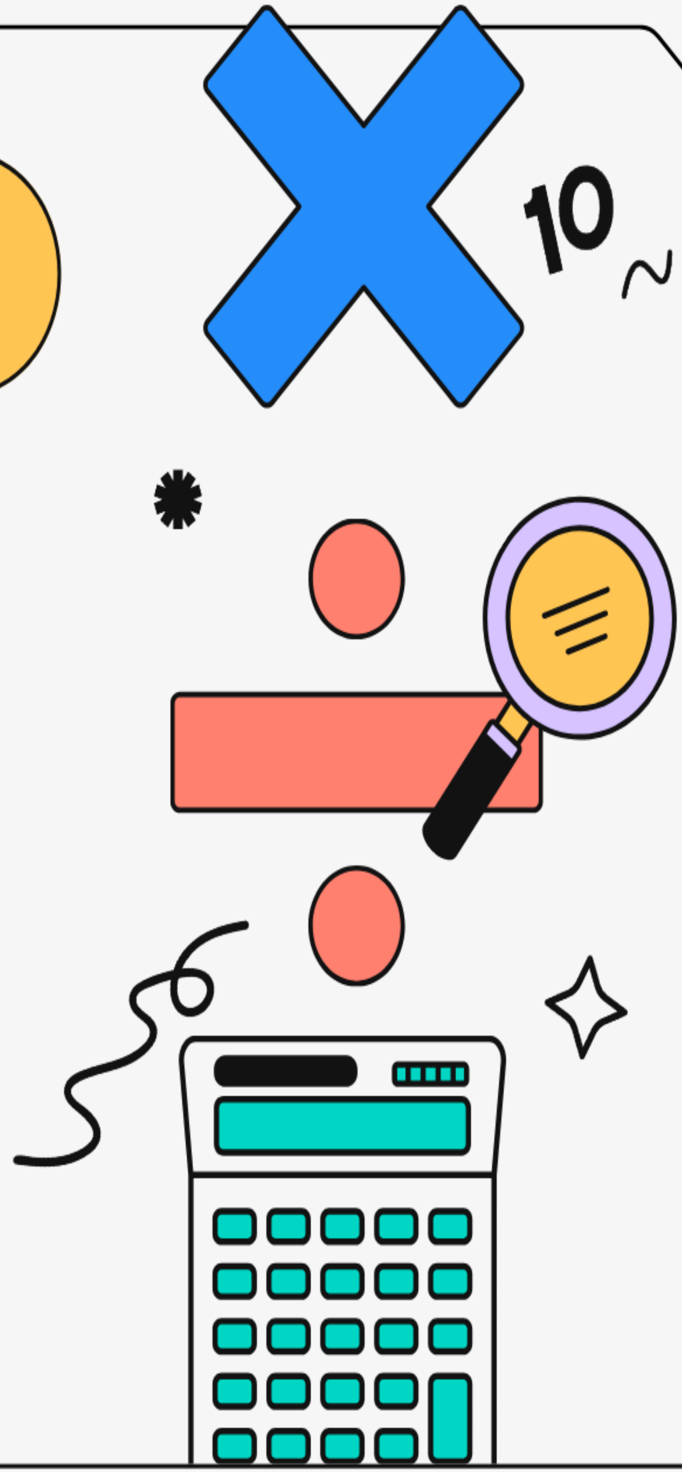
ملخص شامل لتلاميذ

سنة رابعة متوسط

في الرياضيات

من إعداد الأستاذ مداني المداني



FACEBOOK: MADANI EL MADANI TEL: 0666188077

ملخص كامل لتلاميذ السنة الرابعة في الرياضيات

الأستاذ مداني المداني

1. القاسم المشترك الاكبر

a , b عددان طبيعيان b قاسم لـ a معناه باقي القسمة الاقليدية لـ a على b معدومـــــــــــــــا

* $PGCD(a,b) = PGCD(b, a-b)$

*$PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$, r باقي القسمة الاقليدية لـ a على b

*العددان الاوليان فيما بينهما قاسمهما المشترك الاكبر يساوي1

*الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال معناه b و a أوليان فيما بينهما

*عندما نقسم حدي كسر على القاسم المشترك الاكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال

2. الحساب على الجذور التربيعية

- مهما يكن العددان الموجبان a و b فإن :

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ و $\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ و $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$ و $b < a$

- مهما يكن العدد الموجب a فإن : $\sqrt{a^2} = a$, $(\sqrt{a})^2 = a$

المعادلة من الشكل $x^2 = b$

* اذا كان b موجب للمعادلة حلان مختلفان هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$

* اذا كان b سالب المعادلة ليس لها حـــــــــــــــلا

*اذا كان b معدوم المعادلة لها حل وحيد هو العــــــدد 0

3. المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد

*كل المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد , تؤول بعد التحويلات والتغييرات الى الشكل $ax = b$ وحلّها هو $x = \frac{b}{a}$ حيث $(a \neq 0)$.

في حل معادلة من الدرجة الاولى ذات مجهول واحد : يجب مراعاة مايلي :

1- عند نقل حد من طرف معادلة الى طرفها الآخر نغير إشارته .

2- اذا ظهر المجهول في طرفي المعادلة فمن الضروري جعل المجهول في طرف والمعلوم في طرف .

3- يجب وضع مجموعة حلول المعادلة

ملاحظــــــــــة

كل عدد يحقق معادلة يسمى حلا لها .

اللَّهمّ لا سَهْلَ إلَّا ما جعلتَه سَهلًا وأنتَ تجعلُ الحزنَ إذا شِئتَ سَهْلًا

4. تربيض مسألـــــــــة :

لفهم مسألة يجب :

أ- البحث عن مجهول أو مجاهيل

ب- كتابة بعض جمل النص باستعمال المجهول أو المجاهيل .

ج- البحث عن العلاقات بين المجاهيل إن كانت موجودة .

***لحل مسألـــــــــة يجب :**

1- إختيار المجهول المناسب

2- صياغة المسألة في شكل معادلة

3- حل المعادلة المحصل عليها

4- التحقق من صحة النتائج

5- الاجابة على السؤال المطروح

5. المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد

تذكر أن :

كل متراجحة من الدرجة الاولى بمجهول واحد تؤول بعد التحويلات والتغيرات الى متراجحة من الشكل :

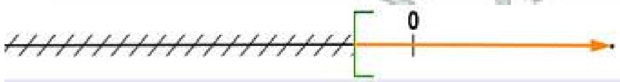
$ax > b$ أو $ax < b$ أو $ax \geq b$ أو $ax \leq b$

ملاحظة :

*كل عدد يحقق متباينة يسمى حلا للمتراجحـــــــــة

*لحل متراجحة نتبع نفس خوارزمية حل معادلة من الدرجة الاولى بمجهول واحد , مع مرعاة الخواص المتعلقة بضرب طرفي المتباينة في عدد سالب .

* تمثل حلولها بيانيا على مستقيم عددي نلّون الجزء الذي يمثل الحلول ونشطب الجزء الآخر .



❖ **خواص المتباينات:**

1/**خاصية الجمع و الطرح:** عند إضافة أو طرح نفس المقدار من طرفي المتباينة فإن إتجاه المتباينة لا يتغير

2/**خاصية الضرب و القسمة:**

- ✓ عند ضرب أو قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب لا يتغير اتجاهها
- ✓ عند ضرب أو قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاهها

ملاحظة: يستعمل الرمزان ≥ و ≤ فقط في المتباينات ذات مجهول

ملاحظة: عند استعمال أحد الرمزين ≥ أو ≤ يضم العدد إلى الحلول في التمثيل البياني، أما عند استعمال الرمزين > أو < فيستثنى العدد من مجموعة الحلول

اللهم إني أعوذُ بكَ منَ الهمِّ والحزَنِ، وأعوذُ بكَ منَ العجزِ والكسلِ، وأعوذُ بكَ منَ الجُبنِ والبخلِ؛ وأعوذُ بكَ مِن غلبةِ الدَّينِ وقهرِ الرجالِ

6. **نشر و تبسيط وتحليل عبارة جبرية**

❖ نشر و تبسيط عبارة جبرية يعني إجراء مختلف العمليات قصد تبسيطها و كتابتها على شكل خطي

مثال:

$(3x+2)(x-1)=3x^2-3x+2x-2$

$=3x^2-x-2$

$-3(2x+4)(2x-3)=(-6x-12)(2x-3)$

$=-12x^2+18x-24x+36$

$=-12x^2-6x+36$

المتطابقات الشهيرة

❖ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

❖ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

❖ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

التحليل باستعمال العامل المشترك

❖ تحليل عبارة جبرية هو كتابتها على شكل جداء

❖ تحليل عبارة جبرية نستعمل الخاصة التوزيعية (البحث عن العامل المشترك)

مثال:1

$A=4+2x$

$A=2x2+2x$

$A=2(2+x)$

مثال:2

$(6x-5)(2x+1)-(6x-5)(x+3)$

$=(6x-5)[(2x+1)-(x+3)]$

$=(6x-5)(2x+1-x-3)\quad=(6x-5)(x-2)$

التحليل باستعمال المتطابقات الشهيرة

المتطابقات الشهيرة : مهما يكن العددان a و b :

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$
$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

❖ لتحليل عبارة جبرية باستعمال المتطابقات الشهيرة يجب تبسيط العبارة إلى شكل يمكن مقارنته بمفكوك إحدى المتطابقات الشهيرة

لا إلهَ إلا اللهُ ربُّ العرشِ العظيمِ الكريمِ، لا إلهَ إلا اللهُ العظيمُ الحليمُ، لا إلهَ إلا اللهُ ربُّ السمواتِ وربُّ الأرضِ ربُّ العرشِ العظيمِ، لا إلهَ إلا اللهُ ربُّ العرشِ الكريمِ، لا إلهِ إلا اللهُ ربُّ السمواتِ وربُّ الأرضِ ربُّ العرشِ الكريمِ

7. **جملة معادلتين**

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين:

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين x وy وهي كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل

$ax + by = c$ حيث a، b، c أعداد معلومة

ملاحظات:

1. المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين تقبل عدد غير منتهي من الحلول و يكفي إعطاء قيمة لأحد المجهولين لإيجاد الآخر
2. المعادلتان المتكافئتان هما معادلتان لهما نفس الحلول

مثال: $3x+5y = -4$ و $12x+20y = -16$ هما معادلتان متكافئتان

نسمي الكتابة

$$\begin{cases} ax + by = c \; \dots\dots\dots\dots (1) \\ a'x + b'y = c' \; \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y

حلّ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين جبريا

حل جملة معادلتين بطريقة الجمع

لحل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين نجعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين ثم نجمع المعادلتين طرفا إلى طرف فيحذف أحد المجهولين مما يسهل علينا إيجاد قيمة المجهول الآخر

حل جملة معادلتين بطريقة التعويض

لحل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين بطريقة التعويض نستخرج من إحدى المعادلتين قيمة أحد المجهولين بدلالة الآخر ثم نعوضه في المعادلة الثانية، هكذا نكون قد تخلصنا من أحد المجهولين

8. **تذكير بخاصية فيتاغورس**

نظرية فيتاغورس:

- إذا كان المثلث ABC قائم فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.

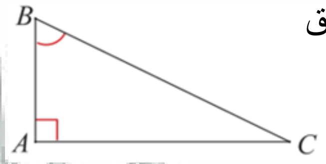
ملاحظات:

- خاصية فيتاغورث لا تطبق إلا في المثلثات القائمة.
- تسمح خاصية فيتاغورث بحساب طول ضلع في مثلث قائم بمعلومية طولي الضلعين الآخرين
- cos زاوية حادة في مثلث قائم يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور لهذه الزاوية على طول الوتر.

ملاحظة:

cos زاوية حادة محصور بين 0 و 1 لأن الوتر أكبر من طول الضلعين القائمين $0 \leq \cos \hat{c} \leq 1$.

الخاصية العكسية لفيثاغورس



❖ إذا كانت أطوال أضلاع المثلث ABC تحقق

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

فإن المثلث ABC قائم في A .

ملاحظة:

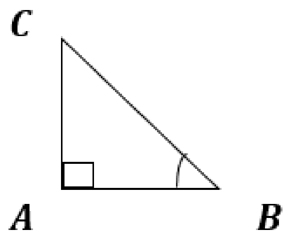
تسمح الخاصية العكسية لفيثاغورس بإثبات أن مثلثا قائم اذا علمت أطوال أضلاعه الثلاثة

9. النسب المثلثية في المثلث القائم

جيب وجيب تمام وظل زاوية حادة في مثلث قائم

- جيب تمام زاوية حادة = $\frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ ونرمز له بـ **COS**
- جيب زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ ونرمز له بـ **Sin**
- ظل زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$ ونرمز له بـ **Tan**

إذا كان ABC مثلثا قائما في A فإن :



$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} \quad \text{و} \quad \cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$$

العلاقات بين النسب المثلثية :

في مثلث قائم

مهما يكن العدد α قيس زاوية حادة , فإن

$$\sin^2 \propto + \cos^2 \propto = 1$$

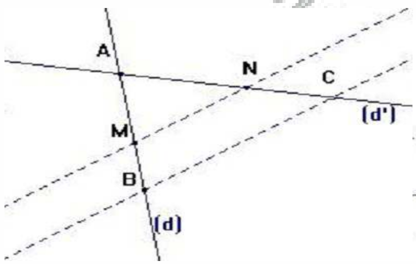
$$\tan \propto = \frac{\sin\propto}{\cos\propto}$$

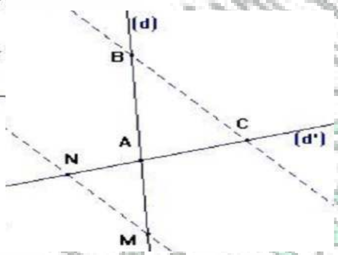
10.خاصية طالس

معرفة خاصية طالس

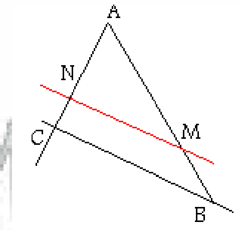
(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A ، M و B نقطتان من (d) تختلفان عن A . C و N نقطتان من (d') تختلفان عن A .

إذا كان (MN) و (BC) متوازيان فإن. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$





معرفة خاصية طالس العكسية



(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A .

C و B نقطتان من (d) تختلفان عن A .

M و N نقطتان من (d') تختلفان عن A .

إذا كان $\frac{AC}{AB}=\frac{AN}{AM}$ و النقط A، N، M و A، C، B بنفس الترتيب فإن (CN) و (MB) متوازيان.

11. الاشعة والانسحاب والمعالم

الاشعة والانسحاب

*عند إزاحة شكل ننقل كل نقط الشكل على مستقيمات متوازية في نفس الاتجاه وبنفس المسافة نحصل على صورة الشكل بإنسحاب .

***مفهوم الشعاع** :

A و B نقطتان مختلفتان من المستوي , الانسحاب الذي يحوّل A الى B يعرّف شعاعا نرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$

يتميز الشعاع بثلاث مميزات :

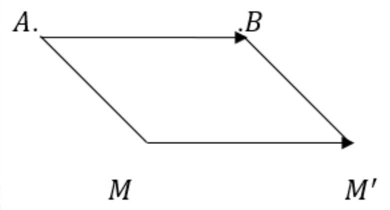
1- منحى 2- إتجاه 3 - طول

الشعاعان المتساويان :

هما شعاعان لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه ونفس الطول

* M' صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

معنـــــــــــــاه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MM'}$



- الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
- إذا كان الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$
- A و B نقطتان مختلفتان من المستوي لدينا

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يسمى معاكس الشعاع $\overrightarrow{BA}$

الشعاع $\vec{0}$ يسمى الشعاع المعدوم و نكتب : $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

علاقـــــة شال :

نقول ان الشعاع $\overrightarrow{AC}$ هو مجموع الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$

ونكتب : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

عن عبد الله بن مسعود -رضي الله عنه- قال: قال رسول الله صلّى الله عليه وسلّم:

(لا حسَدَ إلَّا في اثنتَيْنِ: رجلٌ آتاهُ اللهُ مالًا، فسلَّطَهُ على هلَكتِهِ في الحقِّ، ورجلٌ آتاهُ اللهُ الحِكمَةَ، فهوَ يقضِي بِها، ويُعلِّمُها)

قراءة إحداثيتا شعاع في معلم

لقراءة مركبتا شعاع نقوم بانسحابين من مبدأ الشعاع إلى نهايته

الانسحاب الأول يوازي محور الفواصل والانسحاب الثاني يوازي محور التراتيب

المركبة الأول هو الانسحاب الأول

المركبة الثانية هو الانسحاب الثاني

ملاحظة:

- الإزاحة إلى اليمين يعني أن الفاصلة موجبة أما إلى اليسار فهي سالبة
- الإزاحة إلى أعلى الترتيب موجب أما إلى الأسفل فهو سالب

تمثيل شعاع بمعرفة إحداثيته

❖ لتمثيل الشعاع (x ;y) $\vec{U}$ في المعلم المتعامد و المتجانس $(O , \vec{I} , \vec{J})$

نختار نقطة كمبدأ للشعاع $\vec{U}$ ثمّ نعين انسحاب يوازي محور الفواصل بمقدار x متبوعا بانسحاب يوازي محور التراتيب بمقدار y

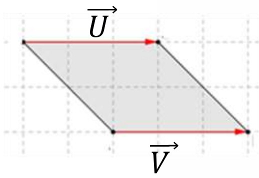
حساب إحداثيتي شعاع بمعرفة إحداثيتي مبدأ ونهاية ممثله

إذا كانت $A(x_A , y_A)$ ، $B\,(x_B , y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $(x_B - x_A \; ; \; y_B - y_A)$

الشعاعان المتساويان في معلم

الشعاعان $\vec{U}$ و $\vec{V}$ متساويان لأن لهما نفس الإتجاه و نفس المنحى و نفس الطول



الشعاعان (x ;y) $\vec{U}$ و(x' ;y') $\vec{V}$ متساويان يعني أن لهما نفس المركبات أي:

$x = x'$ و $y = y'$

حساب إحداثيتي منتصف قطعة بمعرفة إحداثيتي كلّ من طرفيها

حساب إحداثيتي منتصف قطعة

إذا كان $A(x_A , y_A)$ ، $B\,(x_B , y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم

فإن إحداثيتي M منتصف [AB] هما $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} , \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس

حساب المسافة بين نقطتين

إذا كان $A(x_A , y_A)$ ، $B\,(x_B , y_B)$ نقطتان من مستو مزود بمعلم

متعامد ومتجانس فإن : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

12. الدالة الخطية والدالة التآلفية

*كل دالة تكتب على شكل : $f(x)=ax$ تسمى دالة خطية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ.

*كل دالة تكتب على شكل : $f(x)=ax+b$ تسمى دالة تآلفية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ.

ملاحظات : f دالة تآلفية معرفة كما يلي $f(x) = ax + b$.

1- إذا كان $b = 0$ فإن $f(x) = ax$ وفي هذه الحالة f دالة تآلفية خطية وتمثل وضعية تناسبية. (الدالة الخطية هي حالة خاصة من الدالة التآلفية).

2- إذا كان $b \neq 0$ فإن f دالة تآلفية غير خطية وتمثل وضعية لا تناسبية.

3- إذا كان $a = 0$ فإن $f(x) = b$ ومنه العدد $f(x)$ لا يتغير بتغير العدد x وفي هذه الحالة تسمى f دالة ثابتة. (الدالة الثابتة هي حالة خاصة من الدالة التآلفية).

تعيين صورة عدد بدالة تآلفية

إذا كانت f دالة تآلفية معرفة كما يلي: $f(x) = ax + b$

فإنه يمكننا تعيين صورة عدد بهذه الدالة (بالتعويض) أو إيجاد عدد علمت صورته بهذه الدالة كذلك (بحل معادلة من الدرجة الأولى).

تعيين عدد علمت صورته بدالة تآلفية

الدالة h معرفة كمايلي $h(x) = 12x + 2$

لإيجاد العدد الذي صورته 26 بالدالة h نعوض $h(x)$ بـ 26 ومنه

$h(x) = 12x + 2$

نجد: $12x = 26 - 2$ أي: $12x = 24$ ومنه: $x = \frac{24}{12} = 2$

فالعدد الذي صورته 26 بالدالة h هو 2.

تعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين و صورتيهما

إذا كانت f دالة تآلفية معرفة كما يلي: $f(x) = ax + b$

فإن تغيرات الصور $f(x)$ متناسبة مع تغيرات الأعداد x ومعامل التناسبية هو المعامل a.

أي : $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ **حيث:** $x_1 \neq x_2$.

يمكننا إيجاد هذه الدالة (أي إيجاد العددين a وb) بمعرفة عددين مختلفين x_1، x_2 وصورتيهما $f(x_1)$ ، $f(x_2)$ بهذه الدالة.

لإيجاد a نحسب معامل التناسبية بين تغيرات الأعداد وتغيرات صورها أي ولإيجاد b نحل المعادلة $f(x_1) = ax_1 + b$ أو $f(x_2) = ax_2 + b$ ذات المجهول b.

مثال: لتكن الدالة التآلفية $h(x) = ax + b$ حيث : $h(-2) = 3$ و $h(4) = 6$

لإيجاد هذه الدالة نبحث عن العددين a و b.

$a = \frac{h(4)-h(-2)}{4-(-2)} = \frac{6-3}{4+2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

ولدينا $h(4) = \frac{1}{2} \times 4 + b$ ومنه $b = h(4) - \frac{1}{2} \times 4 = 6 - 2 = 4$

إذن الدالة h معرفة كما يلي: $h(x) = \frac{1}{2}x + 4$.

تمثيل دالة تآلفية بيانيا وقراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية

إذا كانت f دالة تآلفية معرفة كما يلي: $f(x) = ax + b$ و b≠0.

فإن تمثيلها البياني هو كل النقط ذات الإحداثيات $(x;y)$ بحيث $y = ax + b$ و هويمثل مستقيما لا يمر بالمبدأ بالضرورة، معادلته $y = ax + b$ ويكفي تعيين نقطتين لإنشائه.يسمى a معامل توجيه المستقيم أو ميل المستقيم . ويسمى b الترتيب إلى المبدأ.

قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية: النقطة $M(x_M;y_M)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة f معناه $y_M = f(x_M)$.

تعيين العاملين a و b إنطلاقا من التمثيل البياني لدالة تآلفية

من خلال قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية يمكننا استنتاج المعامل والترتيب إلى المبدأ لهذه الدالة وكتابة عبارتها الجبرية.

نعين نقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع محور التراتيب، فالعدد b هو ترتيب هذه النقطة.

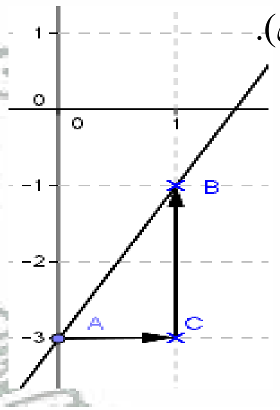
نختار نقطتين من التمثيل البياني فيكون معامل الدالة a هو حاصل قسمة الإزاحة العمودية (إلى الأعلى موجبة وإلى الأسفل سالبة) على الإزاحة (إلى اليمين موجبة وإلى اليسار سالبة).

ملاحظات:

1. لتسهيل الحساب نأخذ إزاحة أفقية قدرها 1 (إن أمكن).

مثال:

ليكن التمثيل البياني للدالة f كالتالي:



نعين A(0 ;-3) نقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة f مع محور التراتيب، فترتيبها إلى المبدأ هو العدد-3 = b.

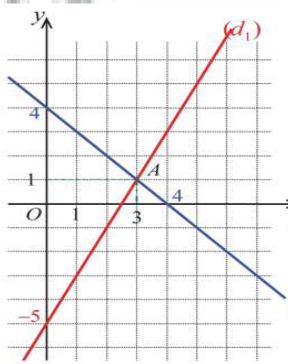
من A إلى B(-1 ; -1) الإزاحة أفقية 1 والإزاحة العمودية 2 فيكون معامل الدالة f هو العدد $2 = \frac{2}{1} = a$.

نكتب عبارتها: $f(x) = 2x - 3$

التفسير البياني لحل جملة معادلتين

لحل الجملة:

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$



- نرسم في المعلم المستقيمين
- (d_1) و (d_2) المعرفين بمعادلتيهما
  $y = 2x + 5$ و $y = 4 - x$
- (d_1) و (d_2) يتقاطعان فيالنقطة A
- إحداثيتا النقطة $A(3 ;1)$ هو حل لجملة المعادلتين

حل مشكلات مركبة تتدخل فيها النسبة المئوية

1) النسبة المئوية تمثل وضعية تناسبية.

2) حساب p% من المقدار x هو حساب y حيث $y = x\frac{p}{100}$.

مثال: تحتوي الطماطم على 87% ماء فكمية الماء الموجودة في حبة طماطم تزن 250g هي: 250×87÷100= 217,5g

3) زيادة المقدار x بنسبة p% هو حساب y حيث: $y = x + \frac{p}{100}x = (1 + \frac{p}{100})x$.

مثال: قدر سعر البرميل الواحد من البترول سنة 2012 بـــ 120دولار وارتفع هذا السعر من سنة 2012 إلى 2013 بـ 7%.

فالسعر الجديد هو $y= (1+\frac{7}{100})\times 120= 128,4$

4) انخفاض المقدار x بنسبة p% هو حساب y حيث: $y = x - \frac{p}{100}x = (1 - \frac{p}{100})x$.

مثال: انخفض عدد تلاميذ قسم مكون من 40 تلميذا بـ 10%

عدد التلاميذ بعد الانخفاض هو $y=(1-\frac{10}{100})\ 40=36$

13.الاحصاء

تجميع معطيات إحصائية في فئات وتنظيمها في جدول

عندما تكون المعطيات الإحصائية عديدة نقوم بتنظيمها في فئات من أجل تسهيل قراءتها وتفسيرها.

لتنظيم جدول الفئات، علينا اختيار عدد الفئات، هذا العدد يجب أن يكون قاسما لحجم العينة.

حساب تكرارت - حساب تكرارات نسبية

التكرار هو عدد مرات ظهور نوع معين من الميزة الإحصائية (الفئة).

التكرار الكلي للسلسلة هو عدد عناصر هذه السلسلة وهو عدد أفرلد المجتمع الإحصائي.

التواتر (التكرار النسبي) هو حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي.

حساب تكرارات مجمعة و تواترات مجمعة

عندما تكون سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا

التكرار المجمع المتزايد (الصاعد) لقيمة (لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (الفئة) وتكرارات القيم (الفئات) الأصغر منها.

التكرار المجمع المتناقص (النازل) لقيمة (لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (الفئة) وتكرارات القيم (الفئات) الأكبر منها.

التكرار النسبي المجمع المتزايد = التكرار المجمع المتزايد / التكرار الكلي

التكرار النسبي المجمع المتناقص = التكرار المجمع المتناقص / التكرار الكلي

ملاحظة :

- ✓ نسمي التكرار النسبي **تواترا** إذن: التكرار النسبي المجمع المتزايد هو **التواتر** المجمع المتزايد والتكرار النسبي المجمع المتناقص هو **التواتر** المجمع المتناقص.
- ✓ التكرار المجمع المتزايد لأكبر قيمة يساوي التكرار المجمع المتناقص لأصغر قيمة ويساوي التكرار الكلي.

التواتر المجمع المتزايد لأكبر قيمة يساوي التواتر المجمع المتناقص لأصغر قيمة ويساوي التواتر الكلي ويساوي العدد 1.

تعيين المتوسط لسلسلة إحصائية وترجمتها

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو حاصل قسمة مجموع قيم هذه السلسلة (مراكز الفئات) على عدد قيمها (عدد الفئات).

الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية هو حاصل قسمة مجموع جداءات كل قيمة (مراكز الفئات) بتكرارها على مجموع التكرارات (عدد كل الفئات).

ملاحظة: عند حساب الوسط الحسابي والوسط الحسابي المتوازن لا يهم ترتيب السلسلة الإحصائية.

تعيين الوسيط ومدى سلسل إحصائية وترجمتها

وسيط سلسلة إحصائية **مرتبة** هو القيمة التي **عدد** القيم الأصغر منها **مساويا لعدد** القيم الأكبر منها.

- إذا كان **n** عدد قيم السلسلة الإحصائية **فرديا** فإن الوسيط هو القيمة ذات المرتبة $\frac{n+1}{2}$.

ملاحظة: في حالة سلسة إحصائية مرتبة ومجمعة في **فئات** ، نبحث عن الفئة التي **ينتمي** إليها **الوسيط** و نسمي الفئة التي ينتمي إليها الوسيط بالفئة الوسيطية

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة واصغر قيمة للميزة في سلسلة إحصائية.

تمثيل سلسلة إحصائية

لتمثيل معطيات إحصائية يمكن اختيار مخططات مختلفة:

1-مخطط بالأعمدة: في هذا المخطط يكون ارتفاع كل عمود متناسب مع التكرار المتعلق به.

2-مخطط دائري أو نصف دائري: تكون أقياس الزوايا متناسبة مع المقادير الممثلة لها.

3-مخطط مستطيلات: في هذا المخطط يكون ارتفاع كل مستطيل متناسب مع التكرار المتعلق بالفئة

14.تعريف الدوران – صورة نقطة بدوران

- ✓ تحويل شكل بدوران مركزه O هو إدارته حول النقطة O ، باتجاه معين وبزاوية محددة، مع الحفاظ على المسافة نفسها بين نقاط الشكل والنقطة O.

ملاحظات :

- ✓ يتميز الدوران بمركزه وزاويته واتجاهه.
- ✓ يصطلح على أن يكون الاتجاه الموجب عكس حركة عقارب الساعة واتجاه السالب الموافق لها.
- ✓ نأخذ عامة الاتجاه الموجب كاتجاه للدوران ما لم يذكر عكس ذلك.
- ✓ الدوران الذي زاويته $180°$ هو تناظر مركزي.

صورة مركز الدوران هي نفسها

خواص الدوران وتوظيفها

- ❖ خواص الدوران:الدوران يحفظ الأطوال و أقياس الزوايا و الاستقامية وطبيعة الأشكال.

إنَّ اللَّهَ لا يَقْبِضُ العِلْمَ انْتِزَاعًا يَنْتَزِعُهُ مِنَ العِبَادِ، ولَكِنْ يَقْبِضُ العِلْمَ بقَبْضِ العُلَمَاءِ، حتَّى إذَا لَمْ يُبْقِ عَالِمًا اتَّخَذَ النَّاسُ رُؤُوسًا جُهَّالًا، فَسُئِلُوا فأفْتَوْا بغيرِ عِلْمٍ، فَضَلُّوا وأَضَلُّوا

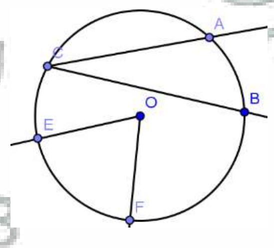
15. التعرّف على الزاوية المركزية والزاوية المحيطية و العلاقة بينهما

- ❖ **الزاوية المحيطية** في دائرة هي زاوية رأسها نقطة من الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة في نقطتين.
- ❖ **الزاوية المركزية** في دائرة هي زاوية رأسها هو مركز الدائرة.

مثال: (c) دائرة مركزها O.

الزاوية $\widehat{ACB}$ محيطية في الدائرة (c) تحصر القوس $\widehat{AB}$.

الزاوية $\widehat{EOF}$ مركزية في الدائرة (c) تحصر القوس $\widehat{EF}$.



ملاحظات:

✓ قيس الزاوية المحيطية في دائرة هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر القوس نفسه معها.

كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر القوس نفسه متقايسة

عن جابر بن عبدالله -رضي الله عنه- قال: قال رسول الله صلّى الله عليه وسلم: (سلُوا اللهَ علمًا نافعًا، وتَعَوَّذُوا باللهِ منْ علمٍ لا ينفعُ).

التعرّف على الكرة والجلة

- ❖ **الكرة** : التي مركزها O ونصف قطرها R هي كل النقط M من الفضاء حيث: MO = R

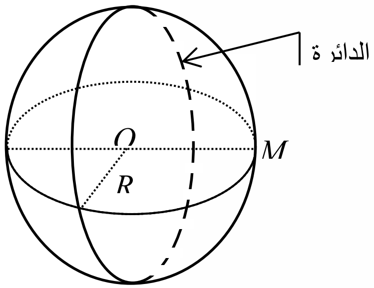
ملاحظة 1: تولد الكرة من دوران دائرة حول أحد أقطارها.

- ❖ **الجلة**: التي مركزها O ونصف قطرها R هي كل النقط M من الفضاء حيث : MO ≤ R

ملاحظة 2: - الجلة هي الكرة وما بداخلها.

- كل دائرة مركزها O ونصف قطرها R تسمى دائرة كبرى في الكرة أو الجلة.

حساب مساحة الكرة وحجم الجلة



- ❖ **مساحة الكرة** $S = 4\pi R^2$
- ❖ **حجم الجلة** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

ملاحظة:

✓ يجب مراعاة الوحدات عند حساب المساحة والحجم.

✓ تولد الكرة من دوران دائرة حول أحد أقطارها.

16.معرفة واستعمال المقاطع المستوية للمجسمات المألوفة

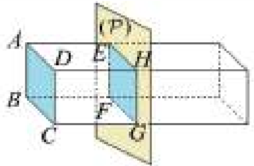
- ✓ المستقيم العمودي على مستويي عمودي على كل المستقيمات المحتواة في هذا المستوي.
- ✓ المستقيمان المتوازيان في الفضاء هما مستقيمان محتويان في المستوي نفسه إما متطابقان وإما منفصلان.
- ✓ نقول عن مستقيم أنه مواز لمستوي إذا كان موازيا لأحد المستقيمات المحتواة في هذا المستوي.
- ✓ تقاطع مستوي بمجسم يسمى مقطعا مستويا لهذا المجسم.

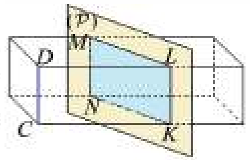
❖ مقطع موشور قائم بمستوي

المقطع المستوي الموازي لقاعدة موشور قائم هو سطح له نفس طبيعة القاعدة ونفس أبعادها.

❖ مقطع متوازي مستطيلات بمستوي

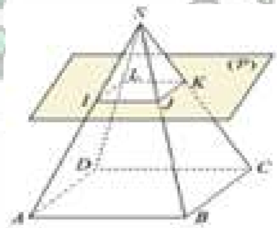
- مقطع متوازي مستطيلات بمستوي يوازي أحد أوجهه هو مستطيل له نفس بعدي الوجه الموازي له.
- مقطع متوازي مستطيلات بمستوي يوازي أحد أو حرفه هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي طول ذلك الحرف.



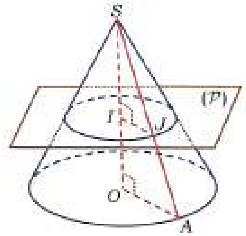


❖ مقطع هرم بمستوي

مقطع هرم بمستوي مواز لقاعدته
هو سطح له نفس طبيعة القاعدة وبأبعاد مصغرة.

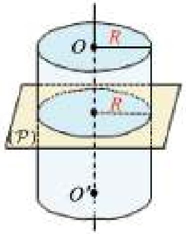


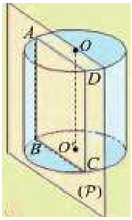
❖ مقطع مخروط بمستوي



مقطع مخروط دوراني بمستوي مواز لقاعدته
هو قرص مصغر لقاعدته.

❖ مقطع اسطوانة بمستوي





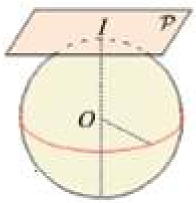
- مقطع أسطوانة بمستوي مواز لمحورها هو مستطيل طوله أو عرضه يساوي ارتفاع الاسطوانة.
- مقطع أسطوانة بمستوي مواز لقاعدتها هو قرص قابل للتطابق مع قاعدتها.

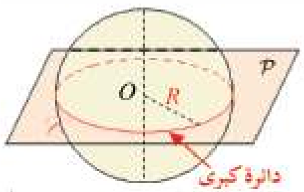
❖ مقطع كرة بمستوي

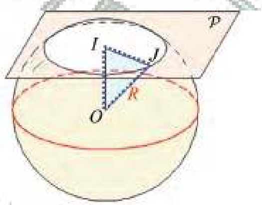
الحالة 1: OI=R فمقطع الكرة بالمستوي (p) هو النقطة I.
نسمي المستوي : مستويا مماسا للكرة والنقطة I: نقطة تماس الكرة بالمستوي (p).

الحالة 2: 0<OI<R فمقطع الكرة بالمستوى (p) هو دائرة نصف قطرها: $\sqrt{R^2 - OI^2}$.

الحالة 3: OI=0 أي أن O و I متطابقتان وهذا يعني أن المستوي (p) يمر بمركز الكرة.
مقطع كرة بمستوي يمر بمركزها هو دائرة كبرى.



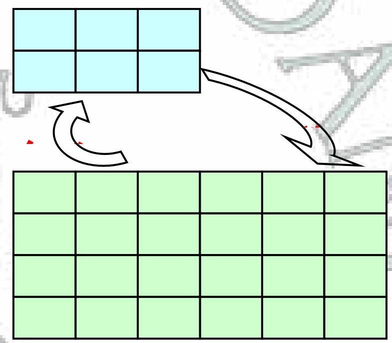




17. معرفة الآثار على مساحة وحجم مجسم عند تكبير أو تصغير أبعاد هذا المجسم

إذا ضربنا أبعاد مجسم بالعدد k فقد قمنا:

- ✓ بتكبير المجسم إذا كان $k>1$ في هذه الحالة العدد k سلم يسمى التكبير
- ✓ بتصغير المجسم إذا كان $0<k<1$ في هذه الحالة العدد k سلم يسمى التصغير.
- ✓ التكبير والتصغير لا يغيران طبيعة المجسمات.
- ✓ التكبير والتصغير لا يغيران أقياس الزوايا.
- ✓ إذا كبرنا أو صغرنا مجسما بالسلم k فإن:



أبعاده تضرب بالعدد k.

مساحته تضرب بالعدد k^2.

حجمه يضرب بالعدد k^3.

أمثلة: املأ الجدول

الانتقال	الأبعاد ضربت في	ضرب الحجم في
من المكعب (1) إلى المكعب (2)	4	4^3
من المكعب (2) إلى المكعب (1)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4^3}$

"اللهم إني أسألك بأسمائك الحسنى وصفاتك العلى، أن تبارك في والدي وتحفظهما، وأن تمدهما بالصحة والعافية، وأن ترزقهما السعادة في الدنيا والآخرة. اللهم اغفر لهما وارحمهما كما ربياني صغيرًا، واجعلني قرة عين لهما ومصدر سعادتهما. اللهم وأنا عبدك، أسألك أن توفقني في دراستي وعملي، وأن تجعلني من الصالحين الذين تحبهم وترضى عنهم، وأن تيسر لي أموري كلها، وأن تجعلني مباركًا أينما كنت".