" قال أخرقتها لتُغرق أهلها " ☜ "الظاهر : ابتلاء ☜ والو اقع : فرَج." مُدهش عندما تظن أن الله ابتلاك ثم تكتشف أنّه أنقذك من البلاء. كم خَرقت الأيام لنا من سُفن فاشتكينا وبكينا ولم نعلم إلا بعد سنوات أن الله نجَّانا بها من ضررٍ أكبر. كونوا على يقين أن لله لُطف خفِي لا تدركه ضآلة أبصارنا."

◄ أستاذ المادة :جيوخ العربي

1 نشر عبارات جبرية من الشكل $(a+b)(c+d)$

❍ الطريقة الأولى : a ، b ، c و d أعداد حقيقية.

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

(1 2 3 4)

◄ مثال توضيحي : ننشر معاً الجداء التالي $(5-4x)(3-2x)$ لدينا :

$$(-2x+3)(4x-5) = (-2x)\times(4x)+(-2x)\times(-5)+(+3)\times(4x)+(+3)\times(-5)$$

$$= -8x^2+\underbrace{10x+12x}_{=22x}-15 = -8x^2+22x-15$$

❍ الطريقة الثانية :

نستعين بالجدول المقابل :

1. نضرب الحد $4x$ في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $-8x^2$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ❷.
2. نضرب الحد $4x$ في الحد $+3$ ونضع النتيجة $+12x$ في خانة تقاطع السطر ② والعمود ❸.
3. نضرب الحد -5 في الحد $-2x$ ونضع النتيجة $+10x$ في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ❷.
4. نضرب الحد -5 في الحد $+3$ ونضع النتيجة -15 في خانة تقاطع السطر ③ والعمود ❸.

	❶	❷	❸
①	×	$-2x$	$+3$
②	$+4x$	$-8x^2$	$+12x$
③	-5	$+10x$	-15

◄ هذه الطريقة تجنبنا الأخْطاء في الإشارات كما تسهل نشر عبارات أكثر تعقيداً.

مثال توضيحي : ننشر معاً الجداء التالي $A=(5x^2-3x+7)(4-6x)$.

×	$5x^2$	$-3x$	$+7$
$+4$	$+20x^2$	$-12x$	$+28$
$-6x$	$-30x^3$	$+18x^2$	$-42x$

$$A=(5x^2-3x+7)(4-6x)$$
$$= +20x^2-12x+28-30x^3+18x^2-42x$$
$$= (-30)x^3+(20+18)x^2+(-12-42)x+(28)$$
$$= -30x^3+38x^2-54x+28$$

❍ الطريقة الثالثة :

مثل طريقة الضرب العمودية الخاصة بالأعْداد مع فرق طفيف هو عدم وجود الاحتفاظ هنا.

مثال توضيحي :

	$-2x$	$+3$		$3x$	-2		$2x$	$\sqrt{5}$
×	$4x$	-5	×	$7x$	-4	×	$2x$	$-\sqrt{5}$
	$+10x$	-15		$-12x$	$+8$		$-2\sqrt{5}x$	-5
	$-8x^2$	$12x$	•	$+21x^2$	$-14x$	•	$4x^2$	$2\sqrt{5}x$
	$-8x^2$	$22x$	-15	$+21x^2$	$-26x$	$+8$	$+4x^2$	$0x$

إذن :

$$(-2x+3)(4x-5) = -8x^2+22x-15$$
$$(3x-2)(7x-4) = 21x^2-26x+8$$
$$\left(2x+\sqrt{5}\right)\left(2x-\sqrt{5}\right) = 4x^2-5$$

2 تطبيقات حول النشر محلولة

❍ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

● أُنْشر وبَسِّطْ كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

$$A=(x+3)(x+4) \qquad C=(a-3)(2a+1)$$
$$B=(x-2)(x-5) \qquad D=(x+2y)(2x-y)$$

❍ الحل : لدينا :

×	x	$+3$
x	x^2	$3x$
$+4$	$4x$	12

أيْ :

$$A=(x+3)(x+4)$$
$$= x^2+3x+4x+12$$
$$= x^2+(3+4)x+12$$
$$= x^2+7x+12$$

إذن : $A=x^2+7x+12$.

لدينا :

×	x	-2
x	x^2	$-2x$
-5	$-5x$	$+10$

أيْ :

$$\begin{aligned} B &= (x-2)(x-5) \\ &= x^2 - 2x - 5x + 10 \\ &= x^2 + (-2-5)x + 10 \\ &= x^2 - 7x + 10 \end{aligned}$$

إذن : $B = x^2 - 7x + 10$.

لدينا :

×	a	-3
$2a$	$2a^2$	$-6a$
$+1$	a	-3

أيْ :

$$\begin{aligned} C &= (a-3)(2a+1) \\ &= 2a^2 - 6a + a - 3 \\ &= 2a^2 + (-6+1)a - 3 \\ &= 2a^2 - 5a - 3 \end{aligned}$$

إذن : $C = 2a^2 - 5a - 3$.

لدينا :

×	x	$2y$
$2x$	$2x^2$	$+4xy$
$-y$	$-xy$	$-2y^2$

$$\begin{aligned} D &= (x+2y)(2x-y) \\ &= 2x^2 + 4xy - xy - 2y^2 \\ &= 2x^2 - 2y^2 + (4-1)xy \\ &= 2x^2 - 2y^2 + 3xy \end{aligned}$$

إذن : $D = 2x^2 - 2y^2 + 3xy$.

○ تمرين تطبيقي (02) :

● أُنْشر وبَسِّطْ كلاً من العبارات الجبرية الآتية :

(ش ت م 2007) $E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$.

(ش ت م 2008) $A = \left(2-\sqrt{3}\right)^2$.

(ش ت م 2009) $E = 2x - 10 - (x-5)^2$.

(ش ت م 2011) $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$ (تحقّق).

(ش ت م 2012) $E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$.

(ش ت م 2013) $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$.

(ش ت م 2014) $E = (2x+5)^2 - 36$.

(ش ت م 2015) $F = (2x-3)^2 - 16$.

(ش ت م 2016) $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$ (تحقّق).

(ش ت م 2017) $P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$.

(ش ت م 2018) $(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$ (تحقّق).

(ش ت م 2019) $E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$.

(ش ت م 2020) $E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$.

(ش ت م 2021) $E = (x-3)(x-10) + 3(x-3)$.

(ش ت م 2022) $E = (2x-3)(x-2)$.

○ الحل :

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2007) :

$$\begin{aligned} E &= 10^2 - (x-2)^2 - (x+8) \\ &= 10^2 - \left[(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2\right] - (x+8) \\ &= 100 - x^2 + 4x - 4 - x - 8 \\ &= (-1)x^2 + (+4-1)x + (100-4-8) = -x^2 + 3x + 88 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2008) :

$$\begin{aligned} A &= \left(2-\sqrt{3}\right)^2 = (2)^2 - 2(2)\left(\sqrt{3}\right) + \left(\sqrt{3}\right)^2 \\ &= 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2009) :

$$\begin{aligned} E &= 2x - 10 - (x-5)^2 = 2x - 10 - \left[(x)^2 - 2(x)(5) + (5)^2\right] \\ &= 2x - 10 - \left[x^2 - 10x + 25\right] = 2x - 10 - x^2 + 10x - 25 \\ &= (-1)x^2 + (2+10)x + (-10-25) = -x^2 + 12x - 35 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2011) :

$$\begin{aligned} (2x-1)(x-3) &= 2x(x-3) - 1(x-3) \\ &= 2x \times x + 2x \times (-3) - 1 \times x + (-1) \times (-3) \\ &= 2x^2 - 6x - x + 3 = 2x^2 - 7x + 3 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2012) :

$$\begin{aligned} E &= (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1) \\ &= (4x)^2 - 2(4x)(1) + (1)^2 - [3x(4x-1) + 2(4x-1)] \\ &= 4^2x^2 - 8x + 1 - \left[12x^2 - 3x + 8x - 2\right] \\ &= 16x^2 - 8x + 1 - 12x^2 + 3x - 8x + 2 \\ &= (16-12)x^2 + (-8+3-8)x + (1+2) \\ &= 4x^2 - 13x + 3 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2013) :

$$\begin{aligned} B &= (3x-5)^2 + 9x^2 - 25 \\ &= (3x)^2 - 2(3x)(5) + (5)^2 + 9x^2 - 15 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 + 9x^2 - 15 \\ &= (9+9)x^2 + (-30)x + (+25-15) \\ &= 18x^2 - 30x + 10 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2014 و 2015) :

$$\begin{aligned} E &= (2x+5)^2 - 36 \\ &= (2x)^2 + 2(2x)(5) + \\ &(5)^2 - 36 \\ &= 4x^2 + 20x + 25 - 36 \\ &= 4x^2 + 20x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (2x-3)^2 - 16 \\ &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + \\ &(3)^2 - 16 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 - 16 \\ &= 4x^2 + 12x - 7 \end{aligned}$$

◁ النشر والتبسيط (ش ت م 2016) :

$$\begin{aligned} A &= 5(2x+1)(2x-1) = 5\left[2x(2x-1) + 1(2x-1)\right] \\ &= 5\left[4x^2 \underbrace{-2x + 2x}_{=0} - 1\right] \\ &= 5 \times 4x^2 + 5 \times (-1) \\ &= 20x^2 - 5 \end{aligned}$$

متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ
الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2017) :**

$$\begin{aligned}P &= (1-3x)(3x+3)-2(3x+3)\\ &= 1(3x+3)-3x(3x+3)-2(3x+3)\\ &= 3x+3-9x^2-9x-6x-6\\ &= (-9)x^2+(3-9-6)x+(+3-6)\\ &= -9x^2-12x-3\end{aligned}$$

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2018) :**

$$\begin{aligned}(3x+1)(x-4) &= 3x(x-4)+1(x-4)\\ &= 3x^2-12x+x-4 = 3x^2-11x-4\end{aligned}$$

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2019) :**

$$\begin{aligned}E &= (x+1)^2-(x+1)(2x-3)\\ &= (x)^2+2(x)(1)+(1)^2-[x(2x-3)+1(2x-3)]\\ &= x^2+2x+1-[2x^2-3x+2x-3]\\ &= x^2+2x+1-2x^2+3x-2x+3\\ &= (1-2)x^2+(+2+3-2)x+(+1+3)\\ &= -x^2+3x+4\end{aligned}$$

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2020) :**

$$\begin{aligned}E &= (3x+1)^2-(x-2)^2\\ &= \left[(3x)^2+2(3x)(1)+(1)^2\right]-\left[(x)^2-2(x)(2)+(2)^2\right]\\ &= \left[9x^2+6x+1\right]-\left[x^2-4x+4\right]\\ &= 9x^2+6x+1-x^2+4x-4\\ &= (9-1)x^2+(6+4)x+(1-4) = 8x^2+10x-3\end{aligned}$$

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2021) :**

$$\begin{aligned}E &= (x-3)(x-10)+3(x-3)\\ &= x(x-10)-3(x-10)+3(x-3)\\ &= x^2-10x-3x+30+3x-9\\ &= x^2+(-10-3+3)x+(30-9) = x^2-10x+21\end{aligned}$$

◁ **النشر والتبسيط (ش ت م 2022) :**

$$\begin{aligned}E &= (2x-3)(x-2) = 2x(x-2)-3(x-2)\\ &= 2x^2-4x-3x+6 = 2x^2-7x+6\end{aligned}$$

❍ **تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)**

أُنْشر وبَسِّطْ كلاًّ من :

$$B = \left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)-(x-1)(x-3) \quad ; \quad A = (3x-5)^2$$

❍ **الحل :**

• **نشر وتبْسيط العبارة $A = (3x-5)^2$:**

1. نستعمل المطابقة $(a-b)^2 = (a)^2-2(a)(b)+(b)^2$
حيث " $a = 3x$ " و " $b = 5$ وليْس -5 "
وبالتالي : $A = (3x)^2-2(3x)(5)+(5)^2$.
2. لدينا :

$$\begin{aligned}(3x)^2 &= 3^2\times x^2 = 9x^2\\ 2(3x)(5) &= 2\times 3\times 5\times x = 30x\\ (5)^2 &= 25\end{aligned}$$

إذنْ : $A = 9x^2-30x+25$.

نشر وتبْسيط العبارة B : لنشر $\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)$، نستعْمل $(a-b)(a+b) = (a)^2-(b)^2$ حيث : " $a = \frac{1}{2}x$ و $b = 1$ ".

ولنشر $(x-3)(x-1)$، نشكّل هذا الجدول المساعد :

×	x	-1
x	x^2	$-x$
-3	$-3x$	$+3$

وعليه : $\begin{aligned}(x-1)(x-3) &= x^2-x-3x+3\\ &= x^2+(-1-3)x+3\\ &= x^2-4x+3\end{aligned}$

2. لدينا :

$$\begin{aligned}(a)^2 &= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2\times x^2 = \frac{1^2}{2^2}x^2 = \frac{1}{4}x^2\\ (b)^2 &= (1)^2 = 1\end{aligned}$$

فنحصل على : $B = \frac{1}{4}x^2-1-\left(x^2-4x+3\right)$.

3. نعلم أنَّ : $-\left(x^2-4x+3\right) = -x^2+4x-3$،
إذنْ $B = \frac{1}{4}x^2-1-x^2+4x-3$.

4. نَجْمع الحدود المتشابهة : $B = \left(\frac{1}{4}-1\right)x^2+4x+(-1-3)$.
فنحْصل على : $B = -\frac{3}{4}x^2+4x-4$.

❍ **تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)**

ليكن $n = \left(8-2\sqrt{3}\right)\left(8+2\sqrt{3}\right)$. أثْبت أنَّ n عدد طبيعي.

❍ **الحل :**

• **إثْبات أنَّ n عدد طبيعي :**

1. نسْتعْمل المطابقة $(a-b)(a+b) = (a)^2-(b)^2$،
حيث : " $a = 8$ و $b = 2\sqrt{3}$ ". $n = (8)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2$.

2. لحساب $\left(2\sqrt{3}\right)^2$، نسْتخدم الخاصية $(cd)^2 = (c)^2\times(d)^2$
حيث : $c = 2$ و $d = \sqrt{3}$.

$$n = 64-(4)^2\times\left(\sqrt{3}\right)^2$$

3. نعلم أنَّ $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$ و $2^2 = 4$، وعليه :
$n = 64-4\times 3 = 64-12 = 52$.
بما أنَّ 52 عددٌ طبيعي، فإنَّ n عددٌ طبيعي.

الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي
متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ

تحليل عبارة جبرية إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

استخراج العامل المشترك

$$\begin{aligned} F &= 12x^2 + 3x \\ &= 3x \times 4x + 3x \\ &= 3x(4x+1) \end{aligned}$$

بارز

$$\begin{aligned} H &= (2x+3)^2 - (x+1)(2x+3) \\ &= (2x+3)(2x+3) - (x+1)(2x+3) \\ &= (2x+3)[(2x+3) - (x+1)] \\ &= (2x+3)(2x+3-x-1) \\ &= (2x+3)(x+2) \end{aligned}$$

بالمضاعفات ↓

غير بارز

$$\begin{aligned} K &= (6x+15)(x+4) - (2x+5)(7-x) \\ &= 3(2x+5)(x+4) - (2x+5)(7-x) \\ &= (2x+5)[3(x+4) - (7-x)] \\ &= (2x+5)(3x+12-7+x) \\ &= (2x+5)(4x+5) \end{aligned}$$

بالمتطابقات الشهيرة

المتطابقات الشهيرة

$(a)^2 \pm 2(a)(b) + (b)^2 = [(a) \pm (b)]^2$

$$\begin{aligned} A &= 36x^2 + 60x + 25 \\ &= \left(\sqrt{36x^2}\right)^2 + 2\left(\sqrt{36x^2}\right)\left(\sqrt{25}\right) + \left(\sqrt{25}\right)^2 \\ &= (6x)^2 + 2(6x)(5) + (5)^2 \\ &= (6x+5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4x^2 - 12x + 9 \\ &= \left(\sqrt{4x^2}\right)^2 - 2\left(\sqrt{4x^2}\right)\left(\sqrt{9}\right) + \left(\sqrt{9}\right)^2 \\ &= (2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2 \\ &= (2x-3)^2 \end{aligned}$$

$(a)^2 - (b)^2 = [(a) - (b)][(a) + (b)]$

$$\begin{aligned} C &= 225 - 16x^2 \\ &= \left(\sqrt{225}\right)^2 - \left(\sqrt{16x^2}\right)^2 \\ &= (15)^2 - (4x)^2 \\ &= (15-4x)(15+4x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (4x-3)^2 - 49 \\ &= (4x-3)^2 - (7)^2 \\ &= [(4x-3) - (7)][(4x-3) + (7)] \\ &= (4x-10)(4x+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (5x+1)^2 - (6x-7)^2 \\ &= [(5x+1) - (6x-7)][(5x+1) + (6x-7)] \\ &= (5x+1-6x+7)(5x+1+6x-7) \\ &= (-x+8)(11x-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= (3x-10)(x+6) - (9x^2 - 100) \\ &= (3x-10)(x+6) - \left[(3x)^2 - (10)^2\right] \\ &= (3x-10)(x+6) - (3x-10)(3x+10) \\ &= (3x-10)[(x+6) - (3x-10)] \\ &= (3x-10)(x+6-3x+10) \\ &= (3x-10)(-2x+16) \end{aligned}$$

3 تطبيقات حول التحليل محلولة

○ تمرين تطبيقي (01) : (من السلسلة الرابعة)

S عبارة جبرية، حيث : $S=(2x-3)(x+2)-5(2x-3)$.

1. أُنْشر وبَسِّطْ العبارة S.
2. حَلِّلْ العبارة S إلى جداء عاملَيْن من الدرجة الأولى.

○ الحل :

1. نشر وتبْسيط العبارة S :

×	$2x$	-3
x	$2x^2$	$-3x$
$+2$	$+4x$	-6

×	$2x$	-3
5	$10x$	-15

أيْ :

$$\begin{aligned}S&=(2x-3)(x+2)-5(2x-3)\\&=2x^2-3x+4x-6-(10x-15)\\&=2x^2-3x+4x-6-10x+15\\&=2x^2+(-3+4-10)x+(-6+15)\\&=2x^2-9x+9\end{aligned}$$

إذن : $\boxed{S=2x^2-9x+9}$.

2. تحْليل العبارة S إلى جداء عاملَيْن من الدرجة الأولى :

$$\begin{aligned}S&=(2x-3)(x+2)-5(2x-3)\\&=(2x-3)[(x+2)-5]\\&=(2x-3)(x+2-5)\\&=(2x-3)(x-3)\end{aligned}$$

إذن : $\boxed{S=(2x-3)(x-3)}$.

○ تمرين تطبيقي (02) : (من السلسلة الرابعة)

في كل مما يأتي عَيِّنْ عاملاً مشْتركاً، ثمَّ حَلِّلْ واختبر المساواة التي حصلت عليها.

$$\begin{aligned}A&=5x^2-3x\\B&=(y-1)^2-2(y-1)\\C&=(2z+1)(3z-4)+5(2z+1)\end{aligned}$$

○ الحل :

تحْليل العبارة $A=5x^2-3x$:

$$\begin{aligned}A&=5x^2-3x\\&=5x\times\boxed{x}-3\times\boxed{x}\\&=x(5x-3)\end{aligned}$$

إذن $A=x(5x-3)$.

اخْتبار $A=x(5x-3)$:

×	$5x$	-3
x	$5x^2$	$-3x$

إذن :

$$x(5x-3)=5x^2-3x=A.$$

تحْليل العبارة $B=(y-1)^2-2(y-1)$:

$$\begin{aligned}B&=(y-1)^2-2(y-1)\\&=\boxed{(y-1)}(y-1)-2\boxed{(y-1)}\\&=\boxed{(y-1)}[(y-1)-2]\\&=(y-1)(y-1-2)\\&=(y-1)(y-3)\end{aligned}$$

اخْتبار العبارة B :

ننشر العبارة $B=(y-1)^2-2(y-1)$

$$\begin{aligned}B&=(y-1)^2-2(y-1)\\&=(y)^2-2(y)(1)+(1)^2-(2\times y-2\times 1)\\&=y^2-2y+1-2y+2\\&=y^2+(-2-2)y+(1+2)\\&=y^2-4y+3\end{aligned}$$

ننشر العبارة المحللة : $(y-1)(y-3)$

$$\begin{aligned}&(y-1)(y-3)=y(y-3)-1(y-3)\\&=y\times y-y\times 3-y+3\\&=y^2+(-3-1)y+3\\&=y^2-4y+3\\&=B\end{aligned}$$

تحْليل العبارة $C=(2z+1)(3z-4)+5(2z+1)$:

$$\begin{aligned}C&=\boxed{(2z+1)}(3z-4)+5\boxed{(2z+1)}\\&=\boxed{(2z+1)}[(3z-4)+5]\\&=(2z+1)(3z-4+5)\\&=(2z+1)(3z+1)\end{aligned}$$

اخْتبار العبارة $\mathscr{A}=x(5x-3)$:

ننشر العبارة $C=(2z+1)(3z-4)+5(2z+1)$

×	$2z$	$+1$
5	$10z$	$+5$

×	$2z$	$+1$
$3z$	$+6z^2$	$+3z$
-4	$-8z$	-4

$$\begin{aligned}C&=(2z+1)(3z-4)+5(2z+1)\\&=6z^2+3z-8z-4+(10z+5)\\&=6z^2+3z-8z-4+10z+5\\&=6z^2+(3-8+10)z+(-4+5)\\&=6z^2+5z+1\end{aligned}$$

×	$2z$	$+1$
$3z$	$+6z^2$	$+3z$
$+1$	$2z$	$+1$

متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ
الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي

أيْ :

$$\begin{aligned}(2z+1)(3z+1) &= 6z^2+3z+2z+1\\ &= 6z^2+(3+2)z+1\\ &= 6z^2+5z+1\end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (03) : (من السلسلة الرابعة)

▪ حلِّلْ كلاً من العبارات الآتية :

$$\begin{aligned}x_1 &= 49-36x^2\\ x_2 &= x^2-2x+1\\ x_3 &= 25m^2-30m+9\\ x_4 &= (2x-1)^2-(3x+2)^2\\ x_5 &= 9+30z+25z^2\\ x_6 &= (t+1)^2-8(t+1)+16\end{aligned}$$

○ الحل :

$$\begin{aligned}x_1 &= 49-36x^2\\ &= (7)^2-(6x)^2\\ &= (7-6x)(7+6x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= x^2-2x+1\\ &= (x)^2-2(x)(1)+(1)^2\\ &= (x-1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3 &= 25m^2-30m+9\\ &= (5m)^2-2(5m)(3)+(3)^2\\ &= (5m-3)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_4 &= (2x-1)^2-(3x+2)^2\\ &= [(2x-1)-(3x+2)][(2x-1)+(3x+2)]\\ &= (2x-1-3x-2)(2x-1+3x+2)\\ &= (-x-3)(5x+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_5 &= 9+30z+25z^2\\ &= (3)^2+2(3)(5z)+(5z)^2\\ &= (3+5z)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_6 &= (t+1)^2-8(t+1)+16\\ &= (t+1)^2-2\times 4(t+1)+(4)^2\\ &= [(t+1)-4]^2\\ &= (t-3)^2\end{aligned}$$

○ تمرين تطبيقي (04) : (من السلسلة الرابعة)

m عبارة جبرية، حيث : $m = 9-(2x-1)^2$.

1. أُنْشر وبَسِّطْ العبارة m.
2. حَلِّلْ العبارة m إلى جداء عاملَيْن من الدرجة الأولى.
3. أُحْسب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$.
4. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $m = 0$.

○ الحل :

• 1. نشر وتبْسيط العبارة m :

$$\begin{aligned}m &= 9-(2x-1)^2\\ &= 9-\left[(2x)^2-2(2x)(1)+(1)^2\right]\\ &= 9-\left[2^2\times x^2-2\times 2\times 1\times x+1\right]\\ &= 9-\left(4x^2-4x+1\right)\\ &= 9-4x^2+4x-1\\ &= -4x^2+4x+(9-1)\\ &= -4x^2+4x+8\end{aligned}$$

• 2. تحْليل العبارة m :

$$\begin{aligned}m &= 9-(2x-1)^2\\ &= (3)^2-(2x-1)^2\\ &= [(3)-(2x-1)][(3)+(2x-1)]\\ &= (3-2x+1)(3+2x-1)\\ &= (-2x+4)(2x+2)\end{aligned}$$

• 3. حساب العبارة m من أجل $x = \frac{1}{2}$:

نعوّض x بـ $\frac{1}{2}$ في $m = (-2x+4)(2x+2)$. فنجد أنَّ :

$$\begin{aligned}&\left(-2\times\frac{1}{2}+4\right)\left(2\times\frac{1}{2}+2\right) = \left(\frac{-2}{2}+4\right)\left(\frac{2}{2}+2\right)\\ &= (-1+4)(1+2) = 3\times 3 = 9\end{aligned}$$

• 4. حل المعادلة $m = 0$:

لدينا : $m = 0$ يكافئ : $9-(2x-1)^2 = 0$. يكافئ :

$$(-2x+4)(2x+2) = 0 \qquad (1)$$

أيْ :

$$\begin{aligned}2x+2 &= 0\\ 2x &= -2\\ x &= \frac{-2}{2}\\ x &= -1\end{aligned}$$

أوْ :

$$\begin{aligned}-2x+4 &= 0\\ -2x &= -4\\ x &= \frac{-4}{-2}\\ x &= 2\end{aligned}$$

إذن، حلول المعادلة (1) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(1)} = \{-1;2\}$$

○ تمرين تطبيقي (05) : (من السلسلة الرابعة)

x عدد حقيقي، حل المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned}&(x-2)(3+x) = 0\\ &x^2-4 = 0\\ &\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(3x-\frac{5}{3}\right) = 0\\ &\left(\sqrt{12}-3x\right)\left(2x+\sqrt{8}\right) = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3x(10x+4)(15-3x) = 0\\ &-5\left(x^2+10\right)\left(\sqrt{7}-x\right) = 0\\ &(9x-3)(-x+4)^2 = 0\\ &\frac{x}{4-\sqrt{3}} = \frac{4+\sqrt{3}}{x}\end{aligned}$$

○ الحل :

• حل المعادلات : نضع :

$$(x-2)(3+x) = 0 \qquad (2)$$

متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ
الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي

يكافئ $(x-2)=0$ أوْ : $(3+x)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} x-2=0 \\ x\underbrace{-2+2}_{=0}=0+2 \\ x=2 \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 3+x=0 \\ \underbrace{3-3}_{=0}+x=0-3 \\ x=-3 \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (2) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(2)}=\{-3;2\}$$

نضع :

$$x^2-4=0 \qquad (3)$$

لنحلِّلْ الطرف الأيْسر (3) فنجد :

$$\begin{vmatrix} x^2-4=0 \\ (x)^2-(2)^2=0 \\ (x-2)(x+2)=0 \end{vmatrix}$$

يكافئ $(x-2)=0$ أوْ : $(x+2)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} x-2=0 \\ x\underbrace{-2+2}_{=0}=0+2 \\ x=2 \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} x+2=0 \\ \underbrace{+2-2}_{=0}+x=0-2 \\ x=-2 \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (3) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(3)}=\{-2;2\}$$

نضع :

$$\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(3x-\frac{5}{3}\right)=0 \qquad (4)$$

يكافئ $\left(\frac{x}{2}+2\right)=0$ أوْ : $\left(3x-\frac{5}{3}\right)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} \frac{x}{2}+2=0 \\ \frac{x}{2}=-2 \\ x=2\times(-2) \\ x=-4 \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 3x-\frac{5}{3}=0 \\ 3x=\frac{5}{3} \\ x=\frac{\frac{5}{3}}{3}=\frac{5}{3}\times\frac{1}{3} \\ x=\frac{5}{9} \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (4) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(4)}=\left\{-4;\frac{5}{9}\right\}$$

نضع :

$$\left(\sqrt{12}-3x\right)\left(2x+\sqrt{8}\right)=0 \qquad (5)$$

يكافئ $\left(\sqrt{12}-3x\right)=0$ أوْ : $\left(2x+\sqrt{8}\right)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} \sqrt{12}-3x=0 \\ -3x=-\sqrt{12} \\ -3x=-\sqrt{4\times3} \\ -3x=-\sqrt{4}\times\sqrt{3} \\ -3x=-2\sqrt{3} \\ x=\frac{-2\sqrt{3}}{-3} \\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 2x+\sqrt{8}=0 \\ 2x=-\sqrt{8} \\ 2x=-\sqrt{4\times2} \\ 2x=-\sqrt{4}\times\sqrt{2} \\ 2x=-2\sqrt{3} \\ x=\frac{-2\sqrt{3}}{2} \\ x=-\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (5) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(5)}=\left\{-\sqrt{3};\frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$$

نضع :

$$3x(10x+4)(15-3x)=0 \qquad (6)$$

يكافئ
$3x=0$ أوْ : $(10x+4)=0$ أوْ : $(15-3x)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} 3x=0 \\ x=0 \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 10x+4=0 \\ 10x=-4 \\ x=\frac{-4}{10} \\ x=-\frac{2}{5} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 15-3x=0 \\ -3x=-15 \\ x=\frac{-15}{-3} \\ x=5 \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (6) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(6)}=\left\{-\frac{2}{5};0;5\right\}$$

نضع :

$$-5\left(x^2+10\right)\left(\sqrt{7}-x\right)=0 \qquad (7)$$

يكافئ
$\left(x^2+10\right)$ أوْ : $\left(\sqrt{7}-x\right)=0$ لاحظ أنَّ : $-5\neq0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} x^2+10=0 \\ x^2=-10 \end{vmatrix} \qquad (8)$$

متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ
الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي
متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ

المعادلة (8) لا تقبل حلول في الأعْداد الحقيقية، لأنَّ x^2 موجب، و -10 سالب.

$$\begin{vmatrix} \sqrt{7}-x=0 \\ -x=-\sqrt{7} \\ x=\dfrac{-\sqrt{7}}{-1} \\ x=\sqrt{7} \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (7) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(7)}=\left\{\sqrt{7}\right\}$$

نضع :

$$(9x-3)(-x+4)^2=0 \qquad (9)$$

يكافئ $9x-3=0$ أوْ $(-x+4)^2=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} 9x-3=0 \\ 9x=3 \\ x=\dfrac{3}{9} \\ x=\dfrac{1}{3} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} (-x+4)^2=0 \\ -x+4=0 \\ -x=-4 \\ x=\dfrac{-4}{-1} \\ x=1 \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (9) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(9)}=\left\{\frac{1}{3};1\right\}$$

نضع :

$$\frac{x}{4-\sqrt{3}}=\frac{4+\sqrt{3}}{x} \qquad (10)$$

لدينا :

$$\begin{vmatrix} \dfrac{x}{4-\sqrt{3}}=\dfrac{4+\sqrt{3}}{x} \\ x\times x=\left(4-\sqrt{3}\right)\left(4+\sqrt{3}\right) \\ x^2=(4)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2 \\ x^2=16-3 \\ x^2=13 \\ \left(x-\sqrt{13}\right)\left(x+\sqrt{13}\right)=0 \end{vmatrix}$$

يكافئ $\left(x-\sqrt{13}\right)=0$ أوْ : $\left(x+\sqrt{13}\right)=0$.
لدينا :

$$\begin{vmatrix} x+\sqrt{13}=0 \\ x=-\sqrt{13} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} x-\sqrt{13}=0 \\ x=\sqrt{13} \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (10) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(10)}=\left\{-\sqrt{13};\sqrt{13}\right\}$$

○ تمرين تطبيقي (06) : (من السلسلة الرابعة)

لتكن العبارة الجبرية F، حيث :
$F=(7x-3)^2-(10-x)(7x-3)$.

1. أُنْشر وبَسِّطْ العبارة F.
2. حَلِّلْ العبارة F إلى جداء عاملَيْن من الدرجة الأولى.
3. أُحْسب العبارة F من أجل $x=\dfrac{1}{3}$.
4. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $F=0$.

○ الحل :

• 1. نشر وتبْسيط العبارة F :

كيْف أبدأْ؟ بقليل من الملاحظة سيتضّح لنا أنّ هناك علاقة يجب أنْ نذكّر بها -أوْلادي-.
◄ a و b عددان حقيقيان :

$$(a-b)^2=(a)^2-2(a)(b)+(b)^2$$

نطبّق المتطابقة السابقة في هذا السؤال، فنجد أنَّ :

$$\begin{vmatrix} F=(7x-3)^2-(10-x)(7x-3) \\ =(7x)^2-2(7x)(3)+(3)^2-[10\times 7x-10\times 3-x\times 7x+x\times 3] \\ =7^2\times x^2-2\times 7\times 3\times x+3^2-(70x-30-7x^2+3x) \\ =49x^2-42x+9-70x+30+7x^2-3x \\ =(49+7)x^2+(-42-70-3)x+(9+30) \\ =56x^2-115x+39 \end{vmatrix}$$

2. تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

في الحقيقة، نتمعن قليلاً في العبارة الجبرية F.
فيظهر جليّاً $(7x-3)$ عامل مشترك.
نستخرج هذا العامل المشترك، بعبارة أخرى نسْتخرج $(7x-3)$ من العبارة F فنجد أنّ :

$$\begin{vmatrix} F=(7x-3)^2-(10-x)(7x-3) \\ =(7x-3)[(7x-3)-(10-x)] \\ =(7x-3)[7x-3-10+x] \\ =(7x-3)(7x+x-3-10) \\ =(7x-3)(8x-13) \end{vmatrix}$$

4. حل المعادلة التالية : $F=0$

$F=0$ تكافئ : $(7x-3)(8x-13)=0$. نضع :

$$(7x-3)(8x-13)=0 \qquad (11)$$

◄ طريقة (حلول المعادلة) من النوع $(ax+b)(cx+d)=0$:

حيث $a\neq 0$ و $c\neq 0$.
. حلول المعادلة $(ax+b)(cx+d)=0$ هي قيّم x التي تجعل $ax+b=0$ أوْ $cx+d=0$.
وبالرجوع على معادلتنا،
فنجد أنّ : $(7x-3)=0$ أوْ $(8x-13)=0$.

• نحل المعادلة $0 = (7x - 3)$:

لدينا : $0 = (7x - 3)$ هذا يعني لنا : $7x = 3$ وعليه : $\frac{7}{7}x = \frac{3}{7}$

إذنْ : $x = \frac{3}{7}$.

• نحل المعادلة $0 = (8x - 13)$:

لدينا : $0 = 8x - 13$ هذا يعني لنا : $8x = 13$ وعليه : $\frac{8}{8}x = \frac{13}{8}$

إذن : $x = \frac{13}{8}$. ومنه مجموعة حلول المعادلة (11) تكتب على الشكل التالي :

$$S_{(11)} = \left\{\frac{3}{7}; \frac{13}{8}\right\}$$

○ تمرين تطبيقي (07) :

لتكن العبارتيْن الجبريتيْن A و B التاليتيْن :

$$\begin{vmatrix} A = (4x+5)(x-2) - x(x+4) \\ B = (3x-10)(x+1) \end{vmatrix}$$

1. أثْبتْ أنَّ : $A = B$.
2. اِسْتنتج حلول المعادلة : $A = 0$.

○ الحل :

• 1. إثْبات أنَّ : $A = B$:

لدينا :

$$\begin{vmatrix} A = (4x+5)(x-2) - x(x+4) \\ = (4x+4+1)(x-2) - x(x+4) \\ = (4x+4)(x-2) + 1(x-2) - x(x+4) \\ = 4(x+1)(x-2) - x(x+1+3) + (x-2) \\ = 4(x+1)(x-2) - x(x+1) - 3x + x - 2 \\ = 4(x+1)(x-2) - x(x+1) - 2(x+1) \\ = (x+1)[4(x-2) - x - 2] \\ = (x+1)(4x - 8 - x - 2) \\ = (x+1)(4x - x - 8 - 2) \\ = (x+1)(3x - 10) = B \end{vmatrix}$$

• 2. اِسْتنتاج حلول المعادلة : $A = 0$:

لدينا : $A = 0$ يكافئ $B = 0$ (لأنَّ : $A = B$).

نضع :

$$(3x - 10)(x + 1) = 0 \qquad (12)$$

يكافئ $(3x - 10) = 0$ أوْ : $(x + 1) = 0$.

لدينا :

$$\begin{vmatrix} 3x - 10 = 0 \\ 3x = 10 \\ x = \frac{10}{3} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} x + 1 = 0 \\ x = -1 \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (12) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(12)} = \left\{-1; \frac{10}{3}\right\}$$

○ تمرين تطبيقي (08) :

G عبارة جبرية، حيث : $G = (5x+6)(3x+5) - 9x^2 + 25$.

1. أُنْشر وبَسِّطْ العبارة G.
2. حَلِّلْ العبارة $9x^2 - 25$ إلى جداء عامليْن من الدرجة الأولى، ثمَّ اسْتنتج تحْليلاً للعبارة G.
3. x عدد حقيقي، حل المعادلة : $(5x+6)(3x+5) = 9x^2 - 25$.
4. أُحْسب العبارة G من أجل $x = -\sqrt{5}$.
5. أ. x عدد حقيقي، حل المتراجحة : $G \geqslant 6x^2 + 8x + 20$.

ب. مثِّل بيانياً هذه المتراجحة.

○ الحل :

1. نشر وتبْسيط العبارة G : لدينا :

×	$5x$	$+6$
$3x$	$15x^2$	$+18x$
$+5$	$+25x$	$+30$

وبالتالي :

$$\begin{vmatrix} G = 15x^2 + 18x + 25x + 30 - 9x^2 + 25 \\ = (15-9)x^2 + (+18+25)x + (+30+25) \\ = 6x^2 + 43x + 55 \end{vmatrix}$$

إذن : $G = 6x^2 + 43x + 55$.

2. تحْليل $(9x^2 - 25)$ إلى جداء عامليْن من الدرجة الأولى :

نسْتعين بالمطابقة التالية :

$$(a)^2 - (b)^2 = (a-b)(a+b)$$

لدينا :

$$\begin{vmatrix} 9x^2 - 25 = (3x)^2 - (5)^2 \\ = (3x-5)(3x+5) \end{vmatrix}$$

اِسْتنتاج تحْليلاً للعبارة G إلى جداء عامليْن من الدرجة الأولى :

لدينا :

$$\begin{vmatrix} G = (5x+6)(3x+5) - 9x^2 + 25 \\ = (5x+6)(3x+5) - (9x^2 - 25) \\ = (5x+6)(3x+5) - (3x-5)(3x+5) \\ = (3x+5)[(5x+6) - (3x-5)] \\ = (3x+5)(5x+6-3x+5) \\ = (3x+5)(5x-3x+6+5) \\ = (3x+5)(2x+11) \end{vmatrix}$$

3. حل المعادلة $(5x+6)(3x+5) = 9x^2 - 25$:

نضع :

$$(5x+6)(3x+5) = 9x^2 - 25 \qquad (13)$$

المعادلة (13) تكافئ : $(5x+6)(3x+5) - 9x^2 + 25 = 0$

أيْ : $G = 0$. حسب السؤال السابق، لدينا :

$$G = (3x+5)(2x+11)$$

متوسطة عرعار بن علية بدار الشيوخ
الرياضيات
الأستاذ جيوخ العربي

أيْ :

$$(3x+5)(2x+11)=0$$

يكافئ $(3x+5)=0$ أوْ : $(2x+11)=0$.

لدينا :

$$\begin{vmatrix} 3x+5=0 \\ 3x=-5 \\ x=-\dfrac{5}{3} \end{vmatrix} \quad \text{أوْ :} \quad \begin{vmatrix} 2x+11=0 \\ 2x=-11 \\ x=-\dfrac{11}{2} \end{vmatrix}$$

إذن، حلول المعادلة (13) تُكْتب على الشكل التالي :

$$S_{(13)}=\left\{-\frac{11}{2};-\frac{5}{3}\right\}$$

4. حساب العبارة G من أجل $-\sqrt{5}$:

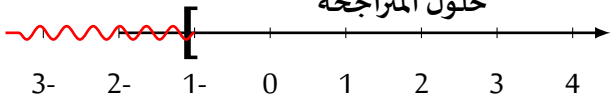
$$\begin{vmatrix} 6\left(-\sqrt{5}\right)^2+43\left(-\sqrt{5}\right)+55=6\times 5-43\sqrt{5}+55 \\ =30+55-43\sqrt{5} \\ =85-43\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

5. حل المتراجحة $G \geqslant 6x^2+8x+20$:

$$\begin{vmatrix} G \geqslant 6x^2+8x+20 \\ 6x^2+43x+55 \geqslant 6x^2+8x+20 \\ \underbrace{6x^2-6x^2}_{=0}+43x-8x \geqslant 20-55 \\ 35x \geqslant -35 \\ x \geqslant \dfrac{-35}{35} \\ x \geqslant -1 \end{vmatrix}$$

ينتج أنَّ حلول المتراجحة $G \geqslant 6x^2+8x+20$ هي كل الأعْداد x الأكْبر من أوْ تساوي -1.

حلول المتراجحة



مايُزعج قلبك، سيبدل الله بإذنه تعالى مكانه فرحة بقوته وقدرته، ما تظنه مستحيل، الله قادر على تحقيقه، لا تسأل كيف ومتى؟ ولكن ثق بالله، الفرج قريب، والفرج اقرب مما تظن بقوة الله وقدرته توكل على الله وقل (يأت بها الله إنَّ الله لطيف خبير)

لا تنسونا بالدعاء وجزاكم الله خيرا