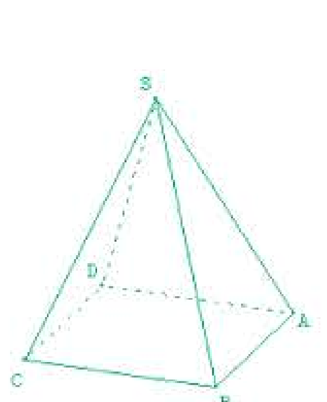
المجسمــات



الهرم :

الهرم هو مجسم يتميز بـ:
- قاعدة شكلها مضلع
- رأس هو نقطة خارجية عن مستوى القاعدة .
-أوجه جانبية هي مثلثات لها رأس مشترك
هو رأس ، هرم ، و لكل مثل من هذه المثلثات ضلع مشترك مع القاعدة .

الهرم المنتظم :

الهرم المنتظم هو هرم قاعدته مضلع منتظم و ارتفاعه يشمل مركز الدائرة .

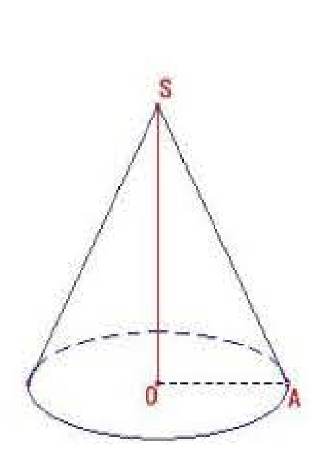
ملاحظة :

الأوجه الجانبية لهرم منتظم هي مثلثات متقايسة ، و كل منها متساوي الساقين .

* إرتفاع الهرم هو القطعة التي تشمل رأس الهرم و تعامد مستوى القاعدة .

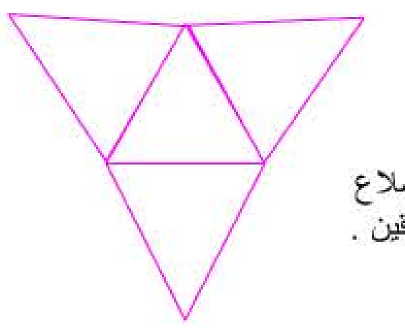
مخروط الدوران :

مخروط الدوران هو مجسم يولد
عن دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين .
مخروط الدوران المولد عن دوران
المثلث القائم SOA حول (SO) له :

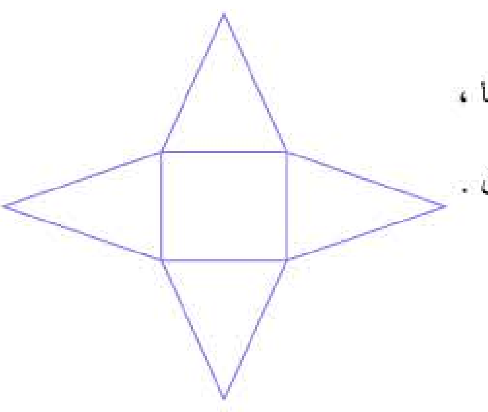


-رأس هو النقطة S .
- قاعدة هي القرص الذي مركزه O و نصف قطره $[OA]$
تمثل القطعة $[SO]$ ارتفاع الهرم ، و القطعة $[SA]$ مولد السطح الجانبي للمخروط .

تصميم هرم منتظم :



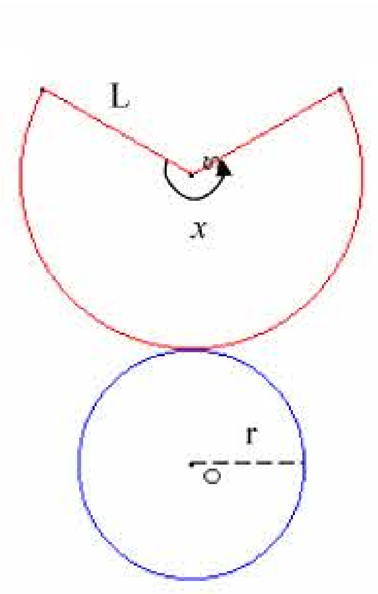
تصميم هرم منتظم هو شكل مستوي .
- إذا كانت قاعدة الهرم المنتظم مثلثا ،
فإن تصميمه يتكون من مثلث متقايس الأضلاع
و 3 مثلثات متقايسة كل منها متساوي الساقين .



- إذا كانت قاعدة الهرم المنتظم مربعا ،
فإن تصميمه يتكون من مربع
و 4 مثلثات متقايسة متساوية الساقين .

تصميم مخروط دوران :

تصميم مخروط دوران نصف قطر قاعدته r و طول مولد له L هو شكل مستو يتكون من :
- قطاع قرص نصف قطره L و زاويته x حيث :
$x = 360° \times \frac{r}{L}$ (يمثل السطح الجانبي)
- قرص نصف قطره r (يمثل القاعدة)



العلاقة بين L , h , r :

بما أن المثلث SOA قائم في O إذن : $L^2 = h^2 + r^2$

حجم المجسمات

- حجم هرم منتظم مساحة قاعدته B و ارتفاعه h يساوي: $V = \frac{1}{3} \times B \times h$
- حجم مخروط دوراني مساحة قاعدته B و ارتفاعه h يساوي:

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

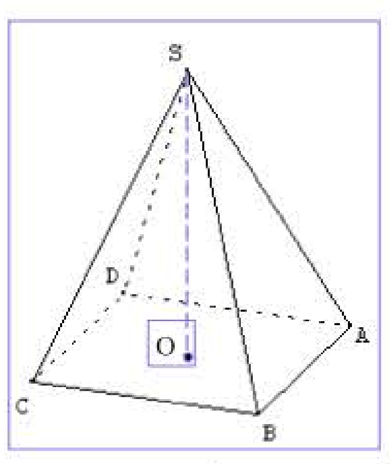
ملاحظة:

بما أن مساحة قاعدة المخروط هي $B = \pi R^2$ فإن حجمه يساوي :

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

تمرين تطبيقي :

هرم منتظم رأسه S و قاعدته مربع ABCD طول ضلعه 5cm ، و ارتفاعه $SO = 6cm$.
1- أرسم هذا الهرم .
2- أحسب حجم الهرم .
3- المساحة الجانبية لهذا الهرم تتكون من 4 مثلثات .
أ- ما هي طبيعة هذه المثلثات ؟
ب- نسمي $[SH]$ ارتفاع أحد هذه المثلثات . أحسب SH ؟
4- أحسب المساحة الكلية لهذا الهرم .
5- أنجز تصميما لهذا الهرم .



حل التمرين التطبيقي :

المعطيات: H = 6cm ، a = 5cm
(1)

(2) حجم الهرم هو:

$$V = \frac{1}{3} B \times H = \frac{a^2 \times H}{3} = \frac{(5)^2 \times 6}{3} = 25 \times 2 = 50cm^3$$

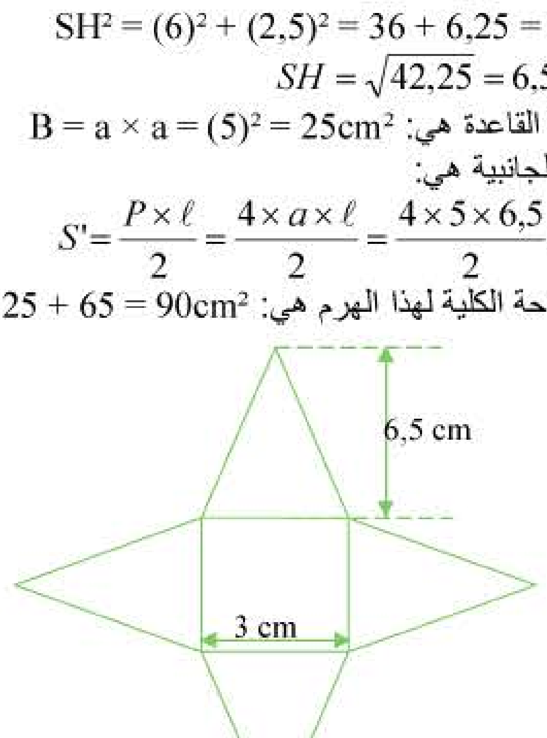
(3) أ. المثلثات متقايسة و متساوية الساقين.
ب. المثلث SOH قائم في O
إذن: $SH^2 = SO^2 + OH^2$

$$SH^2 = (6)^2 + (2,5)^2 = 36 + 6,25 = 42,25$$

ومنه: $SH = \sqrt{42,25} = 6,5cm$

(4) مساحة القاعدة هي: $B = a \times a = (5)^2 = 25cm^2$
المساحة الجانبية هي:

$$S' = \frac{P \times \ell}{2} = \frac{4 \times a \times \ell}{2} = \frac{4 \times 5 \times 6,5}{2} = 65cm^2$$

ومنه فالمساحة الكلية لهذا الهرم هي: $S = B + S' = 25 + 65 = 90cm^2$

(5)