أعـــــمــــال موجـــــهــــــة

الميدان: انشطة هندسية

المستوى : ثالثة متوسط

المقطع: الثالث

رقم المذكرة : (7)

المورد : حل تطبيقات

.

✻ الكفاءات المستهدفة :

- الإرتفاعات في مثلث
- المنصفات في مثلث
- المحاور في مثلث
- المتوسطات في مثلث

التمــــــارين والوضعيـــــات	الحلــــــــــول

التمرين الاول

❄ $ABCD$ مربع و O مركزه .

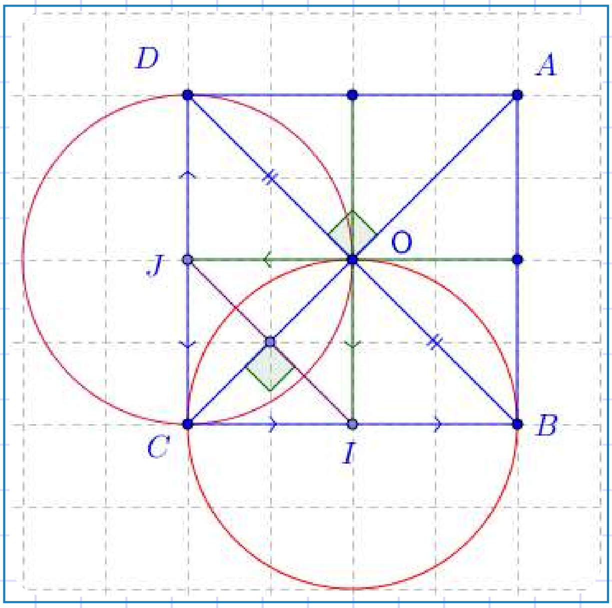
❄ I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DC]$.

① أنشئ الشكل .

② برهن ان I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .

③ بين ان (AC) محور $[IJ]$.

الشـــكل + البرهان:



المعطيــات

✻ $ABCD$ مربع و O مركزه .

✻ I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DC]$.

المطلوب

✻ نبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .

✻ نبين ان (AC) محور $[IJ]$.

نص البرهان

② لنبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD.

❄ لنبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC:

لدينا I منتصف $[BC]$، اذن:

$$IB = IC = \frac{BC}{2}$$

وفي المثلث BCD، لدينا:

O منتصف $[BD]$ (لأن O مركز المربع $ABCD$ اي لقطريه نفس المنتصف)و I منتصف $[BC]$، ادن:

$OI = \frac{DC}{2}$ (حسب الخاصية: المسافة بين منتصفي ضلعي مثلث تساوي نصف طول الضلع الثالث).

ونعلم ان: $DC = BC$ (لأن $ABCD$ مربع).

اذن:

$$OI = \frac{BC}{2}$$

ومنه لدينا:
$$\begin{cases} IB = IC = \dfrac{BC}{2} \\ OI = \dfrac{BC}{2} \end{cases}$$

نستنتج ان:

$$IB = IC = OI$$

وهذا يعني ان O و B و C تنتمي الى الدائرة المحيطة بالمثلث ABC والتي مركزها I ونصف قطرها OI او IB و IC.

وبنفس الكيفية نبرهن ان J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD.

③ لنبين ان (AC) محور $[IJ]$:

نعلم أن:
$$\begin{cases} IO = IB = IC = \dfrac{BC}{2} \\ JO = JB = JC = \dfrac{DC}{2} \\ BC = DC \end{cases}$$

اذن: $IO = IC = JO = JC$

اي ان المرباعي $OICJ$ معين (لأن جميع اضلاعه متقايسة).

وبما ان له زاوية قائمة في المرأس C فان المرباعي $OICJ$ مربع.

وبالتالي فان: (OC) محور $[IJ]$، وحيث ان: $A \in (OC)$ فان:

(AC) محور $[IJ]$.

التمرين الثاني

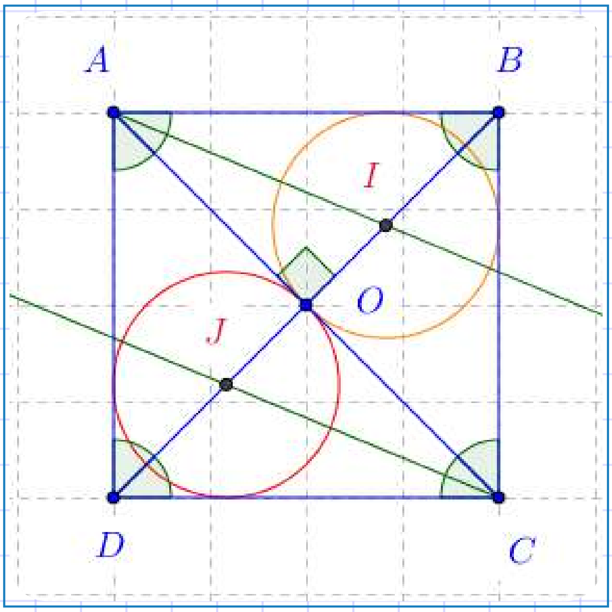
❄ $ABCD$ مربع و O مركزه .

و I هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC و J هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ACD .

① أنشئ الشكل .

② بين ان النقط O و I و J على استقامية .

الشــكل + البرهان



المعطيات

❄ $ABCD$ مربع و O مركزه .

❄ I هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC و J هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ACD .

المطلوب نبرهن أن ان النقط O و I و J على استقامية .

نص البرهان

② لدينا $ABCD$ و O مركزه , اذن :

❄ (BD) هو منصف الزاوية $\widehat{ABC}$.

❄ وكذلك (DB) هو منصف الزاوية $\widehat{ADC}$.

في المثلث ABC لدينا :

I مركز الدائرة المحاطة به , اذن I نقطة تلاقي منصفاته (منصفات زواياه) و بالتالي فان :

$I \in [BD)$ (لأن $(BD]$ هو أحد هده المنصفات)

في المثلث ACD لدينا :

J مركز الدائرة المحاطة به , اذن J نقطة تلاقي منصفاته (منصفات زواياه) و بالتالي فان :

$J \in [DB)$ (لأن $(DB]$ هو أحد هده المنصفات)

ونعلم ان : $O \in (DB)$ (لأن O مركز المربع $ABCD$)

ومنه نستنتج ان : $\begin{cases} I \in [BD) \\ J \in [DB) \\ O \in (DB) \end{cases}$

اي النقط I و J و O تنتمي الى (BD) اي انها على استقامية .

ادمـــــاج جزئـــــي

الميدان: انشطة هندسية	**المستوى :** ثالثة متوسط
المقطع: الثالث	**رقم المذكرة :** (7)
المورد : حل تطبيقات	.

✻ الكفاءات المستهدفة :

- الارتفاعات في مثلث
- المنصفات في مثلث
- المحاور في مثلث
- المتوسطات في مثلث

التمـــــارين والوضعيـــات	الحلـــــــــول

التمرين الثاني

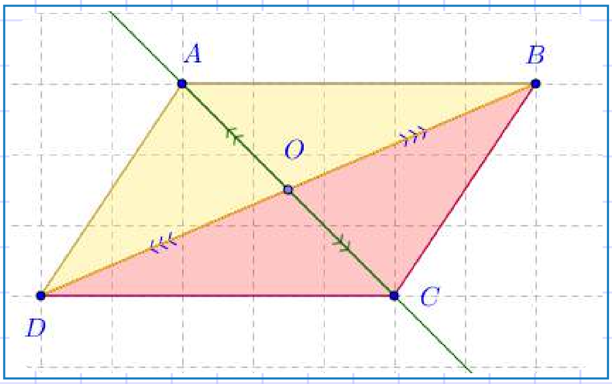
(المتوسطات في مثلث)

❄ $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه .

① انشئ الشكل.

② بين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB .

الشـــكل + البرهان



المعطيات

❄ $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه

المطلوب نبين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB .

نص البرهان

② لنبين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB

لدينا $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه، ادن :

O منتصف قطره $[BD]$.

❄ في المثلث ADB، المستقيم (AC) يمر من الرأس A وبمنتصف الضلع $[BD]$ المقابل لهدا الرأس .

ومنه فان (AC) متوسط في المثلث ADB .

❄ في المثلث CDB، المستقيم (AC) يمر من الرأس C وبمنتصف الضلع $[BD]$ المقابل لهدا الرأس .

ومنه فان (AC) متوسط في المثلث CDB .

ومنه نستنتج ان (AC) متوسط للمثلثين (او في المثلثين) ADB و CDB.

التمرين الثاني

(المحاور في مثلث)

❄ A و B و C ثلاث نقط من دائرة مركزها O .

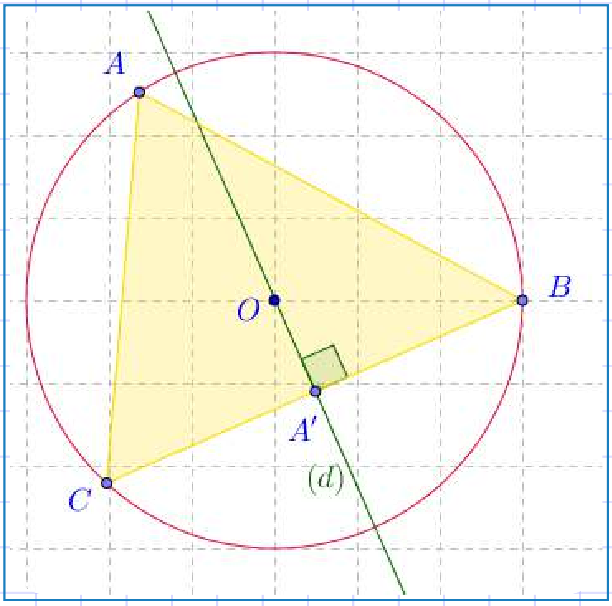
(d) المستقيم المار من O والعمودي على (BC) في النقطة A.

① انشئ الشكل.

② برهن أن A' هي منتصف $[BC]$.

③ ماذا يمثل المستقيم (d) بالنسبة للمثلث OBC ؟

الشـــكل + البرهان



المعطيات

دائرة مركزها O تحيط بالمثلث ABC .

(d) يمر من O و عمودي على (BC) في النقطة A' .

المطلوب

نبرهن أن A' هي منتصف $[BC]$

نص البرهان

② A و B و C ثلاث نقط من دائرة مركزها O يعني أن : الدائرة التي مركزها O هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

أي أن : O هو نقطة تلاقي محاور المثلث ABC .

بمأن (d) يمر من O و عمودي على (BC) نستنتج أن :

(d) محورا للضلع $[BC]$

أي أن : (d) يقطع $[BC]$ في المنتصف

وبالتالي : A' منتصف $[BC]$.

③ المستقيم (d) يمر من رأس المثلث OBC و عمودي على $[BC]$ في منتصفه إذن يمكن إعتباره :

❋ إرتفاعا في المثلث OBC : لأنه مار من أحد رؤوس المثلث و عمودي على حامل الضلع المقابل.

❋ محورا في المثلث OBC : لانه محور أحد أضلاعه (محور $[BC]$)

❋ متوسطا في المثلث OBC : لانه مار من أحد رؤوس المثلث و منتصف الضلع المقابل.

❋ منصفا للمثلث OBC : ينصف الزاوية $\widehat{OBC}$ إلى زاويتين لهما نفس القياس.

التمرين الاول

(الارتفاعات في مثلث)

❄ $ABCD$ متوازي الأضلاع بحيث تكون الزاوية $\widehat{BAD}$ منفرجة.

❄ (d) المستقيم المار من A و العمودي على (DC) في النقطة A'.

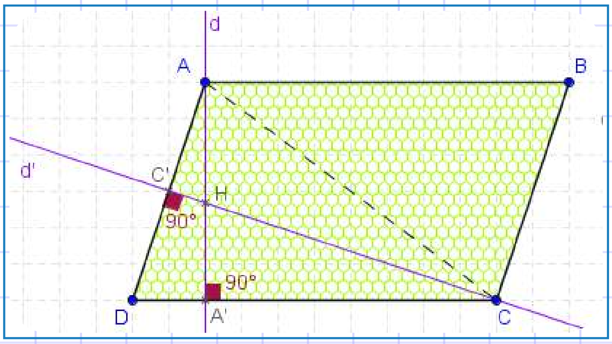
❄ (d') المستقيم المار من C و العمودي على (DA) في النقطة C'.

❄ المستقيمان (d) و (d') يتقاطعان في H.

① انشئ الشكل.

② برهن أن المستقيم (DH) عمودي على (AC).

الشـــكل + البرهان :



المعطيــات

✻ (d) يمر من A وعمودي على (DC) في النقطة A' .

✻ (d') يمر من C و عمودي على (DA) في النقطة C'.

✻ المستقيمان (d) و (d') يتقاطعان في H.

المطلوب نبين أن (DH) عمودي على (AC) .

نـص البرهــان

في المثلث ADC لدينا (d) مستقيم يمر من A و عمودي على (DC) إذن (d) هو الإرتفاع الموافق ل A .

و لدينا (d') مستقيم يمر من C و عمودي على (DA) إذن (d') هو الإرتفاع الموافق ل C .

بمأن (d) و (d') يتقاطعان في H . نستنتج إذن أن H هي نقطة تلاقي إرتفاعات المثلث ADC

ومنه الإرتفاع الثالث للمثلث ADC و الموافق ل D يمر من H . أي أن (DH) عمودي على (AC)