الموضوع : الإحصاء

مثال :

إليك معدلات الفصل الثاني لمادّة الرياضيات الخاصّة بالقسم 4 م 1 لاكمالية مبارك الميلي ... بينام ...

04.60 - 17.80 - 10.60 - 13 - 12.60 – 04.80 - 12.60 – 14.40 – 09.20 - 18.30 - 09.40 –
05.40 - 15.80 - 19.20 - 17 - 19.80 - 09 - 15.20 - 13.60 - 17 - 14 - 11 - 11.20 -
12 – 13 - 12.40 – 12.60 – 12.40 – 08.20 – 10.20 - 05.20 - 13 - 16 - 14 - 06 - 07.60 -
15.80 - 17.90 - 14.80 – 14 - 09.80 - 09.80 .

المعدل الفصلي : 12.83 | أعلى معدّل : 19.80 | أدنى معدّل : 04.80

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التكرارات :	00	05	10	18	08	41
التكرارات النسبية أو التواترات	00	00,12	00,24	00,44	0,20	1
النسب المئوية:	00%	12%	24%	44%	20%	100%

التكرار الكلي

التكرار النسبي الكلي

تعريف بعض المصطلحات المستعملة في الإحصاء :

المجتمع : هو مجموعة الأفراد الذين تخصّهم دراسة إحصائية معيّنة .

* المجتمع المدروس هو تلاميذ متوسطة .

الفرد : كل عنصر من المجتمع الإحصائي يسمّى فردا إحصائيا .

* الفرد : تلميذ واحد من المتوسطة .

العيّنة : العيّنة الإحصائية هي كل مجموعة جزئية من المجتمع الإحصائي .

* العيّنة : قسم من أقسام المتوسطة (4 م 1)

الميزة الإحصائية (أو : الطبع الإحصائي) .

الميزة الإحصائية هي كل خاصّية مدروسة على أفراد مجتمع .

تكون الميزة نوعية عندما لا يمكن قياسها (لا تأخذ قيما عددية ، لا نرفق بها أعدادا).

تكون الميزة كمية عندما يمكن قياسها (التعبير عنها بأعداد ، تأخذ قيما عددية) .

مثلا: اللون – الجنس – الجنسية – الحالة العائلية ...

مثلا : العمر – القامة – نقط اختبار – عدد الإخوة .

ملاحظة :

* إذا أخذت الميزة الكمية قيّما معزولة (مثل: العمر – عدد الإخوة – سنة الميلاد - ...) نقول إنّها ميزة متقطعة * و إذا أخذت الميزة الكمية قيّما في مجال (مثل:القامة – الوزن – المسافة - ...) نقول إنّها ميزة مستمرة .

الميزة الكمية تسمّى أيضا : متغيّرا إحصائيا .

الميزة المدروسة : ميزة كمية مستمرة .

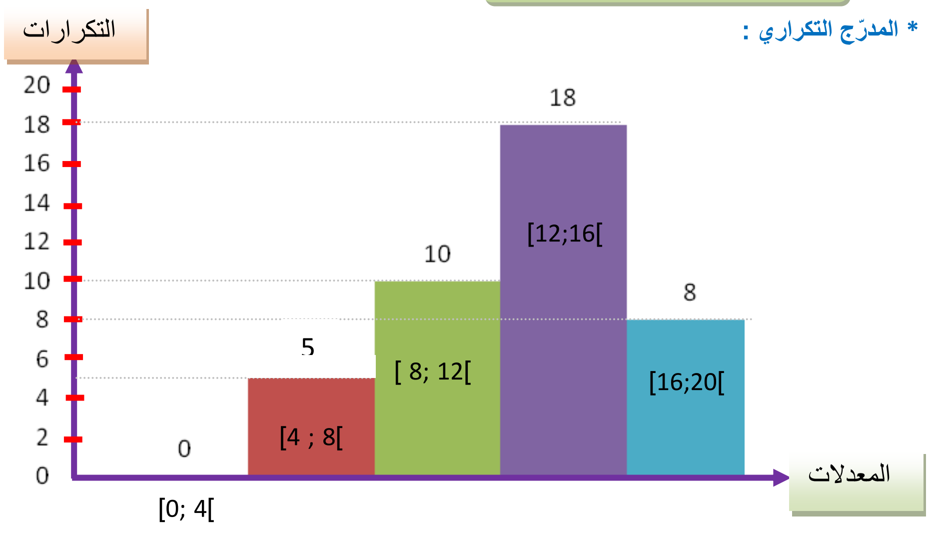
الفئة : هي كل مجال من الشكل $[a ; b[$ غالبا ما تكون الفئات متساوية الطول .

- طول الفئة : الفئة $[a ; b[$ طولها العدد الموجب $(b - a)$

- مركز الفئة : مركز الفئة $[a ; b[$ هو العدد $\frac{a+b}{2}$

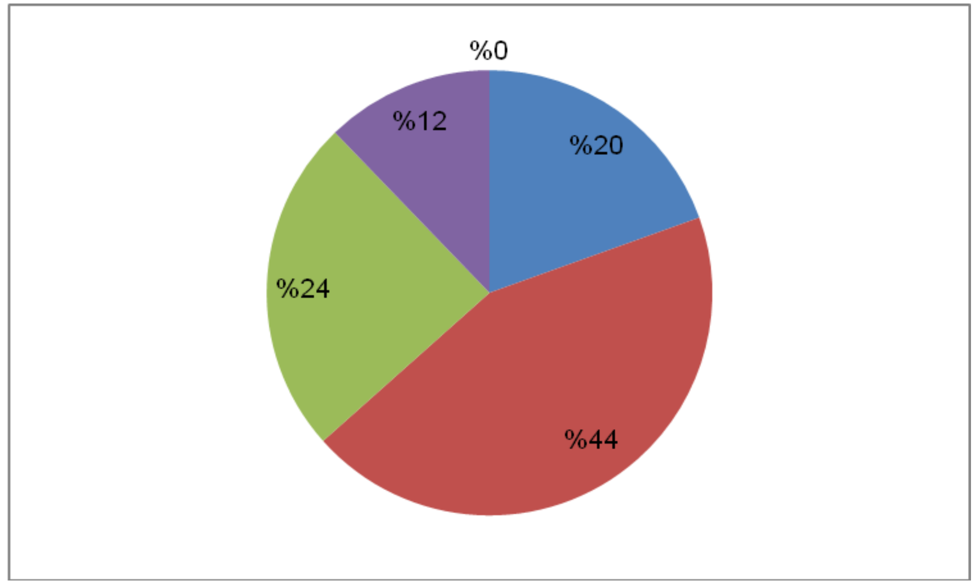
التمثيل البياني لسلسلة إحصائية :

* المدرّج التكراري :



* المخطط الدائري :

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التكرارات :	00	05	10	18	08	41
أقياس الزوايا	0	44	88	158	70	360°



التكرارات و التواترات المجمعة الصاعدة و النازلة :

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا :

التكرار المجمّع (المتراكم) الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها .

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التكرارات :	00 +	06 +	10 +	18	08	42
تكـ -م- ص	00	06	16 +	= 34	42	42

فالعدد 34 يمثل التكرار المجمع (أو المتراكم) للفئة [12;16[.

التكرار المجمّع (المتراكم) النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أو الفئة) و تكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها .

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التكرارات :	00	05	10	+ 18	+ 08	41
تكـ -م- ن	41	41	= 36	+ 26	08	41

فالعدد 36 يمثل التكرار المجمع (أو المتراكم) النازل للفئة [8;12[.

التواتر المجمّع الصاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها .

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التواترات :	00	00.12	00.24	00.44	00.20	1
تو -م- ص	00 +	00.12 +	00.36 +	00.80 +	01	1

العدد 00,80 يمثل التواتر المجمع الصاعد للفئة [12;16[.

التواتر المجمّع النازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أو الفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها .

الفئات :	[0; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12;16[	[16;20[	المجموع :
التواترات :	00	00.12	00.24	00.44	00.20	1
تو -م- ن	01 +	01 +	00.88 +	00.64 +	00.20	1

العدد 00,88 يمثل التواتر المجمع النازل للفئة [8;12[.

مؤشرات الموقع :

الوسط الحسابي :

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيّم هذه السلسلة على عدد قيّمها .

إذا كانت: $u_1, u_2, ..., u_k$ قيّم ميزة إحصائية و كانت n_1 ، n_2 ، ... ، n_k تكراراتها على الترتيب .

فإنّ : الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية يعطى بالعلاقة:

$$\bar{u} = \frac{n_1u_1+n_2u_2+...+n_ku_k}{n_1+n_2+...+n_k}$$

مثال : لنحسب الوسط الحسابي لسلسلة علامات التلاميذ لأحد الفروض :

العلامـــات	5	6	7	8	10	11	13	14	16	17
التكرارات	2	1	3	2	5	4	2	3	1	2

$$\bar{X} = \frac{2\times5+1\times6+3\times7+2\times8+5\times10+4\times11+2\times13+3\times14+1\times16+2\times17}{2+1+3+2+5+4+2+3+1+2}$$

$$\bar{X} = \frac{265}{25} \longrightarrow \bar{X} = 10{,}60$$

إذن : الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو العدد 10,60 .

نسمّي الوسط الحسابي في حالة العلامات : معدل القسم .

ملاحظة : إذا نظمنا علامات هذا المثال في فئات متساوية المدى فإننّا نحصل على السلسلة الإحصائية

الفئات	[5 ; 8 [	[8 ; 11 [	[11; 14 [	[14 ; 17 [
التكرارات	6	7	6	6
مركز الفئات	6,5	9,5	12,5	15,5

$$\bar{X} = \frac{6\times6{,}5+7\times9{,}5+6\times12{,}5+6\times15{,}5}{6+7+6+6} \longrightarrow \bar{X} = \frac{273{,}5}{25} \longrightarrow \bar{X} = 10{,}94$$

وسيط سلسلة إحصائية :

في سلسلة إحصائية مرتبة ، الوسيط هو القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد القيّم .

مثال : السلسلة الإحصائية التالية تمثل نتائج استجواب مادّة الرياضيات لحصّة استدراك ...

$$\underbrace{05 - 06 - 08 - 08 - 10}_{\text{5 قيّمـا}} - \quad - \underbrace{11 - 12 - 12 - 13 - 15}_{\text{5 قيّمـا}}$$ ← عدد قيّم هذه السلسلة فردي

إذن : 11 هو القيمة الوسطى في ترتيب هذه السلسلة فهو الوسيط .

الوسيط = Médiane

مثال آخر : السلسلة الإحصائية التالية تمثل نتائج استجواب آخر في مادّة الرياضيات لحصّة دعم ...

$$\underbrace{04 - 05 - 06 - 08 - 08 - 09}_{\text{6 قيّمـا}} - \underbrace{11 - 11 - 12 - 13 - 15 - 17}_{\text{6 قيّمـا}}$$ ← عدد قيّم هذه السلسلة زوجي

إذن : وسيط هذه السلسلة الإحصائية محصور بين العددين 9 و 11 .

في الحالة العامّة نأخذ كوسيط مركز القيمتين 9 و 11 أي : $\frac{9+11}{2} = 10$. إذن : الوسيط هو 10

ملاحظة : في حالة سلسلة مجمعة في فئات ، نبحث عن الفئة التي تنتمي إليها القيمة الوسيطية .

مثال : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر .

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

القيمة الوسيطية هي القيمة الموافقة للطول 144 cm و الذي ينتمي إلى الفئة [144 ; 148 [و هي الفئة الوسيطية .

*** خطوات عملية لحساب الوسيط :**

- تحديد التكرار المجمع الصاعد (أو النازل)
- تحديد رتبة الوسيط و هي نصف مجموع التكرارات
- تحديد الفئة الوسيطية .
- حساب الوسيط باستعمال العلاقة

$$Me = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \frac{\text{رتبة الوسيط} - \text{تكـ م ص السابق للفئة الوسيطية}}{\text{التكرار المطلق للفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}$$

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2
ت – م – ص	4	22	28	30
ت – م – ن	30	26	8	2

- رتبة الوسيط هي : $\frac{30}{2} = 15$ ، الوسيط موجود ضمن التكرار المجمع الصاعد 22 .

- الفئة الوسيطية [144 ; 148 [تقابل التكرار المجمع الصاعد 22 . طول هذه الفئة 4 = 144 – 148

- الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو 144

- التكرار المطلق للفئة الوسيطية 18

- التكرار المجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية 4

$$Me = 144 + \frac{15-4}{18} \times 4$$
$$Me = 144 + 2{,}44$$
$$Me = 146{,}44$$

إذن : القيمة الوسيطية لهذه السلسلة الإحصائية 146,44 .

المدى : Etendue

مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لهـــــا .

مثلا :

مدى السلسلة الإحصائية " أ " : 13- 14 - 14 - 15 - 15 - 15 - 19 هو : 6 = 13 - 19

إذن : تشتت هذه السلسلة الإحصائية صغير .

" المقصود بالتشتت هو قياس مدى تباعد أو تقارب البيانات الإحصائية عن بعضها البعض "

مدى السلسلة الإحصائية "ب" : 3 – 5 – 5 – 8 – 21 – 29 – 34 هو : 31 = 3 - 34

إذن : تشتت هذه السلسلة الإحصائية كبير .

انتبه :

* لا يمكن معرفة مدى سلسلة إحصائية اعتمادا على وسطها الحسابي أو وسيطها .
* مدى السلسلة "ب" ممدود أكثر بالنسبة إلى مدى السلسلة "ا" رغم أنّ للسلسلتين نفس الوسط الحسابي.

مثال آخر : سلسلة إحصائية ذات فئات .

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

- الطريقة الأولى لحساب مدى هذه السلسلة الإحصائية :

" المدى هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة و الحد الأدنى للفئة الأولى "

$$E = 156 - 140$$
$$E = 16$$

- الطريقة الثانية :

" المدى هو الفرق بين مركز الفئة الأخيرة و مركز الفئة الأولى "

$$E = \frac{152+156}{2} - \frac{140+144}{2}$$
$$E = 154 - 142$$
$$E = 12$$

ملاحظة : يعتبر المدى غير دقيق لأنّه لا يعتمد في حسابه على كل القيّم بل يأخذ القيمة الأولى و الأخيرة فقط .

العرض البياني :

يقصد به تمثيل معطيات جدول إحصائي بمخططات أو بيانات .

نستعمل في الإحصاء عدّة أنواع من الأشكال و المخططات ، و ذلك حسب نوع (أو طبيعة) الخاصيّة المدروسة و الهدف المرجو من الشكل .

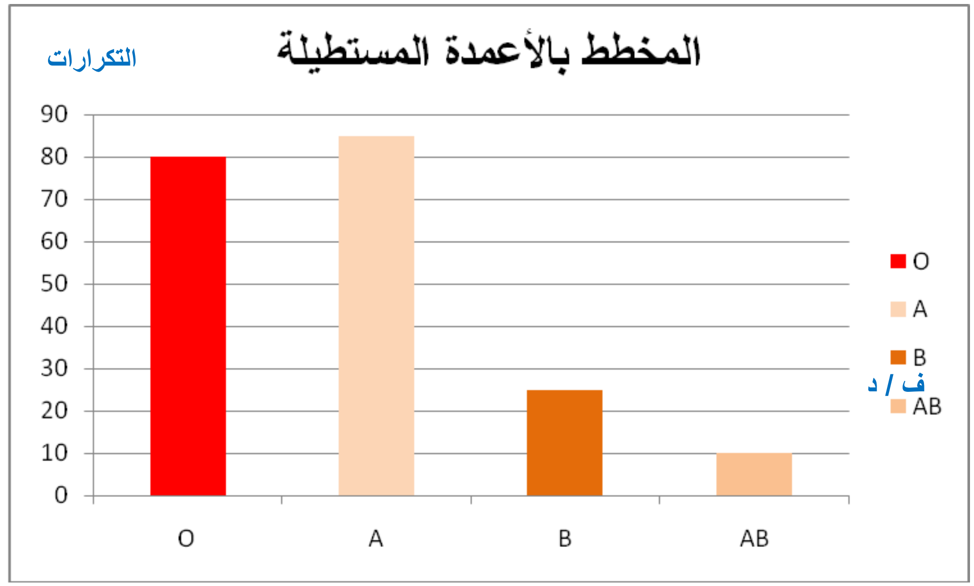
1) العرض البياني المناسب لسلسلة إحصائية نوعية :

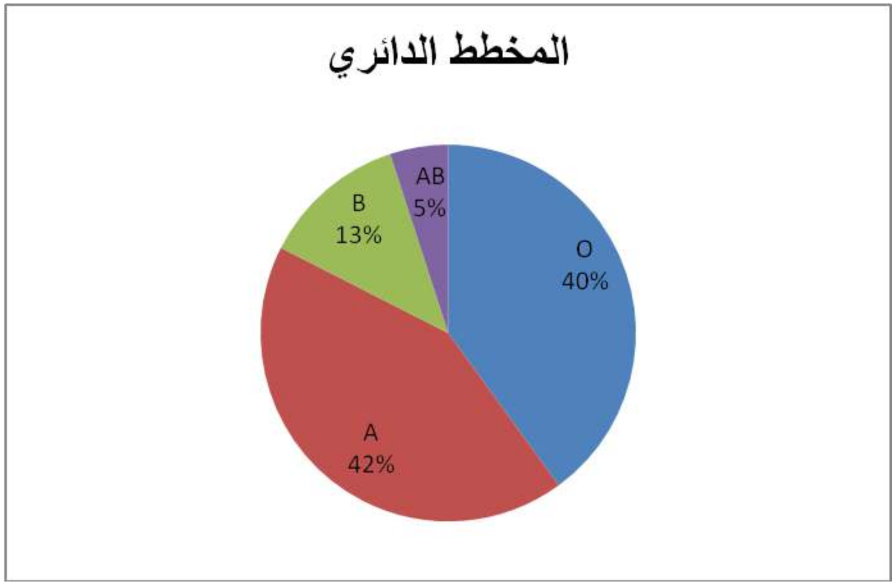
المخطط الدائري أو نصف الدائري | الأعمدة المستطيلة | العمود المجزأ

مثال : الجدول التالي يبيّن فصيلة الدم لـ 200 شخص أجريت عليهم الدراسة ...

فصيلة الدم	O	A	B	AB
التكرارات	80	85	25	10

- الميزة الإحصائية المدروسة هي : فصيلة الدم
- نوع الميزة الإحصائية هي : نوعية (أو كيفية) لا يمكن قياسها بل نعبّر عنها بعبارة مثل A ، AB .

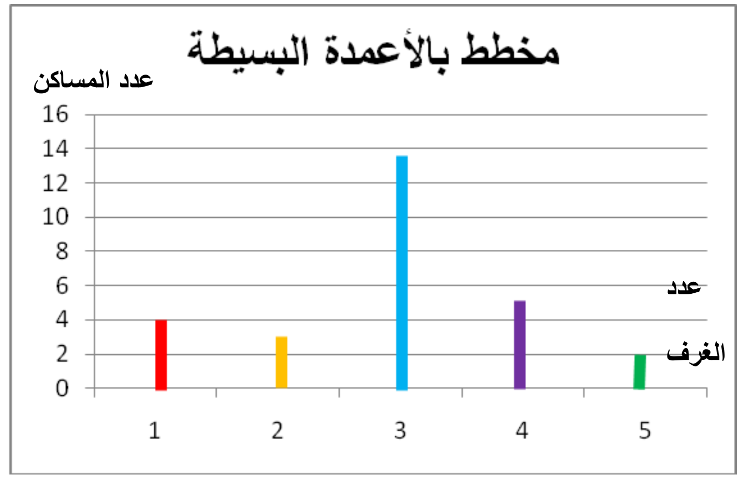




2) العرض البياني المناسب لسلسلة إحصائية كمية متقطعة : الأعمدة البسيطة

مثال : الجدول التالي يبيّن توزيع مساكن أحد الأحياء حسب عدد الغرف ...

عدد الغرف	1	2	3	4	5	المجموع :
عدد المساكن	4	3	14	5	2	28



3) العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة :

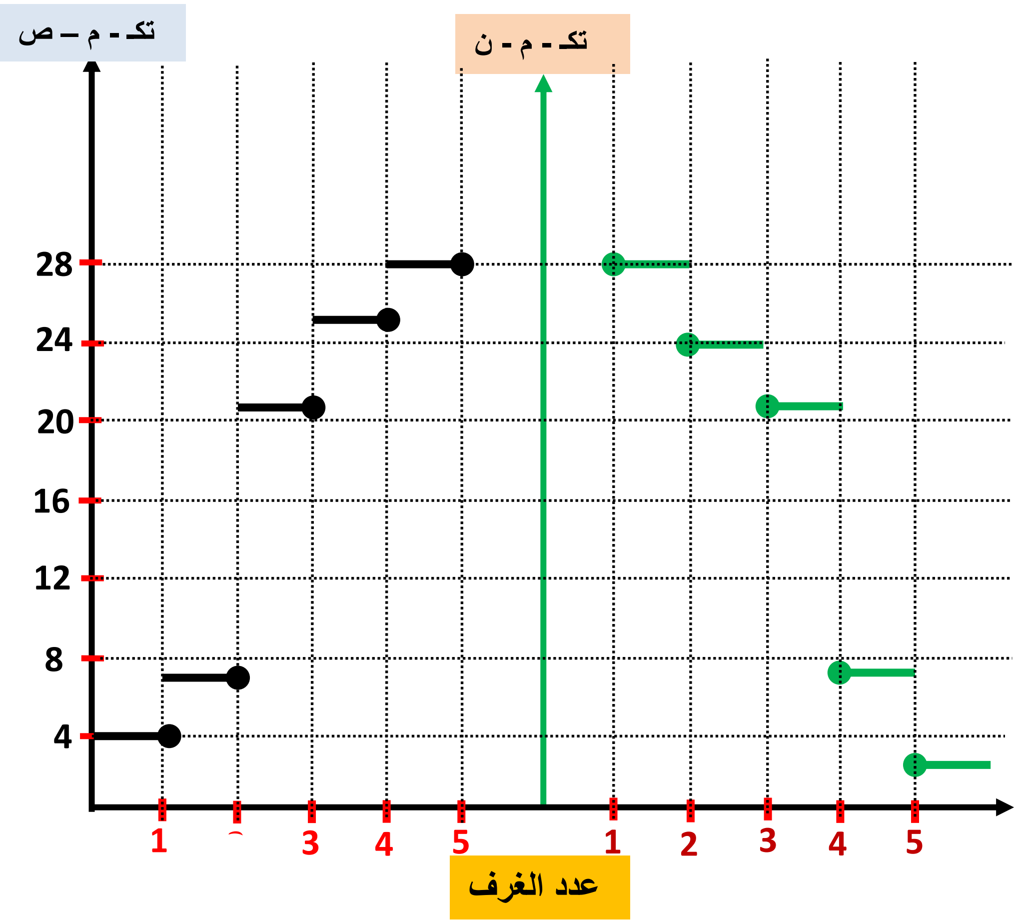
هي عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لكل قيمة .

4) العرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة :

و هي عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لكل قيمة .

حساب التكرار المجمع الصاعد و النازل :

عدد الغرف	1	2	3	4	5
عدد المساكن	4	3	14	5	2
تك - م – ص	4	7	21	26	28
تك - م - ن	28	24	21	7	2



5) العرض البياني لسلسلة إحصائية كميّة مستمرة (متواصلة) :

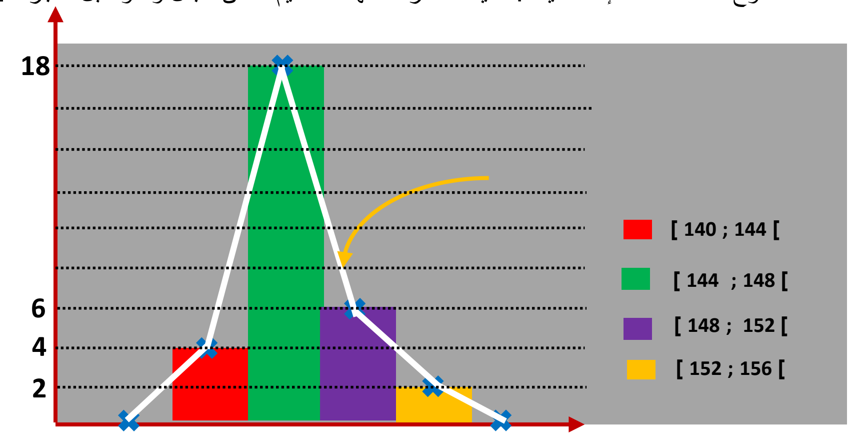
المدرّج التكراري	المضلع التكراري	المنحنى التكراري

مثال : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر ...

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

* نلاحظ أنّ الخاصيّة المدروسة هي " طول القامة "

* نوع هذه السلسلة الإحصائية : كمية مستمرة لأنّها تأخذ قيّم ضمن مجال و هو قابل للتجزئة .



المدرج التكراري هو عبارة عن مستطيلات متلاصقة أطوالها متناسبة مع التكرارات المقابلة لها .
و قاعدة كل منها (عرض المستطيل) يساوي الفئة المقابلة لها .

نلاحظ من هذا العرض البياني أنّ أغلبية التلاميذ طول قامتهم تنتمي إلى الفئة [144 ; 148 [

تسمّى هذه الفئة : فئة منوالية .

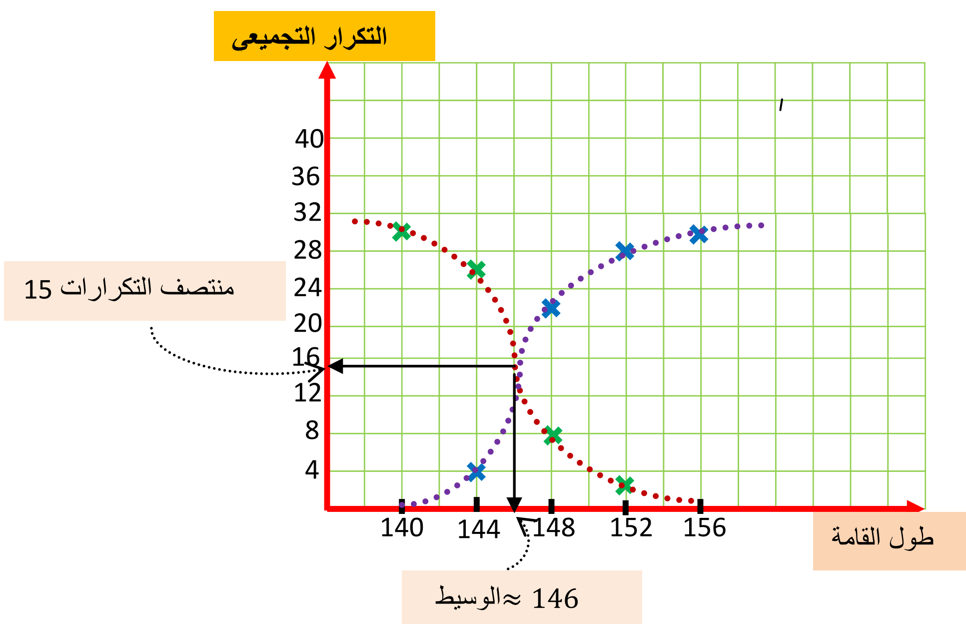
منوال سلسلة إحصائية هو القيمة (أو القيّم) التي لها أكبر تكرار .

المضلع التكراري هو المضلع المحصور بين الخط المنكسر (الذي يصل بين النقط ذات الإحداثيات مراكز الفئات و التكرارات المقابلة لها) و محور الفواصل .

المنحنى التكراري هو خط منحنى ممهد للمضلع التكراري ، يعطي لنا فكرة عن شكل التوزيع هل هو قريب إلى التوزيع الطبيعي (متناظر أو غير متناظر) .

العرض البياني للتكرار المجمّع :

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2
تك - م – ص	4	22	28	30
تك - م - ن	30	26	8	2



المنوال :

منوال سلسلة إحصائية هو القيمة (أو القيم) التي لعا أكبر تكرار ، نرمز له بالرمز M_O .

مثال$_1$: السلسلة الإحصائية التالية تبيّن 10 علامات في مادّة الرياضيات ...

06 – 16 – 15 – 10 -09 -10 – 07 -10 -09 – 10 .

لاحظ أنّ القيمة الأكثر تكرارا هي العلامة 10 ، إذن : المنوال هو : $M_O = 10$.

* ملاحظة : يمكن أن يكون لسلسلة إحصائية أكثر من منوال .

فنقول إنّها متعددة المنوال . و يكون في هذه الحالة ليس له مدلولا إحصائي .

مثال$_2$: أوجد منوال السلسلة الإحصائية التالية ...

06 – 08 – 08 – 07 – 05 – 12 -12 – 10 – 08 – 12 .

$M_{O(1)} = 8$ و $M_{O(2)} = 12$ السلسلة ثنائية المنوال .

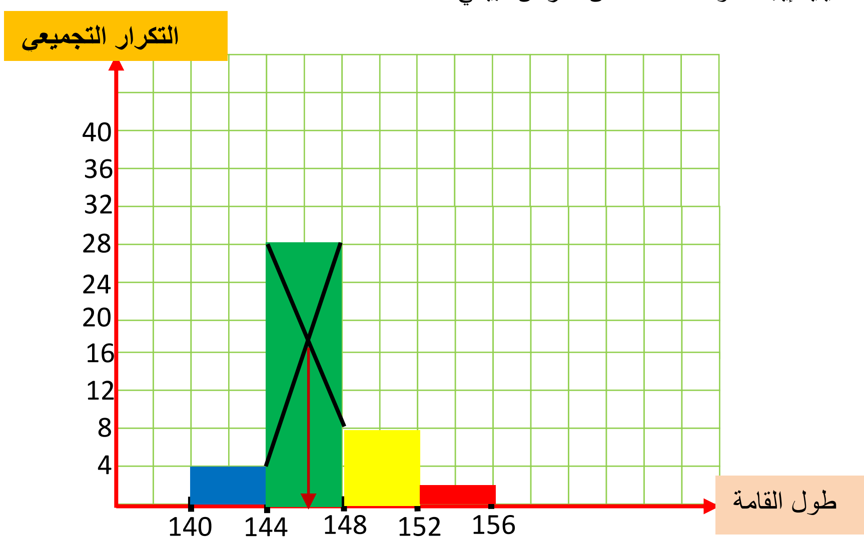
مثال$_3$: : لدينا جدول توزيع التلاميذ حسب طول قامتهم بالسنتيمتر ...

طول القامة :	[140 ; 144 [	[144 ; 148 [	[148 ; 152 [	[152 ; 156 [
التكرارات :	4	18	6	2

نلاحظ أنّ أغلبية التلاميذ طول قامتهم تنتمي إلى الفئة [144 ; 148 [

تسمّى هذه الفئة : فئة منوالية .

كيفية إيجاد منوال هذه الفئة من العرض البياني :



بيانيا نستنتج أنّ : $M_O \approx 146$.