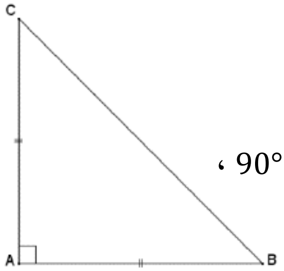
* * *

التمرين الثالث : (2,5 نقاط)

1. **انشاء النقطة C**
2. **تعيين طبيعة المثلث ABC**

بما أنّ C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته 90° ،

فإنّ المثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين



3. **حساب الطول BC**

حسب نظرية فيثاغورس ، لدينا :

$BC^2=AB^2+AC^2$ أي $BC^2=6^2+6^2=72$ ومنه $BC=\sqrt{72}$

إذن $\boxed{BC=6\sqrt{2}}$

* * *

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1. **حل الجملة**

$\begin{cases}x+y=14\\x+4y=32\end{cases}$ معناه $\begin{cases}x=14-y\\14-y+4y=32\end{cases}$ أي $\begin{cases}x=14-y\\3y=18\end{cases}$ ومنه $\boxed{\begin{cases}x=8\\y=6\end{cases}}$

2. **تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 500 و 125**

$500=125\times 4$ ومنه $\boxed{PGCD(500;125)=125}$

3. **تعيين عدد العلب من صنف 125 g و صنف 500 g**

ليكن x عدد العلب من صنف 125 g و y عدد العلب من صنف 500 g. لدينا :

$\begin{cases}x+y=14\\125x+500y=4000\end{cases}$ وبقسمة المعادلة الثانية على 125 نجد $\begin{cases}x+y=14\\x+4y=32\end{cases}$

منه نستنتج أنّ عدد العلب من صنف 125 g هو 8 وعدد العلب من صنف 500 g هو 6.

* * *

المسألة : (08 نقاط)

1. حساب سعة كل من الخزّان والمسبح

لتكن v_1 سعة الخزّان و v_2 سعة المسبح. لدينا :

$v_1 = \pi \times r^2 \times h_1$ أي $v_1 = 3{,}14 \times 5^2 \times 4$ ومنه $\boxed{v_1 = 314\ m^3}$

$v_2 = L \times l \times h_2$ أي $v_2 = 20 \times 6 \times 2$ ومنه $\boxed{v_2 = 240\ m^3}$

2. حساب كمية الماء المتدفقة في المسبح و كمية الماء المتبقية في الخزّان بعد مرور ثلاث ساعات

لتكن Q_1 كمية الماء المتدفقة في المسبح بعد مرور ثلاث ساعات و Q_2 كمية الماء المتبقية في الخزّان. لدينا :

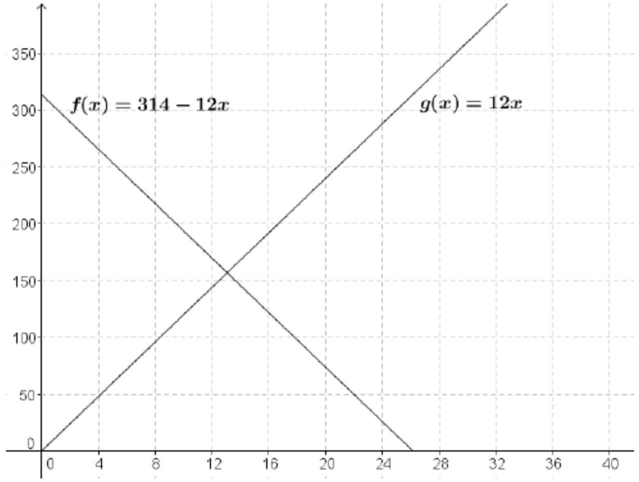
$\boxed{Q_1 = 12 \times 3 = 36\ m^3}$ ؛ $Q_2 = 314 - Q_1$ ومنه $\boxed{Q_2 = 278\ m^3}$

إيجاد عبارة $g(x)$ واستنتاج عبارة $f(x)$ بدلالة x

$\boxed{g(x) = 12x}$ ومنه $\boxed{f(x) = 314 - 12x}$

3. $f(x) = 314 - 12x$ و $g(x) = 12x$

أ. رسم التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g



ب. أيجاد الوقت المستغرق لملء المسبح

يمتلئ المسبح لمّا $g(x) = 240\ m^3$ أي $12x = 240$ ومنه $\boxed{x = 20\ h}$

ج. حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ معناه $314 - 12x = 12x$ أي $24x = 314$ ومنه $\boxed{x = \frac{157}{12}}$

يمثل هذا الحلّ المدّة الزمنية ($13\ h\ 05\ mn$) التي تكون فيها كمّية الماء المتدفقة في المسبح مساوية لكمّية الماء المتبقية في الخزان ($157\ m^3$).

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2010

التمرين الأول : (03 نقاط)

$m = \frac{2a+3b}{5}$ منه $\frac{2a+3\times12}{5} = 14$ أي $2a + 36 = 70$ منه $2a = 34$ إذن $\boxed{a = 17}$

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. **حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220**

$220 = 140 + 80$

$140 = 80 + 60$ منه $\boxed{PGCD(220;140) = 20}$

$80 = 60 + 20$

$60 = 20 \times 3 + 0$

2. **أ. حساب طول ضلع المربع**

طول ضلع المربع هو القاسم المشترك الأكبر للبعدين $1,40\ m\ (140\ cm)$

و $2,20\ m\ (220\ cm)$ أي $l = PGCD(220;140)$ منه $\boxed{l = 20\ m}$

ب. حساب عدد المربعات الناتجة

طريقة أولى :

عدد المربعات طولا هو : $\frac{220}{20} = 11$ ، عدد المربعات عرضا هو : $\frac{140}{20} = 7$

منه عدد المربعات هو : $\boxed{11 \times 7 = 77}$

طريقة ثانية :

مساحة الصفيحة هي : $220 \times 140 = 30800\ cm^2$

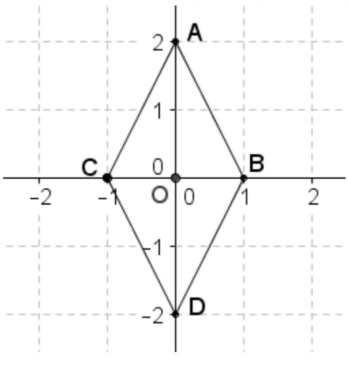
مساحة المربع هي : $20 \times 20 = 400\ cm^2$

منه عدد المربعات هو : $\boxed{\frac{30800}{400} = 77}$

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. **تعليم النقط : A(0 ; 2) ، B(1 ; 0) ، C(-1 ; 0)**



2. بيان نوع المثلث ABC مع التعليل

لدينا : $AB = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$ ، $AC = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$ ، $BC = \sqrt{2^2} = 2$ ، منه المثلث ABC متساوي الساقين.

3. تعيين إحداثيي النقطة D

بما أنّ D هي صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته $180°$ فإنّ D هي نظيرة A بالنسبة إلى O ، منه $\boxed{D(0;-2)}$

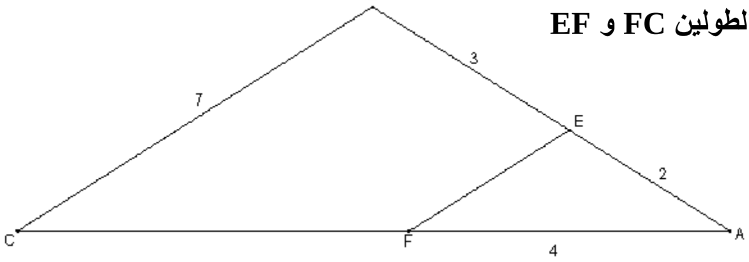
استنتاج نوع الرباعي ABDC

بما أنّ القطرين $[AD]$ و $[BC]$ متعامدان ومتناصفان في O وغير متقايسين ، فالرباعي $ABDC$ معيّن.

* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

حساب الطولين FC و EF



في المثلث ABC لدينا : $(EF) \parallel (BC)$ ، وحسب نظرية طاليس فإنّ :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{AC} = \frac{EF}{7}$$

منه

$$AC = \frac{4 \times 5}{2} = 10$$

$$FC = AC - AF = 10 - 4 = \boxed{6}$$

$$EF = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5} = \boxed{2,8}$$

* * *

المسألة : (08 نقط)

1. حساب طول قطر المربع

ليكن x طول قطر المربع و y طول قطر المستطيل. لدينا :

$\begin{cases} x + 2 = y \\ x + y = 28 \end{cases}$ منه $x + x + 2 = 28$ أي $2x = 26$ منه $\boxed{x = 13\,m}$

2. حساب طول و عرض المستطيل علما أنّ cos α = 0,8

ليكن L طول المستطيل ، l عرضه و y طول قطره. لدينا : $y = 13 + 2 = 15\,m$

$\cos\alpha = \frac{L}{y}$ أي $0,8 = \frac{L}{15}$ منه $L = 15 \times 0,8$ أي $\boxed{L = 12\ m}$

$L^2 + l^2 = y^2$ منه $l^2 = y^2 - L^2$ أي $l^2 = 15^2 - 12^2 = 81$ منه $\boxed{l = 9\ m}$

3. حساب السعر الإجمالي للبلاط

ليكن a طول ضلع المربع ، S_1 ، S_2 و S_3 مساحة كل من المربع ، المستطيل ونصف القرص على الترتيب.

حساب S_1

$$2a^2 = 13^2$$
$$a^2 = \frac{13^2}{2}$$
$$S_1 = a^2 = \frac{169}{2}$$
$$S_1 = \boxed{84,5\ m^2}$$

حساب S_2

$$S_2 = L \times l$$
$$S_2 = 12 \times 9$$
$$S_2 = \boxed{108\ m^2}$$

حساب S_3

$$S_3 = \frac{1}{2} \times \frac{\pi D^2}{4}$$
$$S_3 = \frac{\pi L^2}{8}$$
$$S_3 = \frac{3,14 \times 12^2}{8}$$
$$S_3 = \boxed{56,52\ m^2}$$

السعر الإجمالي للبلاط هو:

$$P = (S_1 + S_2 + S_3) \times 800$$
$$P = (84,5 + 108 + 56,52) \times 800$$
$$P = 249,02 \times 800$$
$$\boxed{P = 199216\ DA}$$

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

1. ساعتا حائط إحداهما تدقّ كل ثلاث ساعات والأخرى تدقّ كل أربع ساعات. متى تدقّ الساعتان معا ؟

2. سار قطار من المحطة (أ) إلى المحطة (ب) بسرعة $300\ Km/h$ ، وسار قطار آخر من المحطة (ب) إلى المحطة (أ) بسرعة $450\ Km/h$. إذا التقي القطاران في المحطة (ج) فأيّهما يكون أقرب إلى المحطة (أ) علما أنّ البُعد بين المحطة (أ) و المحطة (ب) هو $900\ Km$ ؟

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. التحقق بالنشر من أنّ: $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

$(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 6x - x + 3$

$\boxed{(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3}$

2. تحليل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$

$A = (2x-1)(x-3) + (2x-1)(3x+2)$

$A = (2x-1)[(x-3) + (3x+2)]$

$A = (2x-1)(x-3+3x+2)$

$\boxed{A = (2x-1)(4x-1)}$

3. حلّ المعادلة: $(2x-1)(4x-1) = 0$

$(2x-1)(4x-1) = 0$ معناه $2x-1=0$ أو $4x-1=0$

$2x-1=0$ ومنه $2x=1$ إذن $x=\frac{1}{2}$

$4x-1=0$ ومنه $4x=1$ إذن $x=\frac{1}{4}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{\frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{4}}$

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. كتابة A على الشكل $a\sqrt{5}$

$A = \sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{20}$

$A = \sqrt{25\times 5} + \sqrt{9\times 5} - \sqrt{4\times 5}$

$A = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$\boxed{A = 6\sqrt{5}}$

2. حساب $A \times \frac{\sqrt{5}}{30}$

$$A \times \frac{\sqrt{5}}{30} = 6\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{30} = \frac{6\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{30} = \frac{6\times 5}{30} = \frac{30}{30}$$

$$\boxed{A \times \frac{\sqrt{5}}{30} = 1}$$

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

بيان أنّ : $AB^2 = BH \times BC$

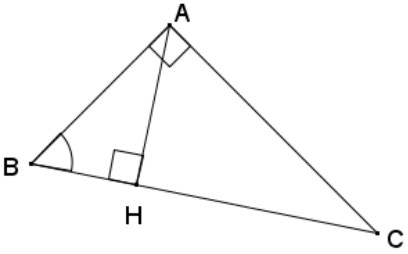
$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

في المثلث ABC القائم في A لدينا : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ ... ①

في المثلث ABH القائم في H لدينا : $\cos \widehat{ABC} = \frac{BH}{AB}$ ... ②

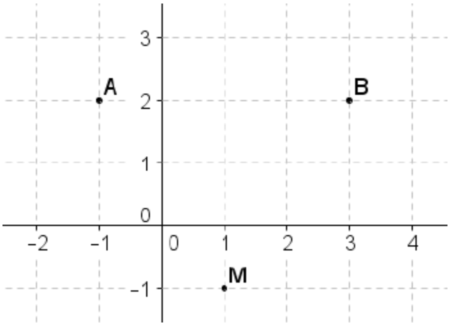
من ① و ② نستنتج أنّ : $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}$ ، منه $AB \times AB = BH \times BC$ ،

أي $\boxed{AB^2 = BH \times BC}$



التمرين الرابع : (03 نقاط)

1. تعليم النقط : A(-1 ; 2) ، B(3 ; 2) ، M(1 ; -1)



2. بيان أنّ B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M و زاويته $\widehat{AMB}$

B هي صورة A بالدوران الذي مركزه M و زاويته $\widehat{AMB}$ معناه $MA = MB$

$$MA = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(-1-1)^2 + (2+1)^2}$$

$$MA = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \boxed{\sqrt{13}}$$

$$MB = \sqrt{(x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (2+1)^2}$$

$$MB = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4+9} = \boxed{\sqrt{13}}$$

المسألة : (08 نقاط)

1. حساب تكلفة المكالمات التي مدّتها 100 دقيقة في كل من الصيغ الثلاث

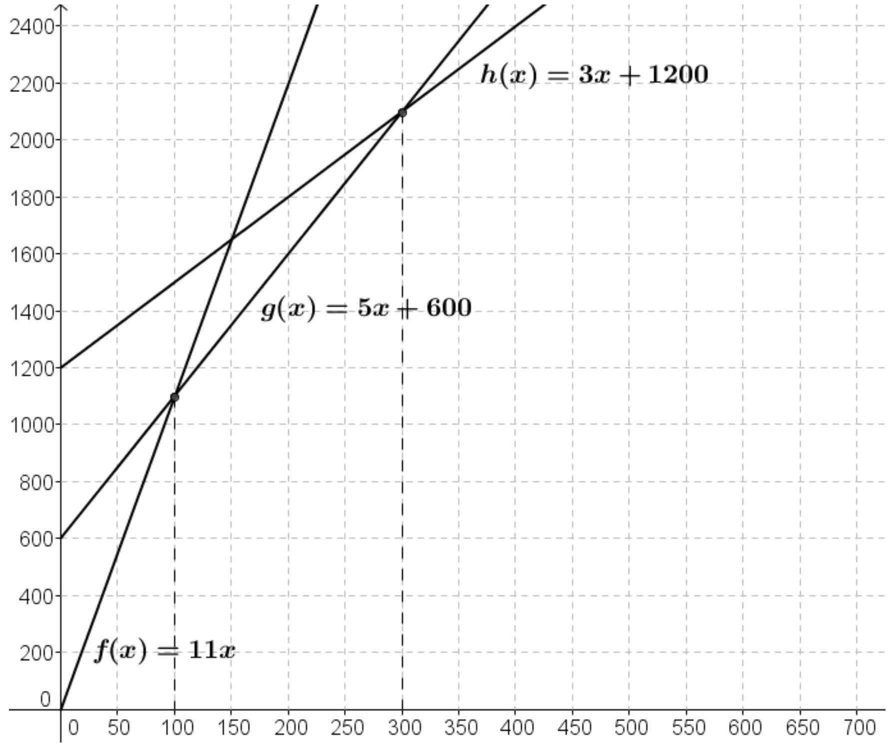
- الصيغة (أ) : $11 \times 100 = \boxed{1100\ DA}$
- الصيغة (ب) : $5 \times 100 + 600 = \boxed{1100\ DA}$
- الصيغة (ج) : $3 \times 100 + 1200 = \boxed{1500\ DA}$

2. كتابة تكلفة المكالمات بدلالة المدة

نسمي $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$ تكلفة المكالمات بالصيغة (أ) ، (ب) و (ج) على الترتيب

$$\boxed{h(x) = 3x + 1200 \ ، \ g(x) = 5x + 600 \ ، \ f(x) = 11x}$$

تمثيل الصيغ الثلاث بيانيا



استنتاج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة

من البيان نستنتج أنّ الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة هي الفترة المحصورة بين 100 و 300 دقيقة ، لأنّ في هذا المجال يكون منحنى الدالة $g(x)$ أسفل منحنيي الدالتين $f(x)$ و $h(x)$ ، أي $g(x) < f(x)$ و $g(x) < h(x)$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2012

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. كتابة m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$

$m=\sqrt{112}-3\sqrt{28}+3\sqrt{7}-\sqrt{25}=\sqrt{16\times7}-3\sqrt{4\times7}+3\sqrt{7}-5$

$m=4\sqrt{7}-6\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5$

$\boxed{m=\sqrt{7}-5}$

$n=(\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})=4\sqrt{7}-7+12-3\sqrt{7}$

$\boxed{n=\sqrt{7}+5}$

2. بيان أنّ الجداء $m\times n$ عدد ناطق

$m\times n=(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)=(\sqrt{7})^2-(5)^2=7-25$

$\boxed{m\times n=-18}$

3. جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا

$$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{7}-5)\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\boxed{\frac{7-5\sqrt{7}}{7}}$$

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. نشر وتبسيط العبارة E

$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$

$E=(16x^2+1-8x)-(12x^2-3x+8x-2)$

$E=16x^2-8x+1-12x^2-5x+2$

$\boxed{E=4x^2-13x+3}$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$

$E=(4x-1)[(4x-1)-(3x+2)]$

$E=(4x-1)(4x-1-3x-2)$

$\boxed{E=(4x-1)(x-3)}$

3. حلّ المعادلة : $(4x-1)(x-3)=0$

$(4x-1)(x-3)=0$ معناه $4x-1=0$ أو $x-3=0$

$4x-1=0$ منه $4x=1$ أي $x=\frac{1}{4}$

$x-3=0$ منه $x=3$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{\frac{1}{4}\text{ و }3}$

4. حلّ المتراجحة : $4x^2-13x+3\le 4x^2+29$

$4x^2-13x+3\le 4x^2+29$ معناه $-13x\le 26$ منه $x\ge -\frac{26}{13}$ إذن $\boxed{x\ge -2}$

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. حساب قيس الزاوية $\widehat{BAC}$

بما أنّ المثلث ABC مرسوم في الدائرة التي قطرها $[AB]$ ، فهو قائم في C ومنه :

$\sin\widehat{BAC}=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{8}=0{,}375$ ، إذن $\boxed{\widehat{BAC}\approx 22°}$

استنتاج قيس الزاوية $\widehat{BOC}$

الزاوية $\widehat{BAC}$ محيطية تحصر القوس BC والزاوية $\widehat{BOC}$ مركزية تحصر نفس القوس ، وبما أنّ الزاوية المركزية ضعف الزاوية المحيطية نستنتج أنّ :

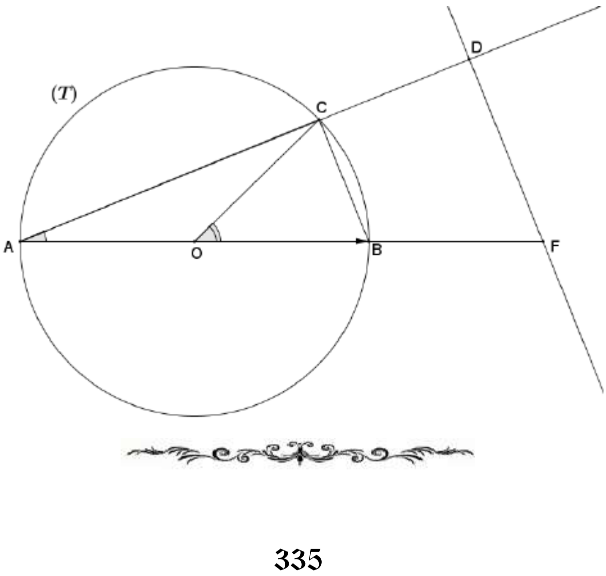
$\widehat{BOC}=2\times\widehat{BAC}=2\times 22°$ ، منه $\boxed{\widehat{BOC}=44°}$

2. حساب DF

في المثلث ADF لدينا : $(BC)\parallel(DF)$ وحسب نظرية طاليس فإنّ : $\frac{AB}{AF}=\frac{BC}{DF}$ ،

وبما أنّ $BF=OB$ فإنّ $AF=AB+BF=8+4=12$ ، منه : $\frac{8}{12}=\frac{3}{DF}$ ،

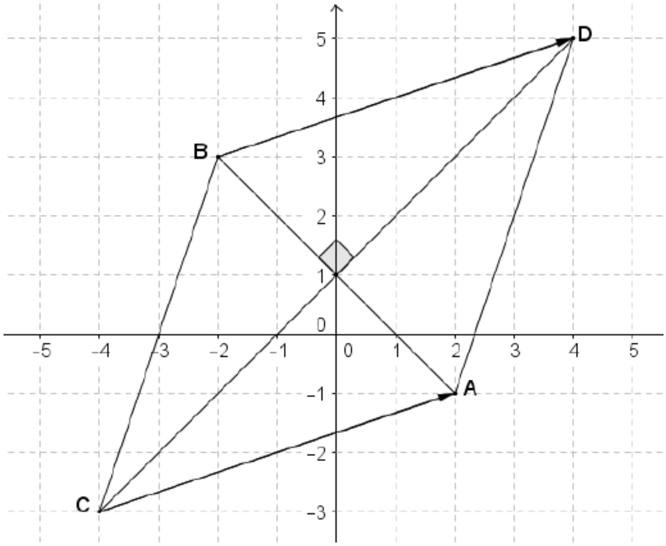
إذن $DF=\frac{36}{8}$ ، أي $\boxed{DF=4{,}5\ cm}$



* * *

التمرين الرابع : (03 نقاط)

1. تعليم النقط : A(2 ; -1) ، B(-2 ; 3) ، C(-4 ; -3)



2. حساب الطول AC

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-4-2)^2 + (-3+1)^2}$$

$$AC = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$$

استنتاج نوع المثلث ABC

لدينا : $AC = BC = 2\sqrt{10}$ و $AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (3+1)^2} = 4\sqrt{2}$

منه نستنتج أنّ المثلث ABC متساوي الساقين.

3. حساب إحداثيي النقطة D

لدينا : $\overrightarrow{CA}(6; 2)$ ، $\overrightarrow{BD}(x_D + 2\,; y_D - 3)$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ معناه $x_D + 2 = 6$ و $y_D - 3 = 2$

ومنه $x_D = 4$ و $y_D = 5$ أي $\boxed{D(4; 5)}$

4. بيان أنّ $(AB) \perp (CD)$

في الرباعي $ADBC$ لدينا : $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ و $AC = BC$ ، فهو إذن معيّن (متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان) ، منه نستنتج أنّ قطريه (AB) و (CD) متعامدان أي $\boxed{(AB) \perp (CD)}$

* * *

المسألة : (08 نقط)

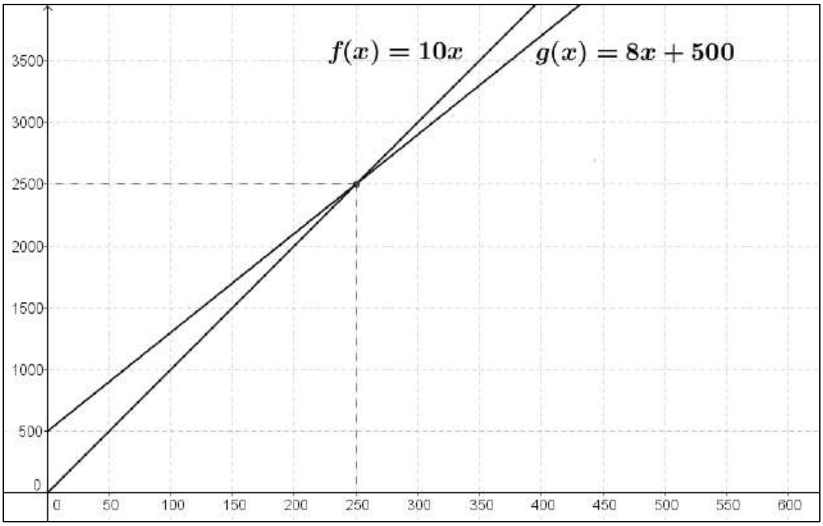
1. اتمام الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50	$\underbrace{100}_{1000\div10}$	$\underbrace{350}_{(3300-500)\div8}$
مبلغ الصيغة الأولى بـ DA	$\underbrace{500}_{50\times10}$	1000	$\underbrace{3500}_{350\times10}$
مبلغ الصيغة الثانية بـ DA	$\underbrace{900}_{8\times50+500}$	$\underbrace{1300}_{8\times100+500}$	3300

2. التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x

$$\boxed{f(x) = 10x \quad ، \quad g(x) = 8x + 500}$$

3. التمثيل البياني للدالتين $f(x)$ و $g(x)$



4. حلّ المعادلة $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ معناه $10x = 8x + 500$ أي $2x = 500$ منه $\boxed{x = 250}$

بيانيا يمثل هذا الحل نقطة نقاطع منحنيي الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ ، أمّا حسابيا فهو يمثل عدد الجرائد (250) التي يكون من أجلها الثمن المدفوع بالصيغتين متساويا (2500)

5. نستنتج من البيان أنّ الصيغة الأولى هي الأفضل عند اقتناء 150 جريدة لأنّ ($f(150) < g(150)$ والصيغة الثانية هي الأفضل عند اقتناء 270 جريدة لأنّ $[g(270) < f(270)]$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2013

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. بيان أنّ : $A = 4 + 2\sqrt{3}$

$$A = \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) + \sqrt{27} + 1$$

$$A = \sqrt{3} \times \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3^2 \times 3} + 1$$

$$A = 3 - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 1$$

$$\boxed{A = 4 + 2\sqrt{3}}$$

2. بيان أنّ : $A \times B$ عدد طبيعي

$$A \times B = (4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})$$

$$A \times B = (4)^2 - (2\sqrt{3})^2 = 16 - 12 = 4$$

ومنه : $\boxed{A \times B \ \text{عدد طبيعي}}$

* * *

التمرين الثاني : (03,5 نقاط)

1. $A = 3x - 5$

أ. حساب القيمة المقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$

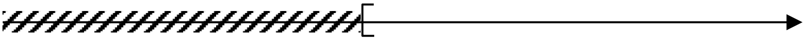
$$A = 3\sqrt{2} - 5 = 3 \times 1,41 - 5 = 4,23 - 5$$

$$\boxed{A = -0,77}$$

ب. حلّ المتراجحة : $A \geq 0$

$3x - 5 \geq 0$ ومنه $3x \geq 5$ إذن $x \geq \frac{5}{3}$

كل قيم x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة.



2. $B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$

أ. نشر العبارة B حيث :

$$B = (3x - 5)^2 + 9x^2 - 25$$

$$B = 9x^2 + 25 - 30x + 9x^2 - 25 \ ; \ \boxed{B = 18x^2 - 30x}$$

ب. استنتاج أنّ : $B = 6x(3x - 5)$

$$B = 18x^2 - 30x \ ; \ \boxed{B = 6x(3x - 5)}$$

ج. حلّ المعادلة : $B = 0$

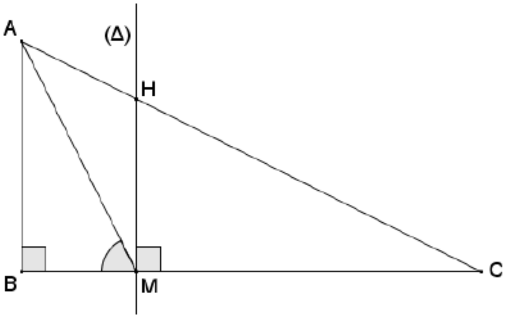
$6x(3x-5)=0$ معناه $6x = 0$ أو $3x - 5 = 0$

$6x = 0$ منه $x = 0$ ، $3x - 5 = 0$ منه $3x = 5$ إذن $x = \frac{5}{3}$.

للمعادلة حلان هما : $\boxed{0 \text{ و } \frac{5}{3}}$

* * *

التمرين الثالث : (نقطتان)



1. حساب الطول MH.

في المثلث ABC لدينا : $(AB) \parallel (HM)$ لأنهما عموديان على (BC) ، وحسب نظرية طاليس فإنّ :

$$\frac{CM}{CB} = \frac{MH}{AB}\ ;\ \frac{6}{8} = \frac{MH}{4}\ ;\ MH = \frac{6 \times 4}{8}\ ;\ \boxed{MH = 3\ cm}$$

2. حساب $\tan \widehat{AMB}$

$$\tan \widehat{AMB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}; \tan \widehat{AMB} = \frac{AB}{BM}; \tan \widehat{AMB} = \frac{4}{2}; \boxed{\tan \widehat{AMB} = 2}$$

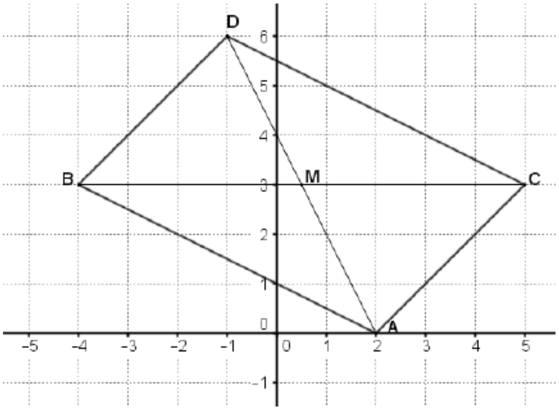
استنتاج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$

$$\boxed{\widehat{AMB} \approx 63°}$$

* * *

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1. تعليم النقط : A(2 ; 0) ، B(-4 ; 3) ، C(5 ; 3)



2. حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,; y_B - y_A)$; $\overrightarrow{AB}(-4-2\,;3-0)$; $\boxed{\overrightarrow{AB}(-6\,;3)}$

حساب الطول AB

$AB = \sqrt{x^2+y^2}$; $AB = \sqrt{(-6\,)^2+(3)^2}$; $AB = \sqrt{45}$; $\boxed{AB = 3\sqrt{5}}$

3. حساب إحداثيتي النقطة D

بما أنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ، فإنّ : $\begin{cases} x_D - x_C = x_B - x_A \\ y_D - y_C = y_B - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D - 5 = -6 \\ y_D - 3 = 3 \end{cases}$

$x_D - 5 = -6$ منه $x_D = -6+5$ إذن $x_D = -1$

$y_D - 3 = 3$ منه $y_D = 3+3$ إذن $y_D = 6$ ، أي $\boxed{D(-1;6)}$

4. حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

بما أنّ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ ، فإنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع والنقطة M هي تقاطع القطرين (AD) و (BC) أي إنّها منتصف $[BC]$ (وأيضا منتصف $[AD]$)

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-4+5}{2} = \frac{1}{2}\ ;\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3+3}{2} = 3\ ;\ \boxed{M\left(\frac{1}{2};3\right)}$$

المسألة : (08 نقط)

1. اختيار العرض الأنسب والأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام

- عرض الوكالة الأولى : $\boxed{28000\,DA} = 4000 \times 7$
- عرض الوكالة الثانية : $\boxed{22000\,DA} = 3000 \times 7 + 1000$
- عرض الوكالة الثالثة : $\boxed{16000\,DA}$

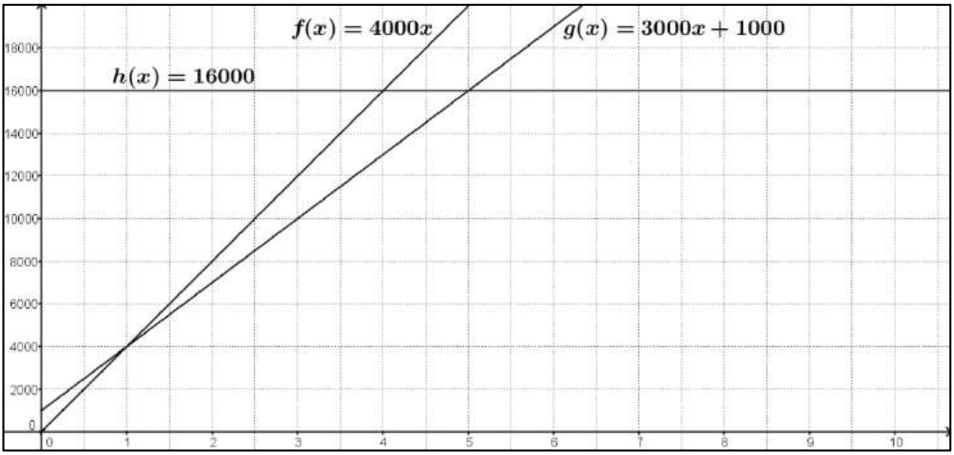
العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

.2

أ. التعبير بدلالة x ، عن $f(x)$ ، $g(x)$ و $h(x)$

$$\boxed{h(x) = 16000 \text{ ، } g(x) = 3000x + 1000 \text{ ، } f(x) = 4000x}$$

ب. تمثيل الدوال f ، g و h



3. ملء الجدول :

الأيام العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1	$\underbrace{4000}_{4000\times1}$	16000	20000
العرض 2	$\underbrace{4000}_{3000\times1+1000}$	13000	16000
العرض 3	$\underbrace{16000}_{\text{ثابت}}$	16000	16000

4. أ. حلّ المعادلات الآتية:

$f(x) = g(x)$ معناه $4000x = 3000x + 1000$ منه $1000x = 1000$

إذن $\boxed{x = 1}$

$f(x) = h(x)$ معناه $4000x = 16000$ منه $x = \frac{16000}{4000}$ إذن $\boxed{x = 4}$

$g(x) = h(x)$ معناه $3000x + 1000 = 16000$ منه $3000x = 15000$

إذن $\boxed{x = 5}$

ب. تفسير حلول المعادلات السابقة :

- في اليوم الأول يتساوى العرض الأول مع العرض الثاني
- في اليوم الرابع يتساوى العرض الأول مع العرض الثالث
- في اليوم الخامس يتساوى العرض الثاني مع العرض الثالث.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2014

التمرين الأول : (03 نقاط)

1. حساب A

$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{3}{5} + \frac{14}{20} = \frac{20+14}{20} = \frac{26}{20} = \frac{13}{10}$ ومنه : $\boxed{A = 1{,}3}$

2. الكتابة العلمية للعدد B

$$B = \frac{1{,}2 \times 10^{-2} \times 7}{12{,}5 \times 10^{3}} = \frac{1{,}2 \times 7}{12{,}5} \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 0{,}672 \times 10^{-5}$$

ومنه الكتابة العلمية للعدد B هي : $\boxed{6{,}72 \times 10^{-6}}$

3. تبسيط العدد C

$$C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7} = \sqrt{25 \times 7} - \sqrt{16 \times 7} + 6\sqrt{7}$$

$$C = \sqrt{5^2 \times 7} - \sqrt{4^2 \times 7} + 6\sqrt{7} = 5\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 6\sqrt{7}$$

ومنه : $\boxed{C = 7\sqrt{7}}$

* * *

التمرين الثاني : (03 نقاط)

1. التحقّق أنّ : $E = 4x^2 + 20x - 11$

$$E = (2x+5)^2 - 36 = 4x^2 + 20x + 25 - 36 = 4x^2 + 20x - 11$$

$$\boxed{E = 4x^2 + 20x - 11}$$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

$$E = (2x+5)^2 - 36 = (2x+5)^2 - 6^2$$

$$E = (2x+5+6)(2x+5-6)$$

$$\boxed{E = (2x+11)(2x-1)}$$

3. حلّ المعادلة : $(2x+11)(2x-1) = 0$

$(2x+11)(2x-1) = 0$ **معناه** $2x + 11 = 0$ **أو** $2x - 1 = 0$

$2x + 11 = 0$ ومنه $2x = -11$ إذن $x = -\frac{11}{2}$

$2x - 1 = 0$ ومنه $2x = 1$ إذن $x = \frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما : $\boxed{-\frac{11}{2} \text{ و } \frac{1}{2}}$

* * *

التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. حساب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة

في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$ أي $\tan 25° = \frac{AB}{22}$ ومنه :

$$AB = 22 \times \tan 25° = 22 \times 0{,}466 \approx \boxed{10m}$$

2. حساب مساحة كل من شبه المنحرف $ABCD$ والمثلث ABC

$S_{ABCD} = \frac{(22+12)\times 10}{2} = 170$ ، أي أنّ : $\boxed{S_{ABCD} = 170\ m^2}$

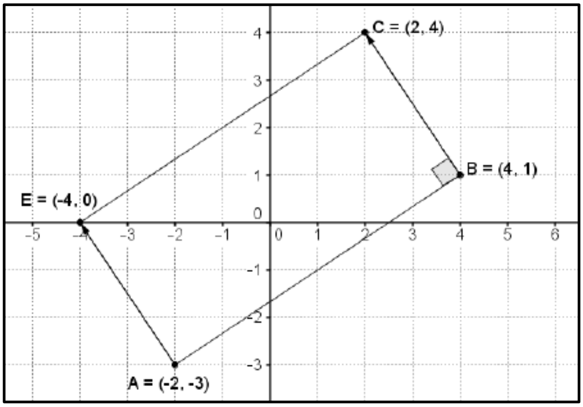
$S_{ABC} = \frac{22\times 10}{2} = 110$ ، أي أنّ : $\boxed{S_{ABC} = 110\ m^2}$

استنتاج مساحة الجزء المظلل

$S_{ADC} = S_{ABCD} - S_{ABC} = 170 - 110 = 60$ ، أي أنّ : $\boxed{S_{ADC} = 60\ m^2}$

التمرين الرابع : (3 نقاط)

1. تعليم النقط : A(-2 ; -3) ، B(4 ; 1) ، C(2 ; 4)



2. أ. إعطاء القيمة المضبوطة للطول AB

$$AB = \sqrt{(4+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{6^2 + 4^2}$$

$$AB = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13}$$

$$\boxed{AB = 2\sqrt{13}}$$

ب. بيان أنّ المثلث ABC قائم

لدينا : $AB^2 + BC^2 = \left(\sqrt{52}\right)^2 + \left(\sqrt{13}\right)^2 = 65$ ،

أي $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ومنه نستنتج أنّ المثلث ABC قائم في B حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

3. انشاء النقطة E واثبات أنّ ABCE مستطيل

بما أنّ E هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ ، فالرباعي $ABCE$ متوازي أضلاع (لأنّ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$) ، وبما أنّ الزاوية $\widehat{B}$ قائمة ، نستنتج أنّ $ABCE$ مستطيل.

* * *

المسألة : (08 نقاط)

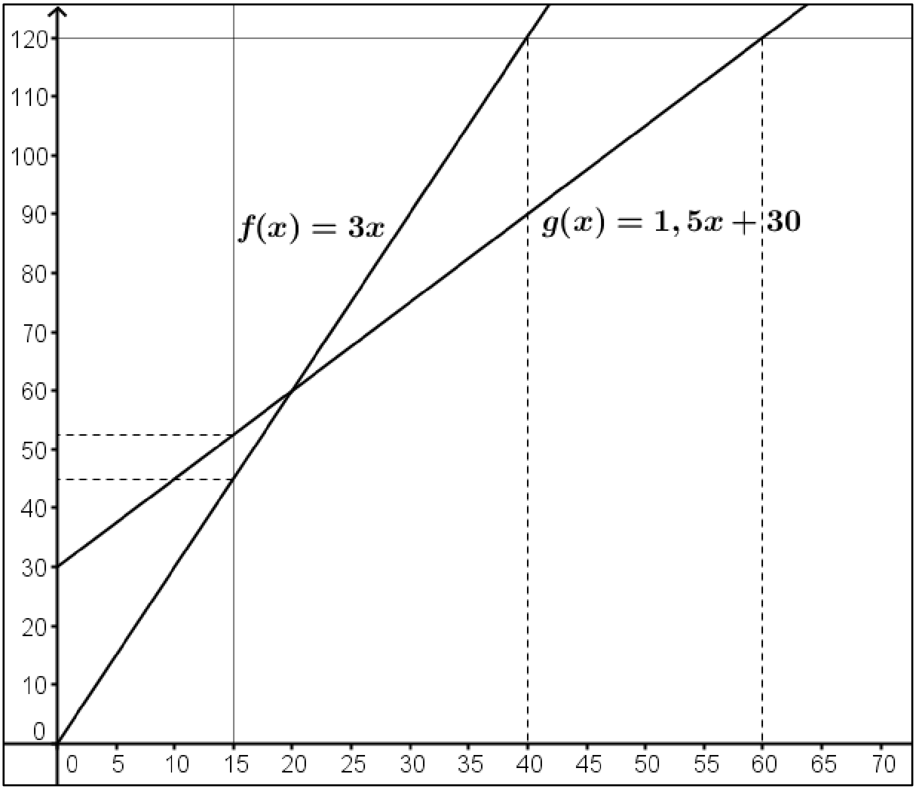
1. إتمام الجدول

$\underbrace{40}_{(90-30)\div 1,5}$	$\underbrace{15}_{45\div 3}$	10	عدد الرسائل (SMS)
$\underbrace{120}_{3\times 40}$	45	$\underbrace{30}_{3\times 10}$	المبلغ حسب العرض الأول بـ DA
90	$\underbrace{52,5}_{1,5\times 15+30}$	$\underbrace{45}_{1,5\times 10+30}$	المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA

2. التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x

$y_2 = 1,5x + 30$ ، $y_1 = 3x$

3. التمثيل البياني



4. **بقراءة بيانية نلاحظ أنّ:**

العرض المناسب لكريم هو العرض الثاني لأنّ المستقيم الذي معادلته $y = 120$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في النقطة التي فاصلتها 40 بينما يقطع التمثيل البياني للدالة g في النقطة التي فاصلتها 60، أي عدد الرسائل بالعرض الثاني أكبر منه بالعرض الأول.

العرض المناسب لزينب هو العرض الأول لأنّ المستقيم الذي معادلته $x = 15$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في نقطة ترتيبها أصغر من ترتيب نقطة تقاطعه مع التمثيل البياني للدالة g ، أي تكلفة 15 رسالة بالعرض الأول $(45DA)$ أقل تكلفة من العرض الثاني$(52,5DA)$.

تسلّى مع الرياضيات واختبر ذكاءك

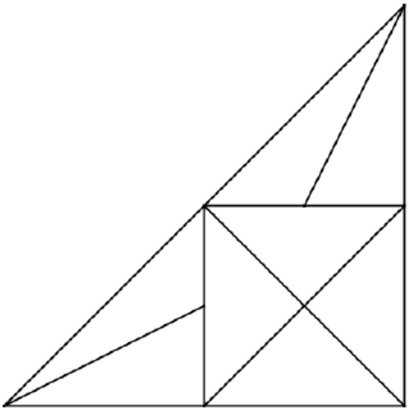
1. يوجد لدينا رقمان ، لو أخذنا من الثاني 1 وأضفناه إلى الأول أصبح الرقمان متساويان ولو أخذنا من الأول 1 وأضفناه إلى الثاني أصبح الثاني ضعف الأول. فما هما الرقمان ؟

2. ما هما العددان اللذان إذا طرحت صغيرهما من كبيرهما حصلت على 8 وإذا ضربت أحدهما في الآخر حصلت على 48 ؟

3. ما هو العدد الذي إذا قسمته على 4 ، 5 ، 6 لا يتبقى شيء وإذا قسمته على 7 يتبقى 1 ؟

4. اذكر خمسة أعداد متتالية مجموعها 100 ، وخمسة أعداد متتالية مجموعها 1000 وخمسة أعداد متتالية فردية مجموعها 55.

5. ما هو عدد المثلثات الموجودة بهذا الشكل ؟



امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2015

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406

$$696 = 406 + 290$$
$$406 = 290 + 116$$
$$290 = 116 \times 2 + \mathbf{58}$$
$$116 = 58 \times 2$$

ومنه $\boxed{PGCD(696;406) = 58}$

2. كتابة $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

$$\frac{696}{406} = \frac{696 \div 58}{406 \div 58} = \boxed{\frac{12}{7}}$$

3. حساب العدد P

$$P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{12}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{12}{7} - \frac{15}{14} = \frac{24}{14} - \frac{15}{14}$$

ومنه $\boxed{P = \frac{9}{14}}$

* * *

التمرين الثاني : (03,5 نقطة)

1. التحقّق بالنشر أنّ: $F = 4x^2 - 12x - 7$

$$F = (2x-3)^2 - 16 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 - 16$$

$$F = 4x^2 - 12x + 9 - 16 = \boxed{4x^2 - 12x - 7}$$

2. تحليل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$$F = (2x-3)^2 - 16 = (2x-3)^2 - (4)^2$$

$$F = (2x - 3 - 4)(2x - 3 + 4) = \boxed{(2x-7)(2x+1)}$$

3. حلّ المعادلة: $(2x-7)(2x+1)=0$

$(2x-7)(2x+1)=0$ **معناه** $2x-7=0$ **أو** $2x+1=0$

$2x-7=0$ ومنه $2x=7$ إذن $x=\frac{7}{2}$

$2x+1=0$ ومنه $2x=-1$ إذن $x=-\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما: $\boxed{\frac{7}{2} \text{ و } -\frac{1}{2}}$

4. حساب F من أجل $x=1+\sqrt{2}$

$$F(1+\sqrt{2})=4(1+\sqrt{2})^2-12(1+\sqrt{2})-7$$
$$F(1+\sqrt{2})=4\left(1^2+2\sqrt{2}+\sqrt{2}^2\right)-12(1+\sqrt{2})-7$$
$$F(1+\sqrt{2})=4+8\sqrt{2}+8-12-12\sqrt{2}-7$$
$$\boxed{F(1+\sqrt{2})=-7-4\sqrt{2}}$$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

R نقطة من هذه الدائرة حيث: $\widehat{SOR}=46°$

1. بيان أنّ $\widehat{STR}=23°$

الزاوية $\widehat{SOR}$ مركزية تحصر القوس $\overset{\frown}{SR}$ ، والزاوية $\widehat{STR}$ محيطية تحصر نفس القوس $\overset{\frown}{SR}$ ، منه نستنتج أنّ:

$$\widehat{STR}=\frac{\widehat{SOR}}{2}=\frac{46}{2}=\boxed{23°}$$

2. بيان أنّ المثلث SRT قائم في R

المثلث SRT مرسوم في الدائرة (C) التي قطرها $[ST]$ ، منه نستنتج أنّ المثلث SRT قائم في R

3. حساب الطول RS بالتدوير إلى $0,01$

في المثلث SRT لدينا:

$$\sin\widehat{STR}=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{RS}{ST}$$
$$\sin 23°=\frac{RS}{9}$$

ومنه:

$$RS=9\times\sin 23°$$
$$RS=9\times 0,39$$
$$\boxed{RS=3,51}$$

* * *

التمرين الرابع: (02,5 نقطة)

1. برهان أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان

المستقيمان (AC) و (BD) متقاطعان في O. النقط A ، O ، C بنفس ترتيب النقط B ، O ، D ، ولدينا: $\frac{OA}{OC} = \frac{12}{5} = 2,4$ و $\frac{OB}{OD} = \frac{18}{7,5} = 2,4$. منه نستنتج أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان حسب النظرية العكسية لطاليس.

2. حساب الطول AB

بما أنّ المثلث AOB قائم في O ، لدينا حسب نظرية فيثاغورس:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (12)^2 + (18)^2 = 468$$

$$AB = \sqrt{468} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 13} = \boxed{6\sqrt{13}}$$

* * *

المسألة: (08 نقط)

I) حساب بُعدَي القطعة

ليكن x طول هذه القطعة وy عرضها. لدينا:

$$x \times y = 1000 \text{ و } y = \frac{2}{5}x$$

$$x \times \left(\frac{2}{5}x\right) = 1000$$

$$\frac{2}{5}x^2 = 1000$$

ومنه:

$$x^2 = 1000 \times \frac{5}{2} = 2500$$

$$x = \sqrt{2500} = 50\ m$$

$$y = \frac{2}{5}(50) = 20\ m$$

نستنتج أنّ طول القطعة هو $50\ m$ وعرضها $20\ m$.

(II

1. أ. التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x

$$f(x) = S_{BCM} = \frac{CM \times AD}{2} = \frac{(50 - x) \times 20}{2} = 10(50 - x)$$

$$\boxed{f(x) = 500 - 10x}$$

$$g(x) = S_{ABMD} = \frac{(DM + AB) \times AD}{2} = \frac{(x + 40) \times 20}{2} = 10(x + 40)$$

$$\boxed{g(x) = 10x + 400}$$

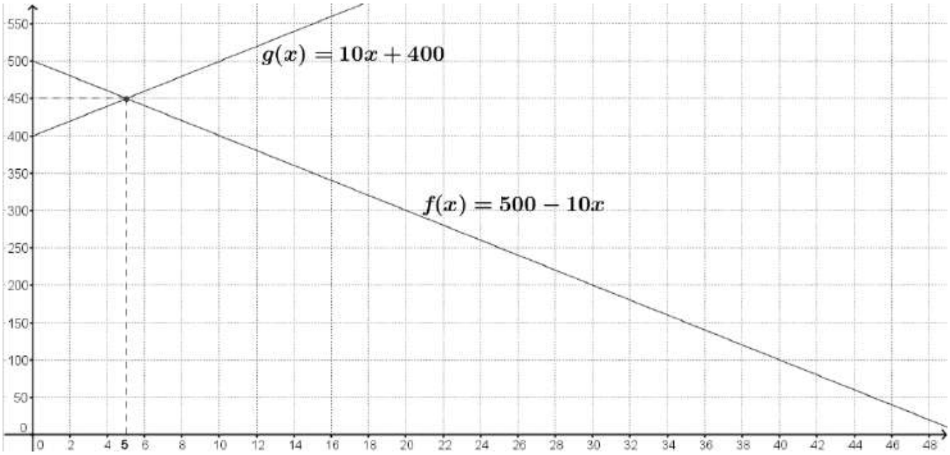
طريقة ثانية للتعبير عن $g(x)$:

$$g(x) = S_{ABMD} = S_{ABCD} - S_{BCM} = 900 - (500 - 10x) = 10x + 400$$

ب. إيجاد الطول DM

$f(x) = g(x)$ معناه $500 - 10x = 10x + 400$ منه $100 = 20x$ إذن $\boxed{x = 5\,m}$

2. أ. التمثيل البياني للدالتين : $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$



ب. التفسير البياني وتحديد قيمة المساحة

بيانيا، تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة عند نقطة تقاطع المنحنيين البيانيين للدالتين f و g وهي النقطة ذات الإحداثيات $(5;450)$ أي من أجل $x = 5\,m$ تكون مساحة كل واحدة من القطعتين $450\,m^2$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2016

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. **حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832**

$$1053 = 832 \times 1 + 221$$
$$832 = 221 \times 3 + 169$$
$$221 = 169 \times 1 + 52$$
$$169 = 52 \times 3 + 13$$
$$52 = 13 \times 4 + 0$$

ومنه $\boxed{PGCD(1053; 832) = 13}$

2. **كتابة $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال**

$$\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \boxed{\frac{81}{64}}$$

3. **كتابة العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$**

$$A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$$
$$A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}$$
$$A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}$$
$$A = 9\sqrt{13} + 16\sqrt{13} - 24\sqrt{13}$$
$$A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$$

ومنه $\boxed{A = \sqrt{13}}$

حيث $\boxed{a = 1}$

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. **التحقّق من صحة المساواة التالية: $5(2x + 1)(2x - 1) = 20x^2 - 5$**

$$5(2x + 1)(2x - 1) = 5[(2x)^2 - (1)^2]$$
$$5(2x + 1)(2x - 1) = 5(4x^2 - 1)$$
$$\boxed{5(2x + 1)(2x - 1) = 20x^2 - 5}$$

2. **تحليل العبارة A بحيث: $A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5)$**

$$A = (2x + 1)(3x - 7) - (20x^2 - 5)$$
$$A = (2x + 1)(3x - 7) - 5(2x + 1)(2x - 1)$$
$$A = (2x + 1)[(3x - 7) - 5(2x - 1)]$$
$$A = (2x + 1)(3x - 7 - 10x + 5)$$
$$\boxed{A = (2x + 1)(-7x - 2)}$$

3. **حلّ المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$**

$$-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$$

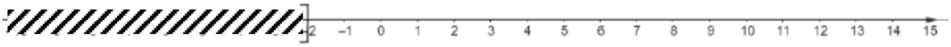
ننشر عبارة الطرف الثاني $-14x^2 - 11x - 2 < 20 - 14x^2$

ننقل المجاهيل من جهة والمعالم من جهة $-14x^2 - 11x + 14x^2 < 20 + 2$

نقسم على (-11) ونغيّر المتراجحة $-11x < 22$

حلول المتراجحة هي كل القيم x الأكبر تماما من (-2) $\boxed{x > -2}$

تمثيل الحلول بيانيا



* * *

التمرين الثالث: (2,5 نقطة)

$\boldsymbol{A(2;5)}$ ، $\boldsymbol{B(-1;-4)}$ ، $\boldsymbol{C(4;11)}$

1. **بيان أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية $\boldsymbol{f}$ هي: $\boldsymbol{f(x) = 3x - 1}$**

لدينا: $f(2) = 5$ و $f(-1) = -4$ ومنه: $a = \frac{f(2)-f(-1)}{2+1} = \frac{5+4}{3} = 3$

وبالتالي: $b = f(2) - 2a = 5 - 2 \times 3 = -1$ $\boxed{f(x) = 3x - 1}$

2. **دراسة استقامية النقط $\boldsymbol{A}$، $\boldsymbol{B}$، $\boldsymbol{C}$**

تكون النقط A، B، C على استقامة واحدة إذا كانت النقطة C تنتمي إلى (AB)

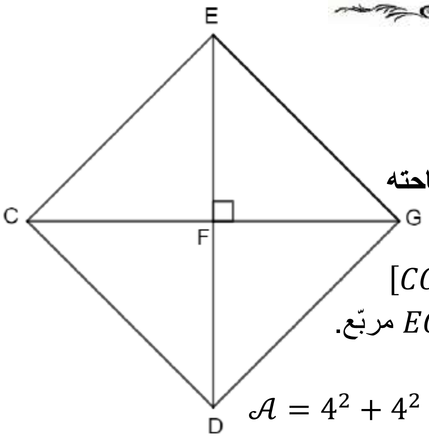
لدينا: $f(4) = 3 \times 4 - 1 = 11$، إذن $C \in (AB)$ ومنه نستنتج أنّ النقط A، B، C في استقامية.

3. **تعيين العدد الذي صورته 29 بالدالة $\boldsymbol{f}$**

لدينا: $f(x) = 29$ أي $3x - 1 = 29$ ومنه $3x = 30$ أي $\boxed{x = 10}$.

* * *

التمرين الرابع: (3,5 نقطة)



1. **إنشاء المثلث $\boldsymbol{EFG}$**
2. **إنشاء النقطتين $\boldsymbol{D}$ و $\boldsymbol{C}$**
3. **بيان أنّ الرباعي $\boldsymbol{EGDC}$ مربّع وحساب مساحته**

لدينا: $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{GD}$ أي إنّ الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع. وبما أنّ القطرين $[ED]$ و$[CG]$ متقايسان ومتعامدان نستنتج أنّ الرباعي $EGDC$ مربّع.

لتكن $\mathcal{A}$ مساحة المربّع $EGDC$:

$\mathcal{A} = EG^2$ ومنه $\mathcal{A} = EF^2 + FG^2$ أي $\mathcal{A} = 4^2 + 4^2$

ومنه $\boxed{\mathcal{A} = 32\ cm^2}$.

.4 بيان أنّ: $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{ED}$

لدينا: $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$ أي $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EC}$ ومنه $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EC}$

وبما أنّ الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإنّ $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED}$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{U} = \overrightarrow{ED}}$.

* * *

المسألة: (08 نقط)

الجزء الأول:

.1 بيان أنّ: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$

لدينا: $(AD) \parallel (NC)$ والنقط A, M, N و D, M, C في استقامية وبنفس الترتيب،

ومنه حسب نظرية طاليس فإنّ: $\frac{MA}{MN} = \frac{MD}{MC} = \frac{AD}{CN}$

وبما أنّ $MC = DC - DM = 50 - 20 = 30$ فإنّ: $\boxed{\frac{MA}{MN} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}}$

.2 حساب الطول BN

لدينا: $\frac{MA}{MN} = \frac{MD}{MC} = \frac{AD}{CN} = \frac{2}{3}$ ومنه $CN = \frac{3 \times AD}{2} = \frac{3 \times 40}{2} = 60$ وبالتالي

$BN = BC + CN$ أي $\boxed{BN = 40 + 60 = 100\, m}$

.3 حساب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية $\widehat{MAD}$

في المثلث MAD القائم في D لدينا:

$\tan \widehat{MAD} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{DM}{AD} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ ومنه $\boxed{\widehat{MAD} \approx 27°}$.

الجزء الثاني:

.1 اثبات أنّ العمّ كان محقًا في اختياره

نسمي $\mathcal{A}_{MCE}$ مساحة القطعة MCE و $\mathcal{A}_{MEN}$ مساحة القطعة MEN.

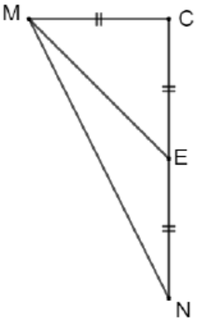
بما أنّ النقطة E هي صورة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته $90°$ في الاتجاه الموجب، فإنّ $CM = CE = 30\, m$ أي M منتصف $[CN]$، ومنه:

$$\mathcal{A}_{MCE} = \frac{MC \times CE}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450\, m^2$$

$$\mathcal{A}_{MEN} = \frac{MC \times EN}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450\, m^2$$

وفي هذه الحالة تتساوى مساحتا القطعتين

وبالتالي يكون العم محقا في اختياره.



2. تحديد سعر المتر المربّع الواحد لهذه القطعة وكتابته كتابة علمية

إذا فرضنا x سعر المتر المربّع الواحد، يكون المبلغ الإجمالي للقطعة قبل دفع الضريبة هو $450\,x$، أمّا المبلغ الإجمالي للقطعة بعد دفع الضريبة فهو $450\left(1-\frac{20}{100}\right)x$ أي $360\,x$، وبالتالي:

$360x = 5{,}4\times 10^6$ أي $x = \frac{5{,}4\times 10^6}{360}$ ومنه $\boxed{x = 15000\,DA}$

الكتابة العلمية لسعر المتر المربّع الواحد هي: $\boxed{1{,}5\times 10^4\,DA}$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2017

التمرين الأول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ، $B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$

1. **كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي**

$$A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$$
$$A=\sqrt{36\times 3}-\sqrt{4\times 3}$$
$$A=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$
$$A=(6-2)\sqrt{3}$$

ومنه $\boxed{A=4\sqrt{3}}$

2. **كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق**

$B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$ ومنه $B=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ أي $B=\frac{3\sqrt{3}}{2\times 3}$ إذن $\boxed{B=\frac{\sqrt{3}}{2}}$

3. **بيان أنّ C هو عدد طبيعي**

$$C=(A+1)(8B-1)$$
$$C=(4\sqrt{3}+1)(8\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1)$$
$$C=(4\sqrt{3}+1)(4\sqrt{3}-1)$$
$$C=\left(4\sqrt{3}\right)^2-(1)^2$$
$$C=16\times 3-1$$

ومنه $C=47$

إذن C عدد طبيعي

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة P حيث: $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$

1. **نشر وتبسيط العبارة P**

$$P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$$
$$P=3x+3-9x^2-9x-6x-6$$
$$\boxed{P=-9x^2-12x-3}$$

2. **تحليل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى**

$$P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$$
$$P=(3x+3)[(1-3x)-2]$$
$$\boxed{P=(3x+3)(-3x-1)}$$

3. **حلّ المعادلة: $(3x+3)(-1-3x)=0$**

$(3x+3)(-3x-1)=0$ معناه $3x+3=0$ أو $-3x-1=0$

$3x + 3 = 0$ ومنه $3x = -3$ إذن $x = -1$

$-3x - 1 = 0$ ومنه $-3x = 1$ إذن $x = -\frac{1}{3}$

للمعادلة حلان هما: $\boxed{-1 \text{ و } -\frac{1}{3}}$

* * *

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. **تعليم النقط:** $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$
2. **حساب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$**

لدينا: $E\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي $E\left(\frac{-3+5}{2};\frac{1-1}{2}\right)$ ومنه $\boxed{E(1;0)}$.

3. **إنشاء النقطة D واستنتاج إحداثيتيها**

بما أنّ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$، فإنّ D نظيرة A بالنسبة إلى E، ومنه $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AE}$.

لدينا: $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AE}$ ومنه $\begin{cases} x_D - x_E = x_E - x_A \\ y_D - y_E = y_E - y_A \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 2x_E - x_A \\ y_D = 2y_E - y_A \end{cases}$

وعليه $\begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -4 \end{cases}$ ومنه $\boxed{D(2;-4)}$.

4. **بيان أنّ الرباعي $ABDC$ مستطيل**

بما أنّ النقطة E هي منتصف القطعتين $[BC]$ و $[AD]$، فإنّ القطرين $[BC]$ و $[AD]$ متناصفان ومنه الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

ولدينا أيضا:

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$AD = \sqrt{(2)^2 + (-8)^2} = \sqrt{68}$$

$$\boxed{AD = 2\sqrt{17}}$$

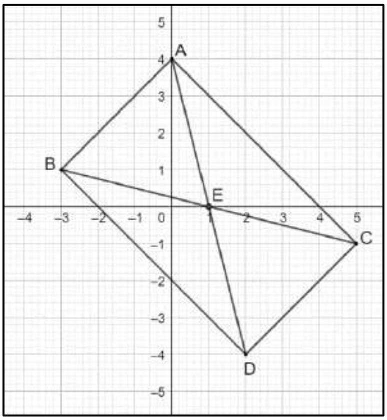
$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(8)^2 + (-2)^2} = \sqrt{68}$$

$$\boxed{BC = 2\sqrt{17}}$$

وعليه فإنّ القطرين $[BC]$ و $[AD]$ متقايسان

ومنه نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ مستطيل.



* * *

التمرين الرابع: (نقطتان)

1. **بيان أنّ المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان**

النقط U, M, I و O, M, A في استقامية وبنفس الترتيب، ولدينا:

$\frac{MU}{MI} = \frac{28}{36} = \boxed{\frac{7}{9}}$ و $\frac{MO}{MA} = \frac{21}{27} = \boxed{\frac{7}{9}}$ أي $\frac{MO}{MA} = \frac{MU}{MI}$ وحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج فإنّ المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان.

2. **حساب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)**

في المثلث AIM القائم في M لدينا:

$\tan \widehat{AIM} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{MA}{MI} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$ ومنه $\boxed{\widehat{AIM} \approx 37°}$.

* * *

المسألة: (08 نقط)

الجزء الأول:

1. **حساب a طول ضلع القطعة**

لدينا: $a^2 = 324$ وعليه $a = \sqrt{324}$ ومنه فإنّ طول ضلع القطعة هو $\boxed{a = 18\,m}$

2. **$BM = x$ ، $BE = 12\,m$**

أ. **كتابة كلا من المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x**

لدينا: $S_1 = \frac{BE\times BM}{2} = \frac{12x}{6}$ أي $\boxed{S_1 = 6x}$

ولدينا: $S_2 = 324 - S_1$ أي $\boxed{S_2 = 324 - 6x}$

ب. **تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة**

لدينا: $S_2 = 2S_1$ أي $324 - 6x = 2 \times 6x$ ومنه $18x = 324$

أي $x = \frac{324}{18}$ ومنه $x = 18\,m$ وتكون النقطة M منطبقة على C.

الجزء الثاني:

1. **تمثيل الدالتين f و g بيانيا**

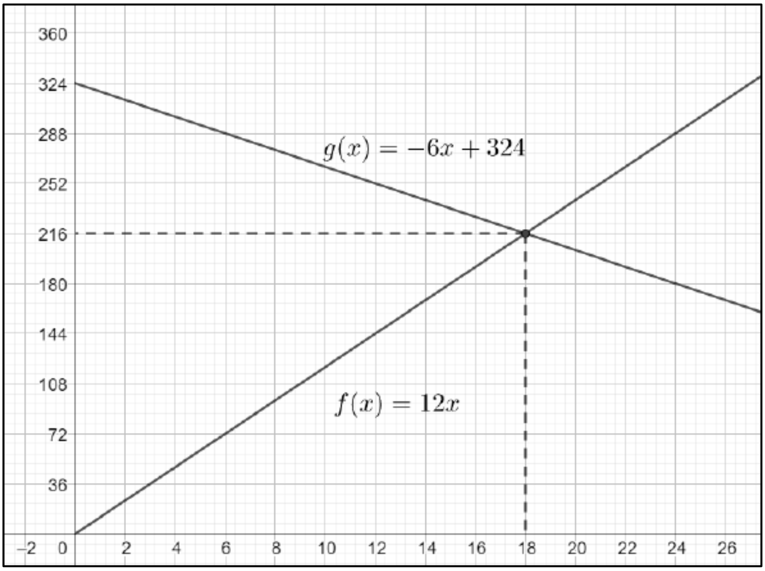
الدالة f خطية وتمثيلها البياني يشمل المبدأ والنقطة $(6; 72)$

الدالة g تآلفية وتمثيلها البياني يشمل النقطتين $(0; 324)$ و $(6; 288)$

2. **تفسير موضع النقطة M بيانيا وإيجاد مساحة كل من القطعتين**

نلاحظ من البيان أنّه من أجل $x = 18$ فإنّ $f(x) = g(x) = 216$

أي $2S_1 = S_2 = 216$ ومنه: $\boxed{S_1 = 108\,m^2}$ و $\boxed{S_2 = 216\,m^2}$.


$g(x) = -6x + 324$
$f(x) = 12x$
360
324
288
252
216
180
144
108
72
36
−2
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

التمرين الأول: (03 نقاط)

$B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$ ، $A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$

1. بيان أنّ A عدد طبيعي

طريقة ①	طريقة ②
$A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ $A = 3\sqrt{4 \times 2} \times \sqrt{2}$ $A = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ $A = 6 \times 2 = \boxed{12}$	$A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ $A = 3\sqrt{8 \times 2}$ $A = 3\sqrt{16}$ $A = 3 \times 4 = \boxed{12}$

2. كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$

$$B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$$
$$B = 2\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{4 \times 3}$$
$$B = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$
$$B = \boxed{6\sqrt{3}}$$

3. بيان أنّ: $\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{A}{B} = \frac{12}{6\sqrt{3}}$$
$$\frac{A}{B} = \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$\frac{A}{B} = \frac{12\sqrt{3}}{6 \times 3}$$
$$\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. التحقّق من المساواة الآتية: $(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$

$$\begin{aligned}(3x+1)(x-4) &= 3x(x-4) + 1(x-4)\\ &= 3x^2 - 12x + x - 4\\ &= \boxed{3x^2 - 11x - 4}\end{aligned}$$

2. تحليل إلى جداء عاملين العبارة: $E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x + 1)^2$

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x + 1)^2$$
$$E = (3x + 1)(x - 4) + (3x + 1)^2$$
$$E = (3x + 1)[(x - 4) + (3x + 1)]$$
$$E = (3x + 1)(x - 4 + 3x + 1)$$
$$\boxed{E = (3x + 1)(4x - 3)}$$

3. حلّ المتراجحة: $(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$

$$(3x + 1)(x - 4) \leq 3x^2 + 7$$
$$3x^2 - 11x - 4 \leq 3x^2 + 7$$
$$3x^2 - 3x^2 - 11x \leq 7 + 4$$
$$-11x \leq 11$$
$$\boxed{x \geq -1}$$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

1. حساب الطول AC

بما أنّ المثلث ACD قائم في D ، لدينا حسب نظرية فيثاغورس:

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100$$
$$AC = \sqrt{100} = \boxed{10}$$

2. بيان أنّ: (EF) يوازي (AC)

النقط B ، E ، A بنفس ترتيب النقط B ، F ، C ، ولدينا: $\frac{BE}{BA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

و $\frac{BF}{BC} = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4}$. منه نستنتج أنّ المستقيمين (AC) و (EF) متوازيان حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس.

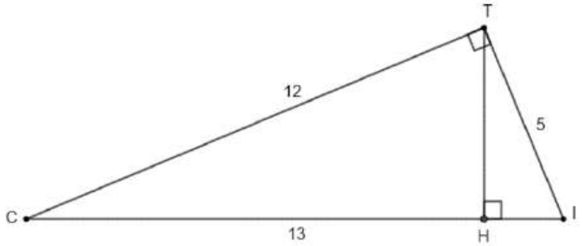
3. حساب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة

في المثلث BEF القائم في B لدينا:

$\tan \widehat{BEF} = \frac{BF}{BE} = \frac{1,5}{2} = 0,75$ ومنه $\boxed{\widehat{BEF} \approx 37°}$

* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط)



1. **بيان أنّ المثلث TIC قائم**

$$\begin{cases} CI^2 = 13^2 = 169 \\ CT^2 + TI^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \end{cases}$$

بما أنّ: $CI^2 = CT^2 + TI^2$ فإنّ المثلث TIC قائم في T حسب نظرية فيثاغورس العكسية

حساب مساحة المثلث TIC

$$\mathcal{A} = \frac{TC \times TI}{2} = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = \boxed{30\ cm^2}$$

2. **حساب الطول TH بالتدوير إلى $0,1$**

لدينا: $\mathcal{A} = \frac{CI \times TH}{2}$ ومنه $TH = \frac{2\mathcal{A}}{CI}$ أي $TH = \frac{2\times30}{13} = \frac{60}{13} \approx \boxed{4,6\ cm}$

* * *

المسألة: (08 نقط)

الجزء الأول:

1. **حساب الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تمّ صنع 120 لعبة**

راتب عبد الله: $200 \times 120 + 20000 = 24000 + 20000 = \boxed{44000\ DA}$

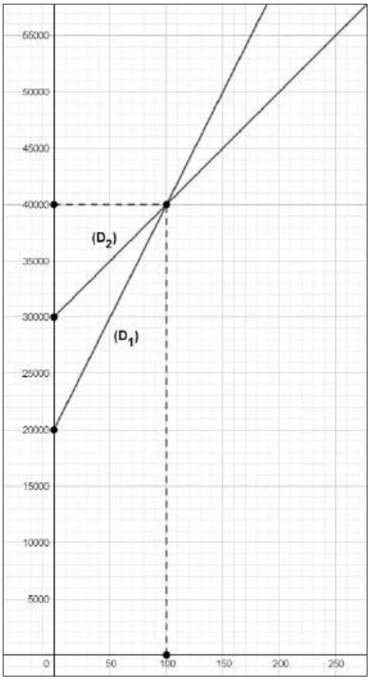
راتب محمد: $100 \times 120 + 30000 = 12000 + 30000 = \boxed{42000\ DA}$

2. **التعبير عن y_1 وy_2 بدلالة x**

$$\boxed{y_1 = 200x + 20000 \quad \text{و} \quad y_2 = 100x + 30000}$$

الجزء الثاني:

1. رسم المستقيمين (D_1) و(D_2) **ممثلي الدالتين h وg**



2. حل جملة المعادلتين التالية:

$$\begin{cases} \boldsymbol{y = 200x + 20000} \\ \boldsymbol{y = 100x + 30000} \end{cases}$$

$200x + 20000 = 100x + 30000$

$200x - 100x = 30000 - 20000$

$100x = 10000$

$x = \frac{10000}{100} = \boxed{100}$

$y = 100 \times 100 + 30000 = 10000 + 30000 = \boxed{40000}$

للجملة حل واحد هو $(100; 40000)$

- **اعطاء تفسير بياني لهذا الحل**

حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين (D_1) و(D_2) التي تمثل تساوي الراتبين عند صنع 100 لعبة.

- من التمثيل البياني يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد عند صنع أكثر من 100 لعبة.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2019

التمرين الأول: (02,5 نقاط)

$$\boldsymbol{B = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{48}} \text{ ، } \boldsymbol{A = \frac{9}{7} \times \left(\frac{10}{3} - 1\right)}$$

1. بيان أنّ A عدد طبيعي.

$$A = \frac{9}{7} \times \left(\frac{10}{3} - 1\right)$$
$$A = \frac{9}{7} \times \left(\frac{10}{3} - \frac{3}{3}\right)$$
$$A = \frac{9}{7} \times \frac{7}{3}$$

ومنه: $A = \frac{9}{3} = \boxed{3}$

2. كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.

$$B = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{48}$$
$$B = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{16 \times 3}$$
$$B = 5\sqrt{3} + 3 \times 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$
$$B = 5\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

ومنه: $\boxed{B = 7\sqrt{3}}$

3. كتابة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{7\sqrt{3}}$$
$$\frac{A}{B} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{7\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$\frac{A}{B} = \frac{3\sqrt{3}}{7 \times 3}$$

ومنه: $\frac{A}{B} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{7}}$

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $\boldsymbol{E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)}$

1. نشر وتبسيط العبارة E.

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$$
$$E = (x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 3x + 2x - 3)$$
$$E = x^2 + 2x + 1 - 2x^2 + x + 3$$
$$\boxed{E = -x^2 + 3x + 4}$$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

$$E=(x+1)^2-(x+1)(2x-3)$$
$$E=(x+1)[(x+1)-(2x-3)]$$
$$E=(x+1)(x+1-2x+3)$$
$$\boxed{E=(x+1)(-x+4)}$$

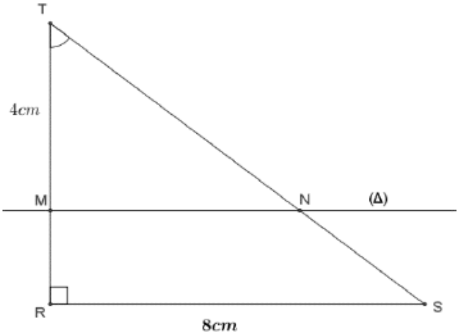
3. حلّ المتراجحة: $3x+4\geq 6x-2$.

$3x+4\geq 6x-2$ معناه $3x-6x\geq -2-4$ أي $-3x\geq -6$ ومنه $\boxed{x\leq 2}$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

RST مثلث قائم في R حيث: $\sin\widehat{RTS}=0,8$ و $RS=8cm$



1. حساب الطولين ST و TR.

في المثلث RST القائم في R لدينا $\sin\hat{T}=\frac{RS}{ST}$ وبالتالي $ST=\frac{RS}{\sin\hat{T}}=\frac{8}{0,8}$

ومنه $\boxed{ST=10\ cm}$.

بما أنّ المثلث RST قائم في R ، فحسب نظرية فيثاغورس لدينا:

$$TR^2=ST^2-RS^2$$
$$TR^2=10^2-8^2$$
$$TR^2=100-64=36$$

ومنه $\boxed{TR=\sqrt{36}=6\ cm}$

2. حساب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة.

في المثلث RST لدينا: $(RS)\parallel(MN)$ لأنهما عموديان على (TR) ، وحسب نظرية طاليس فإنّ :

$\frac{MN}{RS}=\frac{TM}{TR}$ أي $\frac{MN}{8}=\frac{4}{6}$ ومنه $MN=\frac{8\times4}{6}$ إذن $\boxed{MN\approx 5cm}$.

* * *

التمرين الرابع: (03,5 نقاط)

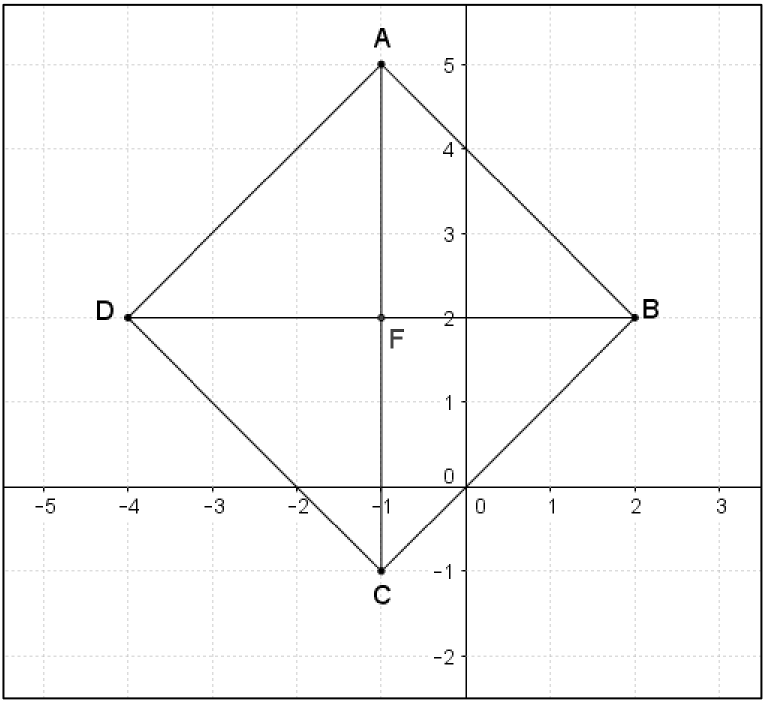
1. **تعليم النقط: $A(-1;5)$ ، $B(2;2)$ ، $C(-1;-1)$.**
(انظر الشكل في نهاية التمرين)

2. **حساب الطولين AB و BC.**

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(3)^2+(-3)^2}=\sqrt{18}=\boxed{3\sqrt{2}}$$

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-3)^2+(-3)^2}=\sqrt{18}=\boxed{3\sqrt{2}}$$

3. **تعيين النقطة D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه F وزاويته $180°$.**



استنتاج من الشكل إحداثيي النقطة D.

إحداثيي النقطة D هي $(-4;2)$.

4. **بيان طبيعة الرباعي $ABCD$.**

لدينا: القطران $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان ومتعامدان والضلعان $[AB]$ و $[BC]$ متقايسان، منه نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ مربّع.

* * *

المسألة: (08 نقط)

1. **حساب عدد الحصص التي يمكن الحصول عليها في كل تسعيرة بمبلغ $2800\ DA$**

حسب التسعيرة الأولى: $\frac{2800}{100}$ أي 28 حصة.

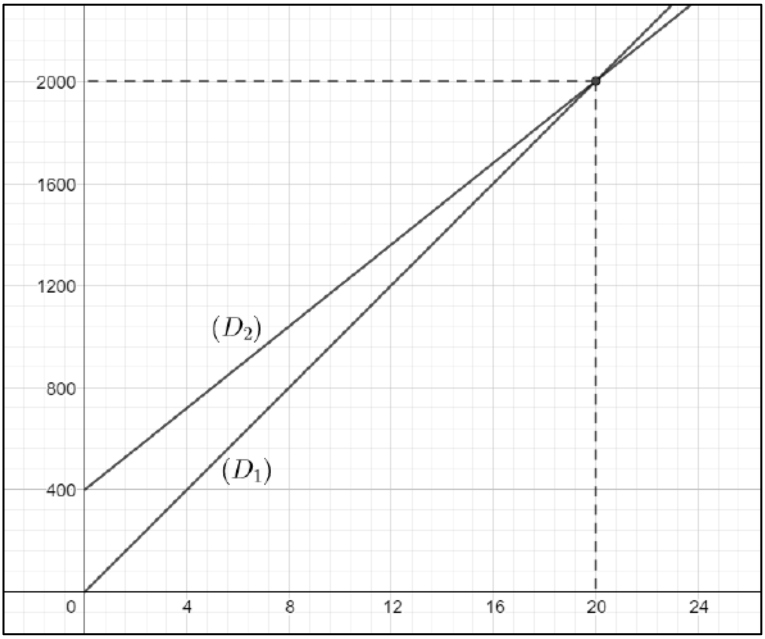
حسب التسعيرة الثانية: $\frac{2800-400}{80}$ أي 30 حصة.

2. **اعطاء أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.**

نرسم المستقيمين (D_1) و(D_2) الممثلين للدالتين f وg حيث:

$f(x) = 100x$ والتي تعبّر عن التسعيرة الأولى.

$g(x) = 80x + 400$ والتي تعبّر عن التسعيرة الثانية.



من التمثيل البياني نستنتج أنّ التسعيرة الأولى أفضل إذا كان عدد الحصص أقل من 20، وتكون التسعيرة الثانية أفضل إذا كان عدد الحصص أكبر من 20، وتتساوى التسعيرتين من أجل 20 حصة خلال شهر واحد.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2020

التمرين الأول: (نقطتان)

$$\boldsymbol{B = 2\sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7}} \text{ ، } \boldsymbol{A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{14}}$$

1. **كتابة A على شكل غير قابل للاختزال.**

$$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{14}$$
$$A = \frac{2}{3} + \frac{7 \times 5}{3 \times 7 \times 2}$$
$$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

ومنه: $A = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \boxed{\frac{3}{2}}$

2. **كتابة B على شكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.**

$$B = 2\sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7}$$
$$B = 2\sqrt{16 \times 7} - 3\sqrt{4 \times 7} + 3\sqrt{7}$$
$$B = 2 \times 4\sqrt{7} - 3 \times 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$$
$$B = 8\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$$

ومنه: $\boxed{B = 5\sqrt{7}}$

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

$$\boldsymbol{E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2}$$

1. **نشر وتبسيط العبارة E.**

$$E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$$
$$E = (3x)^2 + (1)^2 + 2(3x)(1) - [(x)^2 + (2)^2 - 2(x)(2)]$$
$$E = 9x^2 + 1 + 6x - (x^2 + 4 - 4x)$$
$$E = 9x^2 + 1 + 6x - x^2 - 4 + 4x$$
$$\boxed{E = 8x^2 + 10x - 3}$$

2. **تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.**

$$E = (3x + 1)^2 - (x - 2)^2$$
$$E = [(3x + 1) + (x - 2)][(3x + 1) - (x - 2)]$$
$$E = (3x + 1 + x - 2)(3x + 1 - x + 2)$$
$$\boxed{E = (4x - 1)(2x + 3)}$$

3. **حلّ المعادلة: $(4x-1)(2x+3)=0$.**

$(4x-1)(2x+3)=0$ معناه $4x-1=0$ أو $2x+3=0$

$4x-1=0$ ومنه $4x=1$ إذن $x=\frac{1}{4}$

$2x+3=0$ ومنه $2x=-3$ إذن $x=-\frac{3}{2}$

للمعادلة حلان هما: $\boxed{\frac{1}{4} \text{ و } -\frac{3}{2}}$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

1. **بيان نوع المثلث MBA.**

بما أنّ الدائرة (C) محيطة بالمثلث MBA والضلع $[AB]$ قطر لها، نستنتج أنّ المثلث MBA قائم في M.

حساب الطول AM.

في المثلث MBA القائم في M لدينا حسب نظرية فيثاغورس:

$AB^2=AM^2+BM^2$ ومنه $AM^2=AB^2-BM^2$

أي $AM^2=10^2-6^2=64$ ومنه $AM=\sqrt{64}$ إذن $\boxed{AM=8cm}$

2. **حساب قيس الزاوية $\widehat{MBA}$ وإعطاء مدوّر النتيجة إلى الوحدة بالدرجة.**

$\cos\widehat{MBA}=\frac{BM}{AB}=\frac{6}{10}=0,6$ ، إذن $\widehat{MBA}=53,13°$ ومنه $\boxed{\widehat{MBA}\approx 53°}$

3. **حساب الطول BF.**

طريقة ①:

في المثلث AMB لدينا: $(AM)\parallel(EF)$ لأنهما عموديان على (BM) ، وحسب نظرية طاليس فإنّ:

$\frac{BF}{BA}=\frac{BE}{BM}$ أي $\frac{BF}{10}=\frac{4,2}{6}$ ومنه $BF=\frac{10\times 4,2}{6}$ إذن $\boxed{BF=7cm}$.

* * *

التمرين الرابع: (04 نقاط)

1. **تعليم النقط: $A(1;2)$ ، $B(5;-2)$ ، $C(-1;-3)$.**

(انظر الشكل في نهاية التمرين)

2. **حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ واستنتج الطول BC.**

$\overrightarrow{BC}(x_C-x_B;y_C-y_B)$ أي $\overrightarrow{BC}(-1-5;-3+2)$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{BC}(-6;-1)}$

$BC=\sqrt{(-6)^2+(-1)^2}$ أي $BC=\sqrt{36+1}$ ومنه $\boxed{BC=\sqrt{37}}$

3. حساب إحداثيي النقطة M منتصف القطعة $[AC]$.

$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{1-1}{2};\frac{2-3}{2}\right)$ ومنه $\boxed{M\left(0;-\frac{1}{2}\right)}$

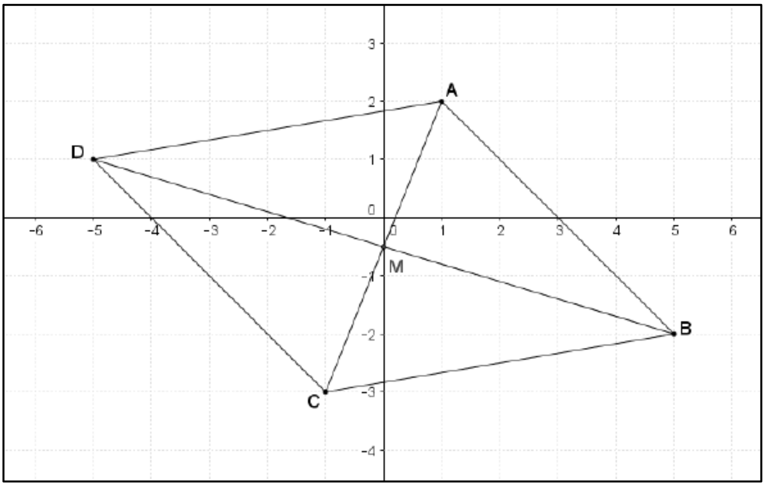
4. تعيين إحداثيي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$

لدينا $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ ومنه: $\begin{cases}x_M-x_B=x_D-x_M\\ y_M-y_B=y_D-y_M\end{cases}$ أي $\begin{cases}-5=x_D\\ -\frac{1}{2}+2=y_D+\frac{1}{2}\end{cases}$

أي $\begin{cases}x_D=-5\\ y_D=1\end{cases}$ ومنه $\boxed{D(-5;1)}$

استنتاج نوع الرباعي $ABCD$.

$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ يعني أنّ النقطة M منتصف القطعة $[BD]$، إذن القطران $[AC]$ و$[BD]$ متناصفان ومنه نستنتج أنّ الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.



* * *

المسألة: (08 نقط)

لحل هذه المسألة لا بد من استغلال جميع المعطيات لحساب أكبر قدر ممكن من المجاهيل حتى نتمكن من تعيين القيمة المطلوبة.

1. حساب محيط القطعة:

$$\mathcal{P}=(60+42)\times 2=\boxed{204\,m}$$

2. حساب أكبر مسافة بين كل شجرتين متتاليتين:

حتى تكون المسافة متساوية وأكبر ما يمكن بين كل شجرتين متتاليتين، نحسب $PGCD(60;42)$.

$$\begin{aligned}60&=42\times 1+18\\ 42&=18\times 2+6\\ 18&=6\times 3+0\end{aligned}$$

ومنه $\boxed{PGCD(60;42)=6}$

3. حساب عدد الأشجار التي يمكن غرسها:

لحساب عدد الأشجار، نقسم محيط القطعة على المسافة بين كل شجرتين متتاليتين:

$$n = \frac{204}{6} = \boxed{34}$$

4. تعيين القيمة التي لا يمكن أن يتجاوزها ثمن الشجيرة حتى يتسنى لعمّي محمود إحاطة القطعة حسب الشروط المذكورة.

نسمي x ثمن الشجيرة الواحدة:

تكلفة غرس 34 شجيرة هي: $34x \times 125\%$ أي $34x \times \frac{125}{100}$ أي $42{,}5x\ DA$

الكلفة الإجمالية لإحاطة هذه القطعة بـ 34 شجيرة هي:

$$34x + 42{,}5x + 1400 = (76{,}5\ x + 1400)\ DA$$

لتعيين القيمة المطلوبة نحل المتراجحة التالية:

$76{,}5\ x + 1400 \leq 32000$ أي $76{,}5\ x \leq 30600$ ومنه $x \leq \frac{30600}{76{,}5}$

إذن $\boxed{x \leq 400\ DA}$.

منه نستنتج أنّ القيمة التي لا يمكن أن يتجاوزها ثمن الشجيرة حتى يتسنى لعمّي محمود إحاطة هذه القطعة حسب الشروط المذكورة هي $400\ DA$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2021

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 567 و 448.

$567 = 448 \times 1 + 119$
$448 = 119 \times 3 + 91$
$119 = 91 \times 1 + 28$
$91 = 28 \times 3 + 7$
$28 = 7 \times 4 + 0$

ومنه $\boxed{PGCD(567; 448) = 7}$

2. كتابة العددين A وB على شكل $a + b\sqrt{7}$

$A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{448} - \sqrt{567}$
$A = \sqrt{16} + \sqrt{64 \times 7} - \sqrt{81 \times 7}$
$A = 4 + 8\sqrt{7} - 9\sqrt{7}$

ومنه: $\boxed{A = 4 - \sqrt{7}}$

$B = \sqrt{63} - \sqrt{28} + 4$
$B = \sqrt{9 \times 7} - \sqrt{4 \times 7} + 4$
$B = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 4$

ومنه: $\boxed{B = 4 + \sqrt{7}}$

3. تعيين قيم x

لدينا: $\frac{4-\sqrt{7}}{x} = \frac{x}{4+\sqrt{7}}$

ومنه: $x^2 = (4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})$

إذن: $x^2 = 16 - 7 = 9$

ومنه: $\boxed{x = -3 \text{ أو } x = 3}$.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. نشر وتبسيط العبارة E.

$E = (x - 3)(x - 10) + 3(x - 3)$
$E = x^2 - 10x - 3x + 30 + 3x - 9$
$\boxed{E = x^2 - 10x + 21}$

2. تحليل العبارة E إلى جداء عاملين.

$E = (x - 3)(x - 10) + 3(x - 3)$
$E = (x - 3)[(x - 10) + 3]$

$E=(x-3)(x-10+3)$

$\boxed{E=(x-3)(x-7)}$

3. حلّ المعادلة: $(x-3)(x-7)=0$.

$(x-3)(x-7)=0$ معناه $x-3=0$ أو $x-7=0$

$x-3=0$ ومنه $x=3$

$x-7=0$ ومنه $x=7$

للمعادلة حلان هما: $\boxed{3 \text{ و } 7}$

4. حساب E من أجل $x=50$.

$E=(50-3)(50-7)$

$E=47\times 43$

ومنه: $\boxed{E=2021}$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

1. حساب الطولين BM و ME.

لدينا في المثلث BEM القائم في B:

$\tan\widehat{M}=\frac{BE}{BM}$ أي $\frac{4,8}{BM}=\frac{4}{3}$ إذن $BM=\frac{4,8\times 3}{4}$ ومنه: $\boxed{BM=3,6}$

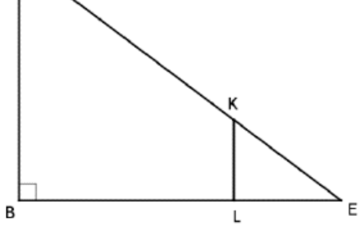
في المثلث BEM القائم في M لدينا حسب نظرية فيثاغورس:

$ME^2=BE^2+BM^2$ أي $ME^2=4,8^2+3,6^2=36$ ومنه $ME=\sqrt{36}$ إذن

$\boxed{ME=6}$

2. اثبات أنّ المستقيمين (BM) و (KL) متوازيان.

النقط E ، K ، M والنقط E ، L ، B في استقامية وبنفس ترتيب، ولدينا: $\frac{EK}{EM}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ و $\frac{EL}{EB}=\frac{1,6}{4,8}=\frac{1}{3}$. منه نستنتج أنّ المستقيمين (BM) و (KL) متوازيان حسب النظرية العكسية لنظرية طاليس.



* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط)

$K(-1;4)$ ، $L(-5;1)$ ، $M(1;-3)$.

1. **حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{LK}$ ثمّ الطول LK.**

$\overrightarrow{LK}(x_K-x_L;y_K-y_L)$ أي $\overrightarrow{LK}(-1+5;4-1)$ ومنه $\boxed{\overrightarrow{LK}(4;3)}$

$LK=\sqrt{4^2+3^2}$ أي $LK=\sqrt{25}$ ومنه $\boxed{LK=5}$

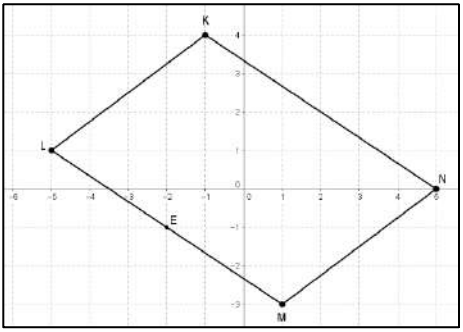
2. **حساب إحداثيي النقطة E منتصف القطعة $[LM]$.**

$E\left(\frac{x_L+x_M}{2};\frac{y_L+y_M}{2}\right)$ أي $E\left(\frac{-5+1}{2};\frac{1-3}{2}\right)$ ومنه $\boxed{E(-2;-1)}$

3. **حساب إحداثيي النقطة N بحيث يكون الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع.**

الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{LK}$ ومنه: $\begin{cases}x_N-x_M=4\\y_N-y_M=3\end{cases}$

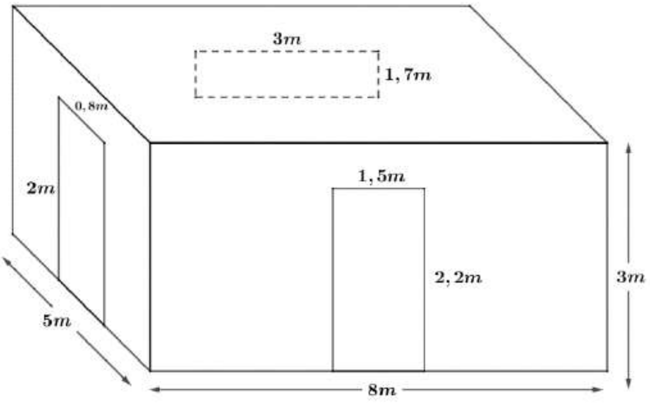
أي $\begin{cases}x_N-1=4\\y_N+3=3\end{cases}$ أي $\begin{cases}x_N=5\\y_N=0\end{cases}$ ومنه $\boxed{N(5;0)}$



* * *

المسألة: (08 نقط)

رسم توضيحي



لحساب أكبر ثمن ممكن لدلو الدهن حتى لا توفق تكلفة الطلاء المبلغ المخصص لها والمقدر بـ: $63000DA$، نتبع الخطوات التالية:

1. نسحب في البداية مساحة جدران القاعة وهي المساحة الجانبية للغرفة وتساوي محيط الغرفة ضرب الارتفاع.
2. نحسب مجموع مساحات الفتحات الثلاث (باب المدخل، باب الشرفة والنافذة).
3. نحسب المساحة المعنية بالطلاء وذلك بطرح مجموع مساحات الفتحات الثلاث من المساحة الجانبية للغرفة.
4. نحسب عدد الدلاء اللازم لعملية الطلي وأجرة العامل.
5. نحل المتراجحة التي تمثل هذه الوضعية.

حساب مساحة جدران القاعة: $A_1 = [2(5+8)] \times 3 = 26 \times 3 = 78m^2$

حساب مساحة باب المدخل: $2{,}2 \times 1{,}5 = 3{,}3m^2$

حساب مساحة باب الشرفة: $2 \times 0{,}8 = 1{,}6m^2$

حساب مساحة النافذة: $3 \times 1{,}7 = 5{,}1m^2$

حساب مجموع مساحات الفتحات الثلاث: $A_2 = 3{,}3 + 1{,}6 + 5{,}1 = 10m^2$

حساب المساحة المعنية بالطلاء: $A = A_1 - A_2 = 78 - 10 = 68m^2$

عدد الدلاء اللازم لعملية الطلي: $68 \div 2{,}5 = 27{,}2$ إذن عدد الدلاء هو 28 دلوا

حساب أجرة العامل: $68 \times 350 = 23800DA$

حساب أكبر ثمن ممكن لدلو الدهن:

ليكن x ثمن الدلو الواحد. لدينا:

$28x + 23800 \leq 63000$ ومنه $x \leq \frac{63000-23800}{28}$ ومنه $x \leq 1400$

إذن أكبر ثمن ممكن لدلو الدهن هو $\boxed{1400DA}$.

* * *

امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2022

التمرين الأول: (03 نقاط)

1. **كتابة العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.**

$$A = \sqrt{80} + 2\sqrt{125} - 3\sqrt{20}$$
$$A = \sqrt{16 \times 5} + 2\sqrt{25 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5}$$
$$A = 4\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$$

ومنه: $\boxed{A = 8\sqrt{5}}$

2. **كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.**

$$B = \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$
$$B = \frac{\left(2 + \sqrt{2}\right) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$
$$B = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \frac{2\left(\sqrt{2} + 1\right)}{2}$$

ومنه: $\boxed{B = \sqrt{2} + 1}$

3. **بيان أنّ: $\boldsymbol{B \times \left(\sqrt{2} - 1\right)}$ عدد طبيعي.**

$B \times \left(\sqrt{2} - 1\right) = \left(\sqrt{2} + 1\right)\left(\sqrt{2} - 1\right)$ ومنه $B \times \left(\sqrt{2} - 1\right) = \sqrt{2}^2 - 1^2$

أي $B \times \left(\sqrt{2} - 1\right) = 1$ وبالتالي فإنّ العدد $B \times \left(\sqrt{2} - 1\right)$ طبيعي.

* * *

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. **نشر وتبسيط العبارة E:**

$$E = (2x - 3)(x - 2)$$
$$E = 2x^2 - 4x - 3x + 6$$
$$\boxed{E = 2x^2 - 7x + 6}$$

2. **تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:**

$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x - 3)(2x - 1)$$
$$F = (2x - 3)(x - 2) - (2x - 3)(2x - 1)$$
$$F = (2x - 3)[(x - 2) - (2x - 1)]$$
$$F = (2x - 3)(x - 2 - 2x + 1)$$
$$\boxed{F = (2x - 3)(-x - 1)}$$

3. **حلّ المعادلة: $\boldsymbol{(2x - 3)(-x - 1) = 0}$.**

$(2x - 3)(-x - 1) = 0$ معناه $2x - 3 = 0$ أو $-x - 1 = 0$

$2x-3=0$ أي $2x=3$ ومنه $x=\frac{3}{2}$

$-x-1=0$ ومنه $x=-1$

للمعادلة حلان هما: $\boxed{\frac{3}{2}\text{ و }-1}$

* * *

التمرين الثالث: (03 نقاط)

1. **تعيين الثنائية حل الجملة:** $\begin{cases} \boldsymbol{x+y=30} \\ \boldsymbol{x+\frac{5}{2}y=45} \end{cases}$

$\begin{cases} 10+20=30 \\ 10+\frac{5}{2}(20)=60 \end{cases}$ منه الثنائية $(10;20)$ ليست حلا للجملة

$\begin{cases} 20+10=30 \\ 20+\frac{5}{2}(10)=45 \end{cases}$ منه الثنائية $(20;10)$ حل للجملة

2. **حل الجملة:** $\begin{cases} \boldsymbol{x+y=30 \ldots} ① \\ \boldsymbol{2x+5y=90 \ldots} ② \end{cases}$.

$\begin{cases} x+y=30 \ldots ① \\ 2x+5y=90 \ldots ② \end{cases}$ نضرب المعادلة ① في (-2) $\begin{cases} -2x-2y=-60 \ldots ③ \\ 2x+5y=90 \ldots ② \end{cases}$

بجمع المعادلتين ② و③ نجد $3y=30$ أي $y=10$ وبالتعويض في المعادلة ① نجد $x=20$، ومنه حل الجملة السابقة هو الثنائية $\boxed{(10;20)}$.

* * *

التمرين الرابع: (03 نقاط)

$A(3;2)$، $B(1;-2)$ و $C(-3;0)$.

1. **تعيين طبيعة المثلث ABC.**

$$AB=\sqrt{(1-3)^2+(-2-2)^2}$$

$$AB=\sqrt{(-2)^2+(-4)^2} \quad \text{ومنه} \quad AB=2\sqrt{5}$$

$$AB=\sqrt{20}$$

لدينا: $AB^2+BC^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2=40$ و $AC^2=\left(2\sqrt{10}\right)^2=40$

بما أنّ: $AB^2+BC^2=AC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم في B حسب خاصية فيثاغورس العكسية وبما أنّ $AB=BC$ فإنّ المثلث ABC متساوي الساقين.

2. **تعيين إحداثيتي النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.**

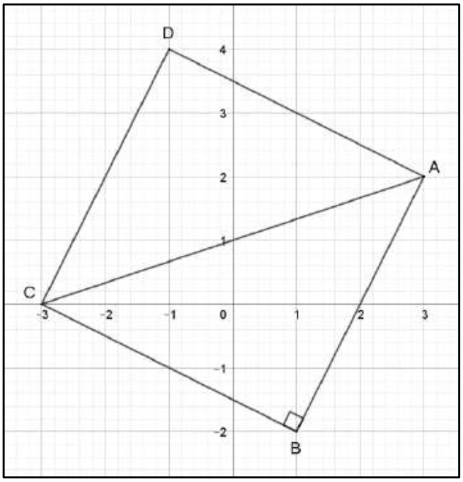
النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ يعني $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ ومنه:

$$\begin{cases} x_C - x_D = x_B - x_A \\ y_C - y_D = y_B - y_A \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} -3 - x_D = 1 - 3 \\ -y_D = -2 - 2 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 4 \end{cases}$$

ومنه $\boxed{D(-1;4)}$

3. بيان أنّ الرباعي $ABCD$ مربّع.

بما أنّ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإنّ الرباعي $ABCD$ متوازي لأضلاع، وبما أنّ المثلث ABC قائم في B ومتساوي الساقين، فإنّ الرباعي $ABCD$ مربع.



* * *

المسألة: (08 نقط)

1.

أ. حساب أكبر عدد من التشكيلات يمكن تكوينها

أكبر عدد من التشكيلات يمكن تكوينها هو: $PGCD(1188;528)$

$$1188 = 528 \times 2 + 132$$
$$528 = 132 \times 4 + 0$$

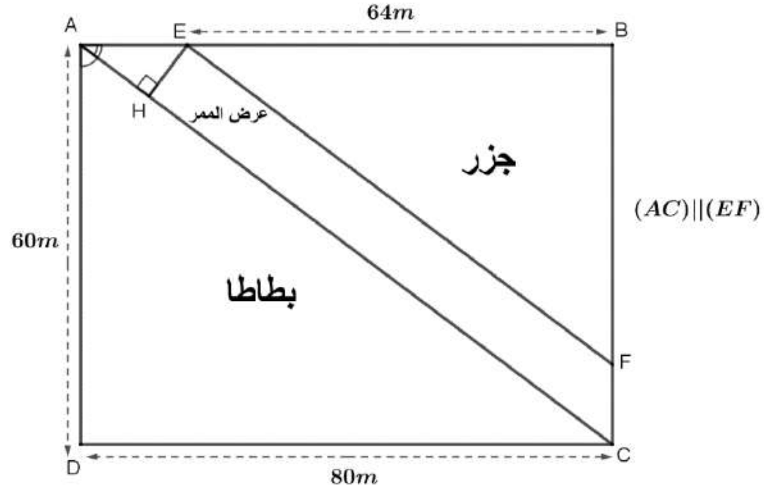
ومنه: $\boxed{PGCD(1188;528) = 132}$

ب. حساب عدد صناديق البطاطا وعدد صناديق الجزر في كل تشكيلة

$1188 \div 132 = 9$ ومنه عدد صناديق البطاطا في كل تشكيلة هو $\boxed{9 \text{ صناديق}}$

$528 \div 132 = 4$ ومنه عدد صناديق الجزر في كل تشكيلة هو $\boxed{4 \text{ صناديق}}$

2. حساب عرض الممر الذي حدده الفلاح



عرض الممر هو طول القطعة $[EH]$ حيث H هي المسقط العمودي لـ E على $[AC]$:

في المثلث القائم ADC لدينا:

$\tan D\hat{A}C = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{CD}{AD} = \frac{80}{60} = \boxed{\frac{4}{3}}$ ، منه: $D\hat{A}C = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx \boxed{53°}$

وبالتالي فإنّ: $H\hat{A}E = 90 - D\hat{A}C \approx 90 - 53 \approx \boxed{37°}$

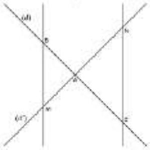
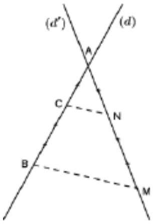
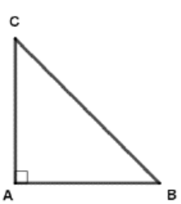
في المثلث القائم HAE لدينا:

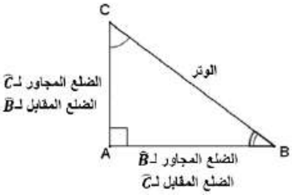
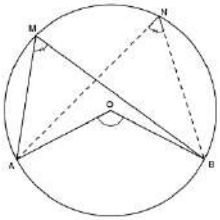
$\sin H\hat{A}E = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{EH}{AE} = \frac{EH}{80-64} = \frac{EH}{16}$ ، منه: $EH = 16 \times \sin 37$

أي $EH = 16 \times 0,6$ ومنه: $\boxed{EH \approx 10m}$.

* * *

مفكرة التلميذ

العمليات على الجذور	$b\sqrt{a}+c\sqrt{a}=(b+c)\sqrt{a}$ $b\sqrt{a}-c\sqrt{a}=(b-c)\sqrt{a}$ $c\sqrt{a}\times d\sqrt{b}=(c\times d)\sqrt{a\times b}$
المتطابقات الشهيرة	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
تعيين عبارة دالة خطية **تعيين عبارة دالة تآلفية**	$a=\frac{f(x)}{x}$ $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\ ;\begin{cases}b=f(x_1)-ax_1\\b=f(x_2)-ax_2\end{cases}$
نظرية طاليس  **النظرية العكسية** 	إذا كان (BM) و (CN) متوازيين فإنّ $\frac{AM}{AN}=\frac{AB}{AC}=\frac{MB}{CN}$ إذا كان $\frac{AN}{AM}=\frac{AC}{AB}$ والنقط A ، N ، M و A ، C ، B بنفس الترتيب فإنّ (CN) و (MB) متوازيان.
نظرية فيثاغورس  **النظرية العكسية**	إذا كان المثلث ABC قائما في A فإنّ $BC^2=AB^2+AC^2$ إذا كان لدينا $BC^2=AB^2+AC^2$ فإنّ المثلث ABC قائم في A

النسب المثلثية في مثلث قائم  	$\sin\widehat{\alpha} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$; $\cos\widehat{\alpha} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\tan\widehat{\alpha} = \frac{\sin\widehat{\alpha}}{\cos\widehat{\alpha}} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$ $\sin\widehat{C} = \frac{AB}{BC}$; $\cos\widehat{C} = \frac{AC}{BC}$; $\tan\widehat{C} = \frac{AB}{AC}$
العلاقات بين النسب المثلثية	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
حساب إحداثيتي شعاع	$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$
حساب إحداثيتي منتصف قطعة	$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
حساب المسافة بين نقطتين	$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في دائرة	$\underbrace{\widehat{AMB}}_{\text{محيطية}} = \underbrace{\widehat{ANB}}_{\text{محيطية}}$ $\underbrace{\widehat{AOB}}_{\text{مركزية}} = 2\,\underbrace{\widehat{AMB}}_{\text{محيطية}}$ 
مساحة الكرة	$\mathcal{A} = 4\pi R^2$
حجم الجلة	$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$
التكبير والتصغير	**إذا كبّرنا أو صغّرنا مجسّما بالسلم k ، فإنّ:** • **أبعاده تضرب في العدد** k • **مساحته تضرب في العدد** k^2 • **حجمه يُضرب في العدد** k^3.

فهرس

تم بحمد الله

أتمنى لكم التوفيق في امتحان
شهادة التعليم المتوسط
مع تحيات الأستاذ عبد الكريم واضي