الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

# دليل الأستاذ
# لمادة الرياضيات

السنة **3** متوسط

# فهرس الدليل

**الجزء الاول : معلومات عامة من وثيقة البرنامج**


1– تقديم المادة ...................................................................ص 3
2– الكفاءات المستهدفة في نهاية التعليم المتوسط ...........................ص 4
3– برنامج السنة الثالثة ........................................................ص 5
4– تقديم كتاب الرياضيات ..................................................... ص 8
5– تسيير الوضعيّات التعليمية / التعلّمية ........................................ ص 16


**الجزء الثاني : تقديم وتحليل أنشطة الكتاب المدرسي.**


• الأعدادَ والحساب العددي
1– الأعداد النسبية ................................................................ ص 19
2– عمليات على الكسور – الأعداد الناطقة......................................... ص 26
3– القوى ذات أسس صحيحة ....................................................ص 32
4– الحساب الحرفي ................................................................ ص 42
5– حلّ مشكلات ومعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ................. ص48
• تنظيم المعطيات :
6– التناسبية ........................................................................ص 64
7– تنظيم المعطيات ................................................................. ص 77
• الهندسة
8– مستقيم المنتصفين – المثلّثات المعينة بمستقيمين متوازيين وقاطعان غير متوازيين ........ ص 84
9– حالات تقايس المثلثان – المستقيمات الخاصة ................................. ص 99
10– المثلث القائم والدائرة ......................................................... ص 109
11– الانسحاب .......................................................................ص 116
12– المجسمات .......................................................................ص 126


## من وثيقة البرنامج

**1. تقديم المادة** : إنّ تعلّم الرياضيات و استعمالها يساهمان بقدر كبير في اكتساب قدرات ذهنية و تطويرها بشكل منسجم، و ذلك على مستوى :

– اكتساب الكفاءات على التجريد، وعلى القدرة على استعمالها لترجمة مشكلة مجردة أو ملموسة لها علاقة بالحياة اليومية أو بالمواد التعليمية الأخرى ( الفيزياء، علوم الطبيعة والحياة )
– والإحصاء والإعلام الآلي وعلم الزلازل ... ) في تعبير خاص بالرياضيات.
– اكتساب كفاءات مثل طرح مشكلة بكيفية سليمة قصد حلها وعلى مستوى آخر، و لكون هيكلة الرياضيات قارة و منسجمة و صارمة، فإنّ الرياضيات تضمن من خلال تطبيقاتها في العلوم الأخرى تعبيرا ملائما يسمح لمختلف المواد التعليمية أن تشرح و تصاغ بوضوح و تفهم و تتطور.

تساهم الرياضيات في بناء شخصية التلميذ ودعم استقلاليته وتسهيل مواصلة تكوينه المستقبلي.

كما تسمح للتلميذ باكتساب أدوات مفهوماتية و إجرائية مناسبة تمكنه من التكيف بثقة و فعالية، في محيط اجتماعي متطلب أكثر فأكثر، في عالم شمولي يتحول باستمرار. وينتظر من تدريس الرياضيات تحقيق غرضين اثنين : أحدهما ذو طابع تكويني ثقافي و الآخر نفعي.

يحتل تعلم الرياضيات في التعليم القاعدي مكانة هامة بفضل مساهمته المعتبرة التي يمكن أن يقدمها لتحقيق الأهداف المسطرة لهذا المستوى. فمن الأهمية إذن تأكيد هذا الدور في تكوين التلميذ.

تهدف مرحلة التعليم المتوسط، إلى منح التلميذ مكتسبات تُمكنه من مواصلة تعلماته المستقبلية كما تُساهم إلى جانب المواد الأخرى في تسهيل اندماجه في الحياة المهنية.

و الغرض، قبل كل شيء، هو دعم مكتسبات تمدرُس المرحلة الابتدائية بضمان ترابط جيّد مع المرحلة المتوسطة.

و يتمثل الأمر فيما بعد في تزويد التلميذ بمعارف تسمح له بحل مشاكل بسيطة يمكن أن يواجهها سواء في حياته اليومية أو في تعلمات مواد أخرى، و هذا بإرجاعها، عند الحاجة، إلى نماذج رياضية.

كما ينتظر من تعلّم الرياضيات أن تساهم في التكوين الفكري للتلميذ، إذ ينبغي لهذا التعليم بالخصوص، أن يدرب التلميذ على التفكير الاستنتاجي و يحثه على الدقة و يثير عنده التخيّل و يطوّر ميزاته في العناية و التنظيم.

إنّ الرياضيات حاضرة أكثر من أي وقت مضى في المحيط الاجتماعي و الاقتصادي و الإعلامي و الثقافي للإنسان، خاصة مع تطوّر الوسائل التكنولوجية للحساب السريع مثل الآلة الحاسبة و الحاسوب ...، فمن الطبيعي إذن إدخال هذا البُعد في البرنامج الجديد حتّى يتحكّم التلميذ تدريجيا في هذه الوسائل.

## 2. الكفاءات المستهدفة في نهاية التعليم المتوسط

تعتبر هذه الكفاءات بمثابة ملمح تخرج التلميذ في نهاية التعليم المتوسط و قد سبق تقديمها في برنامج السنة الأولى. و تتشكل من :

- **الكفاءات العرضية**

يسعى تدريس الرياضيات في التعليم القاعدي إلى :

- جعل التلميذ يكتشف ويفهم ما حوله من أشياء ومفاهيم وظواهر مألوفة وعلاقات وتنظيمات.
- جعل التلميذ يُجنّد مكتسباته الرياضية و يُحوّلها لحلّ مشاكل من الحياة اليومية و من المواد الأخرى (فيزياء، تكنولوجيا، ...).
- تدريب التلميذ على ممارسة خطة علمية في معالجة حلول المشكلات و ذلك بالتنمية التدريجية لقدرات التجريب و الاستدلال و التصور و التحليل النقدي.
- المساهمة في تكوين شخصية التلميذ بتنمية الثقة بالنفس لديه و الاستقلالية و حثه على بذل الجهد و المثابرة و التنظيم و العناية في العمل و تدريبه على التعبير السليم.

• **الكفاءات الرياضية**

| الأنشطة العددية | تنظيم معطيات | الأنشطة الهندسية |
|---|---|---|
| – معرفة و استعمال الأعداد (الطبيعية، العشرية، النسبية، الناطقة، الصماء).<br>– ممارسة العمليات الحسابية على الأعداد.<br>– التمكن تدريجيا من التعبير الحرفي و استعماله.<br>– التمكن من توظيف المعادلات و المتراجحات في حل مشكلات. | – اكتساب إجراءات متنوعة مرتبطة بالتناسب و تطبيقها في حل مشاكل (جداول تناسبية، النسبة المئوية، المقياس، مقادير حاصل القسمة و الجداء، الدوال الخطية و التآلفية).<br>– معرفة واستعمال وتحديد (بالقياس أو بالحساب) مقادير (الأطوال، المساحات، الحجوم).<br>– تنظيم معطيات في شكل جداول أو مخططات، قراءتها و تحليلها.<br>– تنظيم و تمثيل و تحليل سلسلة إحصائية. | – معرفة الأشكال الهندسية المستوية المألوفة (المثلث، المستطيل، المربع، المعين، الدائرة) و المجسمات (متوازي المستطيلات).<br>– استعمال التناظر المركزي في دراسة و إنشاء بعض الأشكال الهندسية المألوفة.<br>– الاستعمال السليم للأدوات الهندسية (المدور، الكوس، المنقلة). |
| – بناء براهين بسيطة و الحكم على صدق استدلال بتوظيف مكتسباته، في مختلف مجالات المادة (المجال العددي، المجال الهندسي، مجال الدوال و تنظيم معطيات). و ذلك بـ :<br>• صياغة خاصية أو التعبير بلغة رياضياتية سليمة.<br>• ترييض مشكلة و حلّها.<br>• تعليل نتيجة أو خاصية باستدلال رياضياتي.<br>• تعميم خاصية بالتدريج. | | |

## 3. برنامج السنة الثالثة

### 1.3 - تقديم البرنامج

تمّ بناء برنامج السنة الثالثة من التعليم المتوسط، كما هو الحال بالنسبة إلى السنتين الأولى و الثانية، على أساس منهجية ترتكز على البحوث الحديثة في تعليمية الرياضيات و تطورات العلوم عامة

و التحدي المتمثل في الإدخال التدريجي للتكنولوجيات الحديثة من جهة و منهجية تضمن الانسجام في مقاربة المفاهيم و كتابة التوجيهات البيداغوجية و اختيار الأنشطة من جهة أخرى، كلّ ذلك يندرج في إطار مرجعية تتبنى المقاربة بالكفاءات التي تعطي للتعلمات معنى و تمنح لكلّ من التلميذ و الأستاذ دورا جديدا . لذلك، فالبرنامج يقوم على بعض المبادئ، يمكن تلخيصها فيما يلي :

- تحسين استمرارية التعلّمات .
- تقديم المفهوم عند ضرورة استعماله .
- تفضيل، قدر الإمكان، الجانب الأداتي لمفهوم ما، قبل تناوله كموضوع للدراسة .
- ممارسة تعليم حلزوني و ضمان تدرج المكتسبات .
- الشروع بالتدرج في تدريب التلميذ على الاستدلال .
- جعل التلميذ فاعلا .

**2.3 - الكفاءات الرياضية في نهاية السنة الثالثة**

| الأنشطة العددية | الدوال وتنظيم المعطيات | الأنشطة الهندسية |
|---|---|---|
| - ممارسة الحساب على الكسور و على الأعداد النسبية والأعداد الناطقة .<br>- ممارسة الحساب على قوى عدد .<br>- التدريب على الحساب الحرفي (تبسيط و نشر عبارات جبرية بسيطة) .<br>- حلّ مشكلات بتوظيف المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد . | - التعرف على وضعيات تناسبية انطلاقا من تمثيلات بيانية .<br>- استغلال التناسبية في :<br>• استعمال وحدات الزمن .<br>• التعرف على الحركة المنتظمة و الحساب عليها .<br>• إجراء التحويلات المرتبطة بوحدات مقادير حاصل قسمة .<br>• حلّ مشكلات متعلقة بالنسب المئوية و الكميات أو التكرارات .<br>- تقديم سلسلة إحصائية في جدول و تمثيلها .<br>- تجميع معطيات إحصائية في فئات و حساب تكرارات .<br>- حساب تكرارات نسبية .<br>- حساب متوسط سلسلة إحصائية . | - معرفة حالات تقايس المثلثات واستعمالها .<br>- معرفة النظريات المتعلقة بمستقيم المنتصفين في مثلث واستعمالها .<br>- معرفة تناسبية أطوال أضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين و قاطعين لهما واستعمالها .<br>- تمييز المثلث القائم بإحاطته بدائرة أو بعلاقة فيثاغورث .<br>- إجراء حسابات في المثلث القائم .<br>- تعريف المستقيمات الخاصة في مثلث و إنشاؤها ومعرفة خواصها و استعمالها .<br>- إنشاء صور أشكال بسيطة وأشكال مألوفة بالانسحاب .<br>- معرفة خواص الانسحاب واستعمالها في تبرير بعض النتائج .<br>- معرفة الهرم و مخروط الدوران و حساب حجم كل منهما |

– العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير و إنجاز حلّ.

– بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.

## 3.3- مضامين البرناج

### 1.3.3- الأنشطة العددية :

يظلّ نشاط «**حلّ مشكلات**» ( من الرياضيات أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية ) يحتلّ مكانة أساسية في مجال الأنشطة العددية حيث يسمح للتلميذ :

– بممارسة الحساب العددي في أشكاله المختلفة ( الحساب الذهني و الحساب الأداتي و الحساب المتمعن فيه ) حول مختلف الأعداد ( الكسور و الأعداد النسبية و الأعداد الناطقة ).

– بمواصلة التدريب التدريجي على الحساب الحرفي.

– بحلّ معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

### 2.3.3- الدوال وتنظيم المعطيات :

تُعد التناسبية أحد المواضيع الأساسية في التعليم المتوسط. في السنة الثالثة يكون التعرض لهذا المحور من جانب التمثيل البياني من خلال دراسة الخاصية المتعلقة باستقامية النقاط مع مبدأ المعلم. كما تُوظف التناسبية في التعرّف على الحركة المنتظمة و في استعمال الوحدات المألوفة لقياس الزمن.

و تبقى مساهمة الرياضيات في تكوين المواطن أحد الأغراض الرئيسية لهذا المجال لما له من تطبيقات في الحياة اليومية. و من خلال الجزء المتعلق بالإحصاء، يسعى برنامج السنة الثالثة إلى تعويد التلميذ على استعمال التعابير الأساسية للإحصاء الوصفي و الشروع في معالجة سلاسل إحصائية بسيطة.

### 3.3.3- أنشطة هندسية :

يواصل التلميذ في السنة الثالثة العمل على الأشكال المألوفة من المستوي ( المثلث، الدائرة ... ) و المجسمات المألوفة.

تعتبر حالات تقايس المثلثات آداة إضافية قد يلجأ التلميذ إلى توظيفها في بناء بعض البراهين.

إنّ إدخال مفهوم المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان يسمح بتجنيد مفهوم التناسبية. أمّا نظرية فيثاغورث، فتسمح بتمييز المثلث القائم و إجراء حسابات عليه. يتوسّع حقل التحويلات النقطية بالتطرّق إلى الانسحاب الذي يربط بمتوازي الأضلاع.

كما يتوسّع حقل المجسمات بدراسة الهرم و مخروط الدوران و هو ما يسمح بمواصلة تنمية قدرات التلاميذ على الرؤية في الفضاء و تمثيل أشياء من الفضاء و تجنيد مكتسباتهم حول الأشكال المستوية.

تسمح الأنشطة الهندسية، بقدر كبير، بمواصلة تنمية قدرات التلميذ على البحث و اكتشاف نتائج جديدة ( خواص، نظريات ) و مواصلة تدريبه على الاستدلال الاستنتاجي من خلال براهين مهيكلة أكثر فأكثر. و يُعد استعمال بعض وسائل الإعلام الآلي، عند توفُرها، مناسبة تسمح للتلميذ بمعاينة و مشاهدة بعض الوضعيات و إجراء تجارب عليها تساعده على وضع تخمينات يعمل على تبريرها .

## 4. تقديم كتاب الرياضيات .

يعتمد محتوي هذا الكتاب المنهاج الرسمي لوزارة الالتربية الوطنية الذي اعتمد في جويلية 2004 و المبني وفق المقاربة بالكفاءات . فهو امتداد طبيعي لمنهاج السنة الثانية متوسط .

نقدم في هذا الكتاب المفاهيم الرياضية المستهدفة في المنهاج على شكل وضعيات مشكل أو حل مشكلات أو مشاكل مفتوحة تراعي سن التلميذ .

### 1- الأنشطة العددية :

تسمح الأنشطة المقترحة على التلميذ بممارسة الحساب العددي في أشكاله المختلفة ( ذهني، أداتي، متمعن ) حول الأعداد ( نسبية،كسرية، ناطقة ) .

تسمح كذلك بواصلة التدريب التدريجي على الحساب الحرفي و بحل معادلات من الدرجة الأولى بمجعول واحد .

### 2- أنشطة تنظيم المعطيات :

تساعد الأنشطة المقترحة التلميذ على استثمار التمثيلات البيانية في التعرف على وضعيات تناسبية كما تسمح بالتعرف على الحركة المنتظمة و استعمال وحدات قياس الزمن والنسبة المئوية .

كذلك تسمح بتنظيم و قراءة المعطيات باستخدام أدوات احصائية ( التكرارات، المتوسط )
و تكنولوجية ( مجدولات ) .

### 3- الانشطة الهندسية :

تهدف الأنشطة المقترحة على التلميذ لتنمية حس الملاحظة الدقيقة لديه، و تطوير البراعة اليدوية في الانشاءات الهندسية، و تنمية قدراته و التخمين و الاستدلال من خلال أدوات هندسية ( تقايس مثلثات، انسحاب، . . . )، و تكنولوجية ( حاسبة، برمجيات، هندسة حركية ) .

يتكون الكتاب من 21 بابًا ( 5 في الاعداد، 2 في الدوال و تنظيم المعطيات، 5 في الهندسة ) .

يتضمن كل باب الفقرات الآتية :

**اختبر مكتسباتك :**
تمثل هذه الفقرة تقويما تشخيصيا للمكتسبات التي توظّف خلال الدرس.

**تمعن و اكتشف :**

أنشطة هذه الفقرة عبارة عن حلّ مشكلات أو وضعيات مشكلات أو مشكلات مفتوحة تهدف الى بناء معرفة أو اكتساب كفاءة، تنجز فرديا أو جماعيا أو في أفواج.

**تزود :**

في هذه الفقرة تصاغ المعارف و المفاهيم التي استهدفتها الفقرة السابقة.

**للتوظيف :**

هي عبارة عن أنشطة حلّ مشكلات أو وضعيات مشكلات مفتوحة، يجند من خلالها التلميذ معارفه السابقة لكشف خواصه أو تدعيم مكتسابته أو التعمق في المفاهيم.

**للترسيخ :**

تصاغ في هذه الفقرة الخواص و المفاهيم التي تناولها الفقرة السابقة.

لتتعلم كيف تحرر :

يطلب من التلميذ أن يحلل فرديا التمرين أو المسألة، ثم يقارن عمله بعمل زملائه و بالحل المقترح، حتى يكتسب تدريجيا تقنيات البحث عن حل و برهان و كيفية تحرير مسألة و يتجاوز الصعوبات التي تواجهه في هذا السياق.

**قوّم مكتسباتك :**

يقوّم التلميذ مدى تحكمه في المكتسبات الجديدة.

**لتتمرّن :**

تقترح مجموعة من التمارين و المسائل المتعلقة بالمفاهيم الجديدة و كذا مسائل مدمجة تسمح للأستاذ بتقويم مكتسبات التلميذ.

و أخيرا نرجو أن يكون كتابنا هذا في محتواه و تنظيمه و منهجيته سندا في مجال تطوير تعلّم الرياضيات بالنسبة للمتعلم و سندا في مجال تدريس الرياضيات بالنسبة للمعلم.

## فهرس كتاب التلميذ


| الباب | العنوان | الصفحة |
|---|---|---|
| | المقدمة<br>تقديم الكتاب<br>فهرس الكتاب<br>جدول الكفاءات الرياضية | |
| 1 | **الأنشطة العددية**<br>الأعدادالنسبية ........................................ | 8 |
| 2 | عمليات على الكسور و الأعداد ا لناطقة ........................................ | 22 |
| 3 | القوى ذات أسس نسبية صحيحة ........................................ | 14 |
| 4 | الحساب الحرفي ........................................ | 36 |
| 5 | حلّ مشكلات و معادلات من الدرجة الأولى ........................................ | 57 |
| | **تنظيم المعطيات** | |
| 6 | التناسبية ........................................ | 29 |
| 7 | تنظيم المعطيات ........................................ | 108 |
| | **الأنشطة الهندسية** | |
| 8 | المثلثات : مستقيم المنتصفين في مثلث........................................ | 122 |
| 9 | المثلثات : حالات تقايس المثلثات ـ المستقيمات الخاصة في مثلث | 135 |
| 10 | المثلث القائم و الدائرة ........................................ | 152 |
| 11 | الانسحاب ........................................ | 171 |
| 12 | الهرم و مخروط الدوران ........................................ | 185 |

# جدول الكفاءات الرياضية للسّنة الثالثة متوسط

| الباب | الكفـــاءات |
|---|---|
| 1 | ممارسة الحساب على الأعداد النسبية ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة. |
| 2 | ممارسة الحساب على الكسور و الأدعداد الناطقة ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة. |
| 3 | ممارسة الحساب على قوى عدد. |
| 4 | – التدريب على الحساب الحرفي.<br>– بناء براهين بسيطة توظف فيها مكتسبات التلميذ. |
| 5 | – حل مشكلات بتوظيف المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.<br>– ممراسة الحساب على الأعداد النسبية و الكسور و الأعداد الناطقة ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة. |
| 6 | – التعرف على وضعيات تناسبية انطلاقا من تمثيلات بيانية.<br>– استغلال التناسبية في : استعمال وحدات الزمن، التعرف على الحركة المنتظمة، الحساب عليها، اجراء تحويلات، حل مشكلات. |
| 7 | – تقديم سلسلة احصائية في جدول و تمثيلها.<br>– تجميع معطيات احصائية في فئات و حساب تكرارت.<br>– حساب تكرارات نسبية.<br>– حساب متوسط سلسلة احصائية ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة. |
| 8 | – معرفة النظريات المتعلقة بمستقيم المنتصفين في مثلث و استعمالها.<br>– معرفة تناسبية أطوال أضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين و قاطعهما.<br>– بناء براهين بسيطة توظف فيها مكتسبات التلميذ. |
| 9 | – معرفة حالات تقايس المثلثات و استعمالها ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة.<br>– تعريف المستقيمات الخاصة في مثلث و انشاؤها و معرفة خواصها و استعمالها.<br>– بناء براهين بسيطة توظف فيها مكتسبات التلميذ في مختلف مجالات المادة. |
| 10 | – تمييز المثلث القائم باحاطته بدائرة أو بعلاقة فيثاغورث.<br>– اجراء حسابات في المثلث القائم ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة.<br>– بناء براهين بسيطة توظف فيها مكتسبات التلميذ في مختلف مجالات المادة. |
| 11 | – انشاء صور أشكال بسيطة و أشكال مألوفة بالانسحاب.<br>– معرفة خواص الانسحاب و استعمالها في تبرير بعض النتائج ـ العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة. |
| 12 | – معرفة الهرم و مخروط الدوران و حساب حجم كلّ منهما.<br>– بناء براهين بسيطة توظف فيها مكتسبات التلميذ. |

## جـدول المضاميـن

### . الأنشطة العددية

| عنوان الدرس | المحتويات | الكفاءات القاعدية |
|---|---|---|
| 1. الأعداد النسبية . | – الضرب<br>– مقلوب عدد غير معدوم<br>– القسمة | – حساب جداء عددين نسبيين .<br>– تعيين مقلوب عدد غير معدوم<br>– حساب حاصل قسمة عددين نسبيين .<br>– حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معينة.<br>– قسمة كسرين .<br>– مقارنة كسرين .<br>– جمع و طرح كسرين . |
| 2. الكسور وَ الأعداد الناطقة | العمليات على الكسور<br>– القسمة<br>– المقارنة<br>– الجمع والطرح<br>– مفهوم العدد الناطق<br>– العمليات على الأعداد الناطقة . | – التعرّف على العدد الناطق .<br>–حساب مجموع و فرق و جداء و حاصل قسمة عددين ناطقين . |
| 3. القوى ذات أسس صحيحة نسبية | – قوى 10<br>– الكتابة العلمية لعدد عشري .<br>– رتبة قدر نتيجة .<br>– قوة عدد نسبي . | – تعيين القوة من الرتبة $n$ للعدد 10 .<br>– معرفة و استعمال قواعد الحساب على قوى العدد 10 .<br>– كتابة عدد عشري باستعمال قوى 10 .<br>– تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري .<br>– استعمال الكتابة العلمية لحصر عدد عشري و لإيجاد رتبة قدر عدد .<br>– حساب قوة عدد نسبي .<br>–معرفة قواعد الحساب على قــوة عدد نسبـي و استعمالها في وضعيات بسيطة .<br>– إجراء حساب يتضمن قوى . |
| 4. الحساب الحرفي | – التبسيط .<br>– النشر . | – تبسيط عبارة جبرية .<br>– نشر عبارات جبرية من الشكل : $(a + b)\ (c + d)$ حيث $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أعداد نسبية .<br>– اختبار نتيجة حساب حرفي .<br>– مقارنة عددين ناطقين . |
| 5. حل مشكلات وَ معادلات من الدرجة الأولى | – المساويات – المتباينات و العمليات .<br>– المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد . | – معرفة الخواص المتعلقة بالمساويات ( أو المتباينات ) و العمليات و استعمالها في وضعيات بسيطة .– ترييض مشكلات وحلّها بتوظيف المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد . |

• **الدوال وَ تنظيم المعطيات**

| | المحتويات | الكفاءات القاعدية |
|---|---|---|
| 1. التناسبية وَ تطبيقاتها | – التمثيل البياتي | – التعرف على وضعية تناسبية في تمثيل بياني. |
| | – الحركة المنتظمة<br>– السرعة المتوسطة<br>– مقادير حاصل القسمة | – التعرّف على الحركة المنتظمة.<br>– توظيف التناسبية لاستعمال وحدات الزمن.<br>– استعمال المساواة : $d = v \times t$<br>في حسابات متعلقة بالمسافة المقطوعة و السرعة و الزمن.<br>– تحويل وحدات قياس السرعة. |
| | | – استعمال التناسبية في وضعيات تدخل فيها النسبة المئوية. |
| 2. تنظيم المعطيات | – التناسبية والنسبة المئوية.<br>– أمثلة للتجميع في فئات متساوية المدى. | – تجميع معطيات إحصائية في فئات و تنظيمات في جدول<br>– حساب تكرارت. |
| | – تمثيلات سلسلة إحصائية. | – تقديم سلسلة إحصائية في جدول و تمثيلها بمخطط أو بيان (الأشرطة، المدرج التكراري).<br>– حساب تكرارات نسبية. |
| | – المتوسط | – حساب المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية. |
| | – المجدولات | – استعمال المجدولات في استغلال معطيات إحصائية. |

• **الأنشطة الهندسية.**

| | | |
|---|---|---|
| 1. المثلثات.<br>– مستقيم المنتصفين في مثلث.<br>– المثلثات المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين. | – مستقيم المنتصفين في مثلث.<br>– المثلثات المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين | – معرفة خواص مستقيم المنتصفين في مثلث واستعمالها في براهين بسيطة.<br>– معرفة و استعمال تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين. |
| 2. المثلثات:<br>– تقايس المثلثات<br>– المستقيمات الخاصّة في المثلث. | – حالات تقايس المثلثات.<br>– المستقيمات الخاصّة في المثلث | – معرفة حالات تقايس المثلثات و استعمالها في براهين بسيطة<br>– تعيين و إنشاء المستقيمات الخاصة في المثلث (المحاور، الارتفاعات، المتوسطات، المنصفات).<br>– معرفة خواص هذه المستقيمات و استعمالها في وضعيات بسيطة. |
| 3. المثلث القائم والدائرة:<br><br><br><br><br><br><br><br>– جيب تمام زاوية حادة. | – الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.<br><br>– خاصية فيثاغورث (النظرية و النظرية العكسية)<br><br>– بعد نقطة عن مستقيم.<br>– الوضعيات النسبية لدائرة ومستقيم.<br><br>– مماس لدائرة.<br><br>- جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم. | – معرفة و استعمال خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.<br>– معرفة و استعمال خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم.<br>– معرفة و استعمال خاصية فيثاغورث.<br><br>– تعريف بعد نقطة عن مستقيم و تعيينه.<br>– معرفة الوضعيات النسبية لمستقيم و دائرة.<br><br>– إنشاء مماس لدائرة في نقطة منها.<br><br>– تعريف جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم.<br>– تعيين قيمة مقربة لجيب تمام زاوية حادة أو لتعيين قيس زاوية بمعرفة جيب التمام لها.<br>– حساب زوايا أو أطوال بتوظيف جيب التمام. |

| | | |
|---|---|---|
| 4. الانسحاب | – مُحوّلات ( صور ) أشكال .<br>– خواص . | – تعيين الانسحاب انطلاقا من متوازي الأضلاع .<br>– إنشاء صور النقطة و القطعة و المستقيم و نصف المستقيم و الدائرة بانسحاب .<br>– معرفة خواص الانسحاب و توظيفها . |
| 5. الهرم ومخروط الدوران | – وصف وصنع و تمثيل .<br>– حجم . | – وصف هرم و مخروط الدوران .<br>– تمثيل الهرم مخروط الدوران .<br>– إنجاز تصميم للهرم لمخروط الدوران .<br>– صنع هرم و مخروط الدوران أبعادهما معلومة .<br>– حساب حجم كل من الهرم<br>و مخروط الدوران . |

## اقتـراح توزيـع الحجـم الساعـي على المحــاور

| الباب | المحور | عدد الساعات |
|---|---|---|
| 1 | الأعداد النسبية . | 10 |
| 8 | المثلثات : – مستقيم المنتصفين<br>– المثلثات المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان . | 10 |
| 2 | عمليات على الكسور– الأعداد الناطقة . | 15 |
| 9 | المثلثات : – حالات تقايس المثلثات<br>– المستقيمات الخاصة . | 15 |
| 3 | القوى ذات أسس صحيحة . | 10 |
| 10 | المثلث القائم و الدائرة : | 15 |
| 4 | الحساب الحرفي | 5 |
| 6 | التناسبية . | 10 |
| 5 | حل مشكلات وَ المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد . | 10 |
| 11 | الانسحاب . | 10 |
| 7 | تنظيم معطيات ( الإحصاء ) . | 05 |
| 12 | الهرم و مخروط الدوران . | 10 |

| اقتراح توزيع فصلي للأبواب. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| الفصل | عدد الأسابيع | الأبواب | | |
| 1 | 13 | 1 – 2 – 3 | | 8 - 9 |
| 2 | 9 | 4 - 5 | 6 | 10 |
| 3 | 6 | | 7 | 11 - 12 |

## 5. تسيير الوضعيات التعليمية / التعلّمية

### 1.5- دور التلميذ :

تفترض المقاربة بالكفاءات تبني نماذج تعلّمية تضع التلميذ في مركز فعل التعليم/التعلّم. و تعتبر الرياضيات أرضية مناسبة لتحقيق ذلك، لذا ينبغي أن يكون تعلّم التلميذ سيرورة نشيطة لها تأثيرات عديدة على مردود التلميذ و القسم، و هذا يستدعي الاقتناع بالدور الأساسي الذي ينبغي أن يقوم به التلميذ في القسم و حتى خارج القسم.

في القسم، تقتضي الممارسة الفعلية للنشاط الرياضي، سواء تعلق الأمر ببناء معارف المتعلّم أو إعادة استثمارها، أن يشارك التلميذ بفعالية فرديا أو ضمن أفواج في الأنشطة التي يقترحها الأستاذ. و هذا النشاط الصفي يقتضي أن يكون له امتداد خارج القسم، فمن واجب التلميذ كذلك المثابرة خارج القسم و العمل على دعم جهوده و تعزيزها بالقيام بالأعمال التي يقترحها عليه الأستاذ ( واجبات منزلية، بحوث ).

### 2.5- دور الأستاذ :

إن للاستراتيجيات البيداغوجية المعتمدة من قبل الأساتذة تأثير عميق في الكيفية التي يتناول بها التلاميذ الرياضيات، لذا ينبغي أن يكون للأستاذ سلوك إيجابي تجاه الرياضيات، بمساعدة التلاميذ على الاقتناع بأن تعلّم الرياضيات يتطلب الصبر و المثابرة.

لا يقتصر التعلّم اليوم على استهلاك لمنتوج جاهز فقط، بل هو كذلك إدماج لسيرورات تستهدف عموما تعديل سلوك التلميذ. و لذا على الأستاذ أن يعتمد طرائق بيداغوجية و تعليمية تتمركز حول المتعلّم أكثر مما تتمركز حول المضامين، و أن يضع نفسه دائما في منطق تعلّمي أو تكويني بدلا من منطق تعليمي أو تلقيني.

ينبغي على الأستاذ أن يخطط و يختار و ينظم نشاطات القسم بإعطاء الأولوية للوضعيات التي لها دلالة بالنسبة للتلاميذ، و المحفزة لهم، حتى تثير اهتمامهم و رغبتهم، مرتكزا في ذلك على مكتسباتهم و تمثيلاتهم. و تكون هذه الوضعيات متنوعة ( وضعيات لبناء معارف جديدة، وضعيات ترسيخ و إدماج مكتسبات، وضعيات تحويل و إعادة استثمار ... ).

و في تسييره للقسم، على الأستاذ أن يعمل على ترسيخ مبادئ الحوار الرياضي الفعلي بين التلاميذ بتنظيم و تنشيط المواجهات و التبادلات بينهم.

أمّا بالنسبة إلى ممارسة التقويم، فمن غير المعقول أن نختصرها فقط في منح التلميذ، بمناسبة كل ثلاثي، علامتين أو ثلاث. و لذا ينبغي أن يتخلص الأستاذ من هذه الممارسة "الإدارية" و يتبنّى التقويم المستمر حتى يتمكن من متابعة تعلّمات تلاميذه من جهة، وتعديل خطط عمله من جهة أخرى.

**3.5- تسيير القسم** :

- كيف يمكن تسيير فترات نشاط وضعية تعليمية/ تعلمية ؟

**▪ فترة تقديم النشاط و التعليمات.**

النشاط يكون مختارا بحيث يثير عند التلاميذ الرغبة في البحث ويسمح لهم بالخوض في حل المشكلة كما يرتكز على وسائل مناسبة تكون موضوعة تحت تصرف التلاميذ . و تبعا لطبيعة النشاط و الصعوبة و وظيفتها في التعلّم، يمكن جعل التلاميذ يعملون فرديا أو في أفواج صغيرة.

يوزع الأستاذ الوسائل، و يسأل التلاميذ شفهيا عن طبيعة الأعمال المطلوبة منهم، و للتأكد من فهم الجميع للتعليمة، يعمل على إعادة صياغتها من قبل بعضهم.

**▪ فترة البحث.**

تحتل هذه الفترة مكانة هامة في نشاط التعلّم، و ينبغي أن تدوم الوقت الكافي حتى يتمكن كل تلميذ (أو كل فوج) من القيام بالمهمة المقترحة و ذلك باستعمال إجراء شخصي. و الهدف ليس أن يصل التلاميذ من البداية إلى حل مثالي للمشكل المطروح، و لكن أن يتمكن كل واحد من إنهاء عمله.

يمر الأستاذ بين الصفوف دون أن يتدخل إلا لتشجيع التلاميذ، و يراقب و يسجل الإجراءات المختلفة المستعملة، و كذلك الأخطاء المرتكبة، و هذا ما يسمح له باستباق تنظيم مرحلة العرض و الإشراك.

**▪ فترة العرض والمناقشة.**

الغرض من هذه الفترة يتمثل في :

- إحصاء الإجراءات المختلفة المستعملة، و عرضها على السبورة.
- حث التلاميذ على التصريح بإجراءاتهم و شرح ما سمح لهم بالوصول إلى نتائجهم (تصديق أعمالهم).
- حث التلاميذ على التبادل حول الإجراءات المختلفة و مقارنتها، بإظهار نقائص بعض الإجراءات، و كذا الأخطاء المرتكبة فيها، و الصعوبات المعترضة.

هذه الفترة تكون حساسة بالنسبة إلى الأستاذ إذ يُطلب منه، في نفس الوقت، تسيير إجراءات التلاميذ التي ينبغي ألا تكون حاصرة و لا مملة، وتنظيم التبادل بين التلاميذ دون التعليق على الإجراءات المقترحة و لتحقيق ما ينتظر من هذه الفترة، على الأستاذ أن يحسن اختيار ترتيب استقدام التلاميذ، بحيث لا يبدأ بالذين تمكنوا من إيجاد الإجراء الأكثر وجاهة.

فالأستاذ يقوم بدور الوسيط دون إصدار أحكام تقييمية، فاسحا المجال أمام التلاميذ لإدراك أخطائهم بأنفسهم، و استدراجهم إلى حوار يثبتون فيه تشابه بعض الإجراءات المقترحة أو فعالية بعضها بالنسبة

للأخرى من حيث الذكاء أو السرعة في الإنجاز. كما ينبغي تخصيص وقت كاف لتسيير الأخطاء : فللتلاميذ الحق في الخطأ، و لكن يجب الوصول بهم إلى فهم و إدراك أخطائهم بالنسبة إلى الحلول المقبولة.

**▪ فترة الحوصلة**

ينبغي أن تسمح هذه الفترة للأستاذ بالوصول بالتلاميذ إلى حوصلة الأعمال المنجزة و تحديد المعرفة موضوع التعلّم. و من أهدافها كذلك تحقيق تجانس المعارف داخل القسم. و تقديم مثال سريع يوضح المفهوم المستهدف يكون مفيدا لذلك.

**▪ فترة إعادة الاستثمار**

التعلّم الشخصي للتلميذ مهم، إلا أنه غير كاف، ولا بد من ضبطه و دعمه بتمارين تدريبية ثم بتمارين لإعادة استثمار معارفه.

**ملاحظة** : في تسييره للقسم، ينبغي على الأستاذ أن يراعي الفروق الفردية للتلاميذ من ناحية، و أن يتحكم في توزيع وقت الحصة على الفترات المختلفة، من ناحية أخرى. مع الإشارة إلى أن العمل بهذه الخطة قد يتطلب أكثر من حصة واحدة.

## 5.5- منهجية تقويم التعلّم

لا يتعلق الأمر بالتعليم قصد التقويم، بل أن نقوّم التعلّمات بعد التعليم.

يمكن تحديد مختلف فترات التعلّم بالتقويم :

– التقويم التشخيصي، الذي يسمح للأستاذ بالحصول على مؤشرات، قبل التعلّم، حول حالة المعارف القبلية للتلاميذ و ثبات ممارساتهم. و يسمح له أيضا بتكييف استراتيجياته البيداغوجية آخذا بعين الاعتبار اختلاف تلاميذه.

– التقويم خلال التعلّم، بملاحظة سلوك و أداء التلميذ أثناء سيران الأنشطة. هذا التقويم المستمر أساسي بالنسبة إلى الأستاذ، حيث يرتكز على أخطاء التلاميذ و يستغلها قصد تعديل و ضبط سيرورة التعليم/التعلّم. إنّه التقويم الذي يرافق التعلّمات.

– التقويم بعد التعلّم و التدريب : تقويم تحصيلي يمارس بانتظام في نهاية حصص متعلّقة بنفس المفهوم. وَ فيه لا نهتم بنتائج التلاميذ فحسب، بل نهتم أيضا بالإجراءاتهم كذلك.

# تقديـــــم وتحليــــــل أنشطــــة كتـــاب التلميــــذ

## الأعـداد النسبيـة

### بطاقـة فنيـة

**أهداف التعليم / التعلم :**

التلميذ في نهاية المحور :

- يحسب جداء عددين نسبيين.
- يحسب حاصل قسمة عددين نسبيين.
- يُعيّن مقلوب عدد نسبي غير معدوم.
- يحصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري باستعمال التدوير إلى رتبة معيّنة.

**المكتسبات القبلية :**

- ممارسة الحساب على الأعداد العشرية.
- مفهوم العدد النسبي.
- التعليم بأعداد نسبية صحيحة على مستقيم مدرّج وَ في المستوي.
- الجمع وَ الطرح على الأعداد النسبية.
- تحديد رتبة قدر لنتيجة حساب.
- توزيع الضرب على الجمع وَ الطرح.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

- ممارسة الحساب على الأعداد النسبية.
- حل مشكلات بتوظيف الأعداد النسبية وَ خواصها.
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادّة.

### مخطّط الدّرس

* يعتبر هذا المخطط مجرّد اقتراح قابل للتغيير.

1) **تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. ضرب عددين نسبيين.**

- تمهيد : الأنشطة (3) وَ (5) وَ (8) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
  لتلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. قسمة عددين نسبيين.**

• تمهيد : النشاطان (4) وَ (8) من اختبر مكتسباتك.
• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف.
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. مقلوب عدد نسبي غير معدوم.**

• تمهيد : النشاط (1) من اختبر مكتسباتك.
• النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. حصر عدد موجب مكتوب في الشكل العشري.**

• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (6) وَ (7) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) لتتعلّم كيف تحرّر.**

**4) قوّم مكتسباتك.**

من الضروري ألاّ تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسييـــر الدرس

**اختبر مكتسباتك.**

النشاط (1)

تذكير لمفهوم معاكس عدد. فرصة **للتمييز** بين مفهومي **معاكس** عدد وَ **مقلوب** عدد.

النشاط (2)

تذكير لمفهوم فاصلة نقطة وَ المسافة بين نقطتين. يمكن الاستعانة بالتمثيل على مستقيم مدرّج وَ الربط بين وضعية النقطتين على المستقيم وَ ترتيب فاصلتي العددين.

النشاطان (3) وَ (5)

تذكير لمفهوم جمع وَ طرح أعداد نسبية.

– يمكن استعمال «جمع أعداد نسبية عند تقديم جداء عددين نسبيين موجبين»، كما يمكن الاستعانة بمفهوم المسافة بين نقطتين.

النشاط (4)

توسيع مجال حلّ معادلات إلى الأعداد النسبية.

النشاط (6)

تذكير لمفهوم **المسافة** إلى الصفر. يُنبّه التلميذ إلى الفرق بين « فاصلة نقطة» (فاصلة نقطة هو عدد نسبي يمكن أن يكون عددا موجبا أوْ سالبا) وَ «مسافة نقطة إلى الصفر» المسافة هي عدد موجب دائما).

النشاط (7)
تذكير لمفهوم مقارنة أعداد نسبية. يمكن استغلال النشاط (2)

النشاط (8)
تدريب على القيام بعمليات على الأعداد النسبية.

**تمّن وَ اكتشف**

**I. ضرب عددين نسبيين**

النشاط (1)

تترك للتلميذ حرّية العمل، على أن يجعل الأستاذ تلاميذه، في مرحلة العرض، يُبرّرُون قاعدة ضرب عدد موجب بعدد سالب بالاعتماد على الجمع، مثلا:

$$5 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) ) + (-3) + (-3)$$

النشاط (2)
يدعّم المعلومات التي توصل إليها التلميذ في النشاط (1) حول ضرب عدد نسبي موجب في عدد نسبي سالب وَ يكتشف في هذا النشاط قاعدتا ضرب عدد سالب في عدد موجب وَ ضرب عددين سالبين. **لاحظ، في الموضوع، ما جاء في آخر فقرة «تسيير الدرس».**

النشاط (3)
يستعمل التلميذ الحاسبة للتأكّد من صحة نتيجة كل عملية، ثمّ يقترح قاعدة خاصة بجداء عدّة أعداد نسبية.

## II. قسمة عددين نسبيين.

النشاط (1)

1 . يُجنّد التلميذ القواعد المتعلّقة بإشارة جداء لاستنتاج **إشارة** $x$ **قبل حساب قيمته**.

2 . حساب قيمة $x$ تأتي **بعد** ( وَ ليس قبل ) تحديد إشارته.

3 . توظيف القاعدة الخاصة **بمقلوب عدد غير معدوم**، في حل معادلة.

النشاط (2)

1 وَ 2 . استعمال حاسبة لإجراء عمليات قسمة عددين نسبيين.

3 . استخلاص إشارة عددين نسبيين، وَ كتابة نتائجها بتحرير نصّ لغوي.

النشاط (3)

يلاحظ التلميذ من خلاله أنّ حاصل قسمة عددين نسبيين ليس دائما عدد نسبي، مثلا :

$(-7):3\approx-2,33$، العدد الناتج هي قيمة مقرّبة لحاصل القسمة.

## للتوظيف

## I. مقلوب عدد نسبي غير معدوم.

النشاط (1)

استعمال الحساب الذهني وَ قواعد إشارة جداء عددين نسبيين **في مساواة** لتحديد إشارة حرف ( مجهول )، وَ بتوظيف مفهوم مقلوب عدد يحسب قيمة الحرف ( دائما **بعد** تحديد إشارة الحرف وَ ليس قبل ).

النشاط (2)

استعمال حاسبة لإيجاد **مقلوب** عدد نسبي **غير معدوم**.

## II. حصر عدد موجب مكتوب على الشكل العشري.

النشاط (1)

حصر العدد $\pi$ انطلاقا من مدوّر له.

النشاط (2)

وضعية إدماج بسيطة.

## لتتعلّم كيف تحرّر

يمكن أن يقترح الأستاذ نص التمرين في القسم بتغيير الأعداد الورادة في نصّ الكتاب، وَ بالكتب مغلقة يعمل كل تلميذ بمفرده ثمّ تُناقش **كل الاقتراحات** وَ تُؤخذ بعين الاعتبار الحلول البسيطة.

## قوّم مكتسباتك

تعليل كل الإجابات أمر ضروري.

■ **جداء عددين نسبيين**

المرجع : Mathématiques collège; **André Deledic**; éditions de la cité. 2000 ( manuel + )

جدول فيثاغورث للأعداد النسبية.

من خلال الجدول يأتي توضيح ( أوْ تعليل ) يخصّ إشارة جداء عددين نسبيين.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 4 | 8 | 12 | 16 |
| | | | | | 3 | 6 | 9 | 12 |
| | | A | | | 2 | 4 | 6 | 8 |
| | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| -4 | -3 | -2 | -1 | × | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | | | | | | |
| | | C | | | | B | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -16 | -12 | -8 | -4 | 4 | 4 | 8 | 12 | 16 |
| -12 | -9 | -6 | -3 | 3 | 3 | 6 | 9 | 12 |
| -8 | -6 | -4 | -2 | 2 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| -4 | -3 | -2 | -1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| -4 | -3 | -2 | -1 | × | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | -1 | -1 | -2 | -3 | -4 |
| 8 | 6 | 4 | 2 | -2 | -2 | -4 | -6 | -8 |
| 12 | 9 | 6 | 3 | -3 | -3 | -6 | -9 | -12 |
| 16 | 12 | 8 | 4 | -4 | -4 | -8 | -12 | -16 |

■ تمّ تبرير قاعدة ضرب عدد موجب بعدد موجب، باستعمال **الجمع المكرّر لنفس العدد** مثلا :

$3\times2 = 2 + 2 + 2$ وَ كذلك بالنسبة إلى قاعدة ضرب عدد موجب بعدد سالب مثلا :

$3 \times (- 4) = - 4 + (-4) + (- 4) = -12$

ينتج عن هذا أنّ كل الأعداد في الحيّزين A وَ B **سالبة**، بمعنى آخر إشارة جداء عددين من إشارتين **مختلفتين** هي إشارة **سالبة** .

■ يبقى تحديد إشارة أعداد الحيّز C. لهذا الغرض نبحث عن إشارة الجداء $(-2)\times(-3)$ مثلا.

– علما أنّ قاعدة توزيع الضرب على الجمع تبقى صحيحة بالنسبة للأعداد النسبية نستطيع أن نكتب، $(-2)\times(-3) + (-2)\times3 = (-2)\times((-3) + 3) = (-2)\times0 = 0$

هذا يعني أنّ العددين $(-2)\times(-3)$ وَ $(-2)\times3$ **متعاكسان** ( أي كل منهما معاكس للآخر ).

– علما أنّ $(-2)\times3 = - 6$ فإنّ $(-2)\times(-3) = 6$.

ينتج عن هذا أنّ كل أعداد في الحيّز C **موجبة**.

**لتتمرّن**

– في هذا المحور نقتصر على إبداء بعض الملاحظات.

التمارين (1) وَ (2) وَ (3)

**1.** توظّف **لقواعد الإشارات في الضرب** لتحديد إشارة $x$ دون حسابه وَ ذلك في كل مساواة.

التمارين (4) وَ (5) وَ (6) وَ (7)

تدريب من خلالها على حساب جداء عددين نسبيين أوْ على تحديد أحد عاملي جداء بمعرفة الجداء وَ العامل الثاني.

بالنسبة للتمرين (7)، بالاضافة إلى ما سبق ذكره، يجب التوصل أوّلا إلى معرفة العملية التي تسمح بالانتقال من أعداد في السطر الأسفل إلى الأعداد في السطر الأعلى مباشرة.

التمرين (8)

**1.** يمكن للتلميذ أن يستعين بالحاسبة لإجراء الحساب، لكن عليه أن يحدّد **أوّلا إشارة الجداء.**

**2.** بعد القيام بالحساب يتأكّد التلميذ من صحة النتيجة التي توصل إليها في السؤال السابق.

التمارين (9) وَ (10) وَ (11).

هذه التمارين هي وضعيات تتطلّب قليلا من التفكير وَ التركيز. إذا كان التمرين (9) أبسطها فإنّ

التمرينين (10) وَ (11)

قد يتطلّبان وقتا أطول. عند الضرورة يُطلب من التلاميذ القيام بتجارب على أعداد، يختارها التلميذ بنفسه، ثمّ الإجابة على الأسئلة المطروحة. مثلا في التمرين (11) لدينا :

**1.** – للعدد b نفس إشارة الجداء cba ، (1)

– وَ إشارة العدد a مخالفة لإشارة الجداء ca، (2)

– وَ إشارة الجداء cb هي نفس إشارة الجداء ca. (3)

– الجملة (1) ؛ «العددان a وَ cba لهما نفس الإشارة» تعني أنّ :

$a\times(abc) > 0$ أي $a^2\times bc > 0$ إذن $bc > 0$. (لأنّ $a^2 > 0$ من أجل كل $a \neq 0$)

لكن $bc > 0$ يعني أنّ b وَ c لهما نفس الإشارة، أي :

$[b > 0$ وَ $c > 0]$ أوْ $[b < 0$ وَ $c < 0]$. (أ)

– الجملة (2) ، « العددان $a$ وَ $ca$ لهما إشارتان مختلفتان » تعني أنّ :

$(ac)\times a < 0$ أي $a^2\times c < 0$ إذن $c < 0$. ( ب )

– الجملة (3) ، « العددان $ca$ وَ $cb$ لهما نفس الإشارة » تعني أنّ :

$(bc)\times(ac) > 0$ أي $abc^2 > 0$ بالتالي $ab > 0$، أي :

$[a > 0$ وَ $b > 0]$ أوْ $[b < 0$ وَ $a < 0]$. ( ج ).

لكن حسب ( ب ) لدينا $c < 0$، إذن ينتج من ( أ ) أنّ $a < 0$ وَ من ( ج ) $b < 0$.

**نتيجة**

تكون الجمل : (1) وَ (2) وَ (3) محققة إذا كانت $a < 0$ وَ $b < 0$ وَ $c < 0$.

2. بطريقة مماثلة نحدد إشارة كل من $a$ وَ $b$ وَ $c$ الواردة في السؤال الثاني.

التمرين (25)

تعرّف من خلال النشاط على كتابتين مختلفتين لمقلوب عدد نسبي :

– إحداهما هي حاصل قسمة العدد 1 على العدد المراد تحديد مقلوبه. الملاحظ أنّ هذا العدد قد يكون عدد عشري وَ قد لا يكون عدد عشري، مثلا : مقلوب العدد 5 هوحاصل قسمة 1 على 5 أي 0,2، وَ هو عدد عشري. مقلوب العدد 3 هو حاصل قسمة العدد 1 على العدد 3 أي ...0,333 وَ هو ليس عددا عشريا.

كتابة كسرية لمقلوب عدد نسبي هو كسر بسطه 1 وَ مقامه ذلك العدد، مثلا، مقلوب العدد 7 هو $\frac{1}{7}$ ، وَ مقلوب العدد $-3$ هو العدد $-\frac{1}{3}$.

# العمليات على الكسور ـ الأعداد الناطقة

## بطاقـة فنيــة

### أهداف التعليم / التعلّم

التلميذ في نهاية المحور:

- يُعين مقلوب عدد غير معدوم.
- يُقسّم كسرين.
- يجمع وَ يطرح كسرين
- يُقارن كسرين.
- يتعرف على عدد ناطق.
- يحسب مجموع وَ فرق وَ جداء وَ حاصل قسمة عددين ناطقين.

### المكتسبات القبلية

- ضرب (قسمة) بسط وَ مقام كسر في (على) نفس العدد غير معدوم.
- مقارنة كسرين لهما نفس المقام أوْ مقام أحدِهما هو مضاعف لمقام الكسر الثاني.
- جمع وَ طرح كسرين لهما نفس المقام أوْ مقام أحدِهما هو مضاعف لمقام الكسر الثاني.
- ضرب وَ قسمة عددين نسبيين:
- قاعدة إشارة جداء وَ حاصل قسمة عددين نسبيين.

### الكفاءات المستهدفة في نهاية السنة الثالثة

- ممارسة الحساب على الكسور وَ على الأعداد النسبية وَ على الأعداد الناطقة.
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.

## مخطّط الدّرس

1) **تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد**

**I. مقارنة كسرين.**

- تمهيد: النشاطان (1) وَ (2) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف:
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

## II. جمع وَ طرح كسرين

- تمهيد : النشاط (4) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) وَ (3) وَ (4) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

## III. قسمة كسرين

- تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

2) **للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

## I. العدد الناطق

- تمهيد : النشاط (6) وَ (7) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

## II. العمليات على الأعداد الناطقة

- تمهيد : النشاط (5) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

## III. مقارنة عددين ناطقين

- تمهيد : النشاط (6) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

3) **لتتعلّم كيف تحرّر.**

4) **قوّم مكتسباتك.**
تقييم أوّلي للدرس مع إشراك التلاميذ في ذلك.

## تسييــــر الدرس

**اختبر مكتسباتك :**

النشاط (1)

مراجعة الخاصية المتعلقة بضرب ( قسمة ) بسط وَ مقام كسر في ( على ) نفس العدد غير المعدوم.

النشاطان (2) وَ (4)

الغرض منهما هو ضبط مكتسبات التلميذ حول مقارنة كسرين وَ جمع كسرين لهما نفس المقام أوْ لأحدِهما مقام مضاعف لمقام الكسر الثاني، وَ ذلك تحضيرا لمقارنة وَ جمع وَ طرح كسرين مقاماهما كيفيان.

الأنشطة (3) وَ (5) وَ (6)

تهدف إلى مراجعة جداء كسرين وَ جداء عددين نسبيين وَ قاعدة إشارة جداء أعداد نسبية، ذلك لتحضير إدخال مفهوم العدد الناطق.

**ملاحظة :**

ننصح الأستاذ أنَ يطلب من تلاميذه إنجاز الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) وَ (4) وَ (5) في البيت، ثم يضبط معهم هذه المراجعة في القسم في مدة لا تتعدّى 30 دقيقة.

بينما يُنجز النشاطين (6) وَ (7) في القسم مباشرة قبل التطرُّق إلى الأعداد الناطقة.

**تمعن وَ اكتشف :**

**I. مقارنة كسرين**

إنّ مقارنة كسرين لهما نفس المقام أوْ لأحدِهما مقام مضاعف لمقام الكسر الثاني قد دُرست في السنتين الأولى وَ الثانية. الجديد في هذه السنة هومقارنة كسرين مقاماهما كيفيان.

من خلال النشاط (2) يكتشف التلميذ كيف يُوحِّد مقامين بتعيين مضاعف مشترك للمقامين وَ ذلك **دون** أن يتطرَّق إلى المضاعف المشترك الأصغر بالاعتماد على التحليل إلى جُداء عوامل أوّلية الذي هو خارج البرنامج.

في الحالات البسيطة يمكن تعيين المضاعف المشترك الأصغر ذهنيا، في حالات أخرى يمكن أخذ **جداء المقامين**.

في حالة كسور بمقامات عشرية ( انظر النشاط (4) من الفقرة الموالية ) تُحول هذه المقامات إلى أعداد طبيعية أولا.

**II. جمع وَ طرح كسرين**

من خلال الأنشطة (2) وَ (3) وَ (4)، يكتشف التلميذ كيف يجمع وَ يطرح كسرين لهما مقامين كيفيين وَ ذلك **بتوحيد مقاميهما.**

**III. قسمة كسرين**

لقد تعرّف التلميذ على مقلوب عدد نسبي وَ هو يكتشف **مقلوب كسر** من خلال النشاط (1).
من خلال النشاط (2) يكتشف القاعدة التي تسمح بقسمة كسر على كسر غير معدوم.

**للتوظيـف :**

**I. العدد الناطق**

الغرض من الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) هو جعل التلميذ :
– يكتشف وَ يستوعب مفهوم العدد الناطق كما يتعود عليه. ( العدد الناطق هو **حاصل قسمة** عددين نسبيين. )
– يدرك أنّه ليس لكل عدد ناطق قيمة تامَّة.
مثلا :
الحاصل $\frac{25}{7}$ ليس عددا عشريا فليس له قيمة تامّة، لكن يمكن إعطاء قيمة تقريبية له.

للحاصل $\frac{16}{-2,5}$ قيمة تامَّة هي $-6,4$ .

– يتعوّد على الكتابة المبسطة للعدد الناطق وَ التي هي عبارة عن كسر مسبوق بإشارة.

ننصح الأستاذ أن يتوقَّف قليلا قبل الشروع في الفقرة الموالية، بغرض **تقييم** أوّلي حول مفهوم العدد الناطق. فيمكن مثلا، أن يعرض على التلاميذ تمارين تطبيقية مثل الأرقام 17 وَ 18 وَ 19 في الصفحة 38.

**II. العمليات على الأعداد الناطقة**

من خلال الأنشطة (1) وَ (2) يكتشف التلميذ أنّ القواعد المتعلّقة بجمع وَ طرح وَ ضرب وَ قسمة كسرين **تُوسّع** إلى الأعداد الناطقة. كما أنّ قاعدة إشارة عددين نسبيين تبقى صالحة بالنسبة لعددين ناطقين.

**III. مقارنة عددين ناطقين**

من خلال النشاط (1) يتعرّف التلميذ على مقارنة عددين ناطقين اعتمادا على إشارة الفرق بينهما.
الغرض من النشاط (2) هو إبراز كون الأعداد النسبية وَ الكسور أعداد ناطقة، وَ أنّ كل القواعد التي

تعلّمها التلميذ من قبل لمقارنة عددين نسبيين وَ كسرين تصلح لمقارنة عددين ناطقين.

مثلا: $-\frac{4}{25} < \frac{16}{23}$ لأنّ كل عدد سالب أصغر من أيٍّ عدد موجب.

$\frac{25}{16} > \frac{16}{23}$ لأنّ $\frac{25}{16} > 1$ و $\frac{16}{23} < 1$

**لتتمرّن**

نعطي فيما يلي، أجوبة مختصرة لبعض التمارين.

التمرين (22):

$$\frac{4{,}2}{12{,}3}=\frac{42}{123} \text{ ؛ } -\frac{0{,}01}{5}=-\frac{1}{500} \text{ ؛ } -\frac{3{,}7}{7}=-\frac{37}{70} \text{ ؛ } \frac{0{,}06}{0{,}06}=1 \text{ ؛ } \frac{15}{0{,}1}=150 \text{ ؛ } -\frac{2{,}09}{0{,}003}=-\frac{2090}{3}$$

التمرين (24)

$$-\frac{22}{2}-\frac{33}{2}=-\frac{55}{2} \text{ ؛ } \frac{6}{7}-\frac{(-13)}{7}=\frac{19}{7} \text{ ؛ } \frac{23}{12}+\frac{7}{11}=\frac{337}{132}$$

التمرين (31):

$$\frac{13}{2}\div(-4)=\frac{13}{2}\times\frac{1}{(-4)}=-\frac{13}{8} \text{ ؛ } 1\div\frac{20}{9}=\frac{9}{20} \text{ ؛ } -3{,}5\div(-1)=3{,}5$$

$$-1\div\frac{5}{2}=-\frac{2}{5} \text{ ؛ } -120\div(-10)=\frac{120}{10}=12 \text{ ؛ } \frac{11}{6}\div\frac{23}{5}=\frac{55}{138}$$

التمرين (41):

**.1**

$$A=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}=1 \text{ ؛ } B=\frac{-10}{\frac{3}{4}}=-10\times\frac{4}{3}=-\frac{40}{3} \text{ ؛ } C=\frac{-\frac{13}{7}}{-10}=\frac{13}{7}\times\frac{1}{10}=\frac{13}{10}$$

**.2**

$$A+B\div C=1+\left(-\frac{40}{3}\right)\div\frac{13}{70}=-\frac{2761}{39} \text{ ، } A\times B+C=1\times\left(-\frac{40}{3}\right)+\frac{13}{70}=-\frac{2761}{210}$$

التمرين (42):

**1.** إذا علمنا أنّ $x-\frac{7}{3} > \frac{7}{3}$

2. – هل $\frac{2}{15}-\frac{2}{5}<\frac{7}{3}$ ؟

الجواب: **نعم** لأنّ: $\frac{2}{15}-\frac{2}{5}=-\frac{4}{15}$

– هل $\frac{7}{15}-\frac{2}{5}<\frac{7}{3}$ ؟

الجواب: **نعم** لأنّ: $\frac{7}{3}=\frac{35}{15}$ و $\frac{7}{15}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$ .

– هل $\frac{7}{3} < \frac{50}{15} - \frac{2}{5}$ ؟

الجواب: **لا** لأنّ: $\frac{7}{3} = \frac{35}{15}$ و $\frac{50}{15} - \frac{2}{5} = \frac{44}{15}$.

التمرين (43):

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{3} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} = \left(\frac{235}{100} - \frac{25}{10}\right) \times \frac{22}{3}$$
$$= -\frac{15}{10} \times \frac{22}{3}.$$

**طريقة أولى:**

جداء عدد موجب وَ عدد سالب هو عدد سالب. إذن:

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{10} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} < 0.$$

**طريقة ثانية:**

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{3} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} = \frac{517}{30} - \frac{550}{30} = -\frac{33}{30}$$

إذن:

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{10} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} < 0.$$

**طريقة ثالثة:**

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{3} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} \approx 2,35 \times 7,33 - 2,5 \times 7,33 = -1,09$$

إذن:

$$\frac{235}{100} \times \frac{22}{10} - \frac{25}{10} \times \frac{22}{3} < 0.$$

# القوى ذات أسس صحيحة نسبية

## بطـاقة فنيّــة

**أهداف تعليم / التعلم.**

التلميذ في نهاية المحور:

- يُعيّن القوّة من الرتبة n للعدد 10، حيث n عدد صحيح نسبي.
- يَتَعرّف وَ يستعمل قواعد الحساب على قوى العدد 10.
- يَكتب عدد عشري باستعمال قوى 10.
- يُعين الكتابة العلمية لعدد عشري.
- يستعمل الكتابة العلمية لحصر عدد عشري وَ لإِيجاد رتبة قدر.
- يحسب قوّة عدد نسبي.
- يعرف قواعد الحساب على قوّة عدد نسبي وَ يستعمالها في وضعيات بسيطة.
- إِجراء حساب يتضَمن قوى.

**المكتسبات القبلية.**

- استعمال الكتابة العشرية.
- ضرب عدد عشري في 10، 100، 1 000، أوْ في 0,1، 0,01، 0,001.
- قسمة عدد عشري على 10، 100، 1 000، أوْ على 0,1، 0,01، 0,001.
- معاكس عدد، مقلوب عدد غير معدوم
- الكتابة الكسرية لعدد.
- مساحة مربع، حجم مكعب.
- اختزال كسر.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

- ممارسة الحساب على الكسور وَ على الأعداد النسبية وَ الأعداد الناطقة.
- ممارسة الحاسب على قوى عدد.
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادّة.

# مخطّط الدّرس

## 1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.

### I. قوى العدد 10.

- تمهيد : الأنشطة (1) وَ (4) وَ (6) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

### II. قواعد الحساب على قوى العدد 10.

- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

### III. الكتابة العلمية لعدد عشري.

- تمهيد : النشاط (5) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

### VI. استعمال الحاسبة.

- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. القوى الصحيحة لعدد نسبي.**

• تمهيد : النشاطان (2) وَ (3) من اختبر مكتسباتك.
• النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

• النشاط (3) من للتوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للترسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. قواعد الحساب على قوى عدد نسبي.**

• النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**III. حصر عدد عشري – رتبة قدر.**

• النشاطان (1) وَ (2) من للتوظيف.
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**VI. إجراء حساب يتضمن قوى.**

• النشاطان (1) وَ (2) من للتوظيف.
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**V. اللمسة $\sqrt{}$**

• النشاطان (1) وَ (2) من للتوظيف.
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

3) **لتتعلّـم كيــف تحـرّر.**
4) **قوّم مكتسباتك.**

من الضروري **ألاّ** تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسييــــر الدرس

### اختبـر مكتسباتـــك

النشاط (1)

الغرض منه: ضرب عدد في قوى العدد 10، وَ الانتقال من الكتابة اللغوية لعدد إلى الكتابة بالأرقام.

النشاطان (2) وَ (3)

تذكير بمعنى الكتابتين (الرمزين) $a^2$ وَ $a^3$.

النشاط (4)

جعل التلميذ يميّز بين مقلوب عدد غير معدوم وَ عكس عدد.

النشاط (5)

تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري.

النشاط (6)

كتابة عدد عشري على شكل كسر عشري.

### تمعـن واكتشف

### I. قوى العدد 10.

النشاط (1)

يتميّز بتقديم القوى ذات الأسس الموجبة وَ يربط التلميذ بين:

– قوة 10 وَ العملية الموافقة لها، مثلا: $10^5 = 10\times10\times10\times10\times10$ ، الملاحظ أنّ: **5 هو عدد المعاملات** ( أي عدد المرات التي كتب فيها العدد 10 )، وَ هو **أسّ قوة العدد 10.**

– قوة 10 وَ الكتابة العشرية، مثلا: $10^3 = 1\ 000$ ، 3 هو **عدد الأصفار يمين** الرقم 1، وَ هو **قوّة العدد 10.**

النشاط (2)

مماثل للنشاط السابق لكن تقدم فيه الأسس السالبة وَ يربط بين:

– قوى 10 وَ الكتابة العشرية، مثلا: $10^{-7} = 0,000\ 000\ 1$، رتبة الرقم 1 هي 7 بعد الفاصلة وَ قوّة العدد 10 هي 7–.

– قوى 10 وَ الكتابة الكسرية، مثلا: $\frac{1}{10^4} = 10^{-4}$.

⋆ اقتراح بهدف توسيع النشاط السابق.

1. أخذ نص التمرين 12 من الصفحة 57 ( كتاب التلميذ ).

من خلال التمرين يتبين التلميذ أنّه **لضرب عدد عشري في $10^n$** ، حيث **n عدد موجب، نزيح الفاصلة بـ n رتبة نحو اليمين**، مثلا: . $55,3\times10^3 = 55\ 300$

2. أخذ نص التمرين 13 من نفس الصفحة.

من خلال التمرين يتبين التلميذ أنّه **لضرب عدد عشري في $10^n$** ، حيث **n عدد سالب**، **نزيح الفاصلة بـ n رتبة نحو اليسار**، مثلا: . $55{,}3\times10^{-4} = 0{,}005\ 53$

## II. قواعد الحساب على قوى العدد 10.

النشاط (1)

يتدرّب التلميذ، باستعمال أمثلة عددية، على استخراج قواعد الحساب على قوى العدد 10 .

النشاط (2)

يوظف قواعد الحساب على قوى العدد 10 في وضعية بسيطة.

## III. الكتابة العلمية لعدد عشري.

النشاط (1)

يكتشف معنى الكتابة العلمية لعدد عشري وَ يتوصل إلى أنّ كتابة عدد عشري في الشكل العلمي تعني كتابته على شكل **جداء عددين**، عدد له **رقم واحد يختلف عن الصفرعلى يسار الفاصلة** وقوة **للعدد 10 ذات أس صحيحة**. مثلا:

– $761\ 000 = 7{,}61\times10^{5}$ وَ $0{,}000\ 12 = 1{,}2\times10^{-4}$

النشاط (3)

يوظّف المعلومة التي استنتجها من النشاط السابق.

## VI. استعمال الحاسبة.

النشاط (1)

يلاحظ التلميذ مختلف الكيفيات المستعملة في الكتابة العلمية لعدد عشري وَ ذلك حسب أنواع الحاسبات.

النشاط (2)

التعرّف على اللمسة $\boxed{\text{EXP}}$ وَ وظيفتها.

# للتّوظيف

## I. القوى الصحيحة لعدد نسبي.

**النشاطان (1) وَ (2)**

التعرّف وَ تفسير معنى « قوة عدد نسبي » وَ كذلك على الكتابة $a^n$ ، حيث a عدد نسبي وَ n عدد صحيح موجب.

النشاط (3)

التعرّف على اللمسة $\boxed{Y^x}$ وَ وظيفتها في الحساب.

## II. قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

النشاط (1)

التوصل، عن طريق أمثلة عددية، إلى قواعد الحساب على قوى عدد نسبي.

النشاط (2)

توظيف ملاحظاته السابقة (النشاط (1)) في حالات مختلفة.

## III. إجراء حساب يتضمن قوى

النشاط (1)

إشارة إلى ضرورة احترام أولويات العمليات عند إجراء الحساب. التلميذ يعرف الأولويات في العمليات الأربعة، في حالة وجود قوّة في حساب ما فإنّ الأولويّة المطلقة تعطى لحساب القوى.

النشاط (2)

تقييم لنتائج النشاط السابق.

## VI. اللمسة $\sqrt{\ }$

النشاط (1)

يتعرّف التلميذ على مفهوم **الجذر التربيعي** لعدد **موجب** عن طريق الربط بين عدد وَ مربعه أوّلا.

النشاط (2)

يتعرّف على الرمز $\sqrt{\ }$ وَ دوره، وَ يستعمل الحاسبة لتوظيف كل من اللمستين $X^2$ وَ $\sqrt{\ }$ .

## لتتمـــرّن

التمرين (12)

$3,65\times10^{8} = 365\times10^{6}$ $\quad 4,3\times10^{1} = 43\times10^{0} = 43$ $\quad 2,535\times10^{10} = 2535\times10^{7}$

$7,001\times10^{13} = 7001\times10^{10}$ $\quad 55,3\times10^{3} = 553\times10^{2}$ $\quad .0,333\times10^{5} = 333\times10^{2}$

التمرين (21)، الإجابات.

$A = 1,2\times10^{10}$ ، $B = 1,5\times10^{-24}$ ، $A\times B = 1,8\times10^{-14}$ ، $\dfrac{A}{B} = 8\times10^{33}$

$A = 1,2\times10^{10}$ وَ يكتب $A = 12\times10^{9}$

$A=12\times 10^{9}$ وَ يكتب $A=1{,}2\times 10^{10}$

$B=15\times 10^{-25}$ وَ يكتب $B=1{,}5\times 10^{-24}$

$A\times B=1{,}8\times 10^{-14}$ وَ يكتب $\frac{A}{B}=1{,}2\times 10^{10}$

التمرين (32) :

$$\frac{10^1-1}{9}=1 \text{ ، } \frac{10^2-1}{9}=11 \text{ ، } \frac{10^3-1}{9}=111$$

يمكن بدءا من هنا محاولة استنتاج كتابة مماثلة للأعداد الأخرى، لكن هذا لايكفي بل يجب أن يتأكد التلميذ من صحة استنتاجاته عن طريق الحساب. في مثل هذه التمرينات يتعلّم التلميذ دقّة الملاحظة وَ الاستنتاج. **في هذا المستوى الطريقة الوحيدة لمعرفة ما إذا كان عمله صحيحا هو الحساب بعد التخمين.**

$$\frac{10^6-1}{9}=111\ 111 \text{ ، } \frac{10^{10}-1}{9}=111\ 111\ 111\ 1 \text{ ، } \frac{10^{15}-1}{9}=111\ 111\ 111\ 111\ 111$$

يلاحظ بعدها صحة تخمينه.

التمرين (42) :

نفس ملاحظة التمرين (42) تكرّر هنا.

$$\frac{1-10^{-1}}{9}=0{,}1 \text{ ، } \frac{1-10^{-2}}{9}=0{,}11 \text{ ، } \frac{1-10^{-3}}{9}=0{,}111$$

$$\frac{1-10^{-6}}{9}=0{,}111\ 111 \text{ ، } \frac{1-10^{-9}}{9}=0{,}111\ 111\ 111$$

التمرين (48):

لدينا : $a = 3200 \times 4352 = 3{,}2 \times 4{,}352 \times 10^6$

وَ $3<3{,}2<4$ وَ $4<4{,}352<5$

منه $12<3{,}2\times 4{,}352<20$

إذن $12\times 10^6 < a < 20\times 10^6$

ملاحظة أنّ المتباينات ضُربت أطرافها بأعداد موجبة وَ منه عدم تغيّر اتجاهها.

التمرين (94) :

$a=0{,}005\,8\times 367{,}55$

$a=0{,}58\times 10^{-2}\times 3{,}675\,5\times 10^{2}$

$a=0{,}58\times 3{,}675\,5$

إذن :

$$0,5 < 0,58 < 0,6$$
$$3 < 3,6755 < 4$$
$$1,5 < a < 2,4 < 2,5$$
$$1,5 < a < 2,5$$

التمرين (50) :

$$a = \frac{258,25}{0,042} = \frac{258,25}{42} \times 10^3$$

نلاحظ أنّ :

$$252 < 258,25 < 315$$
$$4 < \frac{258,25}{42} < 7,5$$

منه

$$4000 < a < 7500$$

المسألة (51)

يطلب من التلميذ أن يحسب الأعداد الثمانية الأولى فقط وَ أن يذكر ملاحظاته حول النتائج التي تحصل عليها، إذا لم يتوصل إلى استنتاج شيء يُلفت انتباه التلميذ إلى التركيز على رقم الآحاد في كل عدد، وَ يُطلب منه بعدها استنتاج رقم الآحاد في باقي الأعداد، على أن يتأكد من تخمينه عن طريق الحساب.

1. نلاحظ أنّ : $2^1 = \mathbf{2}$ ، $2^2 = \mathbf{4}$ ، $2^3 = \mathbf{8}$ ، $2^4 = 1\mathbf{6}$
$2^5 = 3\mathbf{2}$ ، $2^6 = 6\mathbf{4}$ ، $2^7 = 12\mathbf{8}$ ، $2^8 = 25\mathbf{6}$

إلى هذا الحد يستطيع التلميذ أن يُخمّن أنّ أرقام الآحاد سوف يتكرر بشكل دوري إثر كل أوربعة أعداد. على أن يتأكد من صحة تخمينه عن طريق الحساب.

**ملاحظة.** ليس مطلوبا من التلميذ أن يتوصل إلى النتائج العامة التي تُقدم فيما سيأتي :
من أجل $2^n$ حيث n عدد طبيعي، (يمكن برهان هذه النتائج بستعمال مبدأ التراجع)

- إذا كان n مضاعف العدد 4، أي $n = 4k$، فإنّ آحاد $2^n$ هو **6**.
- إذا كان n مضاعف العدد 4 زائدا 1، أي $n = 1 + 4k$، فإنّ آحاد $2^n$ هو **2**.
- إذا كان n مضاعف العدد 4 زائدا 2، أي $n = 4k + 3$ ، فإنّ آحاد $2^n$ هو **4**.
- إذا كان n مضاعف العدد 4 زائدا 3، أي $n = 4k + 3$، فإنّ آحاد $2^n$ هو **8**.

2. يستنتج إذن أنّ رقم آحاد كل عدد من سلسلة الأعداد المعطاة هو على الترتيب :
**2** ، **4** ، **8** ، **6** ، 2 ، 4، **8** ، **6** ، 2 ، 4.

3. تحديد رقم آحاد العدد $2^{100}$.

لدينا : $4\times25 = (2\times5)^2 = 10^2 = 100$، أي أنّ الأس مضاعف للعدد 4 إذن رقم آحاد العدد $2^{100}$ هو **6**.

المسألة (52)

* تترك الحرية التامة للتلميذ في القيام بهذا العمل بالطريقة التي يراها مناسبة ثم تناقش الطرق المقدمة في القسم. نظرا للوقت الذي تتطلبه مسألة من هذا النوع يمكن أن يتم البحث في البيت وَ المناقشة في القسم حيث يُخصص ربع ساعة، في عدة حصص يقدر الأستاذ عددها، لمراقبة أو توجيه التلاميذ في عملهم.

**1.** الأعداد التي تتكوّن من رقمين هي : 11 ، 21 ، 12 ، 22 وَ عددها هو 4.
يمكن أن يقترح الأستاذ المخطّط الآتي للبحث عن هذه الأعداد.
**2 .** الأعداد التي تتكوّن من 3 أرقام هي : 111 ، 121 ، 211 ، 221 ، 222 ، 212 ، 122 ، 112 وَ **عددها هو** 8.
* بعد هذا يقترح الأستاذ كتابة العددين، أي 4 وَ 8 على الترتيب على الشكل، $2^2$ وَ $2^3$. بالعودة إلى قراءة السؤالين السابقين نلاحظ ما يلي :
– في السؤال الأول، العلاقة بين الجملة « ... الأعداد التي تتكون من **رقمين**، ... » وَ بين **أس** العدد $2^2$.

– في السؤال الثاني، العلاقة بين الجملة « ... الأعداد التي تتكون من **ثلاثة أرقام**، ... » وَ بين **أس** العدد $2^3$.
ثم يطاب من التلاميذ البحث عن عدد الأعداد التي تتكون من أربعة أرقام، على أن تكون هذه الأعداد مكوّنة من الرقمين
1 وَ 2 فقط. سوف يلاحظ أنّ هذه الأعداد هو 61 أي $2^4$.
3. بعد هذا قد يقترح التلميذ الإجابة $64 = 2^6$.

المسألة (53)

1. $0{,}000\,0001 = 10^{-7}$
2. 10 ملايين تكتب $10^7$، إذن الطول الذي تشغله $10^7$ ذرة هيدروجين مرصوفة على استقامة واحدة هو :

$$10^{-7}\times10^{7} = 1\text{ mm}$$

المسألة (54) :

لديناً : $6\text{ h} = 21\,600\text{ s}$ إذن المسافة المقطوعة خلال 6 ساعات هي : $\dfrac{21\,600}{3\times10^{-3}} = 72\times10^5$ أي $7\,200\text{ Km}$

المسألة (55) :

1. واحد مليار يكتب $10^9$ إذن كتلة مليار واحد من البكتيريا هي :

$10^{-16} \times 10^{9} = 10^{-16+9} = 10^{-7}$ أي $10^{-7}$ gr

2. لدينا $1°m = 10^{-3}$ mm إذن قطر بكتيريا هو $0,000\,3$ mm $= 0,3\times10^{-3}$،

علما أنّ $1$ mm $= 10^{-1}$ cm فإنّ قطر البكتيريا بالسنتبمتر هو $0,000\,03$ cm.

المسألة (57) :

1. المسافة التي يقطعها الرعد في ثانية واحدة هي 300 m

2. $v = v' : 10^{-6}$ وَ $v = v'\times10^{6}$ لأنّ $v = 3\times10^{8}$ m/s وَ $v' = 3\times10^{3}$ m/s.

3. علما أنّ سرعة البرق هي سرعة الضوء فإنّ المسافة التي يقطعها البرق في 10 ثواني هي :

$3\times10^{8}\times10 = 3\times10^{9}$ m أوْ $3\times10^{6}$ Km .

4. ـ من العلاقة $d = v\times t$ أي $3\times10^{3} = 3\times10^{8}\times t$ إذن البرق يُرى بعد $t = \dfrac{3\times10^{3}}{3\times10^{8}} = 10^{-5}$ s .

ـ من العلاقة $d = v'\times t'$ أي $3\times10^{3} = 3\times10^{2}\times t$ إذن الرعد يُسمع بعد $t' = \dfrac{3\times10^{3}}{3\times10^{2}} = 10$ s .

المسألة (58) :

1. لدينا : $1$ L $= 10^{6}$ mm$^{3}$ وَ $4\,500\,000 = 4,5\times10^{6}$.

إذن عدد الكريات الحمراء في جسم الانسان هو : $6\times10^{6}\times4,5\times10^{6} = 27\times10^{12}$.

2. قطر كرية حمراء هو 7 µm وَ عدد الكريات في جسم الإنسان هي $27\times10^{12}$ كرية، إذن طول الخط المستقيم الذي تشغله الكريات الحمراء لو صُفت على هذا الخط هو :

$7\times10^{-3}\times27\times10^{12} = 189\times10^{9}$ mm لأنّ $7$ µm $= 7\times10^{-3}$ mm،

لدينا : $10^{9} = 10^{3}\times10^{6}$ ، إذن $189\times10^{6}$ m $= 189\times10^{3}$ km هو طول هذا الخط.

3. طول الارتفاع هو :

$27\times10^{12}\times3$ µm $= 27\times10^{12}\times3\times10^{-3}$ mm $= 81\times10^{9}$ mm $= 81\times10^{6}$ m $= 81\times10^{3}$ km.

# الحساب الحرفي

## بطاقــة فنيــة

**أهداف التعليم / التعلّم :**

التلميذ في نهاية المحور :

- يبسط عبارة جبرية.
- ينشر عبارة جبرية من الشكل : $(a + b)(c + d)$ حيث $a$ وَ $b$ وَ $c$ وَ $d$ أعداد نسبية.
- يختبر نتيجة حساب حرفي.

**المكتسبات القبلية :**

- تعويض حروف بقيم عددية في عبارة حرفية.
- تدريب على الحساب الحرفي.
- اختبار صحّة مساواة أوْ متباينة تحتوي على مجهول أوْ مجهولين.
- حل معادلات بسيطة.
- سلسلة عمليات ( استعمال الأقواس وَ أولوية العمليات ).

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

- التدريب على الحساب الحرفي.
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادّة.

## مخطّـط الدّرس

**1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. تبسيط عبارة جبرية.**

• تمهيد : النشاط (1) من اختبر مكتسباتك.
• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. نشر عبارة جبرية.**

• تمهيد : النشاط (4) من اختبر مكتسباتك.
• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**اختبار صحّة نتيجة.**

• تمهيد : النشاطان (3) وَ (5) من اختبر مكتسباتك.
• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) لتتعلّم كيف تحرّر.**

**4) قوّم مكتسباتك.**

من الضروري **ألاّ** تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسييــر الدرس

**اختبر مكتسباتك.**

النشاط (1)

كتابة عبارة جبرية انطلاقا من معلومات واردة على شكل.

النشاط (2)

حساب قيم عبارات جبرية من أجل قيم معلومة للحروف العبارة.

النشاط (3)
اختبار صحّة عبارة جبرية من أجل قيم معلومة للحرف $x$ .

النشاط (4)
نشر وَ تبسيط عبارات جبرية.

النشاط (5)
حل معادلات بسيطة.

**تمعّـن وَ اكتشـف**

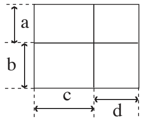
**I. تبسيط عبارة الجبرية.**

النشاطان (1) وَ (2)
القيام بعمليات حسابية على الأعداد النسبية وَ كذلك على الحساب الحرفي وَ مقارنة عبارات جبرية.
النشاط (3)
1. استعمال الحساب الحرفي في مواطن مختلفة وَ ترجمة معلومات معطاة على شكل باستعمال عبارات حرفية.
مساحة المستطيل هي : $6 (2x + 3)$.
2. محيط المستطيل هو نفس محيط المستطيل السابق أي $2 (3 + 2x+ 6) = 2 (2x + 9) = 4x + 18$
وَ مساحته هي : $14 (x + 1)$.
العبارة $14 (x + 1)$ تكتب، مثلا، على الشكل : $14 (x + 1) = 7 (2x +2) = 2 (7x +7)$.
من تحليل العبارة إلى $7(2x +2)$ نأخذ العددين 7 وَ $2x + 2$ كبعدين للمستطيل يكون محيط المستطيل في هذه الحالة هو $2 (2x +2 + 7) = 2 (2x + 9)$ وَ هو نفس محيط مستطيل السؤال الأول.
* يمكن البحث عن إمكانية وجود حلول أخرى.

**II. نشر عبارات جبرية.**
* عند حساب مساحة سطح مركب أوْ حجم جسم مركب من عدّة سطوح أوْ عدّة أجسام يجب ملاحظة الشكل جيّدا ( في هذه الحالة يُستحسن وصفه بدقّة ) تمّ اختيار «**تجزئة**» للسطح الإجمالي أوْ للجسم الإجمالي. بمعنى آخر، أن يُحلّل الشكل أوْ الجسم إلى أشكال مألوفة (**بسيطة**) أوْ أجسام مألوفة **تغطي** الشكل أوْ الجسم الإجمالي. على أن تكون هذه الأشكال أو الأجسام المألوفة **منفصلة** وَ **متجاورة** ( أي لاتداخل فيما بينها وَ لا فراغ بينها ).

النشاط (1)
1. التمعن في شكل القطعة وَ في المعلومات الواردة عليها أمر ضروري.
2. قبل حساب مساحة القطعة الخضراء يجب أن يتبيّن أنّ الشكل الهندسي للقطعة متوازي اَضلاع طول ضلع فيها هو $a + b$ وَ ارتفاعها المتعلّق بهذا الضلع $h$.

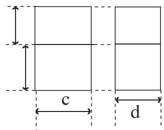
3. نفس الملاحظة السابقة تكرّر هنا. اختيار الطريقتين لحساب المساحة المطلوبة هي من خصوصية التلميذ، وَ هذه بعض من هذه الطرق :




أ) الحساب المباشر يعطي $S = (a + b)\ (c + d)$

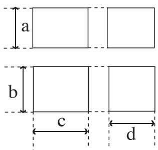
حيث $S$ يرمز إلى مساحة القطعة.

ب) تفكيك القطعة إلى قطعتين منفصلتين وَ حساب مساحة كل منهما فيكون في هذه الحالة $S = (a + b)\ c + (a + b)\ d$




جـ) تفكيك القطعة الكلية إلى أربع قطع ثمّ يلاحظ أنّ هذه القطعة مستطيلة الشكل.

فتكون في هذه الحالة $S = ac + ad + bc + bd$ .




بعد نشر العبارة الأولى وَ العبارة الثانية يُلاحظ تساوي العبارت الثلاثة.

4. انطلاقا من نتائج السؤال السابق يمكنه الإجابة على هذا السؤال.

النشاط (2)

1. نصف أسطوانة دورانية، قطرها $x - 1$ وَ ارتفاعها $x + 1$ .

باقي الأسئلة يتدرّب التلميذ من خلالها على **توزيع الضرب** على الجمع أوْ على الطرح على أن ينتبه بعدها إلى ضرورة تبسيط العبارة الناتجة.

4. مراعات أولويّة العمليات.

النشاط (3)

* النشاط يكون بعد التطرق إلى نظرية فيثاغورث.

* يحضر النشاط في البيت. بالنسبة لكثير أو بعض التلاميذ النشاط يحتاج إلى شيئ أوْ كثير من التركيز، وَ يجب أن يُنبّهَ التلاميذ إلى ذلك.

## للتّوظيـف

النشاط (1)

استعمال الحساب الحرفي في ميدان الهندسة وَ التذكير بضرورة التأكّد من صحّة وَ ملاءمة نتيجة الحساب في كل حساب حرفي.

النشاط (2)

اختبار صحّة المساواة للتأكّد من صحّة عمليتي النشر وَ التبسيط تمكن من تصحيح الخطإ في حالة وجوده.

النشاط (3)

وضعية تعطي معنى وَ دلالة للحساب الحرفي، مثلا :

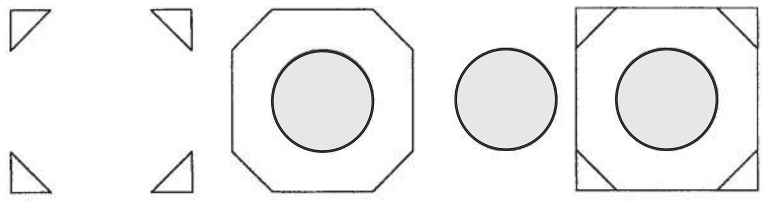
– حساب بُعْدِ مجهول في سطح أوْ مجسم أوْ غيرهما، النشاط (3) .

– تحديد بُعْدِ تتوفّر فيه شروط معينة.

## لتتعلّم كيف تحرّر.

يستحسن أن يكون العمل في التمرين عمل فردي. وَ أن يُعطى الوقت الكافي للتلميذ حتى يتمكن من التركيز وَ التفكير.

وَ إن لزم الأمر يُرسم الشكل على السبورة مع تظليل الجزء الذي تُحسب مساحته. إنّ وصفا كاملا للشكل وَ تفكيكه بعد ذلك قد يسمح له بالتفكير في حساب كل المساحات الجزئية (مع مراعات ما جاء في الملاحظة الواردة بداية الفقرة). ثمّ التوصّل إلى المطلوب مثلا:



## لتتمرّن

التمرين (18)

يقوّم الأستاذ مدى استيعاب التلاميذ للعمل الذي قاموا به في فقرة " لتتعلّم كيف تحرّر".

التمرين (19)

**طريقة أولى:**

أ) $S = \frac{1}{2} \times 3x\,(a - x)$ مساحة الجزء الملوّن عبارة عن نصف مساحة المستطيل المرسوم داخل متوازي الأضلاع.

**طريقة ثانية:**

ب) $\frac{1}{2}\left[(3x \times a) - 2 \times \frac{1}{2}(3x \times x)\right]$ حيث $(3x \times a)$ هي مساحة متوازي الأضلاع، وَ $\frac{1}{2}(3x \times x)$ هي مساحة كل من المثلثين القائمين الجانبيين.

**يجب أن يتأكّد التلميذ عن طريق النشر وَ التبسيط أنّ الطريقتين تؤدّيان إلى نفس النتيجة.**

مع الملاحظة أنّ هناك كيفيات أخرى لحساب المساحة المطلوبة.

المسألة (24)

ملاحظة المعلومة الواردة على الشكل ضرورية.

1. علما بأنّ مجموع أقياس زوايا مثلث تساوي $180°$ فإنّ $\frac{6}{5}x^2 + 2 \times 3x^2 = 180$ أي $\frac{36}{5}x^2 = 180$

$x = \sqrt{\frac{5 \times 180}{36}} = 5$. (اختبار صحّة النتيجة).

المسألة (25)

1. أوجه المكعب هي مربعات إذن طول قطر قاعدته، حسب نظرية فيثاغورث، هو :

$\sqrt{2(x+1)^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{2}(x+1)\,\mathrm{cm}$ بعد الملاحظة أنّ $x+1 > 0$

2. بعد الملاحظة أنّ قطر الأسطوانة هو نفسه قطر المكعّب( لأنّ رؤوس المكعّب وَ أحرفه الجانبية تلمس السطح الجانبي للأسطوانة من الداخل )، ينتج أنّ الحجم الشاغر في الأسطوانة هو :

$$\left[\pi\left[\frac{1}{2}(x+1)\times\sqrt{2}\right]^2(x+1)-(x+1)^3\right]\mathrm{cm}^3$$ ،

حيث $\frac{1}{2}(x+1)\sqrt{2}$ هو نصف قطر الأسطوانة وَ ( $x+1$ ) هو ارتفاعها وَ هو أيضا طول حرف المكعب.

# حل مشكلات وَ معادلات من الدرجة الأولى

## بطاقــة فنيّــة

### أهداف التعليم / التعلّم

التلميذ في نهاية المحور:

- يُقارن بين عددين ناطقين.
- يَعرف الخواص المتعلقة بالمساويات وَ العمليات وَ يستعملهما في وضعيات بسيطة.
- يَعرف الخواص المتعلقة بالمتباينات وَ العمليات وَ يستعملهما في وضعيات بسيطة.
- يُرّيض مشكلات وَ يحلها بتوظيف معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

### المكتسبات القبلية

- حل معادلات في وضعيات بسيطة.
- اختبار صحة مساواة أوْ متباينة تتضمن عددا مجهولا، عندما يُستبدل بقيمة.
- نشر وَ تبسيط عبارة حرفية.
- إدراك بعض معاني الرمز « = ».

### الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.

- التدريب على الحساب الحرفي (نشر وَ تبسيط عبارات جبرية بسيطة).
- حل مشكلات بتوظيف معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.
- حل مشكلات متعلقة بالنسب المئوية.
- معرفة تناسبية أطوال أضلاع مثلثين مُعينيْن بمستقيمين متوازيين وَ قاطعيْن لهما وَ استعمالها.
- إجراء حسابات على مثلث قائم
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.
- استعمال أمثلة مضادة لإثبات عدم صحّة قضية.

## مخطّط الدّرس

**1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. المساواتيات وَ العمليات.**

- تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
  التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. المتباينات وَ العمليات.**

- تمهيد : النشاطان (1) وَ (2) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
  التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.**

- تمهيد : النشاط (4) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
  التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. ترييض مشكل**

- تمهيد : النشاطان (5) وَ (6) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (3) وَ (4) من للتّوظيف :
  التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) لتتعلّم كيف تحرّر.**

يُستحسن أن يَحُثّ الأستاذ تلاميذه على حل التمرين، في البيت، قبل أوْ بعد أن يَطّلع على الحل المقترح، وَ يطلب منهم أن يقترحوا حلا آخر أو ترتيبا آخر لخطواته إن أمكن. تُناقش الإقتراحات المقدّمة إن كانت هناك اقتراحات. في حالة توصّل تلميذ إلى حل أبسط يُؤخذ هذا الحل بعين

الاعتبار، **على أن تكون كل مراحل الحل معلّلة**، وَ يُقدم التلميذ اقراحه على السبورة لتشجيعه على المبادرة وَ الاستقلالية في العمل.

4) **قوّم مكتسباتك.**

من الضروري **ألاّ** تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسييــــر الدرس

**اختبر مكتسباتك.**

النشاطان (1) وَ (2)

يساعدان على التذكير بمختلف طرق « مقارنة عدديْن ناطقيْن ».

النشاط (3)

يلاحظ التلميذ أنّ الرمز « = » له عدة دلالات مثلا :

**في المساويات :**

$$a\,(b + c) = ab + ac$$
$$(a - 2)\,(a + 2) = a^2 - 4$$

يدل الرمز «=» في هذين المثالين على تساوي الطرفان **من أجل كل قيم** الأحرف c,b,a.

**في المساويات :**

$$7a + 5 = 6a - 9$$
$$-b + 2 = 5b + 3$$

يفصل الرمز «=» بين طرفيْ معادلة، وَ حل كل من هاتين المعادلتين **يحدد قيمة** الحرف a أوْ b التي تحقق المساواة.

النشاط (4)

يسترجع التلميذ من خلال النشاط : طُرق حل معادلة بسيطة، وَ كذلك التحقّق من صحة مساواة من أجل قيمة مُعينَة للحرف ( المجهول ).

النشاط (5)

يتمكن التلميذ من خلاله الربط بين نصوص صِيغَت بطريقتين، « صياغة لغوية » وَ « صياغة رياضية ».

إنّ القراءة السطحية وَ الربط السريع بين نَصيْن، حتى إذا كان صحيحا، لا يكفي. لذا يُستحسن أن يعوّد الأستاذ تلاميذه على تحديد هذا الربط بشيئ من التفصيل. مثلا: تحديد **الكلمة أوْ الجملة المحورية** في النص اللغوي أوّلا، ثمّ الربط بين كل **كلمة أوْ جملة**، في النص اللغوي، مع **الحد أوْ الرمز** الذي يناسبها في النص الرياضي.

مثلا في النص (2)، **الجملة المحورية** في النص اللغوي هي « مساحة مثلث » . ( وَ الملاحظ هنا أنّه في حالة جهل التلميذ لقاعدة مساحة مثلث، لن يتمكن من مواصلة الربط بين النصين ).

النشاط (6)

يتعلق الأمر هنا بترجمة نص لغوي إلى نص رياضي.

النص (1) « إذا أضفنا 10 إلى ثلاث مرات عدد، فالنّاتج يفوق 200».

**الكلمة المحورية** في النص هي «عدد».

لذا يجب أن **يُبرز** هذا الـ«عدد» كأن يُرمز له بالرمز «$x$» مثلا.

ثمّ يُقرأ النص من جديد لاستخلاص كل المعلومات المتعلقة بالكلمة المحورية « عدد » الواردة في النص، ثم ترجمتها إلى حدود أوْ رموز، مثلا:

« ثلاث مرات عدد » ........ $3x$،

« أضفنا 10 إلى ثلاث مرات عدد » ........$3x + 10$ ،

« الناتج » هو: ........ $3x + 10$،

« الناتج يفوق 200 » .......... $3x + 10 > 200$.

الترجمة الرياضية للنص اللغوي (1) هي: $3x + 10 > 200$.

**تمعن وَاكتشف.**

**I. المساويات وَ العمليات**

النشاطان (1) وَ (2)

**اقتراحات:**

– يُحضّر النشاط (1). في البيت، وَ يُناقش، في القسم، بالتوازي مع النشاط (2). أثناء هذه المناقشة تُعلل كل الإجابات.

– يُؤدَّى النشاطان (1)، (2). بالتوازي وَ على مرحلتين.

· **المرحلة الأولى.** تتكوّن من:

– النشاط الأول، السؤال (1) وَ الفرعين الأولين من السؤال (2) (وَ هو عبارة عن أمثلة تمهيدية).

– النشاط الثاني، السؤال (1) (وَ هو عبارة عن تعميم للأمثلة التمهيدية)،

ثمّ تُستنتج، من هذه المرحلة، **خواص المساويات وَ عمليتي الجمع وَ الطرح** .

**ملاحظات:**

• عند التطرق إلى النشاط (2) من المرحلة الأولى، تُعطى للتلميذ فرصة لاستعمال:

– الفرضية «$b = a$»

– التذكير الوارد في الإطار الأزرق (كتاب التلميذ).

مثلا:

• بعد نشر وَ تبسيط العبارة:

$(a + c) - (b + c) = 0$ ،

يستنتج أنّ $a + c = b + c$

هذا بالاستعانة بالتذكير: «$a - b = 0$ يعني $a = b$» من أجل كل أعداد نسبية $c, b, a$.

• بنفس الطريقة يستنتج أنّه: من أجل كل أعداد نسبية $a, b, c$،
$(a - c) - (b - c) = 0$ يعني $a - c = b - c$.

يتولّى التلميذ، بعد هذا، صياغة القواعد، التي تَوصَّل إليها، بنفسه، بنص لغوي ثم بنص رياضي، أوْ العكس.

**تــزوّد**

كتابة الفقرة المتعلقة بـ «المساويات وَ عمليتي الجمع وَ الطرح» (على شكل بطاقة)، كالآتي:

> $c, b, a$ أعداد نسبية.
> • إذا أضفنا **نفس العدد** إلى طرفيْ مساواة، نحصل على مساواة جديدة.
> إذا كان $a = b$ فإنّ $a + c = b + c$.
> • إذا طرحنا **نفس العدد** من طرفيْ مساواة، نحصل على مساواة جديدة.
> إذا كان $a = b$ فإنّ $a - c = b - c$.

تُرفق كل من القاعدتين بأمثلة.

• **المرحلة الثانية.** تتكوّن من:

النشاط الأول، الفرعين الثالث وَ الرابع من السؤال (2)، (أمثلة تمهيدية).

النشاط الثاني، السؤال (2)، (تعميم للأمثلة التمهيدية).

ثمّ تُستنتج خواص المساويات وَ عمليتيْ الضرب وَ القسمة.

تُكرر نفس الملاحظات السابقة حول **الفرضية** $a = b$ وَ **التذكير** الوارد في الإطار الأزرق وّ كذلك حول صياغة القواعد.

**تــزوّد**

تُكتب بطاقة للخواص الواردة في «تزوّد» منفصلة كالآتي:

> $c, b, a$ أعداد نسبية.
> • إذا ضربنا طرفيْ مساواة **بنفس العدد**، نحصل على مساواة جديدة.
> إذا كان $a = b$ فإنّ $c \times b = c \times a$.
> • إذا قسمنا طرفيْ مساواة **على نفس العدد**، **غير المعدوم**، نحصل على مساواة جديدة.
> إذا كان $b = a$ وَ كان $c \neq 0$
> فإنّ $c \div b = c \div a$ أي $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

وَ تُرفق كل من القاعدتين بأمثلة.

## II. المتباينات وَ العمليات

النشاطان (1) وَ (2)

**اقتراحــات**

– تُراعى نفس الملاحظات التي وردت حول النشاطين (1) وَ (2). من فقرة « المساويات وَ العمليات » حيث تُستعمل **الفرضية** $a < b$ ، وَ **التذكير** $a - b$ يعني $a < b$.

– يحضّر النشاط (1) في البيت وَ يناقش، في القسم، بالتوازي مع النشاط (2).

– العمل على النشاطيْن بالتوازي، في مرحلتين :

· **المرحلة الأولى** وَ تتكوّن من :

– السؤالين (1) وَ (2) من النشاط الأول،

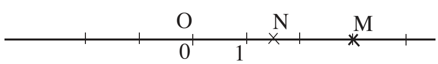
– السؤال (1) من النشاط الثاني.

**ملاحظات :**

قبل الشروع في المرحلة الأولى يمكن تقديم **تذكير** لمفهوم « المسافة إلى الصفر وَ فاصلة نقطة » . يمكن أن يكون هذا التذكير كالآتي :

تُرتب النقط على مستقيم مُدَرَّج من اليسار إلى اليمين حسب الترتيب التصاعدي لفواصلها ( التي هي الأعداد النسبية ) مثلا :

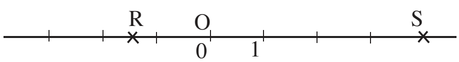
**1.** M وَ N نقطتان من المستقيم المدرج. بما أنّ **النقطة** M تقع **يمين النقطة** N ، فإنّ **فاصلة** النقطة M **أكبر** من **فاصلة** النقطة N.




**2.** العكس :

R وَ S نقطتان فاصلتاهما $x_r$ وَ $x_s$ علىالترتيب،

إذا كان $x_s$ **أكبر** $x_r$ فإنّ النقطة S تقع **يمين** النقطة R.

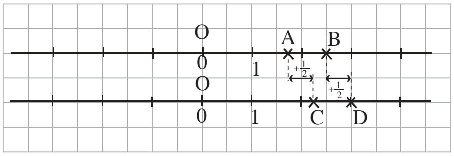


النشاط (1)

أ) لتعليم النقطتين C وَ D يمكن الاعتماد على تعليم النقطتين A وَ B دون حساب المجموعين:

$\frac{7}{4}+\frac{1}{2}$ وَ $\frac{5}{2}+\frac{1}{2}$.

* يلاحظ التلميذ ما يلي:




• علىالمستقيم المدرج الأول، النقطة B تقع **يمين** النقطة A، إذن $\frac{7}{4} > \frac{5}{2}$

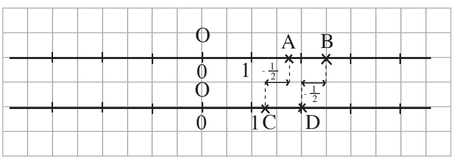
• علىالمستقيم المدرج الثاني، النقطة D تقع **يمين** النقطة C، إذن $\frac{7}{4}+\frac{1}{2} > \frac{5}{2}+\frac{1}{2}$

إنّه من الضروري إعطاء أمثلة أخرى، مثلا:

– قارن بين العددين $-4$ وَ $-\frac{3}{2}$ بالاعتماد على موقعيْ النقطتين F وَ E اللتين فَاصِلّتاهما $-4$ وَ $-\frac{3}{2}$ على الترتيب.

– استنتج موقعيْ النقطتين H وَG اللتين فَاصِلّتاهما $-4+1$ وَ $-\frac{3}{2}+1$ على الترتيب، ثمّ قارن بين العددين $-4+1$ وَ $-\frac{3}{2}+1$

ب) تعليم النقطتين E وَ F. بنفس الطريقة السابقة




.مقارنة العددين $\frac{7}{4}-\frac{1}{2}$ وَ $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}$

يُطلب من التلميذ، بعد هذا، أن يَكتب ملاحظاته حول ترتيب عددين:

– إذا **أضيف نفس** العدد إلى عددين مُرَتبيْن.

– إذا **طرح نفس** العدد من عددين مُرَتبيْن.

النشاط (2)

يُلفَت انتباه التلميذ إلى:

أنّ هذا النشاط هو برهان لما سبق ملاحظته في النشاط الأول عن طريق أمثلة، وَ كذلك إلى ضرورة استعمال **الفرضية** « $a > b$ »، وَ **التذكير** « $a - b > 0$ يعني $a > b$ » ، للتوصل إلى البرهان:

يتم ذلك باتباع نفس الملاحظات التي وردت في الفقرة « المساويات وَ العمليات ».

بعد هذا، يَكتب التلميذ بطاقتين للخواص التي توصل إليها.

**تـــزوّد**

نقل البطاقتين على الكراس.

| | |
|---|---|
| $a, b, c$ أعداد نسبية.<br>يُرتب العددان $a + c$ وَ $b + c$ بنفس ترتيب العددين $a, b$ أي :<br>• إذا كان $a < b$ فإنّ $a + c < b + c$،<br>• إذا كان $a > b$ فإنّ $a + c > b + c$. | $a, b, c$ أعداد نسبية.<br>يُرتب العددان $a - c$ وَ $b - c$ بنفس ترتيب العددين $a, b$ أي :<br>• إذا كان $a < b$ فإنّ $a + c < b + c$،<br>• إذا كان $a > b$ فإنّ $a - c > b - c$. |

**المرحلة الثانية :**

السؤال (3) من النشاط الأول.

السؤال (2) من النشاط الثاني.

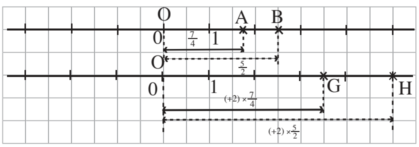
**النشاط (1)**

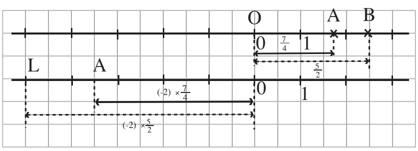
. تعليم النقطتان G وَ H انطلاقا من تعليم A وَ B.

ثم استنتاج مقارنة بين العددين $2\times\frac{7}{4}$ وَ $2\times\frac{5}{2}$.

. تُكرّر العملية عند مقارنة العددين

$$(-2)\times\frac{7}{4} \text{ وَ } (-2)\times\frac{5}{2}$$



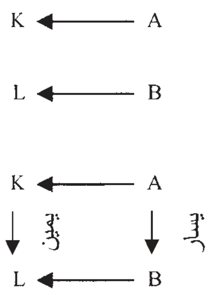




يلاحظ في الأخير:

• أنّ موقع A، بعد ضرب فاصلته بالعدد (2-)، يتحول إلى K، وَ أنّ موقع B، بعد ضرب فاصلته بالعدد (2-)، يتحول إلى L.

• وَ أنّ النقطة B تقع **يمين** النقطة A،

في حين تقع النقطة K تقع **يمين** النقطة L.




يُستحسن أن تُقدّمَ أمثلة أخرى وَ استعمال التمثيل على مستقيم مدرّج لكي يَتبيّن التلميذ، على أكثر من مثال، أنه :

– إذا **ضُرب** عددان مرتبان a وَ b **بنفس العدد الموجب** فإنّ العددين الناتجين **يحافظان على نفس الترتيب.**

– إذا **ضُرب** عددان مرتبان $a$ وَ $b$ **بنفس العدد السالب** فإنّ **ترتيب العددين الناتجين يتغيّر.**
ليستنتج الجميع البطاقة الآتية :

| |
|---|
| لدينا $\frac{7}{4} > \frac{5}{2}$ ، |
| – بضرب طرفي المتباينة بالعدد $(+2)$ الموجب نلاحظ أن : $(+2) \times \frac{7}{4} > (+2) \times \frac{5}{2}$ |
| – بضرب طرفي المتباينة بالعدد $(-2)$ السالب نلاحظ أن : $(-2) \times \frac{7}{4} < (-2) \times \frac{5}{2}$ |

النشاط (2)
تُعمّم هذه النتائج مثلما عُمّمت نتائج المرحلة الأولى، وَ ذلك باستعمال كل من :
الفرضية « $a < b$ » وَ التذكير « $a - b < 0$ » يعني « $a < b$ » .
تُكتب بعده الخواص المتعلقة بالمرحلة الثانية.

**تــزوّد**

نقل البطاقات المتعلقة بالمرحلة الثانية.

**للتوظيــف**

**I. المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد.**

النشاط (1)
يأتي بعد أداء النشاط (4). من « اختبر مكتسباتك ».

**توضيــح** : عدد حبات الفاكهة على كفّة الميزان (1) هو 6 وَ عدد الحبات في كفة الميزان (2) هو 3.
يمكن ترجمة الوضعيتين كالآتي :
– الوضعية 1. $6f = 1\ 000 + 2b$
– الوضعية 2. $2b = 500 + 3f$
حيث يرمز $f$ إلى كتلة حبّة فاكهة وَ يرمز $b$ إلى كتلة علبة.

النشاط (2)
1. بتطبيق خواص « المساويات وَ العمليات » يَحْصُل التلميذ على خوارزمية تَسمح له بحل معادلة. ذكر **الخاصة المستعملة** في كل خطوة من خطوات الحل أمر ضروريّ.
2. تعويد التلميذ على التحقّق من صحّة الحلّ.
3. يسمح بتقييم مدى استيعاب التلميذ للخوارزمية المُسْتنتجة وَ تقويم الأخطاء، في حالة وقوعها.الإجابة على هذا السؤال بشكل فردي.

**للترسيـخ**

نقل الفقرة المتعلقة « المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ».

## II. تربيض مشكل

النشاط (3)

يَتَقدّم هذا النشاط، النشاطان (5) وَ (6)، من « اختبر مكتسباتك ».

النشاط يُؤدَّى من طرف كل تلميذ بمفرده وَ تُناقش الحلول المقترحة وَ تُقبل كل الحلول الصحيحة.

يمكن أن يكون الحل على هذا الشكل مثلا.

– تحديد الجملة المحورية في النصّ وَ هي :

« يشترك حكيم وَ زهراء في مبلغ من المال قدره 7 500 DA ». (1)

– تحديدالجُمَل التي لها صِلَة بالجملة المحورية :

(2) . لوْ نَقُصت حصة زهراء بمبلغ 250 DA،

(3) . لوْ زادت حصة حكيم بمبلغ 500 DA،

لأصبح لدى كل من الأخوين نفس المبلغ . (4)

– نرمز بالحرف a لحصة زهراء وَ بالحرف b لحصة حكيم.

– بالرمز $x$ لحالة تساوي الحصتي الأخوين.

تُترجَم الجمل الأربعة كالآتي :

• الجملة المحورية (1) تُترجم بالمعادلة :

(5) $a + b = 7\,500.$

• الجمل (2) ، (3) وَ (4) تُترجم كالآتي :

– حصة زهراء هي : $a = x + 250$ DA،

– حصة حكيم هي : $b = x - 500$ DA.

المعادلة (5) تُصبح إذن :

$(x + 250) + (x - 500) = 7\,500.$

بحل المعادلة الأخيرة يكون : $x = 3\,875$

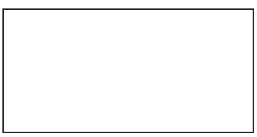
وَ تكون حصة زهراء هي : 4 125 DA

وَ حصة حكيم هي : 3 375 DA.

**ملاحظة** : التحقق من صحة الحل أمر ضروري.

النشاط (4)

يُسْتحسن رسم شكل هندسي إذا كان نص المشكلة مرتبط بشكل، وجود الشكل يساعد على تربيض مشكلة.



$\ell$

L

النشاط فرصة للتذكير بخواص « المتباينات وَ العمليات ». وَ كذلك أهمية هذه الخواص عند حل بعض المشكلات.

– الجملة المحورية هي : «مساحة مستطيل»

– الجمل المرافقة للجملة المحورية :

(1) . حصر لطول المستطيل بين 1,40 cm وَ 1,60 cm.

(2) . عرض المستطيل 0,70 cm ،

حصر لمساحة المستطيل. (3)

التأكد من معرفة التلميذ للعلاقة التي تُعطي مساحة مستطيل : $(4)\ S = L \times \ell$

حيث L هو طول هذا المستطيل وَ $\ell$ هو عرضه.

الجملة (1) تترجم كالآتي $1{,}60 < L < 1{,}40\ (5)$ .

بما أنّ مساحة المستطيل هي $L \times \ell$،

إذن **نضرب الأطراف الثلاثة للمتباينة** (5) بالعدد $\ell$ يعطينا :

$1{,}40 \times \ell < L \times \ell < 1{,}60 \times \ell$

أي : $1{,}40 \times 0{,}70 < L \times \ell < 1{,}60 \times 0{,}70$

إذن مساحة السجادة محصورة بين $0{,}98\ m^2$ وَ $1{,}12\ m^2$

أي $0{,}98\ m^2 < S < 1{,}12\ m^2$.

**اقتراح : تقييم نهاية المحور ( مراقب )**

* ضع مكان النقط، الكلمات الناقصة أوْ الخواص المستعملة في كل خطوة.

1) إذا كان لدينا : $2x + 3 = 7x + 4$

فإنّ $\ldots\ 2x + 3 - 7x = 7x + 4$ ذلك بـ ...

وَ $-5x + 3 = \ldots$ بعد تبسيط الطرفين.

وَ $-5x = \ldots$ ...

وَ $x = \ldots$ ...

2) حدّد فيما يلي الأخطاء المرتكبة ثم صحّحها مع التعليل.

إذا كان لدينا : $-9a + 7 < 3a - 3$

فإنّ $-9a + 7 - 7 < 3a - 3 + 3$

وَ $-9a < 3a$

وَ $-9a - 3a < 3a - 3a$

وَ $-12a < 0$

وَ $a < 0$

3) حلّ المعادلة الآتية :

$(x + 5)(2x - 7) = 2x^2 - 17$.

4) اشترك ثلاثة إِخوة لشراء هدية لأمهم. دفع أحدهم رُبْع المبلغ وَ دفع الثاني خُمُسَيْ المبلغ وَ دفع الثالث دفع 490 DA ،

ما هو ثمن الهدية؟

– ......

– القسط الذي دفعه الأخ الأول هو ......

– القسط الذي دفعه الثاني هو ......

– القسط الذي دفعه الثالث هو 490 DA

إِذن لدينا المعادلة ......

( ترك أربعة أسطر ليتمكن التلميذ من إتمام الحل).

5) CBA المثلث أقياس زواياه هي $\hat{B} = 3\hat{A}$ وَ $\hat{C} = \frac{2}{3}\hat{B}$ حدّد أقياس زوايا هذا المثلث.

(خمسة أوّ ستّة أسطر لإتمام الحل).

**لتتمـرّن**

**ملاحظـة**

– إِنّ بساطة بعض التمارين ليس عُذرا لِعَدَمِ الإهتمام بها أو الاستغناء عن تحرير إِجابتها، فإِنّ بساطتها تساعد على ترسيخ وَ تدعيم المعارف التي تحملها.

– هناك بعض من التمارين مركّبة ( قد يراها البعض معقّدة )، بالتالي قد يعزف التلميذ عن حلّها. حلّ هذه التمارين يتطلّب **إصرارا** ( العودة إِليها أكثر من مرّة ) وَ خاصة قراءة **متمعّنة** للنص ( وَ البحث عن علاقة بين النص وَ معارفه، بالتالي العودة إِلى الدرس الذي يتناول تلك المعارف ).

التمرين (1)، حلّ جزئي.

**الفرضيّة**: $a = -10$.

1. يمكن الإجابة على الفرع الأول بكيفيتين:

– الانطلاق من المساواة الواردة في السؤال للحصول على الفرضية في حالة كون المساواة صحيحة.

لدينا $a + 5 = -5$ :، بطرح العدد 5 من طرفي المساوات يكون $a + 5 - 5 = -5 - 5$، أي $a = -10$.

إِذن المساواة صحيحة.

– الانطلاق من الفرضيّة للحصول على المساواة المعطاة أيضا إِذا كانت صحيحة.

لدينا: $a = -10$، **بإِضافة العدد 5 إِلى طرفي المساواة** نحصل على: $a + 5 = -10 + 5$، **بعد التبسيط** نحصل على $a + 5 = -5$، وَ هي المساوات المطلوبة.

* يمكن أيضا **نتحقّق من صحّة المساواة** وَ بالتّحقق من صحة المساوات $a + 5 = -5$ من أجل $a = -10$.

الفرع الثاني:

الأمر يتعلّق بعبارة، وَ ليس مساواة، إِذن ننطلق من الفرضيّة.

لدينا: $a = -10$، **بإضافة العدد 10 إلى طرفي المساواة** نحصل على: $a + 10 = -10 + 10$ ، **بعد التبسيط** نحصل على $a + 10 = 0$، إذن قيمة $a + 10$ هي 0.
بطريقة مماثلة نحصل على إجابات السؤال 2.

التمرين (7)، حلّ جزئي.
الفرضيّة: $1,5 < b < 3,2$.

2. في مثل هذه الحالة يُستحسن **الانطلاق من الفرضيّة.**
بعد التمعّن في العلاقة المعطاة ($5 < 2b + 2 < 7,5$)، نلاحظ أنّ الأمر يتعلّق بحصر $2b + 2$.

– الخطوة الأولى
**بضرب المتباينة المزدوجة** $1,5 < b < 3,2$ **بالعدد 2** . نتحصل إثرها على $2\times1,5 < 2b < 2\times3,2$
أي $3 < 2b < 6,4$ .

– الخطوة الثانية،
**إضافة العدد 2 إلى أطراف المتباينة المزدوجة الأخيرة** نحصل على المتباينة $3 + 2 < 2b + 2 < 6,4 + 2$،
أي $5 < 2b + 2 < 8,4$ . هذه المتباينة الأخيرة تعطينا حصرا للعبارة $2b + 2$ ، هذه العبارة إذن محصورة بين العددين 5 وَ 8,4 وَ ليس بين العددين 5 وَ 7,4 كما جاء في السؤال (1).
إذن من العلاقة $1,5 < b < 3,2$ **لا نستطيع الحصول** على $5 < 2b + 2 < 7,4$.
يمكن التأكد من النتيجة بإعادة العمليات مرّة أخرى.

المسألة (30)، توجيهات.
نسمي a حصّة جعفر، b حصّة محمّد وَ c حصّة نور الدّين، إذن $a + b + c = 7\ 245$ . (1)
وَ $a = \frac{2}{3}b$ وَ $c = \frac{1}{2}(b + a)$ .
من المساواتين الأخيرتين نحصل على المساواة $c = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}b + b\right)$ أي $c = \frac{5}{6}b$

بتعويض a وَ c في المساواة (1) نحصل على المعادلة $\frac{2}{3}b + b + \frac{5}{6}b = 7\ 245$
بحل هذه المعادلة نحصل على الإجابة المطلوبة.

المسألة (35)، توجيهات.
الفرضيات: CBA مثلث حيث: $\hat{A} = 3\hat{B}$ وَ $\hat{C} = \frac{1}{2}\hat{B}$
– حساب الأقياس $\hat{A}$ وَ $\hat{B}$ وَ $\hat{C}$ .
إنّ مثل هذا التمرين يوضّح للتلميذ أنّ جهله للتعاريف وَ الخواص وَ النظريات لا يمكّنه من أداء عمله حتى إذا كان بسيطا.
لذا يتبيّن ضرورة مراجعة دروسه بتمعّن ( وَ ليس مراجعة سطحية ).
**إنّ مجموع أقياس زوايا مثلث هو °180.**

إذن $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$ وَ باستعمال المعلومات الواردة في الفرضيات نحصل على المعادلة :

$$3\hat{B}+\hat{B}+\frac{1}{2}\hat{B}=180°$$

بحلّ هذه المعادلة نحصل على قيْس $\hat{B}$ ثم قيْس كل من $\hat{A}$ وَ $\hat{C}$.

المسألة (37)، الحلّ.

**ملاحظة**

**بالاعتماد على الشكل** نتبيّن أنّه مركّب من مستطيل وَ نصف قرص، **متجاوران** وَ **منفصلان**، وَ أنّ مساحة هذا الشكل هي **مجموع** مساحتي المستطيل وَ نصف القرص.

* المطلوب هو تحديد **نصف قطر** الدائرة المحيطة بالقرص.

– مساحة المستطيل هي $10 \times 14 = 140\ cm^2$

– بما أنّ المساحة الإجمالية للشكل هي $156\ cm^2$، فإنّ مساحة نصف القرص هي

$156 - 140 = 16\ cm^2$

– بما أنّ مساحة نصف القرص الموجود في الكشل هي $16\ cm^2$ فإنّ مساحة القرص بكامله، هي

$2 \times 16\ cm^2$.

لكن مساحة قرص نصف قطره r هي $(\pi \times r^2)$، إذن $\pi \times r^2 = 2 \times 16\ cm^2$ ، أي $r^2 = \dfrac{32}{\pi}$ ،

باستعمال حاسبة نحصل على **نصف قطر الدائرة** المحيطة بنصف قرص الشكل وَ هو $r \approx 3{,}2\ cm$ .

المسألة (38)، توجيهات.

– مساحة المستطيل ABCD تساوي $12 \times 7\ cm^2$. إذن مساحة المستطيل ABMN هي $\dfrac{2}{3} \times 12 \times 7\ cm^2$

– نضع $x = MB$، وَ نلاحظ على الشكل أنّ عرض المستطيل ABMN هو نفسه عرض المستطيل ABCD.

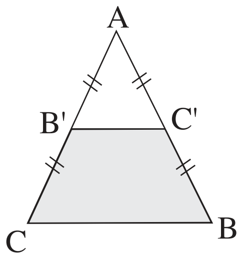
إذن مساحة ABMN تساوي $7 \times x$ (2) .

من (1) وَ (2) نحصل على المعادلة $7 \times x = \dfrac{2}{3}\ 12 \times 7$ بحل المعادلة نحصل على موقع النقطة M (النقطة N نقطة من [AD] حيث $AN = x$ ).

المسألة (41)، توجيهات.

إنّ شبه المنحرف الأزرق وَ المثلث الأبيض مفصولان **بمستقيم المنتصفين** .( B’C’ ) ( انظر الشكل ) .

إذن : $B’C’ = x$ وَ $B’C’ = \frac{1}{2}x$




**1.** شبه المنحرف الأزرق وَ المثلث الأبيض هما **متجاورين** وَ **منفصلين.**

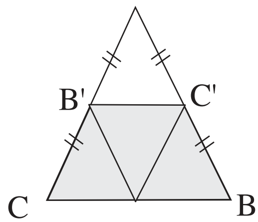
من الشكل نتبين أنّه يمكن الإجابة على السؤال الأوّل بعدة طرق، مثلا :

– عن طريق الحساب. لدينا

مساحة الجزء الأزرق هي عبارة عن **الفرق بين:** مساحة المثلث ABC وَ مساحة المثلث الأبيض AB’C’ ،

ثم **نقارن بين** مساحة المثلث ABC وَ المساحة الناتجة عن الفرق المحسوب.

– عن طريق المقارنة.




تحليل المثلث ABC إلى أربعة مثلثات قابلة للمقارنة، لاحظ الشكل.

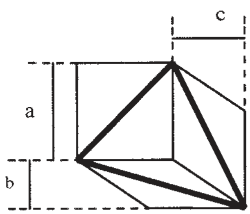
إنّه محلّل إلى أربعة مثلثات قابلة للمطابقة. ثلاثة منها تشكل الجزء الأزرق

إذن تمثّل $\frac{3}{4}$ المثلث ABC.

المسألة (42)، حلّ جزئي.

**1.** بالتمعّن في الشكل نلاحظ أنّه يتكون من 3 متوازيات أضلاع، أحدها مربع.

يتوسطها المثلث ذو الأضلاع الحمراء ( كتاب التلميذ ) يتكون من 3 مثلثات، كل




منها هو **نصف** أحد متوازيات الأضلاع الثلاثة المذكورة.

إذن لتحديد مساحة هذا المثلث يكفي تحديد مساحات متوازيات

الأضلاع الثلاثة ثم استنتاج مساحة المثلث.

– **المربع.** طول ضلعه a، إذن **مساحته** $a^2$.

– **متوازي الأضلاع الجانبي** ( يمينا ). طول ضلع فيه هو a، وَ طول الارتفاع المتعلّق بهذا الضلع هو c،

إذن **مساحته ac.**

– **متوازي الأضلاع** ( الأسفل ). طول ضلع فيه هو a، وَطول الارتفاع المتعلّق بالضلع هو b، إذن **مساحته ab.**

نستنتج أنّ مساحة المثلث هي $\frac{1}{2}(a^2 + ab + ac)$ أوْ $\frac{1}{2}a(a + b + c)$

**2.** علما أنّ مساحة المثلث هي $25\ cm^2$ وَ أنّ طول ضلع المربع هو $a = 5\ cm$، يكون لدينا إذن :

$\frac{1}{2} \times 5(5 + b + c) = 25$ أي $b + c = 5\ cm$ .

المسألة (43)، الحلّ الجزئي.

1. عرض المستطيل هو $1\,080 : 40 = 27\ m$ . محيطه هو $2(40 + 27) = 134\ m$.

2. عرض القطعة المَعْينة بلزرع البطاطا هو $27\ m$ وَ طولها $x\ cm$ .

إذن العبارة $27 \times x$ تمثل مساحة القطعة المَعْينة بالزرع ، وَ $2(x + 27)$ تمثل محيطها.

3. – مساحة هذه القطعة **لا تقل** عن $810\ m^2$، إذن $27 \times x > 810$، (1)

– محيط هذه القطعة **لا يزيد** عن $100\ m$ ، إذن . $2(x + 27) < 100$ (2)

– من (1) نحصل على $x > 30$ وَ من المتباينة (2) نحصل على $x < 23$

– من المتباينتين الأخيرتين نحصل الحصر للعدد $x$ وَ هو $23 < x < 30$.

على الأستاذ أن يتأكد من أنّ التلميذ يعي تماما المعنى المقصود بـكل من الجملتين « لا يقل عن » وَ « لا يزيد عن ».

المسألة (45)، توجيهات.

* تؤجل إلى حين التّطرّق إلى درس « المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيان يقطعهما مستقيمان غير متوازيين »

1. – حساب $x$ .

في الشكل قطعتان عموديتان على نفس الضلع إذن هما متوازيتان، وَ نحصل على التناسب الآتي : $\dfrac{x}{x+8} = \dfrac{3}{3+6}$

– حساب $t$ .

المثلث الكبير قائم.

2. – المثلث AED **قابل للتطابق** مع مثلث السؤال الأول. المثلث AFE **نظير** المثلث AED بالنسبة للمستقيم (AE).

– النقط D، E، F على استقامة واحدة، إذن D هي منتصف الضلع [FD] ( للتّعليل )، بالتالي (GE) هو مستقيم المنتصفين في المثلث FEA.

– المثلث FEA قائم في E وَ (GE) متوسّط فيه.

( قراءة المعلومات الواردة على الشكل هي فرضيات متمّمة للنص ) وَ تعليل كل قول أمر ضروري.

# التناسبية

## بطاقة فنيّة

**أهداف تعليم / التعلم :**

التلميذ في نهاية المحور :

- يتعرّف على وضعية تناسبية انطلاقا من تمثيل بياني.
- يتعرّف على الحركة المنتظمة.
- يُوظّف التناسبية لاستعمال وحدات الزمن.
- يستعمل المساواة : $d = v \times t$ في حسابات متعلّقة بالمسافة المقطوعة وَ السرعة وَ الزمن.
- يحوّل وحدات قياس السرعة.
- يستعمل التناسبية في وضعيات تدخل فيها النّسَب المئويّة

**المكتسبات القبلية**

- التعرّف على وضعية تناسبية على جدول أعداد.
- إتمام جدول تناسبية .
- تعيين الرابع المتناسب.
- حساب نسبة مئوية وَ توظيفها.
- حساب مقياس خريطة أو تصميم و استعماله.
- تحويل وحدات القياس.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

- التّدريب على الحساب الحرفي ( نشر وَ تبسيط عبارات جبرية بسيطة ).
- حلّ مشكلات بتوظيف معادلات من الدّرجة الأولى ذات مجهول واحد.
- التعرّف على وضعيات تناسبية انطلاقا من تمثيلات بيانية.
- استعمال وحدات الزمن.
- التعرّف على الحركة المنتظمة وَ الحساب عليها.
- إجراء تحويلات مرتبطة بوحدات مقادير حاصل قسمة.
- حل مشكلات متعلقة بالنسب المئوية.

• معرفة تناسبية أطوال أضلاع مثلثين معينين بمستقيمين متوازيين وَ قاطعين لهما وَ استعمالها.

• العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حل.

• بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادّة.

## مخطّط الدّرس

### 1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.

#### I. التناسبية وَ التمثيل البياني.

• تمهيد : النشاطان (1) (2) من اختبر مكتسباتك.

• النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.

• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

#### II. الحركة المنتظمة.

• الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :

التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.

• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

### 2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.

#### I. مقادير حاصل القسمة.

• النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :

التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.

• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

#### II. التناسبية وَ النسب المئوية ـ المؤشّر.

• تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.

• النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :

التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.

• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

• النشاطان (4) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.
تمارين تطبيقية

**3) لتتعلّم كيف تحرّر.**
**4) قوّم مكتسباتك.**
تعليل كل الإجابات أمر ضروري.

## تسييــــر الدرس

**اختبر مكتسباتك.**
الأنشطة (1) وَ (2) وَ (4).
تذكير لمفهوم التناسبية وَ ذلك بتذكير: معنى أعداد متناسبة، خواص التناسبية
النشاط (3).
– تذكير لمفهوم النسبة المئوية. – حساب، ذهنيا، نسب مئوية وَ كسور عشرية متداولة.

**تمعّن وّ اكتشف**
**I. التناسبية وَ التمثيل البياني**
قبل التطرُّق إلى أنشطة هذه الفقرة يُستحسن إنجاز الأنشطة (1)، (2)، (4). من « اختبر مكتسباتك » أوّلا.
يُستحسن أن يُنجز النشاطين (1)، (2) من « تمعّن وَ اكتشف » في البيت ثمّ تُناقش في القسم من طرف الجميع.

النشاط (1)

1. عند الضرورة، يُذكَّر التلميذ بأنّ الأعداد الواردة في كل جدول تُمثّل إحداثيا نقط، حيث يُمثّل كل عدد في السطر الأول **فاصلة** نقطة وَ العدد المرفق به في السطر الثاني **ترتيب** هذه النقطة. إثر هذا التذكير يُرفَق كل جدول بتمثيله البياني، على أن يقوم كل تلميذ بهذا العمل بمفرده.

2. قد يتذكر بعض التلاميذ أ نّ :
– التميثل البياني لوضعية تناسبية هو **مستقيم.** في هذه الحالة يُبعَد التمثيل البياني الأوسط، لأنّه ليس مستقيما.
– التمثيل البياني لوضعية تناسبية هو **مسقيم يشمل مبدأُ المَعْلم**، في هذه الحالة يُبعَد مع التمثيل البياني الأوسط، التمثيل البياني الأيسر، لأنّه رغم كونه مستقيما **فهو لا** يشمل مبدأ المعلم.
في كلا الحالتين تُترك لباقي التلاميذ فرصة اختيار الطريقة التي يروْنها ملائمة للإجابة على السؤال،

وَ التعرّف على نوعية التمثيل البياني لِوضعية تناسبية.بعد أن يُحدد جدول التناسبية. يُستحسن تقديم أمثلة أخرى في نفس الموضوع.

النشاط (2)

– هو مناسبة يُقيِّم فيها الأستاذ مدى استيعاب التلميذ نتائج النشاط السابق.

– وَ هو أيضا مناسبة يُقيِّم فيها الأستاذ قُدرة التلميذ على قراءة وَ استخراج معلومات من تمثيل بياني.

**تــزوّد**

كتابة الفقرة الخاصة بالتناسبية وَ التمثيل البياني.

## II. الحركــة المنتظمــة

**ملاحظة**

قبل الشروع في الفقرة، من الضروري أن نعمل على توحيد المفاهيم الواردة فيها لدى التلاميذ.

| |
|---|
| – **الحركة المنتظمة :** |
| نقول عن متحرك أنّه مزود **بحركة منتظمة** إذا كان يقطع **مسافات متساوية** في **مدد متساوية.** |
| – **السرعة :** |
| نسمي **سرعة** المسافة التي يقطعها متحرك في **وحدة زمنية.** |

النشاط (1)

**1.** يُطلَب من التلاميذ استخراج المعلومات الواردة في كل قُصاصة، ثم يُطلب منهم تعليل الاختلاف الملاحظ في المدة لقطع نفس المسافة.

**2.** – حول سرعة سمير، قد لا يتبين بعض التلاميذ أنّ الإجابة واردة في النصّ، لذا يُطلب منهم قراءة نصّ القصاصة بتمعن، « **...** 15 Km في **ساعة واحدة** » . علما أنّ **سرعة متحرّك** هي **المسافة المقطوعة** وَ هي 15 Km **خلال وحدة زمنية** وَ هي 1 h ، فإنّ سرعة سمير هي **15 Km/h.**

– حول سرعة مهدي، تُترك حرية اختيار طريقة الإجابة للتلميذ.

يجب أن يُراقَب عمل التلميذ عند الإنتقال من **وحدة زمنية إلى أخرى.** 45 min هي $\frac{3}{4}$ الساعة، أي 0,75 h.

المسافة المقطوعة خلال ساعة **واحدة** هي $d = \frac{15}{0,75} = 20\ \text{Km}$ .

عند الضرورة يمكن استعمال جدول التماسبية الآتي :

| | | |
|---|---|---|
| الزمن (h) | 1 | 0,75 |
| المسافة (Km) | d | 15 |

إذن سرعة مهدي هي 20 Km/h ( لأنّ المسافة المقطوعة في **ساعة واحدة** هي 20 Km ).

النشاط (2)

بعد استخراج التلميذ **كل** المعطيات الواردة في النص، يُصنِّفها إلى معطيات متعلّقة بالسؤال الأوّل وَ معطيات متعلّقة بالسؤال الثاني.

1. اليوم الأول، قطع 560 Km في 7 h.
2. اليوم الثاني، سار مدّة 4 h **بنفس سرعة اليوم الأول** .

تُعطى للتلميذ حرية اختيار الطريقة التي **تُناسبه** للإجابة، وَ يُذكّر بأهمية المساواة : $V = \frac{d}{t}$.

الإجابة هي : 1. $v = 80\ Km/h$ 2. $d = 320\ Km$

**ملاحظة**

> في حركة منتظمة، الجملة « سرعة المتحرك هي 75 Km/h » لا تعني أنّ المتحرك يتنقل بالسرعة الثابتة 75 Km/h ( طوال الساعة )، بل تعني أنّ المتحرك يقطع في كل ساعة ( واحدة ) 75 Km .
> نقول أنّ السرعة المتوسطة للمتحرك هي 75 Km/h .

النشاط (3)

**ملاحظة**

قبل التّطرُّق إلى هذا النشاط يطرح المُشكل الآتي أوْ مثيله :

تقطع أمل كل يوم، بسيارتها، مسافة 95 Km عند ذهابها إلى العمل. نظرا لنوعيّة الطروقات فهي تقطع حوالي 15 Km بسرعة 50 Km/h وَ 50 Km بسرعة 100 Km/h وَ أخيرا 35 Km بسرعة 75 Km/h.

– ما هي المدة التي تقضيها أمل في طريقها إلى العمل؟

– ما هي السرعة المتوسطة التي تقطع بها المسافة الإجمالة.

إذا كانت $t$ هي المدة التي تقضيها في الطريق فإنّ : $t = t_1 + t_2 + t_3$

حيث $t_1 = \frac{15}{50} = 0,30\ h$ وَ $t_2 = \frac{50}{100} = 0,50\ h$ وَ $t_3 = \frac{30}{75} = 0,40\ h$ .

فإنّ $t = 1,20\ h$ أي $t = 1\ h\ \ 12\ min.$

السرعة المتوسطة هي $\frac{95}{1,20} \approx 79\ Km/h$.

> **السرعة المتوسطة** هي **حاصل قسمة مجموع المسافات المقطوعة على مجموع الأزمنة** التي قُطعت فيها هذه المسافات.

بعد هذا يُقدَّم النشاط (3).

من النص يتبين التلميذ :

– أنّ السيارة قطعت في المرحلة الأولى مسافة 220 Km في 2 h، وَ أنّ سرعة هذه المرحلة متغيرة.

– أنّ سرعتها في المرحلة الثانية كانت تعادل 90 Km/h، وَ قطعت خلالها مسافة 135 Km.

1. السرعة متوسطة للمرحلة الأولى هي $\frac{220}{2}$ أي 110 Km/h.

2. في المرحلة الثانية قُطعت مسافة 135 Km بسرعة 90 Km/h. بالتالي من المساواة $d = v \times t$، نحصل على $t = \frac{d}{v} = 1,5\ h$، أي 1 h 30 min.

**ملاحظة**

**ورد خطآن** في كتاب التلميذ الصفحة 49، الأوّل يخص ترقيم الأنشطة الرقمين هما (2) وَ (3) **بدلا** من (3) وَ (4)،

الثاني في النشاط (3) السؤال (3) السطر الثاني « قطعنا 260 Km فقط خلال **3 ساعات وَ ربع** ! » **بدلا** « ... خلال **ساعة وَ ربع** ! » .

3. في البداية، يُراقب عمل التلميذ عند استعماله الفرضية « 3 ساعات وَ رُبع ».

لدينا $\frac{1}{4}h = \frac{25}{100}h = 0,25h$ ، إذن $3h + \frac{1}{4}\ h = 3,25\ h$

السرعة التي قطعت بها هذه المسافة هي: $v = \frac{260}{3,25} = 80\ Km$

4. لحساب السرعة المتوسطة التي قُطعت بها المراحل، نحسب أوّلا :

. المسافة المقطوعة في المراحل الثلاثة وَهي : $220 + 135 + 260 = 615$ Km

. المدة التي قُطعت فيها المسافة الإِجمالية هي $2 + 1,50 + 3,25 = 6,75$ h

إِذن السرعة المتوسطة هي : $\frac{615}{6,75} \approx 91$ Km/h

**تــزوّد**

كتابة الفقرة الخاصة بـ « الحركة المنتظمة ».

**ملاحظة**

قبل التطرُّق لما جاء تحت عنوان « **انتبه** » الوارد في « للترسيخ » يُقدَّم النشاط الآتي :

إذا عَلِمْتَ أنّ سرعة الصوت تُقدّر بحوالي 340 m/s، حدّد سرعته بالكيلومتر في الساعة.

**.** إذا كان الصوت يقطع مسافة 340 m في 1 s،

فإنّه يقطع $340 \times 3600$ m $= 1\ 224 \times 10^3$ m في **ساعة واحدة**، أي أنّ سرعته : 1 224 Km/h.

| | | |
|---|---|---|
| المسافة (m) | 340 | d |
| المدّة (s) | 1 | 3 600 |

d هي المسافة المقطوعة في 3 600 s مقدّرة بالمتر.

2. علما أنّه في حركة منتظمة تُعطى سرعة متحرّك بالمساواة $v = \frac{d}{t}$ ، (« **حاصل قسمة المسافة على الزمن** ») إذن :

**.** إذا قُدّرت المسافة **بالمتـر** وَ قُدّر الزمن **بالثانية** فإنّ وحدة السرعة تقدّر **بالمتر في الثانية** وَ يرمز لها **m/s**، وَ يرمز لها أيضا $\mathbf{m.s^{-1}}$ .

**.** إذا قُدّرت المسافة **بالكيلو متر** وَ قُدّر الزّمن **بالساعة** فإنّ وحدة السرعة تقدّر **بالكيلومتر في الساعة** وَ يرمز لها **Km/h**، وَ يرمز لها أيضا $\mathbf{Km.h^{-1}}$.

**تــزوّد**

كتابة الفقرة « انتبه ».

**للتوظيــف**

## I. مقادير حاصل القسمة

النشاط (1)

– أهمية النشاط تكمن في ضرورة احترام انسجام الوحدات في نفس العلاقة أوْ في نفس الوضعية.

وَ أن يُقال لتلميذ لغويا ما معناه:

. عندما تُقدّر السرعة بـ Km/h ( $Km.h^{-1}$)، فهذا يعني أنّ المسافة تقدّر بالكيلو متر (Km) وَ الزمن يُقدّر بالساعة (h).

. عندما تُقدّر السرعة بالوحدة m/s ( $m.s^{-1}$)، فهذا يعني أنّ المسافة تقدّر بالمتر (m) وَ الزمن يُقدّر بالثانية (s).

1. – علما أنّ وحدات القياس متناسبة فيما بينها، فإنّ الانتقال من وحدة إلى أخرى يعود إلى حساب **رابع متناسب.**

أ) $0,75h = \frac{75}{100}h = \frac{3}{4}h = 45\ min$ ، وَ هو ما نراه بوضوح في الجدول الآتي:

| دقيقــة | 60 | t |
|---|---|---|
| ساعــة | 1 | 0,75 |

إذن $0,75\ h = 45\ min$.

ب) $1,2\ h = 1\ h + 0,2\ h$

نلاحظ أنّ: $0,2\ h = \frac{2}{10}h = \frac{1}{5}h = \frac{1}{5} \times 60\ min = 12\ min$.

إذن $1,2\ h = 1\ h\ 12\ min$، بالتالي $1,2\ h \# 1\ h\ 2\ min$.

2. قطع جمال المسافة 250 Km في 2 h 15 min.

النشاط (2)

في حالة تردُّد التلميذ في اعتبار أنّه أمام وضعية تناسبية، يُمكن إقناعه بالتدرُّج، وَ ذلك باللجوء إلىطرح أسئلة من النوع: كم ثانية تلزم للحصول على 20 لترا؟ 30 لترا؟ ثمّ فسح المجال مرة أخرى للإجابة.

1. $33\ min = 33 \times 60\ s = 1\ 980\ s$. بعد هذا يمكن للإجابة عن السؤال بكيفيتين:

– الملاحظة أنّ $1\ 980\ s = 44 \times 45\ s$، إذن بعد 33 min (أي 1980 s) يكون حجم الماء في الصهريج قد بلغ 44 مرّة 10 لتر، أي 440 لترا.

| | | |
|---|---|---|
| لترا | 10 | L |
| ثانية | 45 | 1 980 |

– أو استعمال جدول تناسبية.

إذن $L = \frac{1980 \times 10}{45} = 440$

2. – الوقت اللازم لملإ الصهريج هو : $t = \frac{1000 \times 45}{10} = 4\,500\ s = 1{,}25\ h = 1\ h\ 15\ min$.

– في حالة ملاحظة بعض التلاميذ أنّ :

$1\,000\ L = 10 \times 100\ L$ ، إذن المدّة اللازمة لملإ الصهريج هي $100 \times 45 = 4\,500\ s$.

تقبل إجابته، وَ يُطلب منه كتابة هذه المدّة بالساعة أوْ بالساعة وَ الدقيقة.

**للترسيـــخ**

كتابة الفقرة الخاصة بـ « مقادير حاصل القسمة – تحويل الوحدات ».

## II. التناسبية وَ النسب المئوية

**اقتراح**

يُستحسن تقديم النشاط (4) على النشاط (1) في هذه الفقرة.

النشاط (1)

1. المطلوب في هذا السؤال هو تحديد **القيمة المُخفَّضة** من ثمن الجهاز.

للتلميذ حرّية اختيار الكيفية التي يحسب بها هذه القيمة، طالما أنّ كيفية الحساب منطقيَّة وَ سليمة.

مثلا :

| | | |
|---|---|---|
| المبلغ المخفض (DA) | 18 500 | y |
| النسبة المئوية | 100 | 15 |

– استعمال جدول تناسبية.

– الحساب المباشر، أي حساب % 15 من ثمن الجهاز $\frac{15}{100} \times 18\,500\ DA$ .

2. لحساب ثمن الجهاز بعد التخفيض، يمكن للتلميذ أن يستغلّ نتيجة السؤال السابق، فيكون ثمن الجهاز بعد التخفيض

هو : $18\,500 - \frac{15}{100} \times 18\,500\ DA$

أوْ يمكنه استغلال نتيجة النشاط (4)، في حالة تقديمه على النشاط (1)، كالآتي :

ثمن الجهاز بعد التخفيض هو $\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 18\,500 = 15\,725\ DA$.

النشاط (2)

أوّل عمل يجب القيام به هو**حساب** كتلة 200 لتر من الحليب.

إذا كانت كتلة 1 L من الحليب هي 1,30 Kg ، فإنّ كتلة 200 L هي . $200 \times 1{,}30\ \text{Kg} = 260\ \text{Kg}$

ملاحظات :

يمكن حساب كتلة الزبدة التي نحصول عليها من 200 لتر من الحليب بطريقتين :

الطريقة الأولى :

حساب كتلة القشطة الموجودة في 200 لتر من الحليب، ثمّ حساب كتلة الزبدة الناتجة عن كتلة القشطة المستخرجة.

– كتلة القشطة هي $\frac{12}{100} \times 260 = 31{,}2\ \text{Kg}$ وَ كتلة الزبدة هي $\frac{30}{100} \times 31{,}2 = 9{,}36\ \text{Kg}$

الطريقة الثانية :

حساب كتلة الزبدة المستخرجة من 200 لتر من الحليب **مباشرة.**

– كتلة الزبدة هي $\frac{30}{100}\left(\frac{12}{100} \times 260\right) = \frac{360}{10000} \times 260 = 9{,}36\ \text{Kg}$

إنّ كتلة الزبدة التي نحصل عليها من 200 لتر من الحليب هي : 9,36 Kg.

النشاط (4)

تُستغلّ نتائج هذا النشاط، بشكل خاص، عندما يُطلب تحديد مبلغ (أوْ سعر) بعد تطبيق نسبة مئوية على هذا المبلغ (أوْ السعر)، دون حساب القيمة المُخفَّضة أوْ القيمة المُضَافة.

1. تحديد ثمن البدلة بعد ارتفاع الأسعار.

– نفرض أنّ الثمن البدلة قبل ارتفاعه هو $x$ ، في هذه الحالة يكون قد ارتفع بمبلغ $\frac{20}{100}x$

وَ يُصبح ثمنها، بعد تطبيق النسبة المئوية على هذا الثمن، هو $x + \frac{20}{100}x$ . (1)

بما أنّ صالحا دفع مبلغ 1 224 DA فإنّ ثمن البدلة كان، قبل الزيادة، هو قيمة $x$ حل المعادلة

$x + \frac{20}{100}x = 1\,224$ . بعد حل المعادلة يكون ($x = 1\,020{,}80$ DA)

– نلاحظ أنّ العبارة (1) تُكتب على الشكل $\left(1 + \frac{20}{100}\right)x$ ، هذه العبارة تسمح لنا بتحديد ثمن البدلة بعد تطبيق النسبة 20 % على ثمنها.

علما بأنّ صالحا دفع $1\,224$ DA فإنّ $\left(1+\frac{20}{100}\right)x = 1\,224$ ،

بحل هذه المعادلة نحصل على ثمن البدلة قبل ارتفاع سعرها.

2. بطريقة مماثلة تكون الإجابة على هذا السؤال.

سعر البدلة بعد التخفيض هو $\left(1-\frac{20}{100}\right)\times 1\,224$. أي $980$ DA .

ملاحظة

إنّ انخفاض السعر بنسبة 20 % ثمّ ارتفاعه بنفس النسبة قد يُوقع التلميذ في التباس. كأن يعتقد أنّ السعر سوف يعود إلى ما كان عليه في الأول. تفاديا للوقوع في هذا الخطإ يراقب عمل التلاميذ عن قرب.

يمكن أن يُعلّل أنّ الإختلاف بين السعرين يعود إلى كون 20 % من 1 020 DA **يختلف** عن 20 % من 1 224 DA .

**للترسيخ**

كتابة الفقرة الخاصة بـفقرة « التناسبية وَ النسب المئوية »

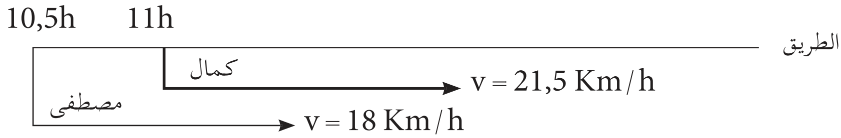
النشاط (3)

**إنّ كلمة** « **مؤشّر** » **مُصطلح يُستعمل في الميدان الإقتصادي،** مثلا، **لتكوين فكرة عن التغيرات الحاصلة في الأسعار بين فترتين مختلفتين.**

**لتتمـرّن**

التمرين (21)، توجيهات.

تمثيل الوضعية ( وضع الفرضيات على مخطّط يساعد على تصوّر الوضعية ).




– نأخذ المكان الذي انطلق منه كمال **كمبدإ للمسافات** وَ الساعة 11 h **كمبدإ للزمن.**

– على 11 h يكون مصطفى قد قطع مسافة $d_0 = 18\ (11-10{,}5) = 9$ Km

– بعد مرور مدّة قدرها t :

• يكون مصطفى قد قطع المسافة $d_1 = 18 \times t + 9$

• وَ يكون كمال قد قطع المسافة $d_2 = 21{,}5 \times t$

يلتحق كمال بمصطفى عند ما يكونان على نفس المسافة من نقطة الإنطلاق أي عندما يكون $d_1 = d_2$،

أي $21{,}5 \times t = 18 \times t + 9$ أي $t = \dfrac{9}{3{,}5} \approx 2{,}75h$ .

هذا يعني أنّ كمال يلحق بمصطفى بعد حوالي $2{,}6\ h$ من انطلاق كمال. يلتحق كمال بمصطفى:

– على الساعة . $11\ h + 2{,}6\ h = 13{,}6\ h$

– على مسافة قدّرها حوالي : $55{,}3$ Km.

المسألة (22)، الحلّ.

1. – سِعْرُ الكيلوغرام الواحد بعد ارتفاع الأسعار بـ: % 20 هو $\left(1+\dfrac{20}{100}\right)20 = 24\ DA$

– سِعر الكيلوغرام الواحد بعد ارتفاع السعر بـ: % 10 هو $\left(1+\dfrac{10}{100}\right)24 = 26{,}4\ DA$

2. علما بأنّ الفرق بين سعر البطاطا بعد الزيادة الثانية وَ سعرها قبل الزيادة الأولى هو ، $26{,}4 - 20 = 6{,}4\ DA$

إذا كانت النسبة المئوية الإجمالية لارتفاع الأسعار، خلال الفترتين هي $x$، فإنّ $\dfrac{x}{100} \times 20 = 6{,}4$ .

نحصل بعد الحساب على . $x = 32\ \%$

* تُراقب الإجابات المتعلّقة بالسؤال الثاني، لأنّه قد يوجد من بين التلاميذ من يفكر بأنّ النسبة المئوية الإجمالية الناجمة عن رفع للأسعار مرّتين، مثلا، هي مجموع النسبتين المئويتين، أي %30 ، وَ هذا خطأ لأنّ :

– الزيادة الأولى، % 20، كانت على 20 DA إذن سعر الكيلوغرام الواحد بعد الزيادة هو $\left(1+\dfrac{20}{100}\right)20 = 24\ DA$ ،

– الزيادة الثانية، % 10، كانت على السعر الجديد أي على 24 DA أي على $\left[\left(1+\dfrac{20}{100}\right)20\right]$ ،

إذن يصبح السعر بعد الزيادة الثانية هو : $\left[\left(1+\dfrac{20}{100}\right)20\right]\left(1+\dfrac{10}{100}\right)$ أي $\left[1+\left(\dfrac{20+10}{100}+\dfrac{20\times 10}{10\,000}\right)\right]20$

نسبة الزيادة إذن هي $\dfrac{32}{100} = \dfrac{200}{10\,000} + \dfrac{30}{100} = \left(\dfrac{20+10}{100}+\dfrac{20\times 10}{10\,000}\right)$ وَ**ليس** $\dfrac{30}{100} = \dfrac{10}{100} + \dfrac{20}{100}$

الزيادة هي إذن % 32 وَ **ليس** % 30 .

المسألة (32)، توجيهات.

الفرضيات: – قُطعت المسافة في مرحلة الذهاب بسرعة v في مدّة $t = 3\ h$

– قطعت في مرحلة الإياب نفس مسافة مرحلة الذهاب بسرعة $v'$ تزيد عن سرعة الذهاب بـ $25\ Km/h$.

– قُطعت مرحلة الإياب في مدّة $t' = 3\ h - 45\ min = 3\ h - 0{,}75\ h = 2{,}25\ h$.

1) حسب الفرضية الأولى، حركة السيارة منتظمة، إذن المسافة بين المدينتين تُعطى بالعلاقة، $d = v \times t$

بما أنّ $t = 3\ h$ فإنّ $\mathbf{d = 3 \times v}$. (1)

2) حسب الفرضية الثانية، $\mathbf{v' = v + 25}$.

3) حسب الفرضيتين الثانية وَ الثالثة، المسافة المقطوعة في مرحلة الإياب هي نفس مسافة عند الذهاب، لكن بسرعة $v'$،

وَ في مدّة $\mathbf{t' = 2{,}25\ h}$ إذن $d = v' \times t'$، أي $\mathbf{d = (v + 25) \times 2{,}25}$. (2)

4. من المساواتين (1) وَ (2) يكون $57{,}2 \times (52 + v) = v3$ ، إذن سرعة مرحلة الذهاب هي $v = 75\ Km/h$.

5. المسافة بين المدينتين هي إذن $d = 3 \times 75 = 225\ Km$. ( نلاحظ أنّ $d = (75 + 25) \times 2{,}25 = 225\ Km$)

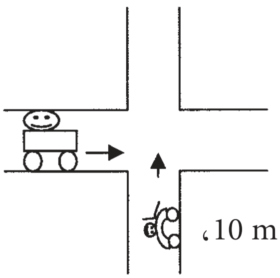
* إنّ كتابة الفرضيات بوضوح يساعد على تبسيط الحلّ.

المسألة (62)، توجيهات.

الوضعية تناسبية.

علما أنّ الأنابيب تُسَرِّب 10 L في 15 min فهي تُسَرِّب في 4,5 h كمّيّة $\frac{270}{15} \times 10 = 180\ L$

ملاحظة. لدينا $\frac{10}{15} = \frac{x}{270}$ حيث $x$ يمثل عدد اللترات المُسَرّبة خلال 270 min



المسألة (27)، توجيهات.

الفرضيات: – مفترق طرق عرضه 10 m.

– بُعد دراج عن مفترق الطرق 10 m، سرعته 18 Km/h.

– بُعد سيارة عن مفترق الطرق 100 m ، سرعتها 90 Km/h.

أ) سرعة الدراج 18 Km/ h وَ المسافة التي تفْصِل عن مفترق الطرق هي 10 m، وَ عن نهاية مفترق الطرق 20 m.

إذن المدة التي تلزمه للوصول إلى مفترق الطرق هي $t_1 = \frac{10}{18\,000} \times 3600 = 2\ s$، وَ لقطع مفترق الطرق هي $t_2 = 2 \times 2\ s = 4\ s$ أي $\mathbf{t_2 = 4\ s}$.

ب ) سرعته السيارة 90 Km/ h وَ تفْصِلها مسافة 100 m عن مفترق الطرق،

إذن مدة التي تلزم سائق السيارة للوصول إلى مفترق الطرق هي $t_3 = \frac{100}{90\,000} \times 3600 = 4\ s$ أي $\mathbf{t_3 = 4\ s.}$

* بعد **4 s** تصل السيارة إلى بداية مفترق الطرق في حين يكون الدراج قد عبر مفترق الطرق، إذن الدراج يعبر مفترق الطرق سالما.

# تنظيم المعطيات

## بطاقــة فنيــة

### أهداف التّعليم / التّعلم :

التلميذ في نهاية المحور:

- يجمع معطيات احصائية في فئات و تنظيمات في جدول.
- يحسب تكرارت.
- يُقدّم سلسلة احصائية في جدول و يمثلها بمخطّط أو بيان.
- يحسب تكرارات نسبية.
- يحسب المتوسّط المتوازن لسلسلة احصائية.
- يستعمل المجدولات في استغلال معطيات احصائية.

### المكتسبات القبلية :

- قراءة معطيات احصائية في شكل جداول ، أو تمثيلات بيانية ( منحنيات و مخطّطات ).
- فهم معطيات احصائية و تفسيرها.
- تمثيل معطيات احصائية بمخطّطات الأعمدة أو مخطّطات دائرية.
- حساب التّكرارت.
- حساب التّكرارت النسبية.
- التناسبية ـ النسب المئوية.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية لسنة الثّالثة :**

- تقديم سلسلة احصائية في جدول و تمثيلها.
- تجميع معطيات احصائية في فئات و حساب تكرارات.
- حساب تكرارت نسبية.
- حساب متوسّط سلسلة احصائية.

## مخطّط الدّرس

**1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. تجميع معطيات إحصائية في فئات متساوية المدى ـ التمثيلات.**

- تمهيد : النشطان (1) وَ (2) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
  التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. المتوسط المتوازن.**

- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف:
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**المجدولات.**

- النشاط من للتّوظيف:
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) لتتعلّم كيف تحرّر.**

**4) قوّم مكتسباتك.**

من الضروري ألاّ تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسيير الدرس

**اختبر مكتسباتك.**

النشاط (1):

الغرض من هذا النشاط هو تجميع المعلومات في جدول لتسهيل قراءتها و استغلالها.

1) عدد التلاميذ الذين علامتهم 13 هو 5.

عدد التلاميذ الذين علامتهم 16 هو 3.

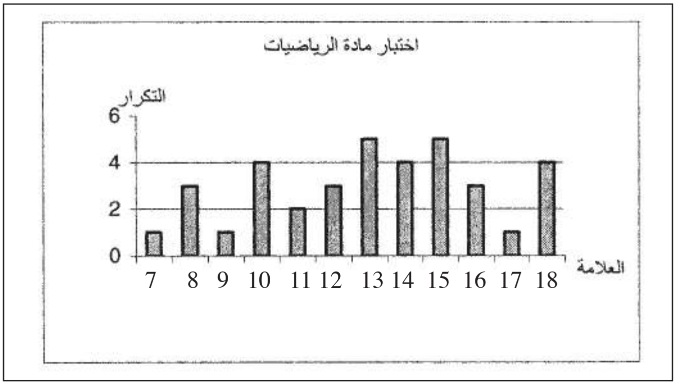
2) تكرار ظهور العلامة 18 في القائمة هو 4.

3) تنظيم المعلومات في جدول.

| العلامة | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 3 | 1 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 5 | 3 | 1 | 4 |
| التكرار النسبي | $\frac{1}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{4}{36}$ |
| النسبة المئوية للتكرار | 2,77 | 8,33 | 2,77 | 11,11 | 5,55 | 8,33 | 13,88 | 11,11 | 13,88 | 8,33 | 2,77 | 11,11 |

4) – يدل الكسر $\frac{1}{36}$ على التكرار النسبي المتعلق بالعلامات 7 وَ 9 وَ 17 أي عدد التلاميذ الذين علامتهم 7 وَ 9 وَ 17 هو 1 ( تلميذ واحد من 36 تلميذ ).

– يدل العدد 2,78 على النسبة المئوية المتعلقة بالعلامة 17 .
5) عدد تلاميذ القسم هو 36 و هو عبارة عن مجموع التكرارات .
6) – تمثيل التكرار بمخطّط بأعمدة .




– تمثيل النسب المئوية للتكرارات بمخطّط دائري .
لتمثيل النسب المئوية للتكرار بمخطّط دائري نحسب الزاوية x المتعلّقة بالنسبة المئوية y .
قيس زاوية القطاع الممثل للنسبة المئوية للتكرار في مخطّط دائري متناسب مع هذه النسبة المئوية .

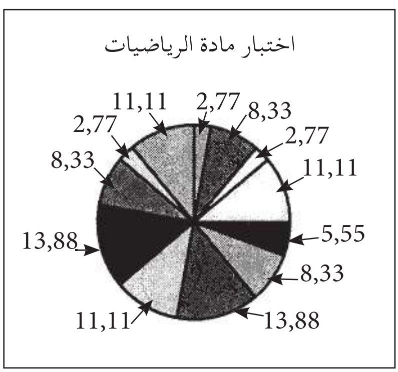
إذن لدينا :

| | | |
|---|---|---|
| قيس الزاوية المركزية | 360° | $x$ |
| النسبة المئوية للتكرار | 100 | $y$ |

إذن : $x = \frac{360}{100} \times y$

بإجراء كل الحسابات نحصل على الجدول الآتي :

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| النسبة المئوية للتكرر | 2,77 | 8,33 | 2,77 | 11,11 | 5,55 | 8,33 | 13,88 | 11,11 | 13,88 | 8,33 | 2,77 | 11,11 |
| قيس زاوية القطاع ( ° ) | 9,97 | 29,98 | 9,97 | 39,99 | 19,98 | 29,98 | 49,96 | 39,99 | 49,96 | 29,98 | 9,97 | 39,99 |



النشاط (2)

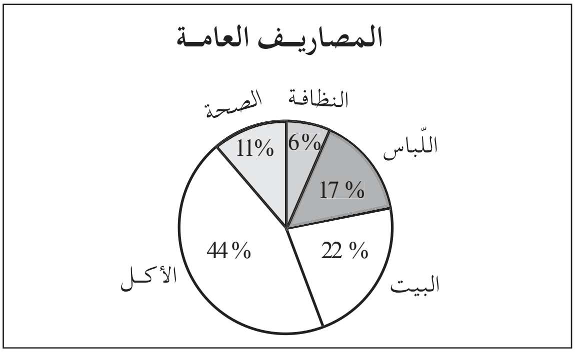
1) الغرض من هذا النشاط هو قراءة المعلومات على مخطط اسمه مدرج تكراري.

2) المعلومات التي نستخرجها من قراءة هذا المخطط هي المصاريف التي تخصصها عائلة في مختلف المجالات: النظافة وَ اللباس وَ مصاريف البيت وَ الأكل وَ الصحة خلال شهر.

المعدّل السنوي لمصاريف العائلة في مجال الصحة هو : أي DA 12× 000 2 أي 24 000 DA.

للوضوح يُستحسن تسجيل المعلومات في جدول كما يلي:

| المصاريف | النظافة | اللباس | البيت | الأكل | الصحة |
|---|---|---|---|---|---|
| المبالغ (DA) | 1 000 | 3 000 | 4 000 | 8 000 | 2 000 |
| قيس الزاوية (°) | 20° | 60° | 80° | 160° | 40° |




**تمعّن و اكتشف**

## I. تجميع معطيات إحصائية في فئات متساوية المدى ـ التمثيلات.

النشاط (1)

1. تنظيم المعطيات في جدول:

| الوزن $x$ | $1\,500 \leq x < 2\,000$ | $2\,000 \leq x < 2\,500$ | $2\,500 \leq x < 3\,000$ | $3\,000 \leq x < 3\,500$ | $3\,500 \leq x < 4\,000$ | $4\,000 \leq x < 4\,500$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 1 | 3 | 9 | 26 | 7 | 4 |
| التكرار النسبي | $\frac{1}{50}$ | $\frac{3}{50}$ | $\frac{9}{50}$ | $\frac{26}{50}$ | $\frac{7}{50}$ | $\frac{4}{50}$ |
| النسبة المئوية | 2 | 6 | 18 | 52 | 14 | 8 |

2) عدد المواليد المسجلين في الصفحتين هو : 50 .

3) الفرق بين أكبر وزن و أصغر وزن هو : 2 190 g ( أكبر وزن هو 4 150 g وَ أصغر وزن هو 1 960 g . )

نلاحظ أنّ الفرق في الوزن كبير.

4) عدد المواليد الذين وزنهم يتراوح بين $3,5kg$ و $2,5kg$ هو : $26+9$ أي 35 مولود .

5) الفئة الأكثر ظهورا هي الفئة 3 500 > x ≤ 3 000 .

6) الفئة ] 1500, 2000 [ ليست عادية لأنّ تكرارها هو العدد 1 وَ نسبتها المئوية % 2 وَ هي ضعيفة جدا .

7) الوزن العادي هو متوسط وزن الفئة الأكثر ظهورا وَ هو $\frac{3000+3500}{2}$ أي 3 250 g .

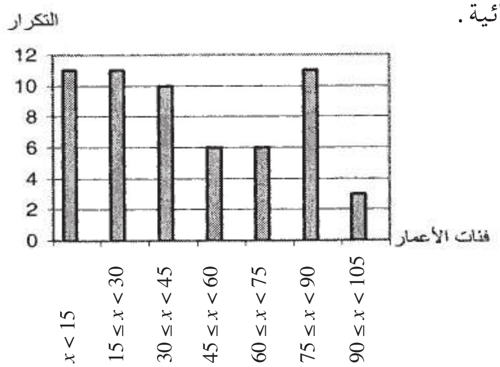
**النشاط (2)**

1) – تنظيم المعطيات في الجدول :

| السّن x | x < 15 | 15 ≤ x < 30 | 30 ≤ x < 45 | 45 ≤ x < 60 | 60 ≤ x < 75 | 75 ≤ x < 90 | 90 ≤ x < 105 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| التكرار | 11 | 11 | 10 | 6 | 6 | 11 | 3 |
| التكرار النسبي | $\frac{11}{58}$ | $\frac{11}{58}$ | $\frac{10}{58}$ | $\frac{6}{58}$ | $\frac{6}{58}$ | $\frac{11}{58}$ | $\frac{3}{58}$ |

– عدد أفراد العائلة هو 58 فردا .

2) تمثيل السلسلة الإحصائية .




– الجدول الثاني .

| تكرار الأعمار | 11 | 11 | 10 | 6 | 6 | 11 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ارتفاع المستطيل ( بالسنتيمتر ) | 3,08 | 3,08 | 2,8 | 1,68 | 1,68 | 3,08 | 0,84 |

الجدول تناسبية، معامل التناسبية يعادل 3,75 .جدول

3) لتمثيل السلسلة الإحصائية بمخطط دائري نحسب قيس زاوية القطاع الممثل لكل تكرار.

لدينا :

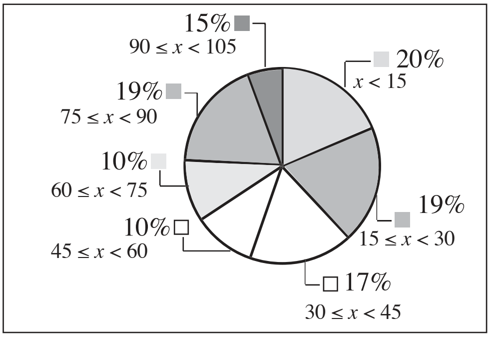
| قيس الزاوية المركزية | $360°$ | $x$ |
|---|---|---|
| التكـــرار | $58°$ | $y$ |

$x = 360 \times \frac{y}{58}$ ومنه

نُذكّر أن العدد $\frac{y}{58}$ هو التكرار النسبي للتكرار y.

جدول أقياس الزوايا المركزية للقطاعات الممثلة لكل تكرار.

| تكرار الأعمار | 11 | 11 | 10 | 6 | 6 | 11 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| قيس زاوية القطاع ( ° ) | 68,27 | 68,27 | 62,06 | 37,24 | 37,24 | 68,27 | 18,62 |




## II. المتوسط المتوازن.

النشاط (1)

1) معدل ياسمين هو 12,86 وَ معدل نعيمة هو 10,65

2) قول نعيمة غير صحيح لأنّ العلامات متشابهة و لكن التكرارات مختلفة.

النشاط (2)

1) جدول مراكز كل فئات.

| الفئة | $135 \le x < 140$ | $135 \le x < 140$ | $135 \le x < 140$ | $135 \le x < 140$ | $135 \le x < 140$ |
|---|---|---|---|---|---|
| مركزالفئة | 137,5 | 142,5 | 147,5 | 152,5 | 157,5 |

2) حساب المتوسط المتوازن للسلسلة.

$$M = \frac{4\times157,5+8\times142,5+10\times147,5+8\times152,5+3\times157,5}{4+8+10+8+3}$$

بعد انجاز الحساب نحصل على : $M = 147,19$

**للتوظيـــف**

**المجدولات.**

النشاط يوصح مختلف المراحل التي تؤدي إلى الحصول على مخطّط سلسلة إحصائية على جهاز الحسوب.

**لتتمرّن**

* فيما يخص الجداول التي يجب إتمامها لم ننقلها كلية، بل اكتفينا بإعطاء الجزء (السطر أوْ الأسطر) المعنية بالسؤال فقط.

التمرين (1)

عودة إلى أنشطة الدرس لتحديد أقياس زوايا القطاعات المتعلقة بكل فئة.

التمرين (2)

– نحسب التكرار الكلّي و هو العدد 750 8.

النسبة المئوية لعدد أطباء كل منطقة معطات بالعلاقة $x = \frac{y}{8750} \times 100$ حيث y عدد أطباء منطقة ما.

مثلا: النسبة المئوية لأطباء منطقة الجنوب الغربي هو $x = \frac{105}{8750} \times 100 = 1{,}2\%$ .

| **المنطقة** | الجنوب الشرقي | الشمال الشرقي | الوسط | الجنوب الغربي | الشمال الغربي |
|---|---|---|---|---|---|
| **النسبة المئوية** | 6,3 | 22 | 25 | 2,1 | 2,12 |

التمرين (3)

2) تضاعف عدد سكان العالم بثلاث مرات مرتين:

– المرة الأولى بين سنتي 1850 وَ 1960،

– المرة الثانية بين سنتي 1960 وَ 2000.

3) ارتفع عدد سكان العالم بـ % 50 مرّتان:

– الأولى بين سنة 1893 وَ سنة 1960 من 2 الى 3، حيث يقدر الارتفاع بمليون نسمة (أي بنصف عدد السكان في سنة 1893).

– الثانية لين سنتي 1974 وَ 2000 من 4 الى 6، حيث يقدر الارتفاع بمليوني نسمة (أي ارتفع ثانية بنصف عدد سكان العالم لسنة 1974).

## مستقيم المنتصفين.
## المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين.

### بطاقــة فنيــة

**أهداف التعليم / التعلم :**

التلميذ في نهاية المحور

• يَتَعرّف على خواص مستقيم المنتصفيْن في مثلث.

• يَتَعرّف على وضعيات تتضمن مثلثين معينان بمستقيمين متوازيان يقطعهما مستقيمان غير متوازيان.

• يَستعمل الخواص السابقة في براهين بسيطة.

• يَستعمل تناسبية الأطوال بين أضلاع مثلثيْن مُعيّنيْن بمستقيمين متوازيان يقطعهما مستقيمان غير متوازيان.

**المكتسبات القبلية**

• استعمال الأدوات الهندسية استعمالا سليما.

• إنشاء مستقيمان متوازيان.

• إنشاء مثلث في وضعيات مختلفة.

• التّعرُّف على وضعيات تناسبية.

• حساب الرابع المتناسب لثلاثة أعداد.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

• معرفة النظريات التعلقة بمستقيم المنتصفين في مثلث وَ استعمالها.

• معرفة تناسبية أطوال أضلاع مثلثين معينين بمستقيمين متوازيين وَ قاطعين لهما وَ استعمالها.

• العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.

• بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.

• استعمال أمثلة مضادة لإثبات عدم صحّة قضية.

## مخطّـط الدّرس.

**1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. مستقيم المنتصفين.**

- تمهيد : النشاطان (1) وَ (2) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد (نظرية) من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

- تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.
- النشاط (3) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد (نظرية العكسية) من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين.**

- تمهيد : النشاط (4) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد (نظرية) من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**2) للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. استعمال خواص مستقيم المنتصفين في برهان.**

- النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. استعمال خواص المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين.**

- النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) قوّم مكتسباتك.**

تعليل الإجابات أمر ضروري.

4) **لتتعلّم كيف تحرّر.**

إنّ الاقتصار على قراءة البرهان المُقترح لا جَدْوَى منه، بل يجب أن **يُسبق بمحاولة** شخصية للبرهان ثم مقارنة هذا العمل بالبرهان المقترح في الكتاب. يمكن أيضا أن يقرأ التلميذ الحل في البيت وَ يقدّمه الأسناذ في اليوم الموالي كفرض مراقب ( يمكن للأستاذ أن يتصرّف في النص إذا كان يرى ذلك ) . في حالة تقديم أحد التلاميذ حلا مختلف أو أبسط يُطلب منه أن يقدم عمله لزملاءه.

## تسييــر الدرس

**اختبر مكتسباتك.**

تقدّم الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) قبل فقرة « مستقيم المنتصفين » ، في حين يأتي النشاط (4)، قبل فقرة « المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين » من « تمعن وَ اكتشف ».

النشاط (1)

المطلوب من التلميذ كتابة نصوص( أوْ جملا صغيرة )، يشرح فيها خطوات الإنشاء مع **تعليل كل خطوة** بذكر خاصة أو تعريف يستعمله. يُترك أثر الإنشاء على الشكل. تُقبل كل الاقتراحات وَ تُناقش.

النشاط (2)

| | |
|---|---|
| تعليل الإجابات أمر ضروري. لا يكفي أن يكون هذا التعليل شفويا، بل يجب أن يكون مكتوبا.<br>مثلا : | إجابة ياسمين ليست صحيحة، لأنّ الضلعين [PR] وَ [ST] في الرباعي ليسا متوازيان.<br>أوْ ما يماثله من تعليل. |

النشاط (3)

1. تُكتب خطوات إنشاء المستقيم ('D).

2. تَذكير بالخاصية القائلة : « من نقطة A لا تنتمي إلى مستقيم (d) يمكن إنشاء مستقيم واحد، فقط، يوازي (d) وَ يشمل النقطة A ».

النشاط (4)

هو تَذكير لمفهوم التناسبية المستعمل في « حساب أطوال أضلاع مثلثين معينين بمستقيمين متوازيين وَ قاطعين لهما ».

**تمعّن وَ اكتشف.**

ملاحظة هامّة. في كل الحالات وَ في كل الأنشطة في مختلف الدروس، **عند وقوع التلميذ في خطإ**، يجب أن يعرف وَ أن يفهم **موطن الخطإ**.

### I. مستقيم المنتصفين

إنّ أهمية **النظرية** المتعلقة بـ « مستقيم المنتصفين » في مثلث وَ **نظريتها العكسية**، يعود إلى استعمالهما في براهين مختلفة، الأمر الذي يتطلب إعطاؤهما الوقت الكافي لكي يستوعبهما التلميذ. إنّ برهان نظرية « مستقيم المنتصفين » ، نفسها، يُعتبَر تدريب للتلميذ على اكتساب كفاءة الاستدلال.

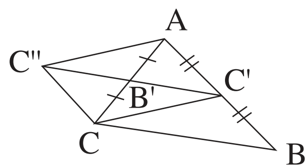
النشاط (1)

يتوصّل التلميذ، بطريقة عملية، على شكل هندسي إلى النتيجتين المتعلقتين بفقرة « مستقيم المنتصفين ». لذا يجب التأكيد على أهمية إنجاز الشكل بالدقة الممكنة. فإنّ إنجاز شكل تتوفر فيه الفرضيات تسمح بالتوصّل إلى النتائج المرجوة. يستحسن أن يكون العمل فرديا.

تُقارن النتائج التي يتوصل إليها التلاميذ، وَعند الحاجة يُراجِع كل تلميذ صحة شكل زميله وَكذلك توافق النتائج مع الشكل.

النشاط (2)

توصل التلاميذ، في النشاط السابق، إلى الخواص الناجمة عن « مستقيم المنتصفين » في مثلث. في هذا النشاط تُبرهن هذه الخواص. يُستحسن، هنا أيضا، أن يقوم كل تلميذ بالنشاط بمفرده، وَ لا بأس من تحضيره في البيت.




1. يُنقل الشكل وَ تُنشأ النقطة 'C بدقة.

تُذكر كيفيّة الإنشاء، لأنّ هذا يساعد التلميذ على تعليل بعض نتائج السؤال الثاني.

| | |
|---|---|
| 2. بعد المحاولة الفردية لإتمام النص، يكتب الأستاذ، علىالسبورة، حوصلة النتائج **الأساسية** وَالضروريّة التي تؤدي إلى المطلوب. مثلا : | • بما أنّ الرباعي ''C'BCC متوازي أضلاع، فإنّ ''BC = C'C وَ (BC) / / (''C'C). |
| إلى هذا الحد من البرهان نحصل على النتيجة الأولىللنظرية وَ هي : | • بما أنّ (BC) / / (''C'C) وَ 'B منتصف [''C'C] ( أي ، 'B نقطة من القطعة [''C'C] فإنّ (BC) / / (B'C'). |
| النتيجة الثانية للنظرية هي : | • بما أنّ ''BC=C'C وَ 'B منتصف [C'C] ، فإنّ $B'C' = \frac{1}{2}$ BC. |

ثم يأتي الفرع الأخير من السؤال وَ الذي يُلخص نص النظرية المدروسة.

« في مثلث ABC، إذا كانت النقطة B’ منتصف الضلع [AC] وَ كانت C’ منتصف الضلع [AB]،

فإنّ : (CB) // (B’C’) وَ $B'C' = \frac{1}{2} CB$ »

**تــــزوّد**

كتابة الفقرة المتعلقة بنظرية « مستقيم المنتصفيْن ».

**ملاحظة :**

• يُمكن تعويد التلاميذ على كتابة **بطاقة** لكل نظرية أوْ خاصِّيّة في كل الدروس، هذه البطاقة تَشْمل من جهة كل المعلومات وَ الفرضيات الواردة في النظرية أوْ في الخاصية وَ من جهة ثانية تشمل النتائج الناجمة عن تَوَفُّرِ الفرضيات المذكورة. مثلا :

**نظرية «مستقيم المنتصفين»**

في مثلث DEF ،

إذا كان $\left\{ \begin{array}{l} \text{– M منتصف [DE]} \\ \text{وَ} \\ \text{– N منتصف [DF]} \end{array} \right.$ فإنّ $\left\{ \begin{array}{l} \text{– } (MN) \,//\, (EF) \\ \text{وَ} \\ \text{– } MN = \frac{1}{2} FE \end{array} \right.$

النشاط (3)

يَخُص النظرية العكسية لنظرية « مستقيم المنتصفين». يَقرأ كل تلميذ نص النشاط بمفرده.

الأسئلة المطروحة هي :
- رسم مثلث ABC،
- إنشاء مستقيم (d) يشمل النقطة B’ وَ يوازي (BC).

تُتَرجم المعلومات الواردة على الشكل كالآتي :
- النقطة B’ منتصف الضلع [AC]،
- النقطة C’ منتصف الضلع [AB].

تُرَتَّبُ كل الفرضيات الواردة في النشاط (النّص وَ الشكل) كالآتي :
- ABC مثلث،
- النقطة B’ منتصف الضلع [AC]،
- النقطة C’ منتصف الضلع [BA].
- (d) مستقيم يشمل النقطة B’ ويوازي (BC)

بعد هذا يأتي دور الإجابة على أسئلة النشاط.

1. – الفرع الأول. عبارة عن تذكير للخاصية : « من نقطة A لا تنتمي إلى مستقيم (d) يمكن إنشاء مستقيم واحد ،فقط، يوازي (d) وَ يشمل النقطة A ».

– الفرع الثاني، تُستنتج الإجابة بملاحظة الشّكليْن وَ نص الخاصية المذكورة في الفرع الأول وَ كذلك محتوى البطاقة المتعلّقة بنظرية « مستقيم المنتصفين » .

– الفرع الثالث. التلميذ في هذا السؤال مطالب بشرح وَ تعليل إجابته.

قد يأتي الشرح على هذا المنوال :

أ) في الشكل الذي رسمه سامي، المستقيم (d) يشمل النقطتين 'B وَ 'C منتصفي الضلعين [AC] وَ [AB]، على الترتيب، في المثلث ABC، فهو يوازي الضلع الثالث فيه، أي يوازي (BC). هذا حسب النظرية المبرهنة.

ب) في الشكل الذي رسمته جميلة، المستقيم (d) يشمل النقطة 'B وَ **لا يشمل** النقطة 'C، إذا كان هذا المستقيم يوازي (BC) فهذا يعني إمكانية رسم من نقطة معلومة مستقيمين يوازيان المستقيم (BC) وَ هو ما تنفيه الخاصة المذكورة سابقا حول وحدانية المستقيم الذي يشمل نقطة وَ يوازي مستقيم معلوم. إذن لا يمكن أن يكون (d) موازيا للمستقيم (CB) .

إذن الشكل الصحيح هو شكل سامي.

2. يكتب النص النظرية أوْ **بطاقة** النظرية العكسية على السبورة، بالإستعانة باقتراحات التلاميذ.

**النظرية العكسية « مستقيم المنتصفين»**

في مثلث HIK،

إذا كان { – R منتصف [HI] ، وَ – (d) // [IK] وَ يشمل R } فإنّ { (d) يشمل منتصف [HK] }

### تــزوّد

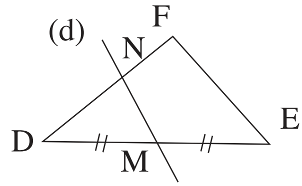
كتابة الفقرة المتعلقة بالنظرية العكسية لنظرية « مستقيم المنتصفيْن».

**ملاحظة**

. تَعْويد التلاميذ على إعطاء مثال مضاد أوْ أمثلة مضادة تسمح لهم باستنتاج أهميّة الفرضيات الواردة في النصّ ، وَ أنّه في حالة **عدم توفر فرضية ما**، من نظرية، فإنّهم **لا يحصلون على النتيجة** ( أوْالنتائج ) الواردة في هذه النظرية .

**أمثلة مضادة :**

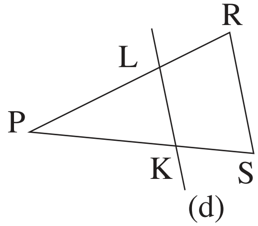
أ– DEF مثلث، **M منتصف [DE]** وَ (d) مستقيم **لا يوازي** حامل [EF] وَ يقطع [DF] في النقطة N، الشكل.




يمكن في هذه الحالة أن يلاحظ التلميذ بالعين أوْ أن يتأكد عمليا، بالأدوات المناسبة، أنّ النقطة **N ليست منتصف الضلع [DF].**

إنّ فقدان الفرضية (EF) // (d)» يلغي النتيجة « N منتصف القطعة [DF] » رغم توفُّر الفرضية « M منتصف [DE]».

ب – PRS مثلث **K ليست منتصف** [PS] وَ **(d) مستقيم يوازي [RS]** وَ يقطع [PR] في النقطة L، الشكل.




هنا أيضا يمكن أن يلاحظ التلميذ بالعين أوْ يتأكد عمليا أنّ النقطة **L ليست منتصف الضلع [PR].**

إنّ فقدان الفرضية «K منتصف القطعة [PS] « يلغي النتيجة « L منتصف القطعة [PR] » رغم توفّر الفرضية (d)//[RS].

**II. المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين**

تُؤدّى الأنشطة فرديا، وَ يُؤكِّد الأستاذ على الدقة في رسم الأشكال وَ قياس الأطوال. يُراقَب عمل التلميذ من قريب، في حالة ظهور فوارق في النتائج.

النشاط (1)

1– يُطلب من التلميذ أن يتأكد « أنّ حامل القطعة [EE’] يوازى حامل القطعة [TS] »، هذا في كل مثلث من المثلثات الثلاثة.

2. تُستعمل الحاسبة عند حساب معامل التناسبية. تؤخذ الأطوال مقربة إلى 0,1.

يجب أن يكون واردا في ذهن التلميذ أنّ :
(d) ( أي (EE’) يوازي (TS) )، هذا في كل الحالات الثلاثة.
بالنسبة للجدول الأول ( الخاص بالشكل الواقع يمينا ) نحصل على الجدول المقابل، وَ هو فعلا جدول تناسبية لأنّ أطوال أضلاع المثلث REE’ متناسبة مع أطوال أضلاع المثلث RST.

| | RT | RS | ST |
|---|---|---|---|
| أطوال أضلاع المثلث REE’ | 2,4 | 3,6 | 3,2 |
| أطوال أضلاع المثلث RST | 3 | 4,5 | 4 |
| | RE' | RE | EE' |
| نسبة أطوال أضلاع المثلثين | 0,8 | 0,8 | 0,8 |

في نهاية النشاط يُطلب من التلميذ أن يكتب نصا يوضّح فيه النتائج التي تَوصّل إليها، مع التّأكيد على توفّر الفرضية « المستقيم (d) يوازي (TS)» .

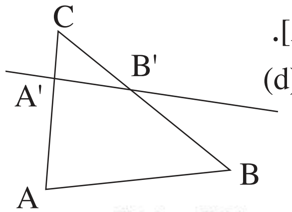
النشاط (2)

يُنقل الشكل بدقّة **أوْ** يُرسم مثيل للشكل، على أن يكون : (d) **يوازي** (d’).

بعد القيام بالعمل المطلوب، يُقارن التلميذ بين فرضيات وَ نتائج النشاطين (1) وَ (2).

مثال مضاد :

ABC مثلث ، وَ (d) مستقيم يقطع [AC] وَ [BC] وَ **لا** يوازي [AB].




احسب كل من النسبتين $\frac{CB'}{CB}$ وَ $\frac{CA'}{CA}$ . ماذا تلاحظ؟

سوف يلاحظ التلميذ أنّ **فقدان الفرضية** « (d) // (AB) » **يُلغي النتيجة** « $\frac{CA'}{CA}=\frac{CB'}{CB}$ »

## تــزوّد

كتابة الفقرة المتعلقة بنظرية « المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين ».

## بطاقة النظرية

**المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين**

**نظريـــة :** في مثلث ABC،

إذا كان
- B’ – نقطة من [AB] ،
وَ
- C’ نقطة من [AC]،
وَ
- (B’C’) // (BC).

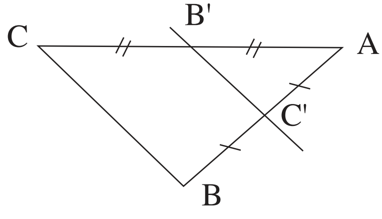
فإنّ $\left\{ \frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC} \right\}$

**ملاحظة**

يُلْفَتُ انتباه التلميذ إلىأنّ نظرية « مستقيم المنتصفين » هي حالة خاصة من نظرية « المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين ».

في هذه الحالة لدينا :

$$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{1}{2}$$



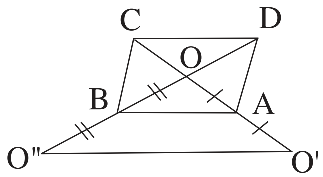
**للتوظيـف**

**I. استعمال خواص « مستقيم المنتصفين» في برهان.**

تُعتبر النظريات التي دُرست في فقرة « تمعن وَ اكتشف » من أهم النظريات المستعملة في البراهين، في هذا المستوى. سوف نتعرّض في هذه الفقرة إلى بعض الأمثلة.

النشاط (1)

1– التأكُّد أولا، من أنّ الجميع تمكن من إنشاء الشكل صحيح.

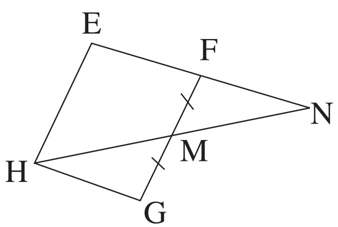



2– إذا لم يهتدي التلميـذ إلى استعمال نظريـة « مستقيـم المنتصفيـن »، يطلب منـه ترجمـة معلومات النص كتابيا. عندها سوف يحصل مثلا على ما يلي :

- $O'$ نظيرة $O$ بالنسبة إلى $A$، يعنـي أنّ $A$ منتصـف القطعة $[OO']$ .
- $O$ » نظيرة $O$ بالنسبة إلى $B$، يعني أنّ $B$ منتصف القطعة $[OO'']$.

ثم استعمال نظرية مستقيم المنتصفين في المثلث $OO'O''$ ».

النشاط (2)




1– إنشاء الشكل.

2– استخـــراج كل المعلومـــات الممكنـــة، مـــن النـــصّ، ثمّ البحث من بينها على المعلومات الضرورية( وَ الاكتفاء بها فقط ) للإجابة على السؤال المطلوب. هذه المعلومات هي :

- $M$ منتصف $[HN]$، (لأنّ $N$ هي نظيرة $H$ بالنسبة إلى $M$) .
- $(FM) // (EH)$، (لأنّ $EFGH$ متوازي أضلاع، إذن $(FG) // (EH)$ وَ $M$ نقطة من $[FG]$

بعد هذا يأتي دور الإجابة عن السّؤال. عند الحاجة يطلب من التلميذ كتابة نص النظرية المعنية بالنشاط.

**للترسيخ**

يُنقل الفقرة المتعلقة بالنشاطين السابقين من « للترسيخ ».

**II. استعمال خواص المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين**

النشاط (1)

1– نقل الشكل بالأطوال الحقيقية أمر ضروري، لأنّ ذلك يُمكِّن التلميذ من التأكُّد من صحة حساباته بقياسها على الشكل.

2– عند الضرورة تُكتب المعلومات الواردة على الشكل،
وَ كذلك محتويات « البطاقة » المتعلقة بالنظرية الخاصة « بالمثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين ».
هذا يسمح بكتابة التناسب المقابل،
ثمّ تُجرى الحسابات اللازمة لتحديد الأطوال المطلوبة.

$$\frac{RT}{RE}=\frac{RS}{RR}=\frac{TS}{ER}$$

أو

$$\frac{1}{RE}=\frac{2}{3,6}=\frac{2,8}{ER}$$

**ملاحظة**

– EP، يمثل الرابع المتناسب للأعداد: 2 وَ 3,6 وَ 2,8 .
– يعطى الوقت اللازم للتلميذ للتوصل إلى كيفية حساب TE، (وَ ذلك بملاحظة أنّ RE=RT+TE، لأنّ النقطة T تنتمي إلى القطعة [RE]).
سوف يلاحظ أنّه عليه أن يَحسب أوّلا RE ثمّ يستنتج TE من المساواة RE = RT + TE.

النشاط (2)

تُقبل كل الطرق السليمة للتوصل إلى المطلوب.

1– إنّ الفرضية **(DE) // (CB)** في المثلث ABC يمكن أن تترجم:
– بجدول تناسبية،
– بالمساويات ، $\frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}=\frac{ED}{BC}$

– بالملاحظة مباشرة أنّ $\frac{AE}{AB}=\frac{1,8}{1,8+0,9}=\frac{1,8}{2,7}=\frac{18}{27}=\frac{2\times 9}{3\times 9}=\frac{2}{3}$
ثم استنتاج المطلوب.

2– حساب مباشر باستعمال إحدى الوسائل السابقة الذكر.

**للترسيخ**

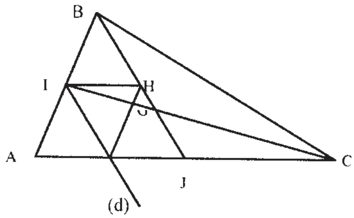
تُنقل الفقرة المتعلقة بالنشاطين الأخيرين من « للترسيخ ».

**لنتعلّم كيف تحرّر**

للأسباب التي ذكرت سلفا في لنتعلم كيف تحرّر.

* يُطلب من التلميذ أن يكتب الفرضيات المتعلقة بالتمرين، تلك الواردة في النص وَ المرفقة بالشكل أيضا.

هذه الفرضيات هي :




– JBA مثلث حيث : BJ = 5 cm وَ AJ = 4 cm،
– I منتصف [AB] ،
– C نظيرة A بالنسبة إلى J،
– المستقيم (d) يشمل I وَ يوازي (BJ) وَ يقطع [AC] في E،
– G هي نقطة تقاطع [BJ] وَ [IC]،
– H منتصف [BJ] .

الملاحظ كتابة الفرضيلت منفصلة عن بعضها يُسهل قراءتها وَ الرجوع إليها بسرعة.

يرسم الشكل انطلاقا من هذه الفرضيات.

* يربط كل سؤال بالفرضيات المرتبطة به.

**مثلا :**

1. برهان أنّ النقطة E هي منتصف [AJ].

البحث عن مثلث يشمل في نفس الوقت النقطة E وَ القطعة [AJ]، هذا المثلث هو ABJ. بالاعتماد على قائمة الفرضيات وَ باستعمال نظرية مستقيم الوسطين نتوصل إلى النتيجة المطلوبة.

**لنتمـرّن**

نُذكّر أنّ **العمل**، في كل الأحوال، **يجب أن يكون من طرف التلميذ**، في حالة عدم تمكنه من الانطلاق في العمل يمكن مساعدته أوْ توجيهه، بطريق غير مباشر، لعلّه يهتدي إلى فكرة أوْ طريقة عمل.

التمرين (6) : **توجيهات وَ ملاحظات.**

أُرفِقَ الشكل بمعلومات، هذه المعلومات تمثل فرضيات التمرين.

**الفرضيات :** – (HL) // (H'L') وَ (KL) // (K'L') ،

– النقطة 'L منتصف الضلع [HK] .

**المطلوب :** – إثبات أنّ القطعة [KH] // [K'H'].

المعلومات التي في حوزتنا حول النقطة 'K ، مثلا، هي **أنّها نقطة من ضلع في المثلث** HKL **وَ هي أيضا نقطة من مستقيم يشمل منتصف ضلع في نفس المثلث وَ يوازي ضلع** آخر فيه هو (KL)، وَ مثلها حول النقطة 'H.

انطلاقا من هذه المعلومات وَ **باستعمال النظرية العكسية** لنظرية مستقيم المنتصفين نبرهن أنّ 'K وَ 'L هما على التوالي منتصفي الضلعين [HL] وَ [LK̄].

* بما أنّ $H'$ وَ $K'$ هما منتصفي الضلعين [KL] وَ [HL]، في المثلث HKL، إذن المستقيم $(H'K')$ يوازي القطعة [KH] أي $[H'K']$ توازي [KH] . وَهو المطلوب.

في مثل هذا التمرين، لا يمكن الإجابة على السؤال المطروح مباشرة لذا نبحث، في النص أوْ في الشكل، عن معلومات إذا توفرت تمكنا من الإجابة على السؤال، لكن، هذه المعلومات إذا لم تذكر صراحة في نص التمرين، لا يمكن استعمالها دون برهانها. في هذا التمرين **استنتجنا** أنّ $[H'K']$ توازي [KH] **بعد أن برهنا** أنّ النقطتين $H'$ وَ $K'$ هما منتصفي الضلعين [KL] وَ [LH].

التمرين (11)، توجيهات.

في مثل هذه الأسئلة الإجابة لا تكون بـ« نعم » أوْ « لا » فقط، بل مع تبريرها.

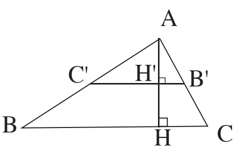
– حول محيط المثلث. **باستعمال نظرية مستقيم المنتصفين ثلاث مرات** نحصل على :

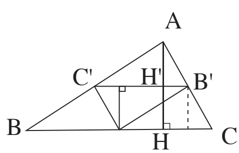
$$C'A' = \frac{1}{2} \times CA \text{ وَ } B'C' = \frac{1}{2} \times BC \text{ وَ } A'B' = \frac{1}{2} \times AB$$

إذن $A'B' + B'C' + C'A' = \frac{1}{2}\ (AB + BC + CA)$ . بعد هذا نستنتج المطلوب.

– حول مساحة المثلث. بملاحظة الشكلين وَ باستعمال النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين نبرهن أنّ ارتفاع المثلث $A'B'C'$

هو $A'H' = \frac{1}{2}\ AH$ أي $A'H' = h \times \frac{1}{2}$ .



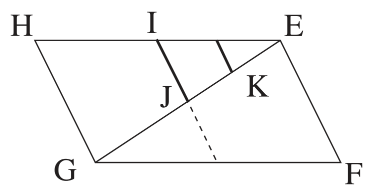

علما أنّ مساحة المثلث ABC هي $S = \frac{1}{2} \times BC \times h$،

فإنّ مساحة المثلث $A'B'C'$ هي $S' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \times BC\right) \times \left(\frac{1}{2} h\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} BC \times h\right)$

أي $S' = \frac{1}{4.} \times S$

التمرين (12)، نتائج.

1. الشكل.




2. الإجابة على السؤال تكون على مرحلتين :

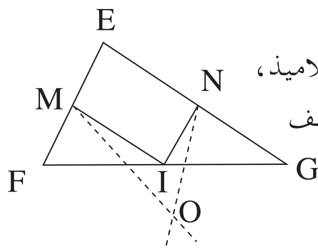
أ ) المستقيم (IJ) هو مستقيم يشمل منتصفي ضلعين في المثلث EFH **إذن هو** يوازي الضلع الثالث [EF] .

ب ) في المثلث FGH، النقطة J هي منتصف الضلع [FH] وَ المستقيم (IJ) يوازي الضلع [GH] إذن (IJ) يقطع [FG] في منتصفه.

3. لدينا : J منتصف [HF] إذن $HJ = \frac{1}{2}HF$ وَ K منتصف [HJ] إذن $HK = \frac{1}{2}HJ$

إذن $HK = \frac{1}{4}HF$

التمرين (14)، السؤال (4)




4. نقدّم هنا برهانا ( بالخلف ). قد لا يكون هذا البرهان في متناول التلاميذ، لكن لا بأس من شرحه لهم بلغة بسيطة حتى يتعوّدوا على تقبُّل مختلف أنواع البرهان.

البرهان هو كالآتي :

أ ) نسمي (d) المستقيم المنشئ من M وَ يوازي (FG) وَ نسمي (d') المستقيم الذي يشمل N وَ يوازي (EF). المستقيمان يتقاطعان في النقطة O.

**نفرض أنّ النقطة O لا تنتمي إلى الضلع [GE].**

ب ) – المستقيم (d) يشمل M وَ يوازي (FG) إذن يقطع الضلع [EG] في منتصفه وَ ليكن I،

– المستقيم (d') يشمل N وَ يوازي (EF) إذن يقطع [GE] في منتصفه أي في النقطة I.

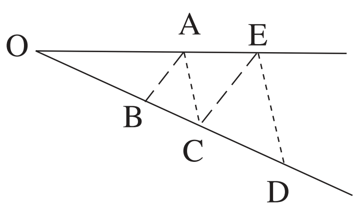
لدينا : **فرضا**، المستقيمان (d) وَ (d') يتقاطعان في O، هذه النقطة لا تنتمي إلى [EG]،

حسب ب ) المستقيان (d) وَ (d') **يتقاطعان في النقطة I** ،

هذا يعني أنَ (d) وَ (d') يتقاطعان في نقطتين مختلفتين O وَ I. وهو أمر مستحيل لأن (d) لا يوازي (d') إذن **النقطة O منطبقة على النقطة I**، هذا **يعني أنّ النقطة O هي منتصف الضلع** [EG].

التمرين (22)، حل جزئي.

1. حساب AE وَ OD .




– المستقيمان (AB) وَ (EC) متوازيان وَ نصفا المستقيمان (OE] و (OD] قاطعين لهما ( وَ غير متوازيين )

إذن $\frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OC}$ ، أي $\frac{1,6}{2,4} = \frac{2}{2+AE}$ .

من هذه المساواات نحصل على قيمة AE.

– المستقيمان (AC) وَ (ED) **متوازيان** وَ نصفا المستقيمان (OE] وَ (OD] قاطعين لهما ( وَ غير متوازيين )

إذن $\frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OE}$ أي $\frac{2,4}{2,4+CD} = \frac{2}{3}$، علما أنّ $OE = 2 + AE = 3$ cm،

($AE = 1$ حُسب سابقا).

**ملاحظة**

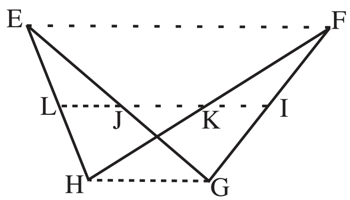
لدينا: $OE = OA + AE$ **لأنّ** النقطة A **تنتمي** إلى القطعة [OE].

وَ $OD = OC + CD$ **لأنّ** النقطة C **تنتمي** إلى القطعة [OD].

2. التناسب ينتج عن تناسب الأول وَ الثاني في السؤال الأوّل

3. المساواات تنتج من مساوات السؤال الثاني.

المسألة (23)، توجيهات.




**الفرضيات**: الرباعي EFGH فيه (GH) // (EF).

1. الشكل.

2. النقط I، J، K، L علىاستقامة واحدة.

باستعمال نظرية مستقيم المنتصفين نبرهن:

– في المثلث EFH أنّ (KL) **يوازي** (FE) و $LK = \frac{1}{2}EF$، (1)

– في المثلث FGH أنّ (KI) **يوازي** (HG) **و** $KI = \frac{1}{2}HG$ ، (2)

– في المثلث EGH أنّ (JL) **يوازي** (GH) **وَ** $LJ = \frac{1}{2}HG$ ، (3)

– من (1) وَ (3) لدينا: $\big((LK)\ //\ (EF)$ وَ $(LJ)//(HG)\big)$ إذن $\big((LK)\ //\ (LJ)\big)$

وَ من $(LK)\ //\ (LJ)$ نستنتج أنّ النقط I وَ J وَ K تقع على استقامة واحدة (4)

– من (1) وَ (2) نبرهن بطريقة مماثلة للسابقة أنّ النقط I وَ K وَ L تقع على استقامة واحدة (5)

– ينتج من (4) وَ (5) أنّ كل من النقطين J وَ L تنتميان إلى نفس المستقيم (KI)، إذن النقط I، J، K، L تقع على استقامة واحدة.

المسألة (33)، توجيهات.

1. عند نقل شكل يجب أن تكون الفرضيات الواردة عليه مذكورة على الشكل المنقول لضرورة الاستعمال.

2. النقطتان M وَ I **منتصفي ضلعين** في المثلث RST.

3. في المثلث IMP، النقطة R **منتصف الضلع** [PI]، وَ حسب البرهان السابق، المستقيم (RT) **يوازي** (IM).

4. نستعمل نتائج السؤالين السابقين لمقارنة الأطوال: أوّلا TR وَ IM ثانيا IM وَ RN.

المسألة (35)، السؤال (2).

2. الفرضيات المستنتجة من الشكل نفسه هي:

– I منتصف [DE]، وَ L منتصف [DK].

بالإضافة إلى الفرضيات المرفقة بالشكل وَ هي:

– T منتصف [EF]، وَ K منتصف [DF]،

– (d) يشمل L وَ يوازي (DE).

# حالات تقايس المثلثات - المستقيمات الخاصة

## بطاقـة فنيـة

**أهداف التعليم / التعلّم.**

التلميذ في نهاية المحور:

• يعرف حالات تقايس المثلثات وَ يستعملها في براهين بسيطة.

• يعيّن وَ يُنشىء المستقيمات الخاصة في مثلث، (المحاور، الارتفاعات، المتوسطات، منصفات الزوايا الداخلية).

• يعرف خواص هذه المستقيمات الخاصة وَ يستعملها في وضعيات بسيطة.

**المكتسبات القبلية:**

• إنشاء أشكال مستوية بسيطة.

• المثلثات: إنشاء مثلثات، المتباينة المثلثية، مجموع زوايا مثلث.

• الدائرة: الدائرة المحيطة بالمثلث.

• متوازيات الأضلاع: تعريف وَ خواص، خواص متوازيات الأضلاع الخاصة.

• التناظر المركزي: خواص التناظر.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة.**

• معرفة حالات تقايس المثلثات وَ استعمالها.

• تعريف المستقيمات الخاصة في مثلث وَ إنشاؤها وَ معرفة خواصها وَ استعمالها.

• العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.

• بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.

• استعمال أمثلة مضادة لإثبات عدم صحّة قضية.

## مخطّـط الدرس

**1) تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. حالات تقايس المثلثات.**

• تمهيد: النشاطان (1) (2) وَ (4) من اختبر مكتسباتك.

• النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف:

التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.

• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• النشاطان (3) وَ (4) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.
تمارين تطبيقية.

**II. المستقيمات الخاصة في مثلث.**

• تمهيد : الأنشطة (3) وَ (5) من اختبر مكتسباتك.
• النشاطان (1) وَ (2) من تمعن وَ اكتشف.
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.
تمارين تطبيقية

**للتوظيف – للترسيخ.**

**I. خواص المستقيمات الخاصة في مثلث.**

• النشاطان (1) وَ (2) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.
تمارين تطبيقية.

• النشاطان (4) وَ (5) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.
تمارين تطبيقية.

• النشاطان (6) وَ (7) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
• تحصيل القواعد من للتّرسيخ.
تمارين تطبيقية.

3) **لتتعلّم كيف تحرّر.**
4) **قوّم مكتسباتك.**

تعليل كل الإجابات أمر ضروري.

# تسيير الدرس

**اختبــر مكتسباتــك**

* الأنشطة المقترحة في هذه الفقرة تساعد الأستاذ على تقييم مكتسبات التلميذ وَ تساهم في استعداده لتلقي معلومات جديدة.

النشاطات (1) وَ (2) وَ (3)

الأول: يتذكر التلميذ من خلاله **المتباينة المثلثية** (الشروط التي يجب توفرها للحصول على مثلث).

الثاني: ينشئ التلميذ مثلث في حالات مختلفة.

الثالث: تذكير للمصطلحات الخاصة بالمثلث.

النشاط (4)

استرجاع لتعريف كل من الارتفاع وَ المحور وَ المتوسط وَ منصف زاوية.

النشاط (5)

تذكير لكل من محور قطعة مستقيم وَ خاصته المميّزة.

**تمّن وَ اكتشف.**

**I. حالات تقايس المثلثات.**

النشاط (1)

1. 2 . 3. يتوصّل التلميذ إلى المعنى المقصود بـ «عنصرين متماثلين» في مثلثين قابلين للمطابقة.

4. انطلاقا من نتيجة السؤال (3) يتعرّف على مثلثات متقايسة وَ مثلثات غير متقاسية في الشكل.

النشاط (2)

* من خلال النشاط يتوصّل التلميذ إلى أنّ اشتراك مثلثين في صفات معينة لا تؤدي بالضرورة إلى تقايسهما، وَ يستنتج **ضرورة توفّر شروط معينة في هذه العناصر المشتركة** لمثلثين حتى يكونا متقايسان.

1. في الحالة السؤال الأوّل، التقايس ناتج عن: **تقايس ضلعين وَ الزاوية المحصورة بينهما.**

2. في حالة السؤال الثاني، التقايس ناتج عن: **تقايس زاويتين وَ الضلع المحصور بينهما.**

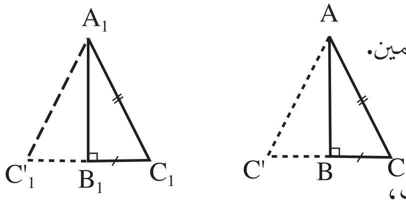
3. في حالة السؤال الثالث، يتقايس مثلثان إذا تقايست فيهما الأضلاع الثلاثة.

* يمكن تأجيل السؤال الثالث وَ إلْحاقِه بالنشاط (3).

النشاط (3)

يُبعد أي شك يتبادر إلى ذهن التلميذ، من جراء نتيجة السؤال (3) من النشاط السابق، وَ يتبين بطريقة ملموسة أنّ تقايس الزوايا الثلاثة في مثلثين لا يؤدي إلى تقايسهما.

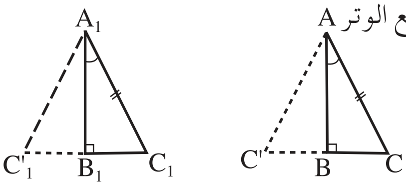
النشاط (4)




يستنتج التلميذ من خلاله حالتين خاصّتين لتقايس مثلثين قائمين.

أ) التقايس ناتج عن تقايس، الوتر وَ ضلع قائم في أحدهما مع الوتر وَ ضلع قائم من الثاني. يمكن أن نلاحظ ذلك بإنشاء النقطتين $C'$ وَ $C'_1$ نظيرتي النقطتين $C$ وَ $C_1$، على الترتيب، بالنسبة إلى المستقيم $(AB)$ في المثلثين القائمين $ABC$ وَ $A'B'C'$.

المثلثان الناتجان متساويا الساقين، هذان المثلثان متقايسان لأنّ أضلاعهما الثلاثة متقايسة (خواص التناظرالمحوري).




ب) التقايس ناتج عن تقايس الوتر وَ زاوية حادة في أحدهما مع الوتر وَ زاوية حادّة في الثاني. وَ هو ما نتبينه من الشكلين الآتيين:

في هذه الحالة تقايس المثلثان المتساويا الساقين ناتج عن تقايس ساقين فيهما وَ تقايس الزاويتين المحصورتين بينهما.

أي $AC = A'C'$ وَ $AC_1 = A'C'_1$ وَ $C\hat{A}C_1 = C'\hat{A}'C'_1$، (خواص التناظرالمحوري).

* تجدر الملاحظة أنّ حالات تقايس مثلثين كيفيين تُطبق على مثلثين قائمين.

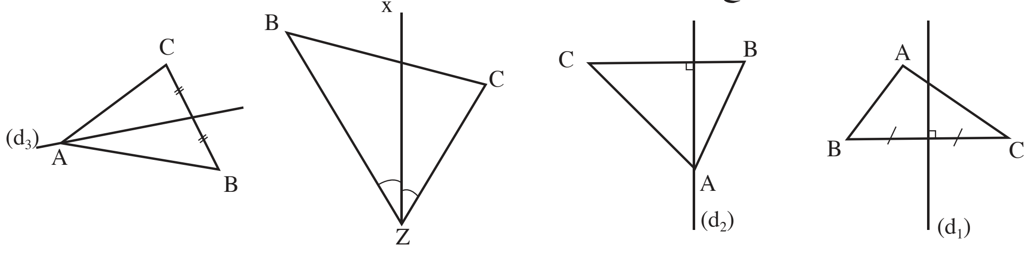
يُستحسن، بعد الانتهاء من هذه الفقرة «حالات تقايس المثلثات»، التوقف قليلا قبل الشروع في الفقرة الموالية وَ ذلك للقيام ببعض التطبيقات وَ حلّ بعض التمارين، حتى يتمكن التلميذ من ترسيخ وَ استيعاب ما درسه، وَ يتمكن الأستاذ من تقييم نتائج الفقرة المدروسة، وَ بشكل خاص لتفادي هطول معلومات كثيفة على التلميذ في آن واحد.

## II. المستقيمات الخاصة في مثلث.

النشاط (1)

* يكون العمل في النشاط فرديا. وَ يُستحسن أن يُراقبَ عمل **كل تلميذ** وَ الإدلاء بالملاحظات الضرورية **لكل واحد** حتى يتمكن الكل من مراجعة عمله، عند الحاجة.

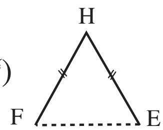
أهمّية النشاط تكمن في كونه يزوّد التلميذ بتعاريف جديدة وَ هامة خاصة بالمثلث. إنّ التركيز **على التمييز** بين عناصر التشابه في كل تعريف أمر ضروري. يمكن استعمال الجدول الآتي لتوضيح ذلك أوْ أيّة وسيلة أخرى تكون أنجع.



| | المحــور | الارتفاع | منصف الزاوية | المتوسط |
|---|---|---|---|---|
| يشمل رأس | | × | × | × |
| يشمل منتصف الضلع المقابل للرّأس | × | | | × |
| عمودي على الضلع المقابل للرّأس | × | × | | |
| يجزئ الزاوية إلى زاويتين متقايستين | | | × | |

* ضروريّ أن يتأكد الأستاذ عن غياب أي التباس في المصطلحات المستعملة في هذه الفقرة، مثلا :
أ) منتصف قطعة هي **نقطة تنتمي** إلى القطعة وَ تجزّئ القطعة **جزأين متساويين** في الطول.
– النقطة **M** في الشكل (أ) هي **منتصف القطعة** [AB] ، فهي تنتمي إلى [AB] وَ BM = AM .

(أ)



(أ)

– النقطة H ليست منتصف [EF] ، لأنّ النقطة H **لا** تنتمي إلى القطعة [EF].
( رغم أنّ HE = HF ).

ب) التمييز بين **منصّف وَ منتصف.** نقول **منصّف زاوية** وَ نقول **منتصف قطعة**، وَ ليس العكس.

النشاط (2)

فرصة لأن يتبين التلميذ بأنّ الرسم ( الإنشاء ) السليم لهذه المستقيمات أمر لامفرّ منه. من خلال هذا النشاط سوف يلاحظ التلميذ خصوصية مثلث **فيه زاوية منفرجة.** هذه الخصوصيات هي :
– نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة في مثلث تقع خارج المثلث.
– الارتفاعان المنشآن من رأسي الزاويتين الحادتين يقطعان **امتدادي الضلعين** المتعلقين بالارتفاعين.
– نقطة تلاقي المحاور الثلاثة في المثلث تقع أيضا خارج المثلث.

**للتوظيف – للترسيخ.**

النشاط (1)

* من خلال هذا النشاط يبرهن التلميذ خاصية **محاور مثلث.**
* تعويد التلميذ على كتابة الفرضيات وَ الاستنتاجات التي يتوصّل إليها بلغة رياضية حتى يتمكن من ملاحظتها بسهولة وَ الرجوع إليها عند الحاجة.
1. – الفرعان الأوّل وَ الثاني : رسم مثلث وَ محوري ضلعين فيه. في حالة عجز التلميذ عن إنشاء المحورين أو أحدهما يستعمل الأستاذ الجملة اللغوية «**عمودي** على الضلع **في منتصفه**»، مثلا.
– الفرع الثالث : $(d_1)$ **محور** الضلع [DE] إذن OE = OD،
وَ $(d_2)$ **محور** ضلع [DF] إذن OD = OF،

نستنتج مما سبق أنّ OE = OF هذا يعني أنّ **النقطة O تنتمي إلى محور** الضلع [EF]. ( حسب الخاصة المميزة لمحور ضلع ). إذن **المحاور الثلاثة** في مثلث **تتلاقى في نفس النقطة.**

2. – من البرهان السابق رأينا أنّ OE = OF = OD أي أنّ النقط E، F، D تبعد بنفس البعد عن النقطة O، إذن هذه النقط تنتمي إلى نفس الدائرة. هذه الدائرة مركزها النقطة O وَ نصف قطرها OE.

النشاط (2)

* يبرهن التلميذ في هذا النشاط (2) وَ في النشاط (3) **الخاصية وَ الخاصية العكسية لمنصف زاوية.**

1. **قراءة للمعلومات الواردة على الشكل** تسمح لنا باستنتاج أنّ نصف المستقيم [ou) هو منصف للزاوية $X\hat{O}Y$ .

2. نستنتج من قراءة للمعلومات على الشكل أنّ :

– MA يمثل بعد النقطة M عن الضلع [OX)، لأنّ القطعة [AM] عمودية على الضلع [OX).

– BM يمثل بعد النقطة M عن الضلع ( OY ]، لأسباب مماثلة.

3. – المثلثان القائمان OAM وَ OBM متقايسان لِتقايس الوتر وَ زاوية حادة من المثلث الأوّ ل مع الوتر وَ زاوية حادة من الثاني.

– الخاصيّة المستنتجة وهي « **كل نقطة من منصّف زاوية تبعد بنفس البعد عن ضلعيها** » مهمّة. في النشاط (2) نتعرّف على خاصيّتها العكسية.

النشاط (3)

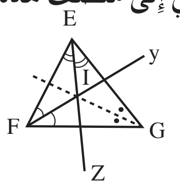
1. المثلثان قائمان وَ هما متقايسان لِتقايس الوتر ( الضلع المشترك ) وَ ضلع قائم من المثلث الأوّ ل مع الوتر وَ ضلع قائم من الثاني.

2. (RN] منصف للزاوية $s\hat{R}t$ .

3. استخلاص للخاصيّة العكسية لخاصيّة النشاط (2).

هذه الخاصيّة هي : « **كلّ نقطة تبعد بنفس البعد عن ضلعي زاوية تنتمي إلى منصّف هذه الزّاوية** »

النشاط (4)




* النشاط متعلق بخاصية **منصفات زوايا مثلث.**

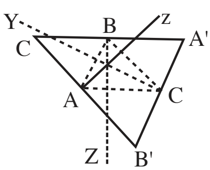
1. – النقطة I تنتمي إلى منصف الزاوية $\hat{E}$ إذن If = Ig،

– النقطة I تنتمي إلى منصف الزاوية $\hat{F}$ إذن Ig = Ie، هذا حسب الخاصة المستنتجة من النشاط (2)

من المساواتين السابقتين ينتج If = Ie إذن النقطة I تنتمي إلى منصف الزاوية $\hat{G}$، هذا حسب الخاصية العكسية للخاصية السابقة.

3. الدائرة التي مركزها I وَ نصف قطرها PI تقع **داخل الدائرة** وَ **تمسّ أضلاع** المثلث GFE.

النشاط (5)




* يبرهن التلميذ في هذا النشاط خاصية **ارتفاعات مثلث.**

2. النقط A وَ B وَ C هي منتصفات أضلاع المثلث A'B'C' كل ضلع من أضلاع المثلث ABC يوازي ضلع في المثلث A'B'C' وَ طول كل ضلع فيه يساوي نصف طول الضلع الذي يوازيه، ( نظرية « مستقيم المنتصفين » )

3. **محاور** المثلث A’B’C’ تشمل رؤوس المثلث ABC **فهي ارتفاعات** في المثلث ABC،
( أضلاع المثلثين متوازية إذن كل عمودي على أحد متوازيين عمودي على الثاني ). علما بأنّ المحاور الثلاثة في مثلث A’B’C’ تتلاقى في نفس النقطة فإنّ **ارتفاعات المثلث ABC تتلاقى في نفس النقطة.**

النشاط (6)

* برهان خاصيتان متعلقتان بمتوسطات مثلث.

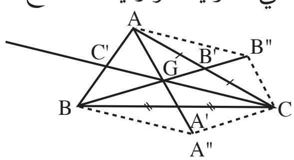
في هذا النشاط يكتشف التلميذ خاصيتان مهمتان تتعلقان بمتوسطات مثلث وَ توظّف فيه عدّة مفاهيم : التناظر المحوري، متوازيات الأضلاع، مستقيم المنتصفين، وَ مقارن أطوال. لذا يمكن أن يحضّر النشاط في البيت وَ يعطى له الوقت الكافي للمناقشة في القسم.

3. استنتاج أنّ AB’’ A’’B متوازي أضلاع وG مركزه.

– حسب الفرع السابق من السؤال نستنتج أنّ :

AB’’= BA’’ و (AB’’) // (BA’’) إذن الرباعي AB’’ A’’B متوازي أضلاع.

– نلاحظ أنّ النُّقطة G تنتمي إلى كلّ من قطري هذا الرباعي، فهي نقطة تلاقي قطري متوازي الأضلاع، إذن هي مركزه.




4– إثبات أنّ GC’ يوازي (BA’’) .

حسب السُّؤال (3)، الفرع الأوّل، GCA’’B متوازي أضلاع إذن :
(BA’’)/ / (CG). علما أنّ النقطة C’ تنتمي إلى [CG]، إنشاء )، فإن (CG) هو نفسه (GC’) إذن (GC’)/ /(BA’’) .

• استنتاج أنّ (GC’) هو مستقيم المنتصفين في المثلّث ABA’ .

لدينا حسب السُّؤال (3) النقطة G هي مركز متوازي الأضلاع AB A’’B’’ إذن G هي منتصف [AA’’] وحسب السؤال (4) (BA’’)/ / (GC’) ، إذن في المثلث AB A’’ المستقيم (GC’) يوازي [BA’’] ويشمل منتصف الضلع [AA’’] فهو ( أي المستقيم (GC’)) يقطع الضلع [AB] في منتصفه أي C’ هي منتصف [AB] ، بالتالي (GC’) هو مستقيم المنتصفين في المثلث AB A’’ .

5– النقطة C’ هي منتصف الضلع [AB]، إذن (CC’) هو المتوسط المتعلق بالضلع [AB] في المثلث AB C، هذا المتوسط يشمل النقطة G، إذن المتوسطات الثلاثة في المثلّث ABC تتلاقى في نفس النقطة.

ملاحظة : ليس مطلوبا من التلميذ أن يستوعب هذا البرهان بل على الأستاذ أن يُلفت انتباهه إلى بعض الملاحظات الهامّة فيه.

النشاط (7)

يتأكد التلميذ بطريقة عملية من أنّ مركز ثقل مثلث هي عبارة عن نقطة، إذا شُدّ (عُلّق) منها هذا المثلث يكون في حالة « توازن ».

للحصول على النتيجة المرجوة يجب أن يكون ورق المقوى المستعمل متجانس وَ يكون الرسم دقيق وَ سليم.

**لتتعلّم كيف تحرّر.**

* ورد خطأ في الصفحة 146 على مستوى السطر 8.

قراءة « للمثلثين AEO وَ CEO نفس المساحة وَ بما أنّ للمثلثين **CDO وَ ADO ...** » **بدلا من** « للمثلثين AEO وَ CEO نفس المساحة وَ بما أنّ للمثلثين **AIC وَ DIC...** ».

* أُعْطِيت معلومة على مستوى إجابة السؤال 3، هذه المعلومة تتعلّق **بالمتوسط الذي يجزّئ مثلث إلى مثلثين لهما نفس المساحة.** هذه المعلومة ذكرت مرّة واحدة، وَ استُعملت عدة مرات دون ذكرها في المرات الأخرى، لكن هذا **لايعني أنّ التلميذ معفيّ من ذكرها** وَ عليه أن يتبين المكان الذي استُعملت فيه قي كل مرّة.

يمكن للأستاذ أن يتصرف في السؤال، كأن يحلّله إلى أسئلة فرعية.

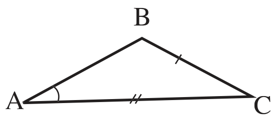
**لتتمـرّن**

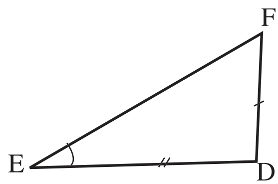
التمرين (2)

التمرين يمثل حالة خاصة وَ لا يمكن أن نرى من خلال هذه الحالة عدم تقايس المثلثين، بالإعتماد على رسم الأشكال.

**تحذيـــر :**

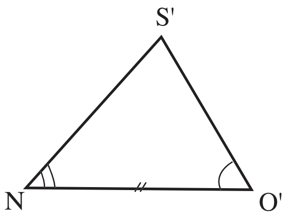
* المثلثان ABC وَ DEF فيهما : AC = ED وَ BC = FD وَ $\hat{A} = \hat{E}$ ، لكنهما ليسا متقايسان.

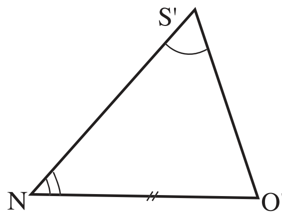



لأنّ الزاويتين المتقايستين **ليستا محصورتين** بين الضلعين المتقايسين.

* المثلثان S'O'U' وَ SOU فيهما : O'U' = SU وَ $\hat{O}' = \hat{O}$ وَ $\hat{U}' = \hat{U}$، لكنهما ليسا متقايسان.




لأنّ الضلع [US] ليس محصورا بين الزاويتين المتقايستين.

التمرين (4)

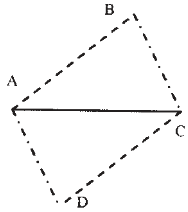
بعد التمعّن في الشكل نستخرج المعلومات الآتية :

– المثلثان OAB وَ OEF متساويا الساقين يشتركان في زاوية الرّأس O.

– زاويتا القاعدة في المثلث OAB متقايستان وَ تقايسان زاويتا القاعدة في المثلث OEF.

1. الزوايا $\hat{O}$ وَ $\hat{A}$ وَ B في المثلث BAO متماثلة، على الترتيب، مع الزوايا $\hat{O}$ وَ $\hat{E}$ وَ $\hat{F}$ في المثلث FEO.
2. المثلثان رغم تقايس زواياهما فإنّ أضلاعهما ليست متقايسة بالتالي فهما ليسا متقايسان.

التمرين (5)




1. الشكل.
2. المثلّثان متقايسان لتقايس أضلاع المثلث ABC مع أضلاع المثلث ACD.

ملاحظة. المعلومة $B = 65°$ زائدة، وَ لا تأثير لها على تقايس المثلثين.

التمرين (6)

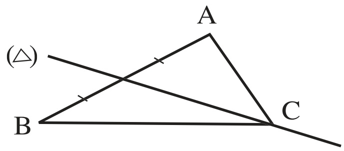
من الشكل نستنتج أنّ المثلثان قائمان وَ متقايسان، لأنّ النقطة I تنتمي إلى منصف الزاوية $B\hat{O}A$ إذن النقطة I تبعد بنفس البعد عن ضلعي الزاوية، أي $IA = IB$ وَ للمثلثين وتر مشترك.

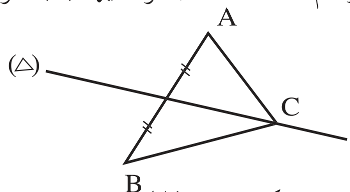
التمرين (7)

**ملاحظة**: للشكل محور تناظر هو (AO).

التمرين (10)

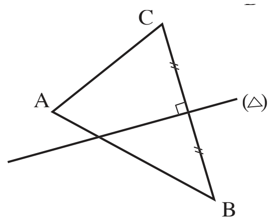
1. يمكن رسم عدّة مثلثات يكون فيها (Δ) متوسط للضلع [AB]. دون إغفال أنّ النقطة C تنتمي إلى (Δ).



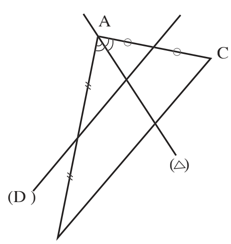

* ننشئ مثلثا يكون فيه (Δ) متوسط للضلع [AB] كلما أخذنا نقطة m من المستقيم (Δ) (على أن تكون هذه النقطة مختلفة عن النقطة C). برسم القطعة [Am] وَ تمديدها من جهة m بطول $mB = mA$ نحصل على المثلث المطلوب.

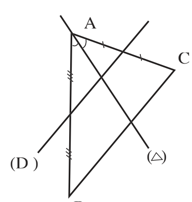
2. في هذه الحالة نحصل على مثلث وحيد يكون فيه المستقيم (Δ) هو المحور المتعلق بالضلع [BC].



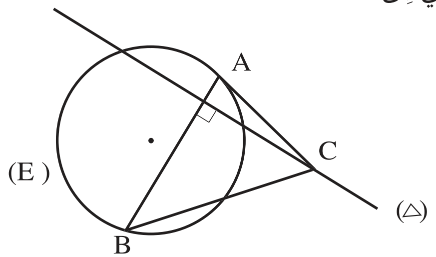

المثلث وحيد لأنّه لا يمكن رسم أكثر من عمود على المستقيم (Δ) يشمل نقطة معلومة (هنا B)

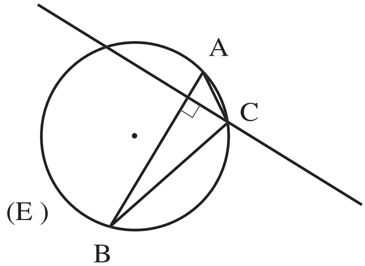
3. للمشكل أيضا عدد غير محدود من الحلول.



4. للمشكل عدد غير محدود من الحلول، تشترك كلها في الضلع [AB] وَ تختلف في الرأس C الذي ينتمي إلى (Δ).




* الفرق بين الحالة (2) وَ الحالة (4) يتمثل في كون المثلث ABC في الحالة (2) عُلم منه رأسين هما B وَ A في حين في (3) المعروف فيه رأس فقط A.

# المثلث القائم وَ الدّائرة

## بطاقــة فنّيــة

**أهداف التّعليم / التعلّم :**

التلميذ في نهاية المحور :

- يعرف وَ يستعمل خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.
- يعرف وَ يستعمل خاصية المتوسّط المتعلّق بالوتر في مثلّث قائم.
- يعرف وَ يستعمل خاصية فيثاغورث.
- يُعَرّف بعد نقطة عن مستقيم وَ يعيّنه.
- يُعَرّف الوضعية النسبية لدائرة وَ مستقيم.
- يُنشيء مماس لدائرة في نقطة منها.
- يُعَرّف جيب تمام زاوية حادّة في مثلث قائم.
- يُعين قيمة مقرّبة لجيب تمام زاوية حادّة وَ يُعين قيس زاوية بمعرفة جيب التّمام لها.
- يحسب قيس زاوية وَ يحسُب أطوال بتوظيف جيب التّمام.

**المكتسبات القبلية**

- الدائرة المحيطة بمثلث ـ المثلث القائم.
- الوضعيّة النسبية لنقطة وَ دائرة.
- مستقيم المنتصفين ـ الخاصية المتعلّقة بالمثلثين المعيَنين بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين.
- المستقيمات الخاصة في مثلث.

**الكفاءات المستهدفة في نهاية السنة الثالثة :**

- تمييز المثلث القائم بإحاطته بدائرة أوْ بعلاقة فيثاغورث.
- إجراء حسابات في المثلث القائم.
- العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.
- بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادة.
- استعمال أمثلة مضادة لإثبات عدم صحّة قضية.

## مخطّـط الدّرس

1) **تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. الدائرة المحيطة بالمثلث القائم.**

- تمهيد : النشطان (1) وَ (2) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) وَ (4) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. نظرية فيثاغورث**

- تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**III. بعد نقطة عن مستقيم.**

- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

2) **للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. الوضعية النسبية لمستقيم وَ دائرة.**

- تمهيد : النشاط (4) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. جيب تمام زاوية حادة.**

- النشاطان (1) وَ (2) وَ (3) وَ (4) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

3) **لتتعلّم كيف تحرّر.**

4) **قوّم مكتسباتك.**

تقييم أوّلي للدرس مع إشراك التلاميذ في ذلك.

## تسييـــر الدرس

**اختبر مكتسباتك :**

النشاط (1)

من خلاله، يراجع التلميذ الدائرة المحيطة بمثلث وَ كيفية تعيين مركزها. يُحضّر هذا النشاط «الدائرة المحيطة بالمثلث القائم» في البيت.

النشاط (2)

الغرض منه هو ضبط المصطلحات الخاصة بالمثلث القائم.

النشاط (3)

من خلاله يراجع التلميذ استعمال اللّمستين $X^2$ وَ $\sqrt{\ }$ لحساب مربع عدد وَ جذر تربيعي لعدد موجب بحاسبة. ( سوف يحتاج إلىذلك عندما يتعرّض لنظرية فيثاغورث وَ التطبيقات عليها ).

**تمعن وَ اكتشف :**

**I. الدّائرة المحيطة بالمثلث القائم.**

النشاط (1)

– الهدف منه، جعل التلميذ يتعرّف وَ يبرهن الخاصية الواردة في السؤال (3) من هذا النشاط.

النشاط (2)

– من خلاله، يتعرّف التلميذ على الخاصية العكسية للخاصية الواردة في النشاط (1)، ثم يتمكّن من البرهان عليها.

النشاط (3)

– الغرض منه، هو التعرّف وَ البرهان على خاصية المتوسّط المتعلّق بالوتر في مثلث قائم.

النشاط (4)

– من خلاله ، يتعرّف التلميذ على الخاصية العكسية للخاصية السّابقة.

**II. نظريّة فيثاغورث**

النشاط (1)

– يكتشف التلميذ بالتجربة أنّه :

في مثلث قائم، «**مربّع الوتر يساوي مجموع مربّعي الضلعين الآخرين**».

النشاط (2)

– سوف يكتشف طريقة للبرهان على هذه الخاصية.

النشاط (3)

– الغرض منه ، هو جعل التلميذ يكتشف وَ يتعرّف على الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورث.

**III. بعد نقطة عن مستقيم**

النشاط (1)

– من خلاله ، يكتشف التلميذ بالقياس أنّ **أقصر** مسافة بين نقطة A وَ مستقيم (d) هي المسافة AH حيث H هي نقطة تقاطع (d) مع المستقيم الذي يشمل A وَ يعامد (d).

النشاط (2)

– من خلاله، يبرهن التلميذ على ما اكتشفه في النشاط (1).

**للتوظيــف.**

**I. الوضعية النسبية لمستقيم وَ دائرة – مماس لدائرة.**

النشاطان (1) وَ (2)

– من خلالهما، يتعرّف التلميذ على الوضعيات النسبية لمستقيم (d) وَ دائرة. كما يكتشف أنّ المقارنة بين نصف قطر الدائرة وَ بعد مركزها عن المستقيم (d) تحدّد وضعية (d) بالنسبة إلى هذه الدائرة.

النشاط (3)

– من خلاله، يكتشف التلميذ وَ يبرّر أنّ المماس، لدائرة مركزها A ، في نقطة B **عموديّ** على القطر (AB).

النشاط (4)

– من خلاله، يكتشف التلميذ الخاصية العكسية للخاصية السابقة، أي أنّه إذا كان مستقيم (d) عموديّ على قطر لدائرة في نقطة A منها فإنّ (d) مماس لهذه الدائرة في النقطة A.

**II. جيب تمام زاوية حادّة.**

النشاط (1)

– من خلاله، يراجع التلميذ مصطلحات مثلث قائم مثل زاويّة حادّة وَ ضلع مجاور. يكتشف، بعد ذلك، أنّه في مثلث قائم، حاصل قسمة طول الضلع المجاور لزاوية حادّة معلومة على طول الوتر **لا يتغيّر** مهما تغيّر ذلك المثلث **دون تغيّر قيس الزاوية الحادّة .** تسمى هذه القيمة الثابتة **جيب تمام** الزاوية الحادّة المعتبرة.

النشاط (2)

– الغرض منه، هو جعل التلميذ يكتشف أنّ فاصلة نقطة M من ربع دائرة مركزها O وَ نصف قطرها 1 هي جيب تمام الزاوية $H\hat{O}M$.

النشاط (3)

من خلاله، يتعلّم التلميذ استعمال الحاسبة :

– لحساب $\cos \hat{A}$ إذا عُلِم قيس الزاوية $\hat{A}$

– لحساب قيس الزاوية $\hat{A}$ إذاعُلِم $\cos \hat{A}$.

النشاط (4)

– الغرض منه، هو جعل التلميذ يحسب طول ضلع في **مثلّث قائم** بالانتقال من $\cos \hat{A} = \frac{a}{b}$ إلى $a = b \times \cos \hat{A}$

أوْ $b = \frac{a}{\cos \hat{A}}$ ، بعد تمثيل الوضعية برسم باليد الحرّة.

**ملاحظات :**

1. بالنسبة لأنشطة « اختبر مكتسباتك » :
ننصح الأستاذ أن يطلب من تلاميذه إنجازها في البيت، ثم يخصص وقتا قصيرا لضبط هذه المراجعة في القسم وَ في الوقت المناسب.

2. بالنسبة لأنشطة الفقرتين « تمعّن وَ اكتشف » وَ « للتّوظيف » :
ننصح الأستاذ أن يطلب من تلاميذه تحضير **بعض** الأنشطة في البيت، قبل التعرّض إليها في القسم، مثل النشاط (1) من نظرية « فيثاغورث » بينما يتعرّض إلى الأنشطة الأخرى مباشرة في القسم.

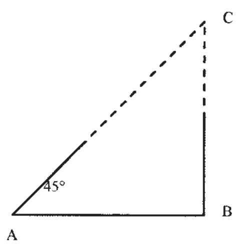
3. ننصح الأستاذ بأن يستعمل، بالطريقة التي يراها مناسبة، الأنشطة الواردة في دروس الهندسة حتى يعوّد تلاميذه على **ممارسة البرهان.**

**مثلا :** بعد الانتهاء من درس معيّن، يختار خاصية معيّنة وَ يطلب من التلاميذ صياغتها وَ البرهان عليها مع الكتاب مغلق. ينجز التلاميذ هذا العمل في القسم في وقت محدود، أوْ في البيت وَ على ورقة تُسلم إلى الأستاذ بعد وقت محدود.

**لتتمـرّن**

* نعطي فيما يلي، أجوبة مختصرة لبعض التمارين.

التمرين (2)




1. بما أنّ المثلث ABC قائم في وَ $\hat{A} = 45°$ ، فإنّ $\hat{C} = 45°$ ،
لأنّ مجموع أقياس زوايا مثلّث هو $180°$.

الزاويتان $\hat{A}$ وَ $\hat{C}$ متقايستان يعني أنّ المثلث ABC متساوي الساقين أي $BA = BC$.

بما أنّ $BA = 4$ cm فإنّ $BC = 4$ cm. الوتر هو [AC]، وَ لدينا :
$AC^2 = BA^2 + BC^2 = 16 + 16 = 32$، لأن المثلّث ABC قائم في $\hat{B}$
إذن $AC \approx 5{,}6$ cm

**ملاحظة هامّة :**

يمكن الاستغناء عن كلّ الحسابات التي أُجريت، وَ الاكتفاء برسم :
– القطعة المستقيمة [AB] طولها حيث $AB = 4$ cm،
– إنشاء من النقطة B عمودا على (AB)،
– إنشاء نصف مستقيم [Ax) يصنع مع القطعة [AB] زاوية قيسها $45°$.

بهذا نحصل على المثلث المطلوب، وَ بالأطوال الحقيقية، لأنّ $\hat{A} = 45°$ وَ $\hat{B} = 90°$ إذن $\hat{C} = 45°$.
منه المثلث ABC متساوي الساقين وَ هي نفس النتائج التي تحصلنا عليها سابقا.
(يُلاحظ أنّ [Ax) لا يوازي (AC)، لأنّه ليس عموديا على [AB]، إذن [Ax) يقطع العمود المنشإ من B على (AB)، في نقطة هي النّقطة C).

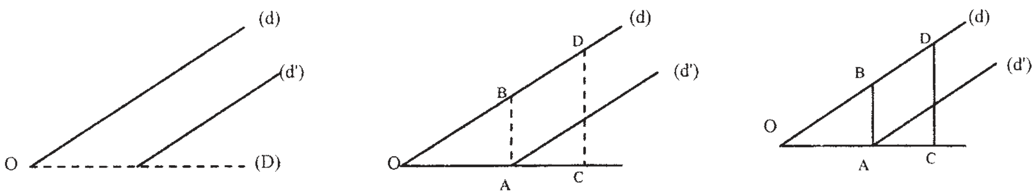
* نؤكّد على ترك الحرية للتلميذ في اختيار الطريقة التي يُريدها. بعدها فقط يمكن تقديم ما جاء في الملاحظة أوْ مساعدته على التوصل إليها.

2. إنَ وتر المثلث القائم ABC هو قطر للدائرة المحيطة به. إذن منتصف هذا الوتر هو مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث، وَ نصف قطرها هو $\frac{1}{2}AC \approx 2,8\ cm$ .

التمرين (28)، توجيهات

1. المستقيمان (d) وَ (’d) متوازيان وَ المستقيمان (AB) وَ (CD) قاطعان لهما، إذن $x = 35°$ بالتبادل الداخلي.

يُستحسن، في كثير من الحالات، عزل جزء من الشكل الكلي لإبراز الفرضيات المتعلقة بالسؤال وَ استغلالها بشكل أحسن.




الشكل على اليمين هو الشكل الكامل، الشكل في الوسط عليه الجزء الزائد الذي لايستعمل في البرهان على السؤال (1) لكنّه مُنقّط، الشكل على اليسار حُذف منه كل ما يعتبر زائد ولا يُستعمل في برهان السؤال (1).

المسألة (34)

**أهمية المسألة تتمثل في كونها تُثري الوسائل العملية للتلميذ. مثلا سوف يتمكن من رسم مستقيمان متعامدان في حالة عدم توفر الوسائل الضرورية لهذا الرسم، رسم مثلث متساوي الساقين، مثلث قائم. كل هذا بواسطة مدور وَ مسطرة غير مدرّجة.**

1. الإنشاء يكون باستعمال المدور ومسطرة غير مُدرّجة فقط.

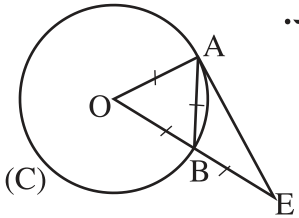
2. يمكن استعمال الزوايا لإثبات أنّ (AE) مماس للدائرة (C) في A، أوْ طريقة أخرى. مثلا :

– في المثلث OAE لدينا : OB = BE لأنّ النقطة E هي منتصف القطعة [EO]، إذن **(BA) مستقيم متوسط في المثلث.**

– بما أنّ النقطة B تنتمي إلى (C) إذن OB = 2,5 cm وَ OE = 5 cm
وَ AB = 2,5 cm

إذن $OE \times \frac{1}{2} = AB$. فالمثلث إذن قائم في الرأس A،

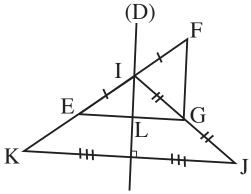
**لأنّ طول متوسط فيه يساوي نصف طول الضلع المتعلق بهذا المتوسط.**




– بعد المركز O عن A يساوي نصف قطر الدائرة وَ (AE) **عمودي على حامل نصف القطر [OA]** في النقطة A،

إذن (AE) مماس للدائرة في النقطة A.

المسألة (35)، توجيهات.




1. استعمال نظرية المتوسط في مثلث قائم لبرهان أنّ GJ = EI .

2. وَ 3. استعمال نظرية مستقيم المنتصفين وَ نظريتها العكسية.

المسألة (36)، ملاحظة

2. يمكن استعمال مدور وَ مسطرة غير مدرّجة، (عودة إلى المسألة (34)).

المسألة (37)، توجيهات.

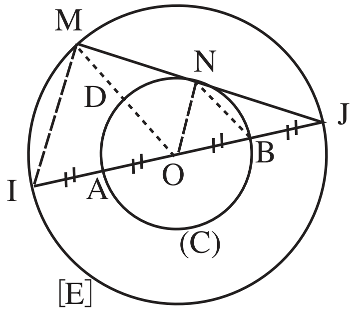
3. – إثبات أنّ المثلث ONJ قائم، باستعمال خاصية المماس لدائرة في نقطة منها.

– إثبات أنّ المثلث IMJ قائم باستعمال النظرية العكسية لنظرية « الدائرة المحيطة بمثلث قائم ».

4. – الفرع الأول، استعمال نتائج السؤال السابق.

– الفرع الثاني، استعمال نظرية « مستقيم المنتصفين ».

5. الفرع الأول، استعمال نظرية « مستقيم المنتصفين ».



# الانسحاب

## بطاقــة فنيّــة

**أهداف تعليم / التعلم.**

التلميذ في نهاية المحور:

• يعين انسحابا انطلاقا من متوازي أضلاع.

• يُنشيء صورة نقطة وَ قطعة مستقيم وَ نصف مستقيم وَ مستقيم وَ دائرة بانسحاب.

• يعرف خواص الانسحاب وَ يوظّفها.

**المكتسبات القبلية**

• الاستعمال السليم للأدوات الهندسية.

• مفهوم التوازي.

• خواص متوازي الأضلاع وَ توظيفها.

• التناظر المركزي وَ خواصه وَ توظيفها.

الأشكال الهندسية المألوفة: زاوية، مثلث، دائرة، ... .

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة**

• إنشاء صور أشكال بسيطة وَ أشكال مألوفة بانسحاب.

• معرفة خواص الانسحاب وَ استعمالها وَ تبرير بعض النتائج.

• العمل وفق منهجية علمية عند حلّ مشكلة: تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وَ إنجاز حلّ.

• بناء براهين بسيطة في مختلف مجالات المادّة.

## مخطّط الدّرس

1) **تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**محوّلات أشكال**

• النشاط (1) من تمعّن وَ اكتشف:

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• تمهيد: الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) وَ (4) من اختبر مكتسباتك.

• النشاطان (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف

التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.

• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• تمهيد : النشاط (5) من اختبر مكتسباتك.
• النشاطان (4) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• النشاطان (5) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• النشاط (6) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

• النشاط (7) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

2) **للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

خواص الانسحاب.

• النشط (1) وَ (2) من للتوظيف :
التلاميذ يَبحثون وَ يَكتشفون وَ يُبرهنون.
• تحصيل القواعد من للترسيخ.

تمارين تطبيقية.

3) **لتتعلّم كيف تحرّر.**

4) **قوّم مكتسباتك.**

من الضروري **ألاّ** تُعتمد العشوائية في الإجابات. تعليل كل إجابة مطلوب.

## تسييـــر الدرس

### اختبر مكتسباتك

النشاطان (1) وَ (4)

تذكير لخواص متوازي الأضلاع عن طريق إنشاء متوازيات أضلاع وَ تمهيد لتقديم مفهوم الانسحاب.

النشاطان (2) وَ (3)

يرى التلميذ من خلالهما متوازيات أضلاع في أوضاع مختلفة. إنّ التعرف على متوازي أضلاع يجب أن يتبعه استرجاع خواص متوازي الأضلاع لأنَ تقديم مفهوم الانسحاب يعتمد على التعرف على متوازيات الأضلاع وَ معرفة خواصه.

النشاط (5)

تذكير:

– للمتباينة المثلثية ( أي للعلاقة التي تربط بين أطوال الأضلاع الثلاثة في مثلث ).

– للحالة الخاصة الآتية: A وَ B وَ C ثلاثة نقط على **استقامة واحدة .**

إِذا كانت النقطة A تنتمي إِلى [BC] فإِنّ $BA + AC = BC$.

$$BA + AC = BC$$

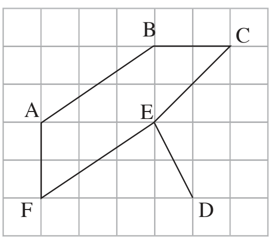
* يمكن مساعدة التلميذ، باستعمال سَنَد مرئي لِحفظ بعض الخواص أو العلاقات، (انظر المخطّط ).

**تمعّن وَ اكتشف**

**I. محوّلات أشكـال**

النشاط (1)

بعد أن ينجز التلميذ جزء من الإِفريزة يطلب من بعضهم أن يشرحوا لزملائهم كيف أنجزوا العمل.




* إنّ استعمال مربعات المرصوفة يساعد على إِنجاز العمل وَ يكون ذلك باعتبار قطع الشكل كأضلاع أوْ أقطار لمتوازيات أضلاع يحدّدها التلميذ، مثلا،إِذا كان طول المربع الصغير الذي تتشكل منه المرصوفة كوحدة للأطوال يكون:

– طول القطعة [BC] هو 2 (أي وحدتان)

– القطعة [ED] هي قطر في مستطيل طوله 2 ( أي وحدتان ) وَ عرضه 1

– إنّ القطعتين [AB] وَ [EF] هما قطران في مستطيلين طول **كل منهما** 3 وحدات وَ عرض **كل منهما** وحدتان، فهما إذن **متوازيتان** وَ **متقايستان**، وَ **الشكل ABEF متوازي أضلاع.**

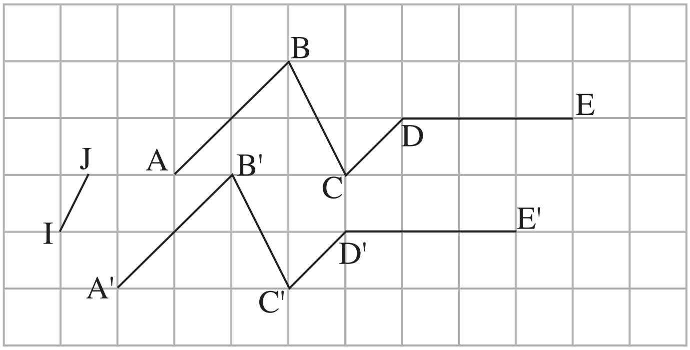
النشاط (2)

* النشاط المعطى فيه خلل. لذا يُستحسن أن يعيد الأستاذ رسم الشكل على ورقة مرصّفة حيث يضع النقط A وَ B وَ C وَ كل النقط الأخرى على رؤوس مربعات المرصوفة، مثلما هو الحال في الشكل المرفق بالنشاط السابق.

1. يعتمد التلميذ على ملاحظات النشاط السابق للإِجابة على الأسئلة المطروحة. يُطلب من التلاميذ تعليل كل الإِجابات.

2. لا تقبل إِجابات دون تعليل. مثلا:

– النقطة 'B هي صورة النقطة B **بالانسحاب الذي يحوّل A إلى 'A** لأنَ الرباعي **BB'A'A** متوازي أضلاع.
– C ليست صورة B بالانسحاب المذكور لأنّ الرباعي CBA'A ليس متوازي أضلاع، ( القطعة [CB] **لا توازي** القطعة [AA'] ).
– J ليست صورة I بالانسحاب المذكور لأنّ الرباعي JIA'A ليس متوازي أضلاع، ( القطعة [CB] **لا تقايس** القطعة [AA'] ).




3 وَ **4.** عن طريق هذين السؤالين يتمكن الأستاذ من تقييم مدى استيعاب التلاميذ لمفهوم الإنسحاب من عدمه.

**5.** تعليل كل الإجابات ضروري، وَ بشكل خاص تقايس الزوايا. مثلا : $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$
أضلاع الزاوية الأولى توازي أضلاع الزاوية الثانية، هذا دون التغاظي عن ذكر أنّ الزاويتين حادتين معا، وَ استعمال خواص الزوايا الناتجة عن مستقيمين متوازيين وَ قاطع لهما.

النشاط (3)

بعد الإجابة على الأسئلة المطروحة يتوصل التلميذ إلى أنّ الانسحاب يُحول أشكالا إلى أشكال من نفس النوع .

الأنشطة (4) وَ (5) وَ (6) وَ (7)

يعزّز بهذه الأنشطة الاستنتاجات التي توصل إليها في الأنشطة السابقة. بالإضافة إلى استنتاج أنّ الانسحاب يحوّل شكل إلى شكل **قابل للتطابق** مع **الشكل المعطى** ( أي مع الشكل المحَوَّل ).

**للتوظيف**

الغرض الأساسي من أنشطة هذه الفقرة هو التوصل إلى مفهوم **الحفاظ على** : **الأشكال وَ الأطوال وَ التوازي وَ التعامد وَ الحفاظ على منتصف قطعة وَ المساحات.**

النشاط (1)

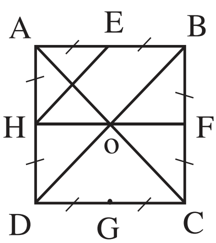
يؤكّد **معلومة** لاحظها التلميذ من خلال الأنشطة السابقة وَ هي أنّ الانسحاب **يحفظ الأشكال**، وَ أنّ **الشكل وَ صورته بواسطة للانسحاب قابلان للمطابقة.**

النشاط (2)
يُستنتج منه :
2. **الحفاظ على المساحات.**
3. **الحفاظ على منتصف القطع.**
4. **الحفاظ على التوازي .** بمعنى آخر **الانسحاب** يُحول **مستقيمان متوازيان** إلى **مستقيمين متوازيين.**
5. تلخيص لكل ما استنتجه في الأسئلة السابقة.

* من خلال أمثلة الفقرة « للترسيخ » يستنتج التلميذ خواص أخرى هي : **الحفاظ على** استقامية نقط وَ على الزوايا.

**لتتمـرّن**

* تعويد التلاميذ على كتابة الفرضيات بوضوح، عند الشروع في حل أي تمرين أوْ مسألة، أمر مطلوب وَ ضروري رغم أنّنا لم نفعل ذلك في كل الحالات.




التمرين (11) ، توجيهات
الفرضيات : – ABCD مربع مركزه O،
– E وَ F وَ G وَ H ، منتصفات الأضلاع [AB] وَ [BC] وَ [CD] وَ [DA] على الترتيب.

1. الشكل.
2. تعيين صورة المستقيم (AB) **بالانسحاب الذي يُحوّل E إلى F.**

– النقطة **F هي صورة E** بالانسحاب المذكور. **يمكن أن نبرهن** أنّ **O صورة** A بهذا الانسحاب وَ ذلك **بإثبات** أنّ الرباعي AEFO متوازي أضلاع نستنتج أنّ (OF) هو صورة (AE) بهذا الانسحاب.
– علما أنّ H تنتمي إلى (OF) أي ((HF) = (OF)) وَ B تنتمي (AE) ( أي (AB) = (AE) )، فإنّ **المستقيم (HF)** هو **صورة المستقيم (AB)** بالانسحاب المعطى.

3. نعلم أنّ F هي صورة E وَ أنّ O هي صورة A بالانسحاب الذي يحوّل A إلى O **نبرهن أنّ G هي صورة H** بنفس الانسحاب، ثمّ نستنتج أنّ المثلث GOF هو صورة المثلث HAE بالانسحاب المعرّف.
لأنّ : F هي صورة E
O هي صورة A
G هي صورة H بنفس الانسحاب .
إذن المثلث GOF هو صورة HAE بهذا الانسحاب.

التمرين (12)

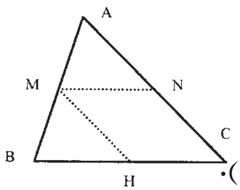
* تستغل التوضيحات ( حول استعمال المرصوفات في تعيين نوعية الأشكال وَ خواصها ) المقدمة في النشاط (1) من « تمعن وَ اكتشف » الفقرة « محوّلات أشكال ».

**بالانسحاب الذي يحوّل T إلى M يكون :**
1. – صورة M هي P ( لأنّ M هي منتصف [TP] إذن (TM) يوازي (MP) **وَ** MP = TM ).

– وَ صورة A هي R ( لأنّ الرباعي TMRA متوازي أضلاع، هذه النتيجة نفسها يجب أن تبرّر ).
2. صورة (TP) هو (AR). ( التعليل ضروري ).
3. صورة [AM] بالانسحاب الذي يحول T إلى A هي [SR]. ( بعد التعليل ).

التمرين (14)

حسب نظرية مستقيم المنتصفين، ( تذكر الفرضيات المعتمدة عليها للوصول إلى النتيجة )



نستنتج أنّ: (MN) // (BC) وَ $MN = \frac{1}{2} BC$ ،

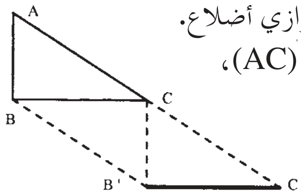
إذن صورة B **بالانسحاب الذي يُحوّل M إلى N** هي H منتصف القطعة [BC]. ( يُلفت انتباه التلميذ إلى أنّ الرباعي MNHB متوازي أضلاع ).

التمرين (15)

يمكن العودة إلى النشاط (2) من فقرة « للتوظيف »

التمرين (16)، توجيهات

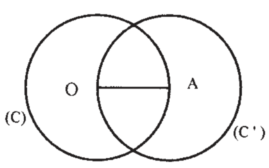
1. الشكل.



2. – 'B صورة B **بالانسحاب الذي يُحول A إلى C** ، إذن ACB'B متوازي أضلاع.
– 'C صورة C بالانسحاب الذي يُحول A إلىC ، إذن ('CC) يوازي (AC)، بالتالي النقط A وَ C وَ 'C تقع على استقامة واحدة. بما أنّ AC = CC' فإنّ النقطة C هي منتصف ['AC].
3. **نبرهن أولا** أنّ المثلث B'C'C قائم في C ثم نستعمل نظرية فيثاغورث لحساب 'B'C، وَ نستعمل الحاسبة لذلك.

* ( للبرهان أنّ B'C'C قائم يمكن أن يُذكّر التلميذ أنّ الانسحاب يحافظ على التوازي وَ يحافظ على الزّوايا ).

التمرين (17)



**الفرضيات :** (C) دائرة مركزها O، النقطة A تنتمي إلى هذه الدائرة.
1. تحديد مركز الدائرة ('C) صورة الدائرة (C) بالانسحاب الذي يُحوّل O إلى A.

* نعلم أنّ صورة دائرة مركزها O هي الدائرة التي مركزها 'O حيث 'O هي صورة O بالانسحاب المذكور.

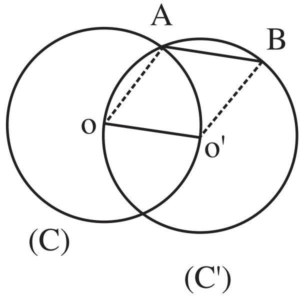
بالاعتماد على الملاحظة السابقة نستنتج أنّ (OA) // ('OO) وَ أنّ OO' = OA .

لكن (OA) // ('OO)، يعني أنّ النقط O وَ 'O وَ A تقع على استقامة واحدة.

بما أنَ النقطتان A وَ 'O تقعان من نفس الجهة من النقطة O، ( هذه الشروحات الأخيرة حول موقعي النقطتين A وَ 'O يلاحظها التلميذ على الشكل )، وَ OO' = OA، فإنّ **النقطة 'O منطبقة على A.**

2. إثبات أنّ النقطة O تنتمي إلى (C’).

النقطة O’، مركز (C’)، **منطبقة** على A إذن OA هو نصف قطر الدائرة التي مركزها A إذن O تنتمي إلى (C’).




التمرين (18)

الفرضيات: – O وَ O’ نقطتان متمايزتان،

– (C) دائرة مركزها O نصف قطرها OO’،

– (C’) دائرة مركزها O’ وَ نصف قطرها O’O،

– A إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين،

– B صورة A بالانسحاب الذي يُحوّل O إلى O’.

**وفق الانسحاب الذي يُحوّل O إلى O’ ، النقطة O’ هي صورة O بهذا الانسحاب.**

لدينا: O’ هي **صورة** O وَ B **صورة** A، إذن الرباعي O’OBA متوازي أضلاع فيه الضلعين [O’A] وَ [OB] متقابلان إذن هما متقايسان أي OB = O’A.

بما أنّ A نقطة من (C) وَ (C’) هي صورة (C) فإنّ صورة A أي B تنتمي إلى (C’).

المسألة (19)

**الفرضيات:**

– ABCD مستطيل طول ضلعه 8 cm

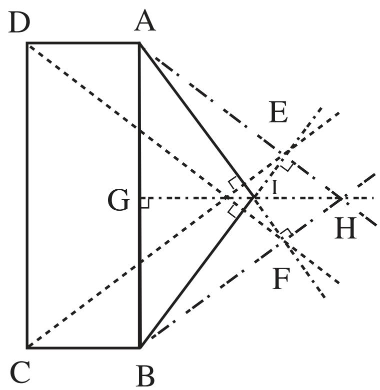
– I نقطة خارج المستطيل بحيث يكون المثلث ABI متساوي الساقين، وَ IA = IB = 5 cm

– E نقطة من (AI) بحيث أنّ (AI) $\perp$ (CE) ،

– F نقطة من (IB) بحيث أنّ (IB) $\perp$ (DE) ،

– G نقطة من (AB) بحيث أنّ (AB) $\perp$ (IG)،

– H نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AIB.




**التحليل:**

1. الشكل.

2. – حساب القيس $I\hat{A}B$.

. المثلث **ABI متساوي الساقين**، إذن $I\hat{A}B = I\hat{A}G$ ، لأنّهما زاويتي القاعدة.

. (AB) $\perp$ (IG) إذن المثلث IAG قائم في G، وَمن نظرية فيثاغورث نحصل على IG = 3 cm .

بالتالي: $\cos I\hat{A}B = \cos I\hat{A}G = \dfrac{AG}{AI} = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

باستعمال الحاسبة نحصل على $I\hat{A}G \approx 36{,}86°$

– استنتاج أنّ الزاوية $A\hat{I}B$ منفرجة.

المثلث AIB متساوي الساقين، فرضا، من الحساب السابق لدينا $I\hat{A}B + I\hat{A}G = (2\times 36°,86 = 73°,72)$ أي أنّ مجموع زاويتي القاعدة أصغر من الزاوية القائمة إذن زاوية الرأس $A\hat{I}B$ أكبر من الزاوية القائمة، فهي منفرجة.

* السؤال لم يطلب حساب قيس الزاوية $A\hat{I}B$ بل يطلب «**استنتاجا**» أي استعمال المعلومات **المتوفّرة** لدينا للإجابة على السؤال دون إضافة معلومات جديدة.

3. تعيين صور المستقيمات (AH) وَ (BH) وَ (IH) **بالانسحاب الذي يحوّل A إلى D.**

* – برهان السؤال (3) يكون، بشكل خاص، **عن طريق الملاحظة وَ الوصف** وَ استعمال خواص الانسحاب.

– من المعلوم أنّه، لتحديد صورة مستقيم بانسحاب ما، يكفي تحديد صورة نقطتين من هذا المستقيم. لذا **يكفي أن يُعين من كل مستقيم نقطتين وَ تحديد صورتهما** بالانسحاب المذكور **أوْ تعيين نقطة وَ منحى** ثمّ تحديد صورة النقطة، لأنّ منحى المستقيم معلوم، هذالأنّ الانسحاب يحافظ على التوازي وَ يحافظ على الزوايا بالتالي هو يحافظ على التعامد.

**البرهان:**

الملاحظ أنّ النقطة H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث AIB :

أ) تحديد صورة المستقيم (AH).

– (HA) هو حامل الارتفاع المتعلق بالضلع [BI]، **إذن $(HA)\perp(BI)$** ،

– **النقطة D هي صورة النقطة A** بالانسحاب الذي الذي يحوّل A إلى D،

– A نقطة من (HA) وَ (HA) عمودي على (BI) .

**إذن صورة المستقيم** (HA) هو المستقيم الذي يشمل D وَ يوازي (HA)، **أي هو** (DF).

ب) تحديد صورة المستقيم (HB).

بطريقة مماثلة نبرهن **أنّ صورة** (HB) بنفس **الانسحاب هو** (EC)، ( علما أن صورة B هي C).

جـ) تحديد صورة المستقيم (IH).

– إنّ صورة النقطة I بالانسحاب المعطى هي النقطة G،لأنّ الرباعي IADG متوازي أضلاع. ( يمكن، باستعمال نظرية فيثاغوث، إثبات أنّ [AD] وَ [IG] متقايسان وَ هما أيضا متوازيان لأنّهما عموديان على AB).

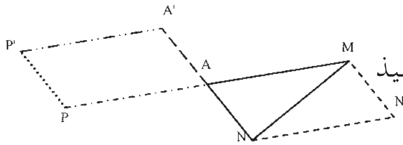
– النقط I وَ G وَ H تقع على استقامة واحدة فإنّ صورة (IH) هو (IG) لأنّ الانسحاب يحافظ على استقامية النقط، إذن صورة (IH) هي (IH) .

4. استنتاج أنّ (CE) وَ (DF) وَ (IG) متقاطعة ( تتلاقى في نفس النقطة ).

النقطة H هي نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة في المثلث AIB. المستقيمات (CE) وَ (DF) وَ (IG) هي صور ارتفاعات هذا المثلث بالانسحاب، إذن المستقيمات (CE) وَ (FD) وَ (GI) تتلاقى في نفس النقطة، وهي صورة H بهذا الانسحاب.

المسألة (20)

* يمكن الإجابة على مختلف الأسئلة بطرق مختلفة .




وقع الاختيار **على استعمال أداة الانسحاب** حتى **يتعوّد** التلميذ على استعمالها المبكّر.

** – نستعمل في الأسئلة الأربعة الأولى **الانسحاب الذي يحوّل A إلى M**،

– وَ في السؤال الخامس **الانسحاب الذي يحوّل 'A إلى M.**

1. **النقطة 'N هي صورة N** بالانسحاب الذي يُحوّل A إلى M، لأنّ AMN'N متوازي أضلاع.

2. – النقطة P نظيرة M بالنسبة إلى A ، **وَ يمكن** أن نقول أنّ **A هي صورة P** ، بنفس الانسحاب السابق (لاحظ أنّ النقط P وَ A وَ M تقع على استقامة واحدة).

– النقطة 'A نظيرة N بالنسبة إلى A، إذن AA' = NA وَ (NA) / / (AA').

3. إنشاء النقطة 'P التي **صورتها** 'A بالانسحاب الذي يحوّل A إلى M، إذن النقطة 'A هي صورة 'P بالانسحاب المذكور، إذن الرباعي P'A'MA متوازي أضلاع.

4. رأينا خلال الأسئلة السابقة أنّ :

وَ أنّ **A صورة P** وَ أنّ **'A صورة 'P**، **بواسطة نفس الانسحاب**، إذن الرباعي AA'P'P متوازي أضلاع.

5. **الانسحاب الذي يحوّل 'A إلى M**، يحوّل 'P إلى A ( لأنّ الرباعي 'A'MAP متوازي الأضلاع حسب استنتاج الوارد في البرهان الثالث )، هذا الانسحاب يُحوّل أيضا A إلى 'N وَ يُحوّل P إلى N، لأنّ PAN'N متوازي أضلاع ( للتعليل )

* نرتب هذه النتائج كالآتي :

الانسحاب الذي يحوّل 'A إلى M يحوّل أيضا : $A' \longrightarrow M$

$P' \longrightarrow A$

$P \longrightarrow N$

$A \longrightarrow N'$

إذن الرباعي 'MANN هو صورة الرباعي A'P'PA بهذا الانسحاب .

– بما أنّ الانسحاب **يحفظ الأشكال.** وَ بما أنّ **'MANN** هو متوازي الأضلاع فإن **A'P'PA** أيضا متوازي أضلاع.

– علما أنّ الانسحاب يحفظ المساحات فإنّ الرباعيان لهما نفس المساحة.

*** ليس مطلوبا إعطاء كل التفاصيل السابقة للتلميذ، فهو لايستطيع استيعاب كل هذه البراهين المطوّلة، بل المطلوب من التلميذ أن يذكر النتائج انطلاقا من الشكل بالملاحظة والوصف فقط. بالنسبة للسؤال الخامس مثلا،

– **يلاحظ أنّ الانسحاب الذي يحوّل A' إلى M**، يحوّل P' إلى A وَ يُحوّل A إلى N' وَ يُحوّل P إلى N.

– وَ **يلاحظ** أيضا أنّ الرباعي AP'P'A متوازي أضلاع. بما أنّ الرباعي AMN'N صورته بالانسحاب المذكور فإنّ هذا الأخير متوازي أضلاع أيضا، لأنّ الانسحاب يحفظ الأشكال.

– وَ **يذكر** أنّ الانسحاب يحفظ المساحات، ثمّ يستنتج أنّ الرباعيين AA'P'P وَ AMN'N لهما نفس المساحة.

# المجسمات

## بطاقـة فنيّـة

**أهداف تعليم / التعلم :**

التلميذ في نهاية المحور :

- يَصف هرما وَ يصف مخروط الدوران.
- يُنجز تصميما لهرم وَ ينجز تصميما لمخروط الدوران.
- يَصنع هرما وَ يصنع مخروط الدوران.
- يَحسب المساحة الجانبية لهرم وَ يحسب حجم هرم.
- يحسب المساحة الجانبية لمخروط الدوران وَ يحسب حجم مخروط دوران.

**المكتسبات القبلية**

- الاستعمال السليم للمسطلحات : حرف، رأس، وجه، قاعدة، سطح جانبي ... .
- وصف وَ إنجاز تصميم لكل من موشور قائم وَ أسطوانة الدوران.
- صُنع كل من موشور قائم وَ أسطوانة الدوران.
- حساب المساحة الجانبية لكل من موشور قائم وَ أسطوانة الدوران.
- حساب حجم كل من موشور قائم وَ أسطوانة الدوران.

**الكفاءات الرياضية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة**

- معرفة حالات تقايس المثلثات وَ استعمالها.
- إجراء حسابات في المثلث القائم.
- تعريف المستقيمات الخاصة في مثلث وَ إنشاءها وَ معرفة خواصها وَ استعمالها.
- التعرُّف على الهرم وَ مخروط الدوران وَ حساب حجم كل منهما.
- العمل وفق منهجية علمية عند حل مشكلة : تشخيص مشكلة، تجريب، تخمين نتيجة، تبرير وإنجاز حل.
- بناء براهين بسيطة.

## مخطّـط الدّرس

1) **تمعّن وَ اكتشف ـ تزوّد.**

**I. الهــرم**

- تمهيد : النشاط (1) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
  التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**II. مخروط الدوران.**

- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

**III. التمثيل بالمنظر المتساوي القياس.**

- النشاطان (1) وَ (2) من تمعّن وَ اكتشف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من تزوّد.

تمارين تطبيقية.

2) **للتّوظيف ـ للتّرسيخ.**

**I. التصميم وَ الصنع.**

- تمهيد : النشاط (2) من اختبر مكتسباتك.
- الأنشطة (1) وَ (2) وَ (3) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**II. الحجم ـ المساحة الجانبية.**

- تمهيد : النشاط (3) من اختبر مكتسباتك.
- النشاطان (1) وَ (2) من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

- النشاطان (3) وَ (4) من من للتّوظيف :
التلاميذ يبحثون وَ يكتشفون وَ يبرهنون.
- تحصيل القواعد من للتّرسيخ.

تمارين تطبيقية.

**3) لتتعلّم كيف تحرّر**

**4) قوّم مكتسباتك**

تعليل الإجابات أمر ضروري.

# تسيير الدرس

## اختبر مكتسباتك

### النشاط (1)

يُهيئ وَ يُحضِّر التلميذ نفسيا لتلقي معلومات حول مجسمات جديدة. لذا فالنشاط الأول يرمي إلى **مراجعة المصطلحات** وَ خواص المجسمات التي سبق أن تعرّف عليها. يمكن الاستعانة بمجسمات حقيقية لمراجعة المصطلحات.

يأتي هذا النشاط مباشرة قبل النشاطين 1 وَ 2 من فقرة « الهرم » في « تمعن وَ اكتشف ».

### النشاط (2)

النشاط مثل سابقه، يتذكر التلميذ من خلاله ما المُراد بتصميم مُجسم وَ الشُّروط التي يجب احترامها لإنجاز تصميم لمجسم.

بعد التعرف على التصميمين الصحيحين ( مع التعليل ) في النشاط وَ بعد التعرف على أخطاء التصميم المتبقّي، يُطلب من التلميذ أن يُنجز تصميما لموشور قائم بالورق المقوى.

مثلا :موشور قائم قاعدتيه رباعيان، أطوال أضلاعهما على الترتيب 5 cm، 6 cm، 5 cm، 8 cm وَ ارتفاعه 7 cm. أنجز تصميما، بالأطوال الحقيقية، لهذا الموشور القائم.

هذا النشاط يسبق النشاطين (1) وَ (2) من فقرة « التّصميم وَ الصُّنع » في « للتوظيف ».

### النشاط (3)

يُنجَز هذا النشاط قبل النشاطين (3) وَ (4) الواردين في الفقرة الثانية من « للتوظيف ».

يُركَّزُ بشكل خاص في هذا النشاط على حساب حجم كل من المجسمات الثلاثة، لأنّ إنجاز النشاطين المذكورين مقيدان بمعرفة قانوني حساب حجم موشور قائم وَ حجم أسطوانة الدوران.

## تمعن وَ اكتشف

### I. الهرم

### النشاط (1)

مجسمات النشاط هي مجسمات مركّبة، ما عدا مجسمات الصورة ( فهي أهرامات ).

يُطلب وصف كل مجسم مع ذِكر اسم كل مجسم من المجسمات المُركِّبة لكل منها.

### النشاط (2)

المطلوب هو وصف كل من الهرم وَ الموشور القائم، مع ذكر عناصر التشابه بينهما وَ كذلك عناصر الاختلاف.

– عناصر التشابه : القواعد وَ الأوجه الجانبية لكل من المجسمين هي **مضلعات**.

– **عناصـــر الاختـــلاف :**

**للهـــرم**
– قاعدة واحدة ( وَ هي مضلع )،
– أوجهه الجانبية مثلثات،
– الأوجه الجانبية تشترك في رأس واحد.

**للموشور القائم**
– قاعدتان ( وَ هما مضلعان )،
– أوجهه الجانبية مستطيلات،
– أوجه الجانبية عمودية على القاعدتين.

**تـزوّد**
كتابة الفقرة الخاصة بتعريف الهرم.

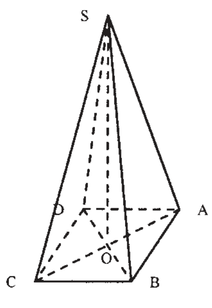
النشاط (3)

في هذا النشاط يتم **التمييز** بين الأهرامات وفق بعض عناصرها.
1. – أهرامات ارتفاعها يشمل رأس الهرم وَ **مركز قاعدته**، مثل الهرم (1).
– أهرامات ارتفاعها يشمل رأس الهرم وَ **لا** يشمل مركز القاعدة. مثل الهرم (2).

2. – أهرامات قاعدتها مضلع منتظم ( قاعدة الهرم (1) مربع ).
– أهرامات قاعدتها ليست مضلع منتظم ( قاعدة الهرم (3) مستطيل ).

يتم **التمييز**، في هذا السؤال أيضا، بين **المثلثات** المشكلة **للأوجه الجانيبة** لكل من الهرمين، في الهرم (1) كل المثلثات متقايسة، في الهرم (2) المثلثات ليست كلها متقايسة.

3. في هذا السؤال قبل إتمام النص يُطلب **تعليل تقايس المثلثات** المشكلة للأوجه الجانبية للهرم (1)، الذي قاعدته مربع، وَ **عدم تقايس المثلثات** المشكلة للأوجه الجانبية للهرم (2)، الذي قاعدته مستطيل.
يمكن تقديم ذلك على شكل تمرين.
مثلا :
SABCD هرم منتظم. برهن أنّ الأوجه الجانبية لهذا الهرم هي مثلثات متساوية الساقين وَ هي متقايسة.




– نبرهن أنّ المثلثين SOA وَ SOB قائمان وَ متقايسان. بنفس الطريقة أنّ SOB وَ SOC متقايسان وَ أيضا المثلثين SOC وَ SOD.
ينتج عن ذلك تقايس الضلعين [SA] وَ [SB]،
وَ تقايس [SB] وَ [SC]، ثم تقايس [SC] وَ [SD].
إذن الأضلاع [SA] وَ [SB] وَ [SC] وَ [DS] متقايسة،
– بما أنّ الهرم منتظم فإنّ قاعدته مضلع منتظم، في هذه الحالة مربع.

بالتالي **المثلثات** SOA وَ SOB وَ SOC وَ SOD متقايسة وَ **متساوية الساقين.**
ملاحظة : ارتفاع الهرم (أي [SO]) **عمودي** على القاعدة (أي على المربّع ABCD)

4. إنَ الهرمين (b) وَ (c) منتظمين:
– (b) قاعدته مربع وَ ارتفاعه يشمل مركز القاعدة،
– (c) قاعدته مثلث متقايس الأضلاع وَ ارتفاعه يشمل مركز القاعدة.
أما الهرمين (a) وَ (d) فهما ليسا منتظمين لأنّ ارتفاعيهما لا يَشمُلان مركز القاعدة.

**تـزود**
كتابة الفقرة الخاصة بتعريف الهرم المنتظم.

## II. مخروط الدوران

النشاط (1)
1. المجسمات المركبة، يُطلب وصف كل منها مع ذكر اسم كل مجسم من المجسمات التي يتركب منها.

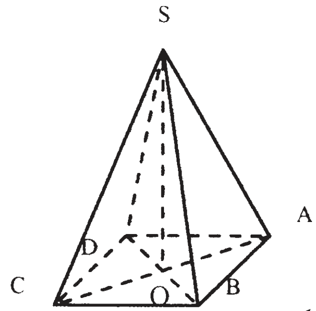
النشاط (2)
1. يُؤَدَّى على نفس نمط النشاط (2) من الفقرة الواردة في الهرم.
2. الفرع الثاني من السؤال. السطح الجانبي للمجسم هو سطح منحن، وَ عند إنجاز تصميم له سوف يلاحظ التلميذ أنه يحصل في هذه الحالة على قطاع قرص ( أي جزء من قرص )

النشاط (3)
1. النقطة M ترسم دائرة.
2. ارتفاع المخروط هو القطعة [OS] التي حاملها المستقيم (d).
3. يمكن إثبات أنّ SM' = SM بإثبات أنّ المثلثين SOM وَ SOM' متقايسان.

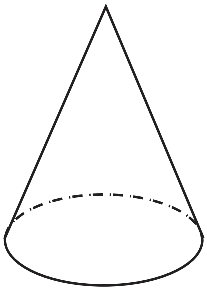
**تـزود** كتابة الفقرة الخاصة بتعريف مخروط الدوران.

## III. التمثيل بالمنظور المتساوي القياس

النشاطان (1) وَ (2)
تذكير وَ مراجعة لطريقة تمثيل مجسم بتقنية المنظور المتساوي القياس.
بالنسبة للنشاط (1)
– الهرم. لم تستُعمل (في كل الأماكن التي يجب استعمالها) تقنية المنظور المتساوي القياس، أنظر (الشكل (1)) ، الحرف [SD] يكون **منقطا** لأنّه يقع خلف الوجهين SAB وَ SAC .




**الشكل (1)**



**الشكل (2)**

– مخروط الدوران ( الشكل (2) ) يحتمل إجابتين، وَ ذلك حسب موقع الرؤية :

**. إذا كانت الرؤية** من الأسفل فإنّ الرسم صحيح.

**. إذا كانت الرؤية** من الجانب فإنّ الرسم ليس صحيحا، جزء من القاعدة لا يُرى لأنّه يقع خلف السطح الجانبي .

النشاط (2)

النشاط يمكّن الأستاذ من تقييم تلاميذه فيما يخصّ استيعابهم لتقنية التمثيل بالمنظور المتساوي القياس.

**تــزود**

كتابة الفقرة المتعلّقة بالتمثيل بالمنظور المتساوي القياس.

**للتوظيف**

**I. إنجاز تصميم وَ صنع مجسم**

النشاط (1)

**ملاحظـات**

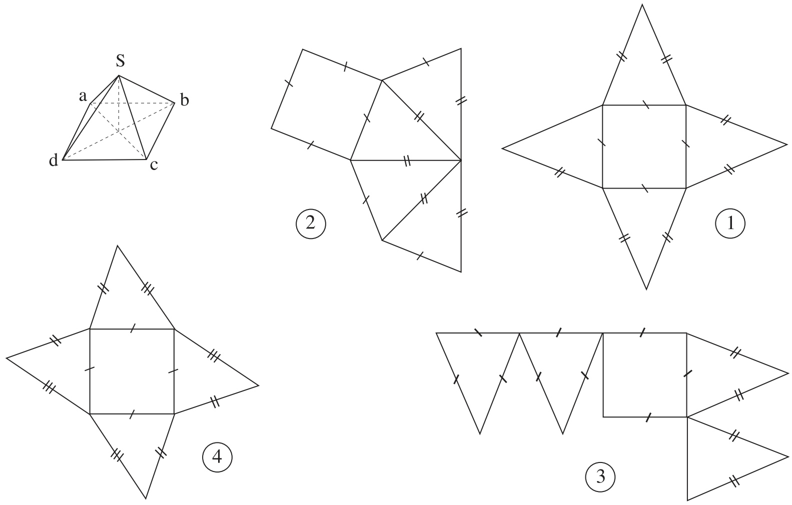
1. أحسن طريقة للحصول على تصميم مجسم هو الانطلاق من مجسم حقيقي وَ يُستحسن استعمال الألوان لتعيين أضلاع الأشكال النّاتجة عن نفس الحرف ( نفس اللون لنفس الحرف )، هذا قبل نشر أوجه كل من مجسمي السؤالين 1 وَ 2 من النشاط.

3. – التصميم الوحيد الذي يمثل تصميما لمخروط دوراني هو التصميم (3).

– بالنسبة للتصميم (1)، إذا عُدِّل ( بفصل القرص عن مكانه مثلا ) نحصل على تصميم لمخروط دوراني.

النشاط (2)

في التصاميم المقدّمة في كتاب التلميذ خلل تقني لذا يعاد تقديمها في الدّليل




1. – التصميمان (1)، (2) هما تصميمان لهرمين منتظمين، يُطلب من التلاميذ تعليل ذلك.

– التصميم (3) ليس تصميما لهرم، يُطلب تعليل ذلك. يمكن الحصول على تصميم لهرم منتظم بتعديل طفيف لمواقع بعض الأوجه فيه.

– التصميم (4) ليس تصميما لهرم **منتظم**، يُطلب تعليل ذلك.

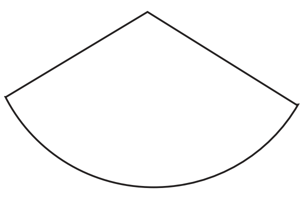
2. يمكن الاعتماد على أحد تصاميم السؤال السابق، أوْ ترك الحرية للتلميذ في إنجاز تصميم آخر، على أن يكون بالأطوال المطلوبة، ثمّ يُصنع هذا الهرم.

**للترسيخ** :

كتابة الفقرة المتعلقة بتصميم هرم منتظم

النشاط (3)

يَتبَيَّنَ التلميذ في النشاط (1) من الفقرة للتوظيف أنّ **السطح الجانبي** لمخروط الدوران هو **قطاع قرص.**



1. في حالة ظهور صعوبة ما لدى بعض التلاميذ يمكن رسم المخروط على السبورة وَ إبراز على هذا المخروط، المثلث SOM باللون الأحمر وَ كذلك رمز الزاوية القائمة عند الرأس O، بهذا قد يهتدي التلميذ إلى الإجابة على السؤال.

2. – في الفرع الأول من السؤال يُطلب « شرح » سبب تساوي طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ وَ محيط قرص القاعدة، ثمّ يُطلب استنتاج طول هذا القوس.ملاحظة

**حول الشرح**: يمكن الانطلاق من مخروط الدوران وَ اتّباع مراحل نشره بالقصّ، مثلما هو وارد في السؤال (2) من النشاط (1)، للوصول، عَمَلِيًّا، إلى فهم سبب تساوي طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ مع محيط قرص القاعدة. (عند محاولة الحصول على تصميم لمخروط دوراني سوف يلاحظ أنّ « قوس قطاع القرص السطح الجانبي » متطابق مع « محيط قرص القاعدة » ).

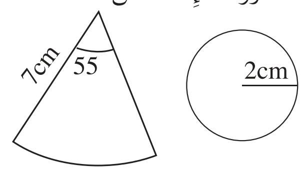
– بما أنّ طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ **يساوي** محيط قرص القاعدة.

فإنّ طول القوس $\overset{\frown}{BC}$ هو $2 \times 6 \times \pi\ cm = 12\pi\ cm.$

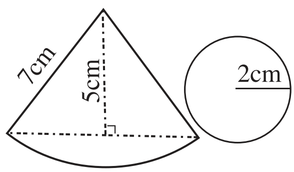
– في الفرع الثالث من السؤال ( يوضع الحرف S بدلا من A)، يتبين التلميذ أنّ معرفة طول قوس السطح الجانبي للمخروط لا يكفي للحصول على السطح الجانبي لهذا المخروط، هذا ما يَتبَيَّنُه من النشاط الآتي :

في كل حالة من الحالتين الشكل يمثل تصميما. انقل هذا التصميم على ورق مقوى، بالأطوال الحقيقة، ثم اصنع هذا المخروط، إن أمكن.

أ –




ب –




سوف يلاحظ التلميذ أنّه **لن** يتمكّن من صنع هذا المخروط.

فيما يلي يتعرّف على المعلومات التي يجب أن تتوفر لديه حتى يتمكن من إنجاز تصميم لمخروط الدوران.

– محيط القرص ( طول الدائرة ) التي مركزها S وَ نصف قطرها 10 cm هو :

$$2 \times 10 \times \pi\ cm = 20\pi\ cm$$

حسب المعلومة الواردة في الإطار ( كتاب التلميذ )، « **طول قوس** من دائرة نصف قطرها r **متناسب مع قيس الزاوية المركزية للقطاع** الذي يحصر هذه القوس ».

إذا كان $x$ هو قيس زاوية القطاع فإنّنا نحصل على جدول التناسبية المقابل :

| | القرص (مركزه S) | القطاع (مركزه S) |
|---|---|---|
| قيس الزاوية التي تحصر القوس ( ° ) | 360 | $x$ |
| طول القوس ( cm ) | $20\pi$ | $12\pi$ |

قيمة $x$ ، وَهي $x = \dfrac{12 \times \pi \times 360}{20\pi} = \dfrac{12 \times 360}{20} = 216°$ .

بالتالي قيس الزاوية المركزية للقطاع التي تحصر القوس $\overset{\frown}{BC}$ هو $216°$.

3. بالاعتماد على المعلومات التي استُنتجت من السؤال السابق يمكن إنجاز تصميم للمخروط المطلوب.

يتكون هذا التصميم من:
- قاعدة هي قرص نصف قطره 6 cm،
- سطح جانبي هو قطاع قرص قيس زاويته المركزية $216°$ وَ نصف قطره 10 cm.
لصنع المخروط المطلوب، بسهولة، يُسْتحسن ترك أشرطة لَصْقٍ على التصميم».

4. يتوصّل التلميذ، عبر هذا السؤال، إلى علاقة بسيطة تسمح له بحساب قيس الزاوية المركزية لسطح جانبي لمخروط دوراني.
باستعمال المعلومات الواردة على الشكل وَ اعتمادا على المعلومة الواردة في الإطار ( كتاب التلميذ ).
نحصل على جدول التناسبية الآتي:

| | القرص (مركزه S) | القطاع (مركزه S) |
|---|---|---|
| قيس الزاوية التي تحصر القوس (°) | 360 | x |
| طول القوس (cm) | $2 \times L \times \pi$ | $2 \times r \times \pi$ |

ينتج من جدول التناسبية أنّ:

$$x = \frac{2 \times r \times \pi \times 360}{2 \times L \times \pi} = \frac{2 \times r}{2 \times L} \times 360 = \frac{r}{L} \times 360$$

العلاقة التي تعطينا قيس الزاوية المركزية لقطاع السطح الجانبي لمخروط دوراني هي $x = 360 \times \frac{r}{L}$،

حيث: r هو نصف قطر قرص القاعدة، وَ L هو نصف قطر القطاع الذي يمثل السطح الجانبي للمخروط.
باستعمال هذه العلاقة لحساب قيس الزاوية المركزية x ( السؤال (2) ) نحصل على نفس الناتج.
بالفعل لدينا:

$r = 6$ cm وَ $L = 10$ cm ، إذن $x = 360 \times \frac{r}{L} = 360 \times \frac{6}{10} = 36 \times 6 = 210°$

**للترسيخ:**

كتابة الفقرة المتعلقة بتصميم لمخروط دوراني.

### II. الحجم - المساحة الجانبية

النشاط (1)

1. - قبل التطرُّق للفرع الأوّل من السؤال، لا بدّ من التأكُّد أنّ التلميذ على علم بأنّ **ارتفاع** هرم عموديّ

على قاعدة هذا الهرم وَ يشمل رأسه . عند الضّرورة، يُرسم الهرم على السبورة وَ **يُبرز** المثلث SBh ، مثلا، وَ يستعمل رمز الزاوية القائمة على الشكل باللون الأحمر ثمّ يُحسب هذا الارتفاع.

– يُفترض أن تكون الإجابة على الفرع الثاني من السؤال دون أيّ عائق، خاصة إذا تفطن التلميذ إلى المعلومة الواردة في الإطار ( كتاب التلميذ ). في حالة وقوع العكس، يطلب منه الاستعانة بتصميم هرم.

2. يُطلب من التلميذ أن يُوضّح ما هو المراد بالمساحة الكلية لمجسم. ثمّ يحسب المساحة المطلوبة.

النشاط (2)

يُستحسن القيام بنشاط تمهيدي يساعد التلميذ على فهم وَ تقبل التّوجيهات الواردة في هذا النشاط (2).

* يُقدّم النشاط التمهيدي على أوراق وَ تكون الإجابة على نفس الورقة. لا تعطى كل الأشكال على نفس الورقة، بل يرفق النص بشكل واحد فقط، على أن تُؤخذ كل الأشكال، (بعض الأوراق تشمل الشكل الأول أخرى تشمل الشكل الثاني وَ هكذا... ). وَ يُعطى التلميذ الإجابة على نفس الأوراق. يُؤدّى العمل في البيت، ثمّ يَسترجع الأستاذ الأوراق وَ بعد تصحيحها يُلخص النتائج التي توصل إليها التلاميذ، تكتب هذه النتائج، في جدول على السبورة، لمناقشتها جماعيا وَ تسجيل النتائج المطلوبة.

نصّ التمرين

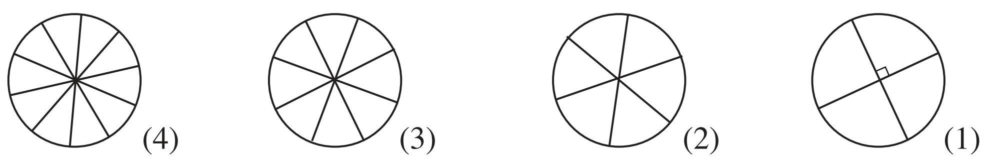
ضع مكان النقط ما يناسب :

1. الشكل ( ... )، ( حسب رقم الشكل الموجود على الورقة ) عبارة عن قرص مجزّأ إلى ن قطاع قابلة للمطابقة .

2. علما أنّ نصف قطر القرص هوَ 2 cm فإنّ مساحته هي $cm^2$ ...

3. بما أنّ كل قطاعات القرص قابلة للمطابقة فإنّ قيس الزاوية المركزية لكل قطاع من هذه القطاعات هوَ ...°

4. – مساحة كل قطاع من القرص هي $cm^2$ ...



5. أتمم الجدول الآتي :

| | القرص ( بكامله ) | قطاع القرص |
|---|---|---|
| قيس الزاوية المركزية | 360° | ... |
| المساحة ($cm^2$) | ... | ... |

6. تأكّد أنّ هذا الجدول جدول تناسبية ( استعمل الحاسبة ).

7. استنتج طريقة لحساب مساحة قطاع قرص.

بعد هذا يُمكن استنتاج أنّ مساحة القطاع ASB متناسبة مع قيس الزاوية $\hat{ASB}$ ، وَ كذلك الإجابة على السؤالين (2) وَ (3) في النشاط.

النشاط (3)

يَستخرج التلميذ عبر النشاط قاعدة لحساب حجم هرم.

1. بعد حساب طول حرف الهرم، باستعمال نظرية « فيثاغورث »،

2. وَ إنجاز تصميم للهرم بأكبر دقّة ممكنة،

3. وَ بعد صُنع المكعب بالطريقة المطلوبة، يَستنتج أنّ طول حرف المكعب المصنوع هو 8 cm.

4. علما أنّ المكعب ناتج عن تركيب **6 أهرامات**، لها نفس الأبعاد، سوف يَستنتج التلميذ أنّ حجم الهرم هو :

**سُدس** حجم المكعب الذي أبعاده هي 8 cm، 8 cm، 8 cm أي $\frac{1}{6}\times 8^3\ cm^3$.

وَ بعد كتابة العلاقة، التي تسمح بحساب هذاالحجم، بالكيفية المطلوبة أي $\frac{1}{3}\times(8^2)\times\left(\frac{1}{2}\times 8\right)$

حيث $8^2\ cm^2$ هي مساحة قاعدة المكعب وَ $\frac{1}{2}\times 8$ هو ارتفاع الهرم وّ هو أيضا نصف ارتفاع المكعب.

يستنتج أنّ حجم كل هرم من الأهرامات السّتة هو :

« **ثُلث جُداء** مساحة قاعدة الهرم **وَ** ارتفاعه » .

5. انطلاقا من كل ما سبق، من إنجاز وَ صنع وَ حساب، تُستنتج القاعدة العامة لحساب حجم هرم.

وَ هي $V=\frac{1}{3}\times B\times h$ .

حيث يرمز: B إلى مساحة قاعدة الهرم وَ h إلى ارتفاع الهرم.

**للترسيخ :**

كتابة الفقرة المتعلقة بحجم هرم .

النشاط (4)

النشاط يرمي إلى جعل التلميذ يتوصّل إلى كيفية حساب حجم مخروط الدوران عن طريق الملاحظة وَ الاستنتاج.

**ملاحظات :**

– يَعْلم التلميذ أنّ الهرم الذي درسه هو هرم منتظم، وَ أنّ قاعدة هذا الهرم هي **مضلّع منتظم.**

– وَ يعلم أيضا أنّ كل مضلّع منتظم هو مضلّع دائري، وَ أنّ كل أضلاعه متقايسة.

يتقدّم النشاط (4) بنشاط تمهيدي « يربط » بين هرم وَ مخروط الدوران. يلاحظ التلميذ من خلال هذا

التمهيد أنّه كلّما **زاد عدد أضلاع** مضلّع منتظم كلما **اقترب محيط** هذا المضلع من **طول** الدائرة المحيطة به وَ كذلك **اقتربت مساحة** هذا المضلع من **مساحة** القرص المحدّد بهذه الدائرة.

نّص النشاط :

الأشكال (1)، (2)، (3)، (4) هي على الترتيب مربع، سداسي، ثماني، عشاري وَ هي مضلعات منتظمة مرسومة داخل دائرة نصف قطرها 2 cm.

(4) (3) (2) (1)

بالنسبة لكل شكل من الأشكل الآتية أجب عن الأسئلة التالية :

أ) احسب طول ( محيط ) هذه الدائرة وَ مساحة القرص المُحاط بهذه الدائرة.

ب) احسب محيط المضلّع وَ مساحته.

جـ) انقل الجدول الآتي ثمّ أتممه.

| عدد أضلاع المضلع | 4 | 6 | 8 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| طول ضلع المضلع ( cm ) | | | | | | |
| محيط المضلع ( cm ) | | | | | | |
| مساحة الضلع ( $cm^2$ ) | | | | | | |

مثلا، بالنسبة للشكل (3) وَ هو مضلع منتظم عدد أضلاعه ثمانية.

أ ) حساب محيط ومساحة القرص (3)

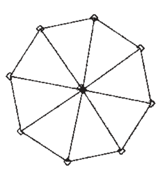
1. طول الدائرة هو $2 \times 2 \times \pi = 2 \times r \times \pi \approx 12{,}56$ cm

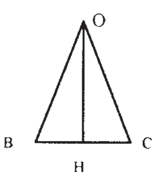
2. مساحة القرص المحدّد بالدائرة هي $\pi \times r^2 = \pi \times 2^2 \approx 12{,}56$ $cm^2$ .

ب) حساب محيط ومساحة القرص المنتظم (3)

علما أنّ محيط مضلع **منتظم** عدد أضلاع ن **يساوي** « ن مرّة طول ضلع هذا المضلع ».

فإنّ محيط المضلع (3) يساوي « 8 مرات طول ضلع هذا المضلع ».إذن لحساب محيط هذا المضلع يكفي حساب طول أحد أضلاعه.





ب) 1. محيط المضلّع (3)

المثلث OBC يمثل أحد المثلثات التي يتشكل منها المضلع، [BC] هو ضلع من المضلع.

. قيس زاوية الرأس O يساوي $45°$ لأنّ $\frac{360}{8} = 45°$ ،

وَ قيسي كل من زاويتي الرأسين B وَ C هما $\hat{B} = \hat{C} = 67,5°$ .

. القطعة [OH] هي الارتفاع المتعلق بالضلع [BC] إذن OBH مثلث قائم في H بالتالي :

$BH = OB \times \cos 67,5°$ ، أي $BH \approx 0,76$ cm،

بما أنّ المثلث متساوي الساقين فإنّ $BC = 2 \times BH$ إذن $BC \approx 1,53$ cm .

* محيط المضلع (3) هو إذن : $8 \times 1,53 \approx 12,24$ cm

ب) 2. مساحة المضلع (3).

. ارتفاع المثلث OBC هو $OH \approx 1,8$ cm،

. مساحة هذا المثلث تعادل $1,4\ cm^2$،

* إذن مساحة المضلع هي $8 \times 1,4 \approx 11,2\ cm^2$ .

جـ) بعد القيام بنفس العمل بالنسبة لكل مضلّع من المضلعات الأخرى نحصل على الجدول الآتي :

| عدد أضلاع المضلع | 4 | 6 | 8 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| طول ضلع المضلع (cm) | 2,83 | 2 | 1,53 | 1,24 | 0,83 | 0,63 |
| محيط المضلع (cm) | 11,31 | 12 | 12,24 | 12,36 | 12,47 | 12,51 |
| مساحة المضلع ($cm^2$) | 7,98 | 10,38 | 11,26 | 11,78 | 12,13 | 12,41 |

* يمكن توسيع الجدول بأخذ مضلعات أخرى عدد أضلاع أكبر.

عودة إلى النشاط (4)

– علما أنّ نصف قطر الدائرة هو 2 cm فإنّ محيطها هو $2 \times 2 \times \pi$ ، أي حوالي 12,56 cm.

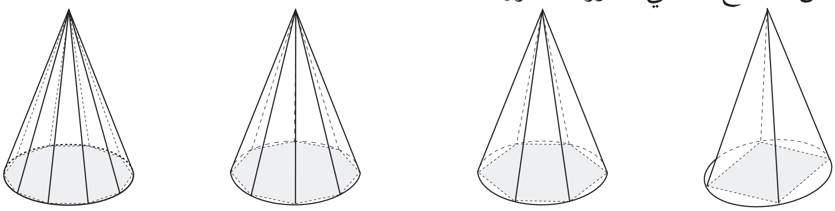
– من الجدول يلاحظ التلميذ أنّه **كلّما زاد** عدد أضلاع مضلع منتظم :

. **كلّما كَبُرَ** محيطه وَ **اقترب من طول الدائرة المحيطة به** ، أي من 12,566 cm.

. **كلّما كَبُرَت** مساحته وَ **اقتربت من مساحة القرص** المحدَّدِ بهذه الدائرة، أي من $12,566\ cm^2$.

** تفاديا من وقوع التباس ناجم عن تساوي العددين الذين يَدُلان عن قيمتي كل من محيط القرص وَ مساحته يُغيّر نصف قطر الدائرة في (4)، كأن يُؤخذ مثلا طول نصف قطر الدوائر يساوي 1,5 cm بدلا من 2 cm .

3. لاحظنا أنّ أضلاع المضلعات المنتظمة (1)، (2)، (3)، (4) **تقترب** شيء فشيء من محيط القرص، وَ مع إتمام رسم الأهرامات المطلوبة نلاحظ أنّ السطح الجانبي لهذه الأهرامات **يقترب** بدوره من سطح منحن أي من السطح الجانبي لمخروط الدوران.



مما سبق يمكن أن « نستنتج » أنّ حجم مخروط الدوران هو : $V = \frac{1}{3} \times B \times h$

حيث يرمز **B إلى مساحة قرص** ( قاعدة ) المخروط وَ h إلى ارتفاع هذا المخروط.

**للترسيخ :**

كتابة الفقرة المتعلقة بحجم مخروط الدوران.

**ملاحظة هامّة.**

إذا كان الأستاذ يرى أنّ **مستوى** القسم لا يسمح بتقديم النشاط (4)، يمكنه أن يعوّضه بالنشاط الآتي، هذا النشاط يتمثل في القيام بتجربة عملية يستنتج من خلالها قاعدة لحساب حجم مخروط الدوران.

• النشاط يتطلّب ورق مقوى وَ مسحوق، ملح أو سكّر أو رمل أو غيرها.

1. اصنع أسطوانة الدوران وَ مخروط الدوران قاعدتاهما قرصان نصفي قطريهما 3 cm وَ ارتفاعهما 10 cm. (يُلفت انتباه التلميذ إلى **قابلية تطابق قاعدتي** المجسمين وَ **تساوي ارتفاعيهما**).

2. إملأ مخروط الدوران بالمسحوق حتى الحافة، لكن دون تكديس، ثم اُسْكب محتواه في الأسطوانة. كرّر العملية عدد من المرات اللازمة حتى تمتلئ الأسطوانة.

– ما هو عدد المرات التي ملأت فيها المخروط لكي تمتلأ الأسطوانة ؟

– احسب حجم الأسطوانة بأخذ محتوى المخروط كوحدة للقياس ثمّ بـ $cm^3$ ؟

– استنتج حجم المخروط بدلالة حجم الأسطوانة بـ $cm^3$.

– انقل النص ثمّ أتممه.

إذا كان لأسطوانة الدوران وَ لمخروط الدوران ... **قابلتان للمطابقة** وَ كان لهما **نفس ...** فإنّ :

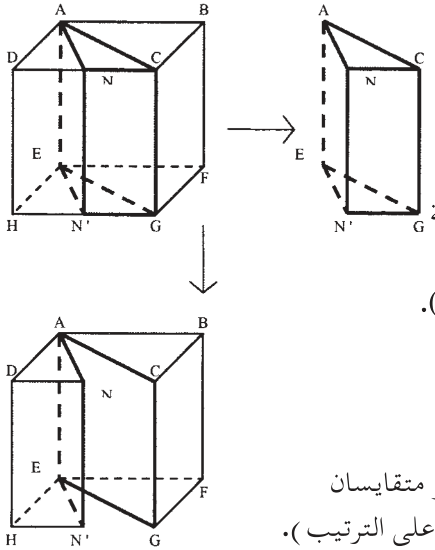
حجم مخروط الدوران يساوي ... حجم أسطوانة الدوران.

بعد هذا يستنتج القاعدة :

إذا كانت B هي مساحة القاعدتين وَ كان h الارتفاع المشترك لهذين المجسمين فإنّ : $\ldots = \ldots \times B \times h$ .

**لتتمـرّن**

التمرين (4)، الحلّ.




**ملاحظة**

ذِكْرُ اسم المجسم المطلوب التعرُّف عليه غير كاف،

**إِنّ وَصْف هذا المجسم أمر ضروري**، هذا الوصف هو بمثابة تعليل لإجابته.

1. وصف المجسم الأحمر ANCEN'G داخل المكعب (1).

* للمجسم خمسة أوجه، مثلثان وَ ثلاثة رباعيات.

**.** المثلثان ANC وَ EN'G متقايسان لأنّ فيهما :

**AC** = **EG** لكونهما قطران في مربعين قابلين للمطابقة،

**AN** = **EN'** لكونهما ضلعين متماثلين في مثلثين قائمين وَ متقايسان هما ADN وَ 'EHN . ( هذان المثلثان قائمان في D وَ H على الترتيب ).

**.** نفس المثلثان متوازيان لكونهما مُحْتَوَيان في وجهين متوازيين في المكعب ABCDEFGH .

* **هذان المثلثان أي EN'G وَ ANC هما قاعدتي المجسم.**

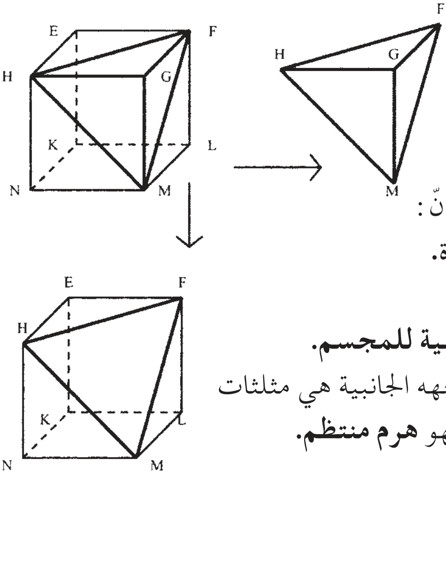
**.** الرباعيات AEN'N وَ CNN'G وَ ACGE **مستطيلات** لأنّ أضلاعها عمودية على قاعدة المكعب فهي ( أي الأضلاع ) متوزاية وَ هي أيضا ارتفاعات لهذا المكعب فهي متقايسة.

* **هذه المستطيلات هي الأوجه الجانبية للمجسم.**

**نتيجة** : للمجسم ANCEN'G قاعدتان مثلثيتان، أوجهه الجانبية مستطيلات قابلة للمطابقة عمودية على القاعدتين فهو **موشور قائم.**

2. وصف المجسم الأحمر **GFHM** داخل المكعب (2).

الأوجه السِّتّة للمكعب هي مربعات قابلة للمطابقة وَ أقطارها متقايسة.




* للمجسم الأحمر أربعة أوجه كلها مثلثات.

**.** المثلّث FHM متقايس الأضلاع، لأنّ أضلاعه هي أقطار في أوجه المكعب فهي متقايسة.

* هذا **المثلث هو قاعدة المجسم.**

**.** المثلثات FGH وَ FGM وَ GHM قائمة وَ متقايسة لأنّ :

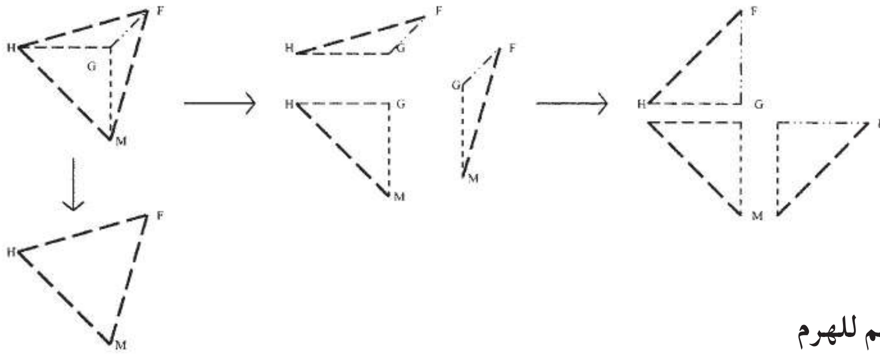
– أوتار هذه المثلثات متقايسة، لأنّها أضلاع مثلّث القاعدة.

– أضلاعها القائمة متقايسة لأنّها أحرف في المكعب.

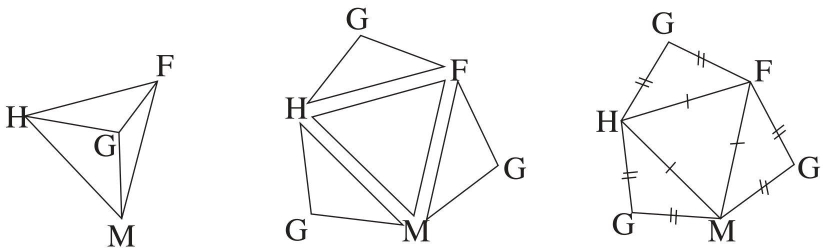
* **المثلثات FGH وَ FGM وَ GHM هي الأوجه الجانبية للمجسم.**

**نتيجة** : للمجسم قاعدة هي مثلث متقايس الأضلاع، أوجهه الجانبية هي مثلثات متساوية الساقين وَ هي متقايسة وَ تشترك كلّها في رأس فهو **هرم منتظم.**

**سلسلة خطوات تفكيك الهرم GFHM**

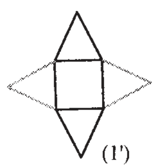



**تصميم للهرم**



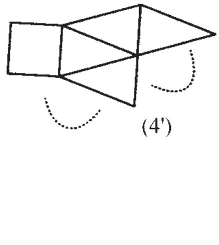

التمرين (9)، توجيهات.

يجب تعليل صحّة أوْ خطأ تصميم مهما كان، كأن يلاحظ، مثلا، أنّ كل الضلعين (أوْ أضلاع)، في التصميمان الناتجين (الناتجة) عن نفس الحرف في المجسم **متقايسة.** في حالة الحصول على إجابة خاطئة من طرف التلميذ يُطلب منه نقل تكبير للتصميم الذي تعرّف عليه (مع احترام نسبة التكبير في كل أضلاعه) ثم **إنجاز** المجسم الذي ذكره.هذا العمل يساعد التلميذ على التأكد من خطإه بنفسه ثم التوصّل إلى الخَلَلِ الموجود في التصميم المُقْترح.




– التصميم (1) ليس تصميما لهرم منتظم. هذا التصميم يتحوّل إلى تصميم لهرم منتظم إذا غُيّر مكان المثلثين في الأعلى مثلما هو موضح في الشكل (’1)

– التصميم (2) ليس هرما منتظما لأنّ أحد أضلاع قاعدته (المثلث الذي يتوسط الشكل) لا يتوفر عليه معلومة تقول أنّه يقايس الضلعين الآخرين.

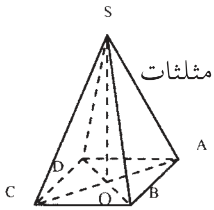



– (3) وَ (5) تصميمان لهرمين منتظمين، على التلميذ أن يُعلّل ذلك.

– (4) وَ (6) ليسا تصميمين لهرمين منتظمين، مثلا في التصميم (4) ليس تصميم لهرم منتظما لأنّ **بعض** أضلاع أوجهه الجانبية لا تقايس الضلع المرفق به في القاعدة في الشكل (’4)، أشير إلى بعضها.

التمرين (11)، توجيهات وَ توضيحات.

* إنّ رسم شكل تقريبي ( باليد الحرّة ) للهرم وَ وضع عليه المعلومات المتوفرة لدينا قد يساعد على التعرّف على المعلومة أوْ المعلومات الناقصة وَ الضرورية لإنجاز التصميم.




1. يتكوّن تصميم هرم منتظم من قاعدة هي مضلع منتظم وَ من أوجه جانبية هي مثلثات متساوية الساقين كلها متقايسة. إذن إنجاز تصميم هرم منتظم يتطلب معرفة طول ضلع القاعدة ( أي طول ضلع المضلع المنتظم ) وَ معرفة طول حرف من أحرف الأوجه الجانبية ( هذا لأنّ الأوجه الجانبية متساوية الساقين وَ متقايسة ).

من هذه المعلومات نتبين أنّه يمكننا أن نتحصل على معلومتين هما : ارتفاع وجه جانبي أوْ على طول حرف الوجه الجانبي، ( الحصول على إحدى المعلومتين كاف لإنجاز التصميم المطلوب ).

مثلا : **حساب طول ارتفاع وجه جانبي.** المثلث SOH ( حيث [OH] هو ارتفاع الوجه SAB مثلا ) قائم في O إذن نحصل، بعد الحساب، على $OH \approx 7{,}2$ cm . بهذا يمكن إنجاز تصميم الهرم المطلوب.

التمرين (21). ملاحظة.

التمرين فرصة لتقييم معلومات التلميذ حول فقرة من البرنامج. هذه الفقرة تخص العلاقة الموجودة بين حجم هرم منتظم وَ حجم موشور قائم. في حالة عدم اهتداء التلميذ إلى الإجابة الصحيحة يمكن **العودة إلى الدرس ( الصفحة 195 النشاط 3 )**

كما يمكن استغلال فكرة النشاط المتعلق باستنتاج حجم مخروط الدوران.

التمرين (28)، توجيهات.

إنّ مجرّد ذكر اسم المجسم الذي يمثله التصميم المعطى **غير كاف.** إنّ ذكر الاسم لا يزيد عن كونه **تخمين** يجب التأكد منه، عن طريق الحساب مثلا، للتأكد أنّ المعلومات الواردة على التصميم متلائمة فيما بينها.

* نعلم أنّه في مخروط الدوران **طول قوس** القطاع الذي يمثل السطح الجانبي لهذا المخروط **يساوي محيط** قرص قاعدة المخروط.

* وَ نعلم أيضا أنّ **طول قوس** قطاع قرص **متناسب** مع **قيس الزاوية المركزية** التي تَحُدُّه.

– حساب **طول قوس القطاع.**

علما أنّ نصف قطر هذا القطاع هو 2 cm فإنّ طول قوس القطاع هو $2 \times 2 \times \pi \times \frac{180}{360} \approx 6{,}283$ cm

– حساب **محيط قرص القاعدة.**

نصف قطر قرص القاعدة هو 1 cm إذن محيط هذا القرص هو $2 \times 1 \times \pi \approx 6{,}283$ cm.

بما أنّ **طول قوس القطاع يساوي محيط قرص القاعدة** فإنّ التصميم المُعطى هو **تصميم لمخروط الدوران** الذي **نصف قطر قاعدته** تساوي 1 cm وَ **طول مولّده** يساوي 2 cm.

يمكن إنجاز تكبيرا لهذا التصميم ( مع احترام تناسب الأطوال ) بالورق المقوى ثم صنع مخروط الدوران المطلوب.

التمرين (29)

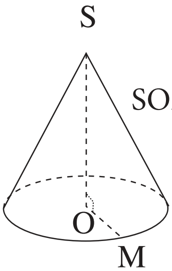
نفس ملاحظة التمرين (21)، لكن مع الملاحظة أن الأمر هنا يتعلق بمخروط الدوران.

التمرين (31)، السؤال (1).

يُصنع مخروط الدوران انطلاقا من تصميم له، وَ لإنجاز هذا التصميم يجب أن تتوفر لدينا معلومات **معينة** حول العناصر التي يتكوّن منها هذا المخروط وَ هي قاعدة المجسم وَ السطح الجانبي لهذا المجسم.

– بالنسبة للقاعدة، فإنّ **طول قطرها** معلوم وَ هو 6 cm،

– بالنسبة للسطح الجانبي، فإنّ المعلومات الضرورية هي: معرفة **مولّد** السطح الجانبي، وَ هونصف قطر القطاع المشكل لهذا السطح الجانبي، **وَ معرفة قيس الزاوية** المركزية التي تَحُدّ قوس القطاع وَ هما معلومتان نَجهلُهما. لذا يجب تحديدهما بالاعتماد على **المعلومات المتوفرة لدينا.** هذه المعلومات هي نصف قطر قرص القاعدة وَ ارتفاع مخروط الدوران ( انظر الشكل ).




**. تحديد طول المولد** ( أي نصف قطر القطاع المشكل للسطح الجانبي للمجسم.

ارتفاع المجسم عمودي على القاعدة في مركزها ( لأنّ المخروط دوراني ) إذن المثلث SOM ( الشكل ) قائم في O، وَ منه يكون **طول مولد** السطح الجانبي SM حسب نظرية فيثاغورث هو ( يعادل ) 10,8 cm.

**. تحديد قيس الزاوية المركزية التي تحدّ قوس القطاع.**

لحساب قيس هذه الزاوية يمكن العودة إلى فقرة « لتتعلّم كيف تحرّر » الصفحة 198 من كتاب التلميذ.

قيس هذه الزاوية هي $\frac{OM}{SM}\times 360 \approx \frac{9}{10,8}\times 360 \approx 299,9°$ أي يُعادل $300°$.

المسألة (35)، ملاحظات

1. ذكر اسم كل مجسم غير كاف، **يتمّ التعرّف على مجسم عن طريق وصف كامل لهذا المجسم.**

انظر التمرين (4).

المجسمات ( بعد وصفها وَ التعرّف عليها ) هي ( في كل من المكعبين (1) وَ (2)) أهرامات رؤوسها O وَ قواعدها مربعات وَ أوجهها الجانبية مثلثات.

أ) المكعب (1).

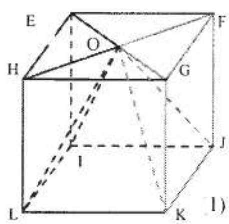
– الهرم OFGKJ قاعدته FGKJ .

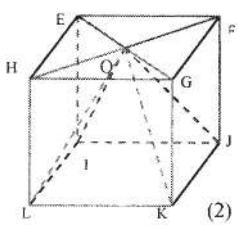
– الهرم OHEIL قاعدته OEIL.

ب) المكعب (2).

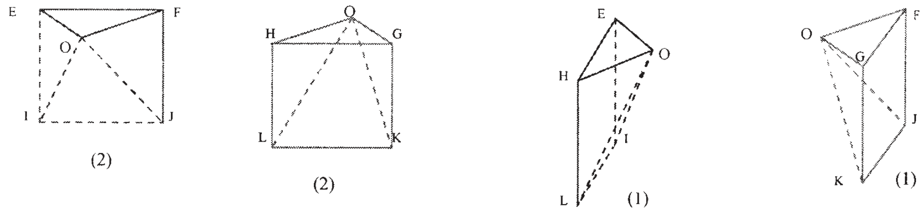
– الهرم OEFJI قاعدته EFJI.

– الهرم OGHLK قاعدته GHLK.



2. ارتفاعات هذه الأهرامات هو القطعة المنشأة من رأس الهرم عمودية على قاعدة الهرم.




أ ) إنّ النقطة O الرأس المشتركة للأهرامات الأربعة هي نقطة تقاطع قطري الوجه الأعلى للمكعب فهي تنتمي إلى هذا الوجه.

– بالنسبة المكعب (1)، الوجهان OFG وَ OEH عموديان على قاعدتي الهرمين إذن ارتفاعيهما هما القطعتان المنشأتان من الرأس المشتركة O وَ العموديتن على الحرفين [FG] وَ [EH] على الترتيب. ( يمكن الاستعانة بمكعب حقيقي لتوضيح ذلك للتلاميذ ). بالإضافة إلى ما سبق الوجهان OFG وَ OEH قائمان وَ متساويا الساقين فإنّ العمودين المنشأين من الرأس القائم منطبق على محوري الوترين إذن

ارتفاع هذه الأهرامات هو $h = \frac{1}{2} \times 3 = 1{,}5\ \text{cm}$ (ارتفاع المكعب هو 3 cm).

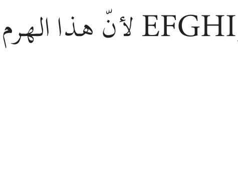
– بطريقة مماثلة نحدّد ارتفاعي الهرمين الناتجين عن المكعب (2).

3. حجم الهرم OFGKJ هو $\Gamma = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 1{,}5 = 4{,}5\ \text{cm}^3$

– بما أنّ الأهرامات الثلاثة الأخرى قواعدها قابلة للمطابة مع قاعدة الهرم OFGKJ وَ لها، أيضا، نفس ارتفاع الهرم المذكور فإنّ لهذه الأهرامات نفس حجم الهرم المذكور أي $4{,}5\ \text{cm}^3$

4. – حجم المكعب OIJKL هو $\frac{1}{3} \times 3^2 \times 3 = 9\ \text{cm}^3$ ،

– الحجم الإجمالي للأهرامات الأربعة المذكورة في السؤال (1) وَ حجم الهرم OIJKL هـــو $4 \times 4{,}5 + 9 = 27\ \text{cm}^3$




– حجم المكعب الذي **يحوي** الأهرامات الخمسة هو $3^3 = 27\ \text{cm}^3$.

نستنتج من هذا أنّ **الحجم الإجمالي للأهرامات الخمسة يساوي حجم المكعب.**

* يُلاحظ أنّ الأهرامات الخمسة تشكل **تجزئة** للمكعب EFGHIJKL.

* تَجْدُرُ الملاحظة إلى أنّ حجم الهرم OIJKL يساوي ثُلُثَ حجم المكعب EFGHIJKL لأنّ هذا الهرم وَ المكعب الذي يحويه لهما **نفس القاعدة** وَ **نفس الارتفاع.**

المسألة (36)، توجيهات.

3. المستوي الأخضر **يوازي** مستوي **قاعدة** الهرم وَ **يقطع ارتفاع الهرم** في منتصفه. باستعمال **نظرية مستقيم المنتضفين** نبرهن :

– أنّ هذا المستوي يقطع الأحرف الجانبية للهرم في منتصفاتها أي أنّ النقط E وَ F وَ G وَ H هي منتصفات الأحرف [SA] وَ [SB] وَ [SC] وَ [SD] على الترتيب.

– وَ أنّ الرباعي EFGH هو مربع طول ضلعه يساوي **نصف** طول ضلع المربع ABCD .

– أنّ طول ارتفاع الهرم SEFGH يساوي **نصف** ارتفاع الهرم الكبير.

بعد هذا يمكن الإجابة على الأسئلة المطروحة.

– حجم المجسم EFGHABCD هو **الفرق** بين الهرمين الكبير وَ الصغير.

**ملاحظات :**

– هذا المجسم **ليس** موشورا قائما **لأنّ** أوجهه الجانبية ليست مستطيلات وَ لأنّ هذه الأوجه الجانبية ليست عمودية على قاعدة المجسم.

– يمكن كتابة حجم الهرم الصغير’V بدلالة حجم الهرم الكبير V، في هذه الحالة نحصل على العلاقة $V' = \frac{1}{2^3} \times V$ لأنّ $V' = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times a\right)^2 \times \left(\frac{1}{2} h\right)$. ( a يدلّ على طول ضلع مربع القاعدة الكبرى )

المسألة (38)، ملاحظة.

للإجابة على أسئلة المسألة نتبع نفس توجيهات المسألة (36)، لكن باستعمال نظرية **المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متاوزيين** هذا لأنّ المستوي يقطع المخروط على بعد 2,5 cm من القاعدة.

– حجم المخروط (3) يساوي الفرق بين حجمي المخروطين (1) وَ (2). يمكن إيجاد علاقة بين حجمي الخروطين وَ ذلك استعمال الملاحظة الثانية من نفس المسألة المذكورة.

المسألة (39)، توجيهات.

6. المساحة الجانبية لمخروط الدوران **متناسب مع قيس** الزاوية المركزية التي تَحُدّ قوس القطاع.

المسألة (41)، توجيهات.

**ملاحظة.** نصف قطر الأسطوانة أعلى القمع ( على الشكل ) هو 1 cm.

لحساب سعة القمع نحسب ما يلي :

– $V_1$ حجم مخروط الدوران الذي قطر قاعدته 6 cm وَ ارتفاعه 5 cm.

– $V_2$ حجم مخروط الدوران الذي قطره ... cm وَ ارتفاعه 1 cm.

– $V_3$ حجم الأسطوانة التي قطرها ... cm وَ ارتفاعها 2 cm.

حجم القمع هو إذن :

$V = (V_1 - V_2) + V_3$.

بعدها يتمّ تحويل الحجم إلى اللتر.