ملخص دروس الرياضيات

4 متوسط

إعداد الأستاذ:

بـنـونـــاس سـفـيـان

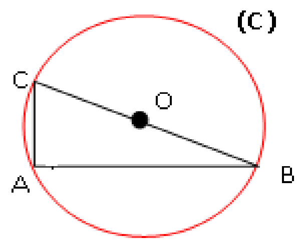
طرق إثبات أنّ المثلث قائم

الدائرة المحيطة بمثلث قائم:

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به و جميع نقاطه تنتمي إلى محيط الدائرة فإن المثلث قائم.

مثال:

- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

بما أن $[CB]$ قطر للدائرة و النقط A ، B ، C تنتمي إلى محيط الدائرة (C) ، فإن ABC مثلث قائم في A.

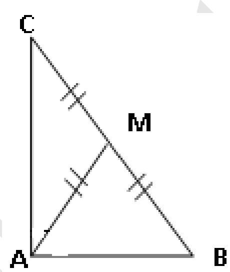
المتوسط المتعلق بوتر في مثلث قائم:

إذا كان في مثلث طول المتوسط يساوي نصف طول الضلع المتعلق به فإن هذا المثلث قائم و نعتبر الضلع وترًا.

مثال:

BC=4cm و AM=2cm.

- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

AM متوسط متعلق بالضلع $[BC]$.

و $AM = \frac{BC}{2}$

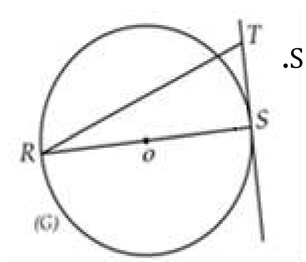
وعليه: ABC مثلث قائم في A.

المماس في الدائرة:

إذا تقاطع مماس الدائرة مع قطرها في نقطة ما، فإنهما يشكلان زاوية قائمة.

مثال:

- بيّن أن RST مثلث قائم في S.



الحل:

المماس (ST) يتقاطع مع القطر $[SR]$ في النقطة S.

و منه: $(ST) \perp (SR)$

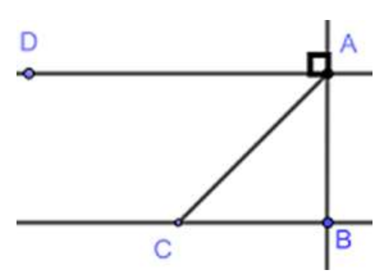
نستنتج أن RST مثلث قائم في S.

مستقيم عمودي على مستقيمين متوازيين:

إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه حتما سوف يعامد المستقيم الأخر.

مثال: لديك: (AD) // (BC)

- بيّن أن ABC مثلث قائم في B.



الحل:

$$\begin{cases} (AD)//(BC) \\ (AD) \perp (AB) \end{cases} (AB) \perp (BC)$$

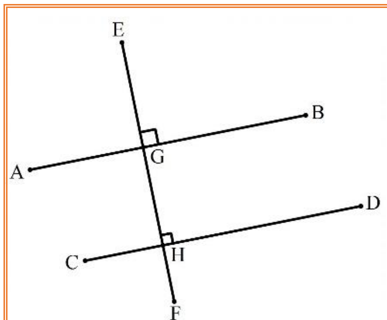
نستنتج أنّ ABC مثلث قائم في B.

طرق إثبات التوازي

طريقة 1:

المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان .

$$\begin{cases}(EF)\perp(AB)\\(EF)\perp(CD)\end{cases}(AB)//(CD)$$



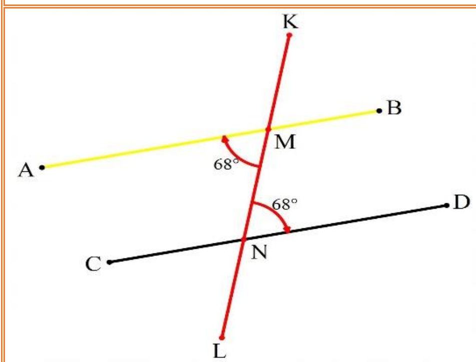
طريقة 2:

إذا كان مستقيمان متوازيان، فإنّ كل مستقيم يوازي أحدهما فهو يوازي الآخر.

$$\begin{cases}(IJ)//(AB)\\(IJ)//(CD)\end{cases}(AB)//(CD)$$

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين.

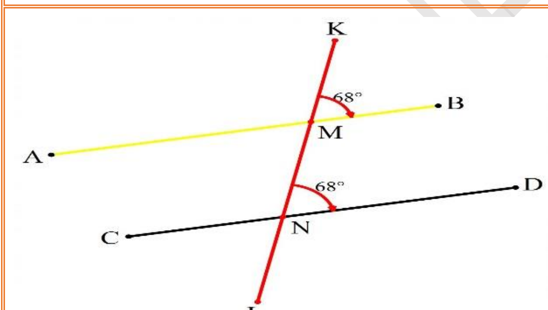


الزاويتان $A\hat{M}L$ **و** $K\hat{N}D$ **متبادلتان داخليا و متقايستان.**

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متماثلتين متقايستين.



الزاويتان $K\hat{M}B$ **و** $K\hat{N}D$ **متماثلتان و متقايستان.**

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 4:

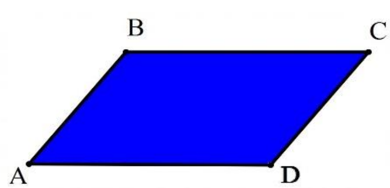
في متوازي الأضلاع (كيفي، مستطيل، مربع) كل ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيان.

ABCD **متوازي أضلاع.**

إذن:

(AB)//(DC)

(BC)//(AD)



خاصية فيثاغورس

تعريف :

إذا كان مثلث قائما، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

هدفها:

حساب طول الوتر أو طول أحد الضلعين القائمين.

شرطها:

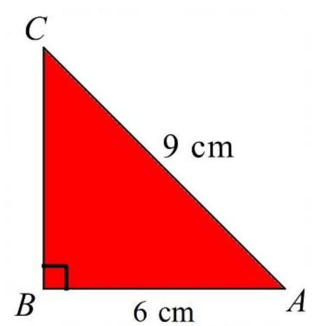
أن يكون المثلث المعطى قائما.

ملاحظة:

طول الوتر^2= الضلع القائم^2 + الظلع القائم^2

ضلع القائم^2= الوتر^2 - الضلع القائم^2

مثال:



ABC مثلث قائم في **B** حيث: AB=6 cm ، AC= 9cm

- احسب طول الضلع BC.

الحل:

لدينا : ABC مثلث قائم في **B**.

بتطبيق خاصية فيثاغورس نجد:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$
$$BC^2 = 9^2 - 6^2$$
$$BC^2 = 81 - 36$$
$$BC^2 = 45$$
$$BC = \sqrt{45}$$
$$\boxed{BC = 6.71cm}$$

خاصية فيثاغورس العكسية

تعريف :

إذا كان في مثلث مربع الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين فإن المثلث قائم.

هدفها:

إثبات أن المثلث قائم.

شرطها:

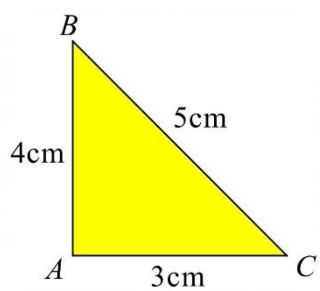
أن يكون عندك مثلث + معرفة جميع أطوال أضلاعه.

خطواتها:

1. **نربع الضلع الأكبر (وحده).**
2. **نربع الضلعين الصغيرين (معًا) ثم نجمعهما.**
3. **نقارن النتيجتين فإذا كانتا متساويتين فالمثلث قائم.**

مثال:

ABC **مثلث حيث:** AB=4 cm ، AC=3 cm ، BC=5 cm



- **بيّن أن المثلث** ABC **قائم في** A.

الحل:

لدينا: ABC **مثلث.**

بتطبيق خاصية فيثاغورس العكسية نجد:

$$\begin{cases} BC^2 = 5^2 = 25 \\ AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{cases}$$

فإن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

نستنتج أن المثلث ABC **مثلث قائم في A.**

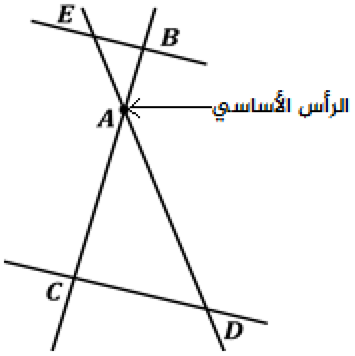
خاصية طالس

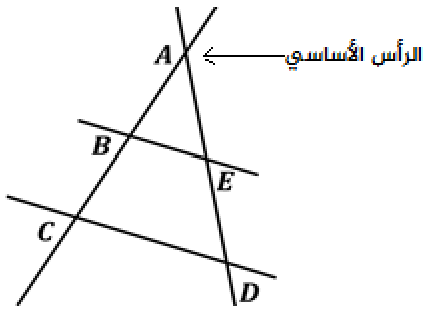
تعريف :

المستقيمان (BC) و (ED) متقاطعان في النقطة A.

إذا كان المستقيمان $(BE)//(CD)$

فإن : $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$





هدفها:

- حساب طول أحد الأضلاع.
- حساب أحد النسب المثلثية (كسر من الكسور).

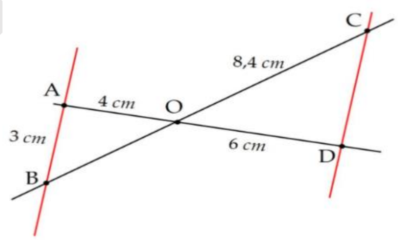
شرطها:

التوازي. (إذا لم يعط في نص التمرين، نثبته بإحدى طرق إثبات التوازي).

مثال:

(AB)//(DC)

- احسب الطول OB.



الحل:

لدينا: $(AB)//(DC)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{OB}{8.4} = \frac{3}{DC}$$

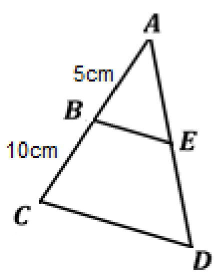
$$OB = \frac{4 \times 8.4}{6}$$

$$\boxed{OB = 5,6\ cm}$$

مثال:

(BE)//(CD)

- بيّن أن $\frac{BE}{CD} = \frac{1}{3}$.



الحل:

لدينا: (BE)//(CD)

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

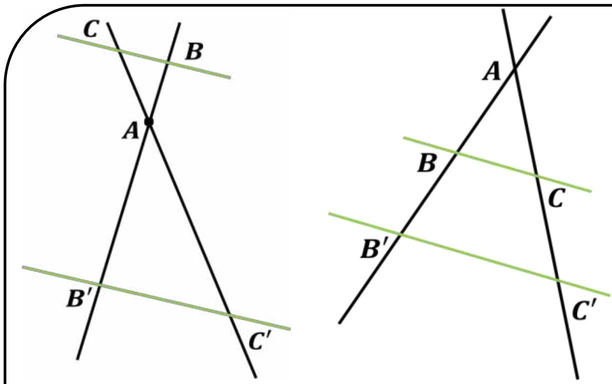
$$\frac{5}{15} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{5}{15} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{BE}{CD} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

خاصية طالس العكسية

تعريف :



المستقيمان (d) و (d') متقاطعان في النقطة A.

B و B' نقطتان من (d) و C و C' نقطتان من (d').

إذا كان:

1- النقط : A ، B ، B' و A ، C ، C' على استقامة واحدة وبنفس الترتيب.

2- $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

فإن: $(B'C')//(BC)$

هدفها:

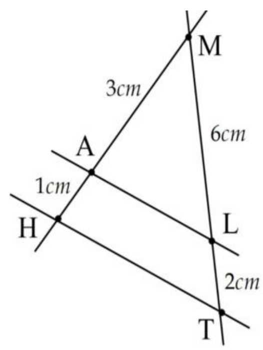
إثبات التوازي.

شرطها:

إستقامية النقط و اتباعها نفس الترتيب.

مثال:

هل $(AL)//(HT)$ ؟



الحل:

لدينا: النقط T, L, M و النقط H, A, M على استقامة واحدة و بنفس الترتيب.

بتطبيق خاصية طالس العكسية نجد:

$$\begin{cases} \frac{MA}{MH} = \frac{3}{4} \\ \frac{ML}{MT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$ فإن: $$\frac{MA}{MH} = \frac{ML}{MT}$$

نستنتج أن: $(AL)//(HT)$

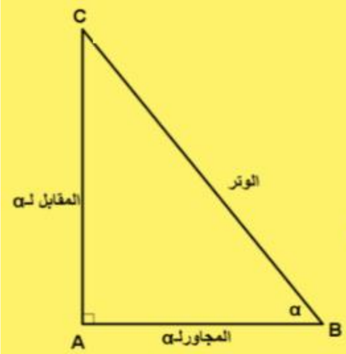
النسب المثلثية

القوانين:

جيب تمام زاوية حادة = $\frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Cos

جيب زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Sin

ظل زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$ و نرمز له بـ Tan



$$COS\alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$SIN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$TAN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

شرطها:

- أن يكون المثلث المعطى قائمًا.

هدفها:

- حساب قيس زاوية. (يجب توفر ضلعين)
- حساب طول أحد أضلاع المثلث القائم. (يجب توفر زاوية + ضلع)

خطوات الحل:

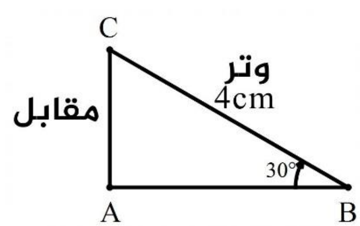
1. نحدد الزاوية و الضلعين المقصودين.
2. نضع القانون المناسب ثم نعوض عدديًا.

حساب طول ضلع:

ABC مثلث قائم في A حيث: $A\hat{B}C = 30^0$ و BC=4cm

- احسب الطول AC.

الحل:



$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{4}$$

$$AC = \frac{4 \times \sin 30^\circ}{1}$$

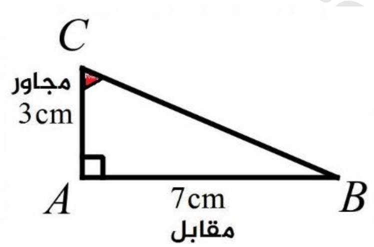
$$\boxed{AC = 2cm}$$

حساب قيس زاوية:

ABC مثلث قائم في A حيث: AB=7cm ، AC=3cm.

- اوجد $A\hat{C}B$.

الحل:



$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A\hat{C}B = \frac{7}{3}$$

$$\tan A\hat{C}B = 2,33$$

$$shift \to \tan \to 2,33 \to \boxed{A\hat{C}B = 67^\circ}$$

قوانين تربط بين النسب المثلثية:

- بمعرفة $\cos\alpha$ يمكن إيجاد $\sin\alpha$ (أو العكس).	$\sin^2\propto + \cos^2\propto = 1$
- بمعرفة كل من $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ يمكن إيجاد $\tan\alpha$.	$\tan\propto = \dfrac{\sin\propto}{\cos\propto}$

مثال:

ABC مثلث قائم حيث: $\cos\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

- احسب كل من $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$.

الحل:

- حساب $\sin\alpha$:

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$
$$(\sin\alpha)^2 = 1 - (\cos\alpha)^2$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-(\cos\alpha)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4}{4}-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$$
$$\boxed{\sin\alpha = \frac{1}{2}}$$

- حساب $\tan\alpha$:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$
$$\tan\alpha = \frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

القاسم المشترك الأكبر

تعريف:

القاسم المشترك الأكبر (بالإنجليزية: Greatest common divisor) لعددين هو أكبر عدد يقسم في نفس الوقت العددين معاً بدون أي باقي قسمة.

طرق حساب القاسم المشترك الأكبر:

1. القواسم المشتركة.
2. عملية الطرح المتتالي.
3. القسمة الاقليدية.

إثبات أنّ العددان ليسا أوليان فيما بينهما:

حالة 1: نثبت أن العددان يقبلان القسمة على 2 أو 3 أو 5. (دون حساب)

حالة 2: نحسب القاسم المشترك الأكبر و نجده مختلف عن 1. (حساب)

القواسم المشتركة:	عملية الطرح المتتالي:	القسمة الإقليدية:
حساب القاسم المشترك للعددين 48 و 60: $48 = 1 \times 48$ $48 = 2 \times 24$ $48 = 3 \times 16$ $48 = 4 \times 12$ $48 = 6 \times 8$ قواسم العدد 48 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 48. $60 = 1 \times 60$ $60 = 2 \times 30$ $60 = 3 \times 20$ $60 = 4 \times 15$ $60 = 5 \times 12$ $60 = 6 \times 10$ قواسم العدد 60 هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60. **PGCD (48; 60) = 12**	حساب القاسم المشترك للعددين 1575 و 3465: 3465-1575=1890 1890-1575=315 1575-315=945 945-315=630 630-315=315 315-315=0 **PGCD (3465; 1575) =315**	حساب القاسم المشترك للعددين 468 و 528: $528 = 468 \times 1 + 60$ $468 = 60 \times 7 + 48$ $60 = 48 \times 7 + 12$ $48 = 12 \times 4 + 0$ **PGCD (468; 528) =12**

طرق استعمال القاسم المشترك الأكبر:

1. اختزال الكسور و حساب عبارات جبرية:

مثال:

- اكتب العدد $\frac{187}{119}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- احسب العبارة A حيث: $A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$

الحل:

$$187 = 119\times1 + 68$$
$$119 = 68\times1 + 51$$
$$68 = 51\times 1+ 17$$
$$51 = 17\times3 + 0$$

PGCD (187; 119) = 17

- **الاختزال:** $\frac{187 \div 17}{119 \div 17} = \frac{11}{7}$

حساب العبارة A:

$$A = \frac{20}{7} - \frac{187}{119}$$
$$A = \frac{20}{7} - \frac{11}{7}$$
$$A = \frac{9}{7}$$

2. حساب عدد الأشجار أو عدد الأعمدة:

مثال:

يملك فلاح مزرعة مستطيلة الشكل بعداها 112m و 98m .

يريد الفلاح غرس أشجار صنوبر حول المزرعة على أن يغرس شجرة في كل ركن و تكون المسافة الفاصلة بين شجرتين متتاليتين ثابتة.

- **ما هو أقل عدد من الأشجار التي يجب على الفلاح غرسها ؟**

الحل:

$$\boxed{\text{عدد الأشجار} = \frac{\text{المحيط الكلي}}{\text{المسافة بين كل شجرتين}}}$$

PGCD (112; 98) = 14

المسافة بين كل شجرتين هي 14m.

- **حساب المحيط الكلي:** P= 112+98+112+98= 420m
- **حساب عدد الأشجار:**

نرمز لعدد الأشجار بـ n $n = \frac{420}{14} = 30$ **عدد الأشجار هو 30 شجرة.**

3. حساب عدد المربعات أو البلاطات:

مثال:

يريد عمر تبليط حجرة طولها 4,5m **و** 3m **باستعمال بلاطات مربعة متماثلة.**

- **احسب عدد البلاطات المستعملة.**

الحل:

$$\boxed{\text{عدد البلاطات} = \frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{مساحة البلاطة الواحدة}}}$$

- **التحويل:**

4,5 m = 45 dm
3 m = 30 dm

- **حساب مساحة البلاطة الواحدة:**

PGCD (45; 30) = 15 dm

طول ضلع البلاطة الواحدة هو 15 dm.

$S = 15 \times 15 = 225\ dm^2$

مساحة البلاطة الواحدة هي $225\ dm^2$.

- **حساب مساحة الحجرة:**

$S = 30 \times 45 = 1350\ dm^2$

مساحة الحجرة هي $1350\ dm^2$.

- **حساب عدد البلاطات:**

نرمز لعدد البلاطات بـ n $n = \frac{1350}{225} = 6$ **عدد البلاطات هو 6 بلاطات.**

تحليل عبارة جبرية

❖ العامل المشترك:

استخراج العامل المشترك (إشارة، عدد، حرف) و كتابة ما تبقى بين قوسين.

مثال:

$$-18x-27=-9\times 2\times x-9\times 3=-9(2x+3)$$

$$-35x^2-50x=-5\times 7x^2-5\times 10x=-5x(7x+10)$$

$$42x^3-24x^2+12x=6\times 7\times x^3-6\times 4\times x^2+6\times 2\times x=6x(7x^2-4x+2)$$

❖ قوس مشتركة:

1. استخراج القوس المشتركة و الإبقاء على بقية الأقواس أو الأطراف بين عارضتين.
2. تبسيط ما بداخل العارضتين.

أمثلة:

$C=(3x+5)(4x+7)+(3x+5)$ $C=(3x+5)[(4x+7)+1]$ $C=(3x+5)[4x+7+1]$ $C=(3x+5)(4x+8)$	$B=8x(6x-10)+5(6x-10)$ $B=(6x-10)(8x+5)$	$A=(2x+1)(x+3)-(2x+1)(7x-5)$ $A=(2x+1)[(x+3)-(7x-5)]$ $A=(2x+1)[x+3-7x-5]$ $A=(2x+1)[x-7x+3-5]$ $A=(2x+1)(-6x-2)$
	$E=(28x-20)(x+3)-(7x-5)(3x+18)$ $E=4(7x-5)(x+3)-(7x-5)(3x+18)$ $E=(7x-5)[4(x+3)-(3x+18)]$ $E=(7x-5)[4x+12-3x-18]$ $E=(7x-5)[4x-3x+12-18]$ $E=(7x-5)(x-6)$	$D=(4x+9)^2+(4x+9)(3x-1)$ $D=(4x+9)(4x+9)+(4x+9)(3x-1)$ $D=(4x+9)[(4x+9)+(3x-1)]$ $D=(4x+9)[4x+9+3x-1]$ $D=(4x+9)[4x+3x+9-1]$ $D=(4x+9)(7x+8)$

❖ المتطابقات الشهيرة (مربع مجموع - مربع فرق):

نجد ثلاث أطراف (درجة ثانية - درجة أولى - عدد طبيعي).

أمثلة:

$a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$	$a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$
$F=25x^2-40x+16$ $F=(5x)^2-2\times 5x\times 4+4^2$ $F=(5x-4)^2$	$E=9x^2+12x+4$ $E=(3x)^2+2\times 3x\times 2+(2)^2$ $E=(3x+2)^2$

❖ المتطابقات الشهيرة (جداء مجموع حدين و فرقهما):

نجد طرفين بينهما عملية طرح (−) .

أمثلة:

$A=9x^2-16$ $A=(3x)^2-4^2$ $A=(3x+4)(3x-4)$	$B=25x^2-3$ $B=(5x)^2-(\sqrt{3})^2$ $B=(5x+\sqrt{3})(5x-\sqrt{3})$
$D=(3x-1)^2-(7x+2)^2$ $D=\left[(3x-1)+(7x+2)\right]\left[(3x-1)-(7x+2)\right]$ $D=\left[3x-1+7x+2\right]\left[3x-1-7x-2\right]$ $D=\left[3x+7x-1+2\right]\left[3x-7x-1-2\right]$ $D=(10x+1)(-4x-3)$	$C=9-(4x+5)^2$ $C=(3)^2-(4x+5)^2$ $C=\left[3+(4x+5)\right]\left[3-(4x+5)\right]$ $C=\left[3+4x+5\right]\left[3-4x-5\right]$ $C=\left[4x+3+5\right]\left[-4x+3-5\right]$ $C=(4x+8)(-4x-2)$

❖ معادلة الجداء المعدوم:

إذا كان : $(ax+b)(cx+d)=0$ **فإن :** $ax+b=0$ أو $cx+d=0$

أمثلة:

$(5x-1)(2x+3)=0$ $5x-1=0$ أو $2x+3=0$ $5x=1$ أو $2x=-3$ $x=\frac{1}{5}$ أو $x=-\frac{3}{2}$ **للمعادلة حلان هما** $-\frac{3}{2}$ **و** $\frac{1}{5}$.	$9x(-4x+12)=0$ $9x=0$ أو $-4x+12=0$ $x=\frac{0}{9}$ أو $-4x=-12$ $x=0$ أو $x=\frac{-12}{-4}=3$ **للمعادلة حلان هما 3 و 0.**	$8(3x-1)=0$ $3x-1=0$ $3x=1$ $x=\frac{1}{3}$ **للمعادلة حل وحيد** $\frac{1}{3}$.

النسبة المئوية

❖ تحديد عبارة الدالة الخطية المنمذجة للوضعية التناسبية:

نحسب معامل الدالة الخطية a حسب الوضعية المعطاة.

- في حالة الأخذ: $a= P\%$
- في حالة الزيادة: $a= 1 + P\%$
- في حالة التخفيض: $a= 1 - P\%$
- بدلالة الجديد و القديم: $a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$

❖ حساب المقدار الجديد أو القديم:

1. تعطى لنا النسبة المئوية.
2. نحسب المعامل a باختيار أحد القوانين الثلاثة:
   - في حالة الأخذ: $a= P\%$
   - في حالة الزيادة: $a= 1 + P\%$
   - في حالة التخفيض: $a= 1 - P\%$
3. ثم نطبق القانون: القديم × a = الجديد

مثال 1:

سعر حذاء 1500DA زاد سعره بـ 20%.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الحذاء بعد الزيادة.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$a= 1 + P\%=1+0.\ 2=1.\ 2$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x)=1.2x$

إيجاد سعر الحذاء بعد الزيادة:

$1,2\times1500=1800DA$

مثال 2:

سعر ثلاجة 950000DA. انخفض سعرها بـ 25%.

1. أوجد عبارة الدالة الخطية f المنمذجة لهذه الوضعية.
2. أوجد سعر الثلاجة بعد التخفيض.

الحل:

إيجاد عبارة الدالة الخطية:

$a= 1 - P\%=1+0.\ 25=0.\ 75$

عبارة الدالة الخطية هي: $f(x)=0.75x$

إيجاد سعر الحذاء بعد التخفيض:

$0,75\times950000=712500DA$

❖ حساب النسبة المئوية:

1. نحسب المعامل a عبر القانون: $a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}$
2. نقارن a بالعدد 1.

مثال 1:

سعر حاسوب 45000DA. أصبح سعره بعد الزيادة 54000DA.

- أحسب نسبة الزيادة في سعره.

الحل:

$a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}=\frac{54000}{45000}=1,2$

$P\%=1,2-1=0,2=20\%$

مثال 2:

سعر كتاب 2000DA. أصبح سعره بعد الزيادة 1800DA.

- أحسب نسبة التخفيض في سعره.

الحل:

$a=\frac{\text{الجديد}}{\text{القديم}}=\frac{1800}{2000}=0,9$

$P\%=1-0,9=0,1=10\%$

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

الزاوية المركزية: هي زاو ية رأسها هو مركز الدائرة.

الزاو ية المحيطية: هي زاوية رأسها نقطة من محيط الدائرة وضلعاها وتران للدائرة.

خاصية:

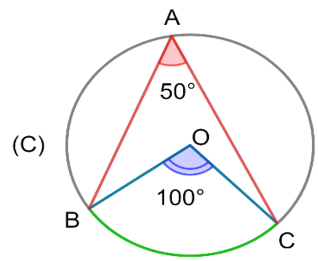
إذا كانت **الزاوية المحيطية** و **الزاوية المركزية** في دائرة تحصران نفس القوس فإن:

قيس **الزاوية المحيطية** = **نصف** قيس **الزاوية المركزية**.

مثال:

الزاوية المحيطية $B\hat{A}C$ و الزاوية المركزية $B\hat{O}C$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BC}$

إذن: $B\hat{A}C = \frac{1}{2} B\hat{O}C$



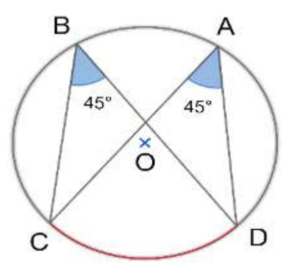
خاصية:

إذا كانت **زاويتان محيطيتان** في دائرة تحصران نفس القوس فإن: لهما **نفس القيس**.

مثال:

الزويتان المحيطيتان $C\hat{A}D$ و $C\hat{B}D$ تحصران نفس القوس CD

إذن: $C\hat{A}D = C\hat{B}D$



ملاحظة: تلخيص الأستاذ بركان عبد الإله.

الدالة الخطية و الدالة التألفية

❖ إيجاد عبارة دالة:

لإيجاد عبارة دالة نحسب المعاملين a و b.

حسابيا:

الدالة خطية:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}}{\text{عدد}}$ أو $a=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}$

مثال:

f دالة خطية حيث: f(2)=-4

f دالة خطية تشمل النقطة A حيث: A (2 ; -4)

– أوجد عبارة الدالة f.

الحل:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}}{\text{فاصلة}}=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}=\frac{4}{-2}=-2$

عبارة الدالة f هي: $\boxed{f(x)=-2x}$

الدالة تألفية:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}-\text{صورة}}{\text{عدد}-\text{عدد}}$ أو $a=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}$

حساب b: نحل المعادلة $ax+b=g(x)$

مثال:

g دالة تألفية حيث: g(2)=5 و g(-1)=-4

g دالة تألفية تشمل النقطتين C و D حيث: C (2 ; 5) و D (-1 ; -4)

– أوجد عبارة الدالة g.

الحل:

حساب a: $a=\frac{\text{صورة}-\text{صورة}}{\text{عدد}-\text{عدد}}=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}=\frac{5-(-4)}{2-(-1)}=3$

حساب b:

$$3\times 2+b=5$$
$$6+b=5$$
$$b=5-6$$
$$b=-1$$

أو

$$3\times -1+b=-4$$
$$-3+b=-4$$
$$b=-4+3$$
$$b=-1$$

عبارة الدالة g هي: $\boxed{g(x)=3x-1}$

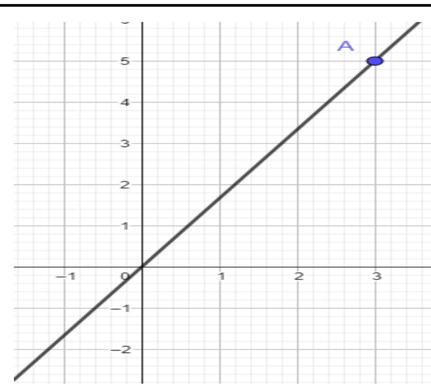
بيانيا:

الدالة خطية:

حساب a: نختار نقطة من المنحنى ثم نطبق القانون:

$a=\frac{\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}}$

مثال:



$a=\frac{5}{3}$

$f(x)=\frac{5}{3}x$

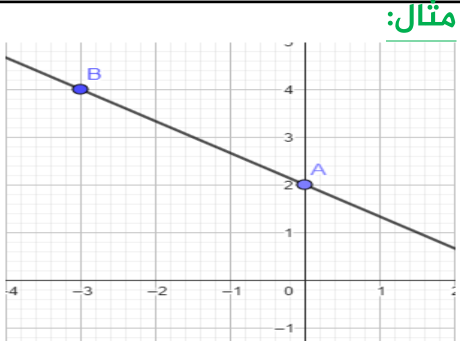
الدالة التألفية:

حساب a: نختار نقطتين من المنحنى ثم نطبق القانون:

$a=\frac{\text{ترتيبة}-\text{ترتيبة}}{\text{فاصلة}-\text{فاصلة}}$

إيجاد b: هي ترتيبة نقطة تقاطع المنحنى مع محور التراتيب.

مثال:



$$a=\frac{4-2}{-3-0}=-\frac{1}{3}$$
$$b=2$$
$$g(x)=-\frac{1}{3}x+2$$

❖ حساب الصورة :

لحساب صورة عدد في دالة خطية أو تآلفية نعوض العدد المعطى في عبارة الدالة.

مثال:

f دالة تآلفية حيث: f(x) = -2x + 5

- أوجد f(4) (صورة العدد 4)

الحل:

$$f(4)=-2\times 4+5=-8+5=-3$$

❖ حساب عدد صورته معلومة (فاصلة):

لحساب عدد (فاصلة) صورته معلومة سواء في دالة خطية أو تآلفية نحل المعادلة:

صورة معطاة = عبارة الدالة

مثال:

g دالة تآلفية حيث: g(x) = 4x - 5

- أوجد العدد الذي صورته 27.

الحل:

$$g(x)=27$$
$$4x-5=27$$
$$4x=27+5$$
$$4x=32$$
$$x=\frac{32}{4}$$
$$x=8$$
$$\boxed{g(8)=32}$$

❖ التحقق من إنتماء نقطة إلى المنحنى:

نعوض الفاصلة المعطاة في عبارة الدالة لحساب الصورة، فإذا كانت نفسها قيمة الترتيبة المعطاة، فإن النقطة تنتمي إلى منحنى الدالة.

مثال:

h دالة تآلفية حيث: h (x) = −6x + 1

هل النقطة A(7 ; −41) تنتمي إلى منحنى الدالة h ؟

الحل:

$$h(7)=-6\times 7+1=-42+1=-41$$

نعم النقطة A تنتمي إلى منحنى الدالة h.