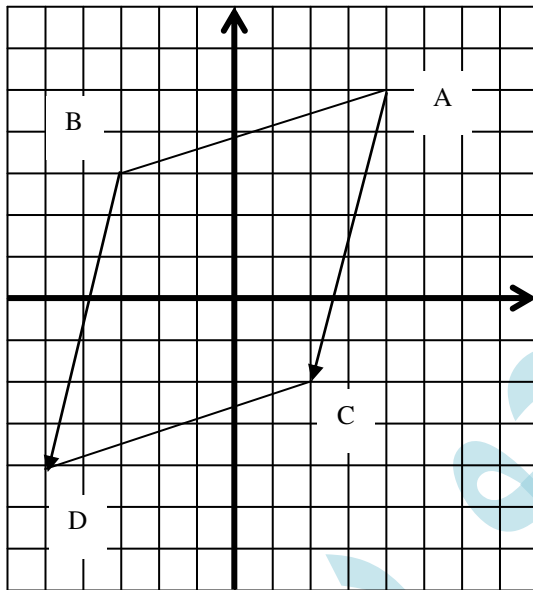


تمرين 1

- المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس (O,I,J)
- 1 - علم النقط $A(4 ; 5)$ ، $B(-3 ; 3)$ ، $C(2 ; -2)$.
 - 2 - ما نوع المثلث ABC ؟
 - 3 - لتكن D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه AC .
 - عين إحداثيتي النقطة D .
 - 4 - ما نوع الرباعي ABDC ؟

الحل

نوع المثلث ABC



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-7)^2 + (-2)^2} = \sqrt{49 + 4} = \sqrt{53}.$$

$$BC = \sqrt{50}$$

$$AC = \sqrt{50} = 2\sqrt{5}$$

$AC = BC = \sqrt{50}$ معناه المثلث ABC متساوي الساقين في C

حساب إحداثيتي النقطة D

لدينا : $\vec{AC} = \vec{BD}$ معناه :

$$\begin{cases} x_C - x_A = x_D - x_B \\ y_C - y_A = y_D - y_B \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} 2 - 4 = x_D - (-3) \\ -2 - 5 = y_D - 3 \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} x_D = -2 - 3 = -5 \\ y_D = -7 + 3 = -4 \end{cases}$$

إذن : D (-5 ; -4)

نوع الرباعي ABDC

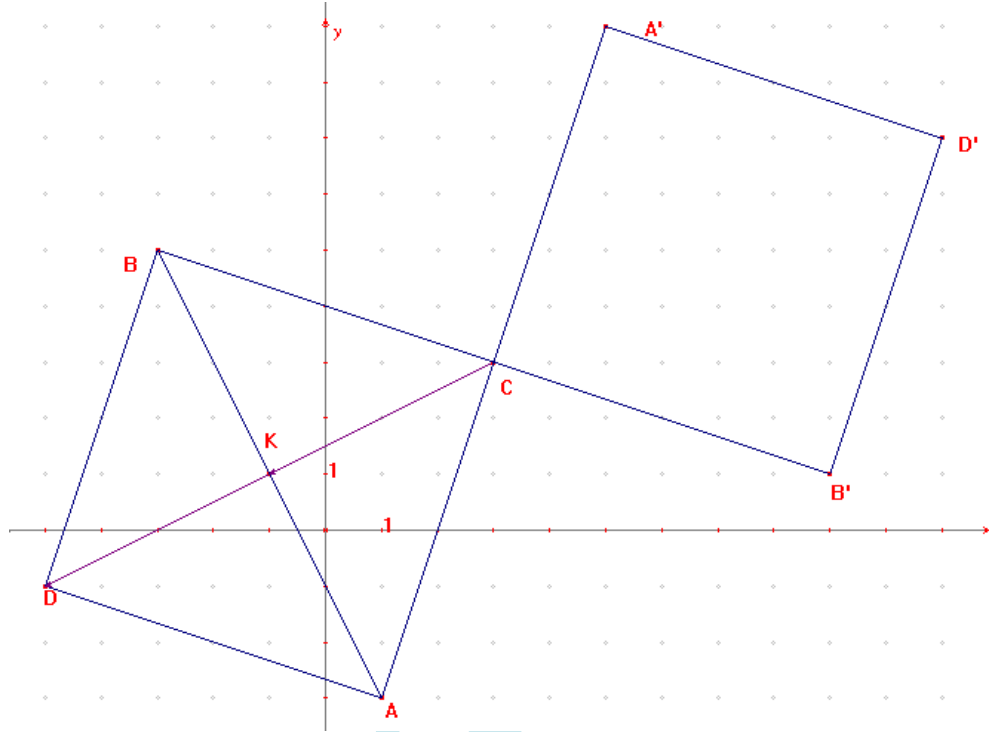
لدينا : $\vec{AC} = \vec{BD}$ معناه الرباعي ABDC متوازي أضلاع .
لكن $AC = BC$ من البرهان السابق
فهو إذن معين

تمرين 2

- المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس (O,I,J)
- تعطى النقط $A(1 ; -3)$ ، $B(-3 ; -5)$ ، $C(3 ; 3)$
- 1 - علم النقط A ، B ، C .
 - 2 - أحسب الأطوال AC ، BC ، AB .
 - 3 - بين لماذا المثلث ABC و متساوي الساقين .
 - 4 - بين أن إحداثيتي K منتصف القطعة [AB] هما (-1 ; 1) .

- أحسب إحداثيتي الشعاع CK .
- 5 - عين النقطة D بحيث يكون $KD = CK$.
- بين أن الرباعي ADBC مربع .
- 6 - عين النقط A' ، B' ، D' نظائر النقط A ، B ، D على الترتيب بالنسبة الى C .
- ما نوع الرباعي A'D'B'C ؟

الحل



حساب الأطوال AC ، BC ، AB

$$AC = \sqrt{(x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$BC = 2\sqrt{10}$$

$$AB = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5}$$

بما أن $AC = BC$ فإن ABC متساوي الساقين في C

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ معناه } \begin{cases} AC^2 + BC^2 = 40 + 40 = 80 \\ AB^2 = 80 \end{cases} \text{ لدينا :}$$

و منه المثلث ABC قائم في C

و منه المثلث ABC قائم في C و متساوي الساقين

نبن أن إحداثيتي K منتصف القطعة [AB] هما (-1 ; 1)

$$K(-1 ; 1), K\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

حساب إحداثيتي الشعاع CK

$$CK(-4 ; -2), CK(-1-3 ; 1-3)$$

نبيّن أن الرباعي ADBC مربع

بما أن $KD=CK$ معناه K منتصف [CD]
لكن K منتصف [AB]

إذن الرباعي ADBC متوازي أضلاع

و بما أن \widehat{BCA} قائمة فهو مستطيل

و بما أن $CB=CA$ فإن ADBC مربع .

نوع الرباعي A'D'B'C

C/ADBC مربع لأنه نظير C/ADBC
لأن التناظر المركزي يحفظ طبيعة الأشكال

تمرين 3

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس (O,I,J)
وحدة الطول هي السنتيمتر

1- علم النقط (2; 1) A ، (5 ; 5) B ، (6; 2) C .

2- أوجد إحداثيتي الشعاع AB .

3- أحسب الطول AB .

4- عين النقطة D بحيث يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

5- مهما إحداثيتي النقطة D ؟

6- أحسب إحداثيتي النقطة W مركز تناظر متوازي الاضلاع ABCD .

الحل

إحداثيتي الشعاع AB

$$\begin{cases} x_B - x_A = 5 - 2 = 3 \\ y_B - y_A = 5 - 1 = 4 \end{cases}$$

AB (3 ; 4).

حساب الطول AB

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

إحداثيتي النقطة D

D(3 ; -2)

حساب إحداثيتي النقطة W

W منتصف قطري متوازي الاضلاع ABCD

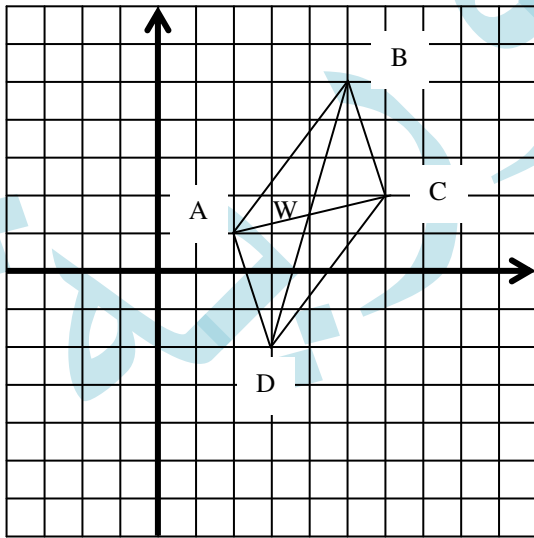
فهي منتصف [AC]

و منه :

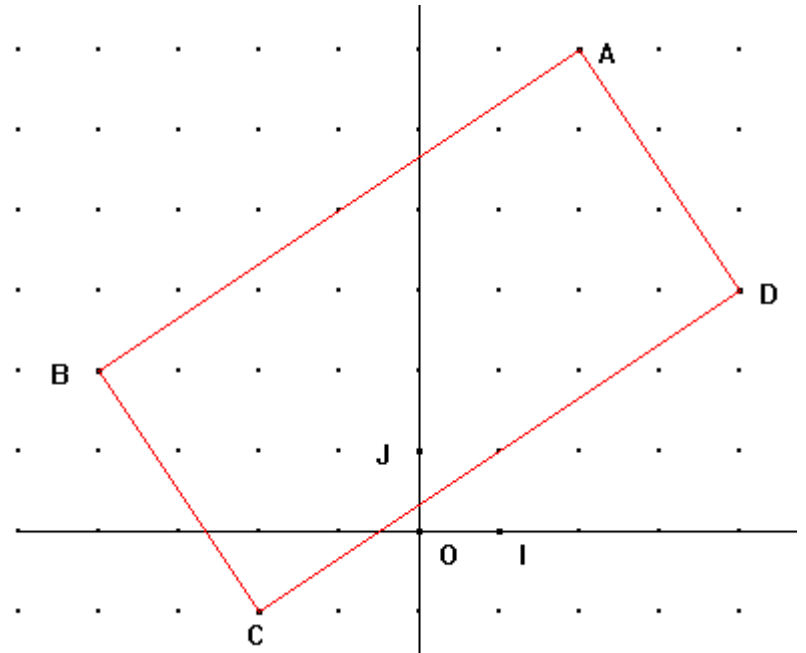
$$x_W = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$$

$$y_W = \frac{y_C + y_A}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1,5$$

W (4 ; 1,5)



في معلم متعامد و متجانس (O, I, J) في الشكل الموالي نعتبر النقط $A (2 ; 6)$ ، $B (- 4 ; 2)$ ، $C (- 2 ; - 1)$ ، $D (4 ; 3)$



- 1- أحسب إحداثيات الأشعة \vec{AB} و \vec{DC} .
- 2- هل الرباعي ABCD متوازي أضلاع ؟ علل .
- 3- أحسب الأطوال AC و BD .
- 4- بين أن الرباعي ABCD مستطيل .

الحل

حساب إحداثيات الأشعة \vec{AB} و \vec{DC}

$$\vec{AB} (-6 ; -4) \quad \vec{DC} (-6 ; -4)$$

الرباعي ABCD متوازي أضلاع ؟

بمأن $\vec{AB} = \vec{DC}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

حساب الأطوال AC و BD

$$AC = \sqrt{(-2-2)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

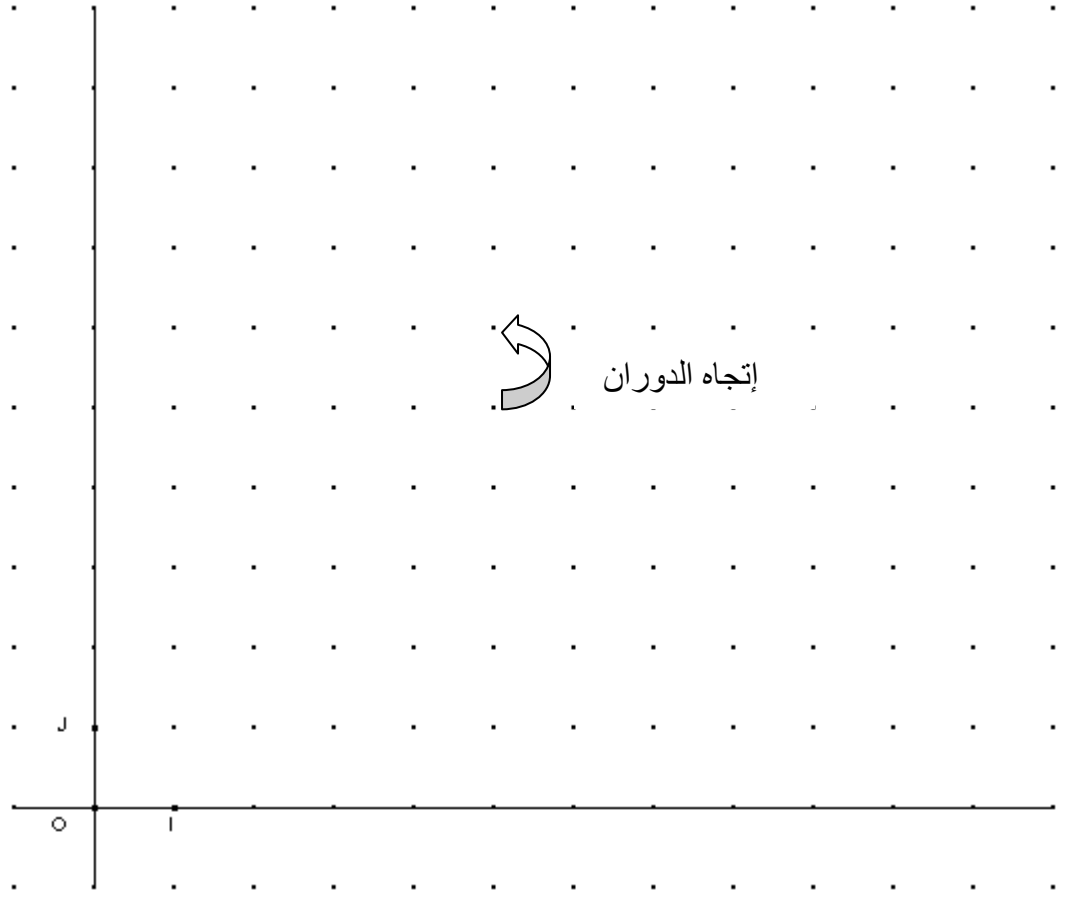
$$BD = \sqrt{(4-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{64 + 1} = \sqrt{65}$$

نبين أن الرباعي ABCD مستطيل

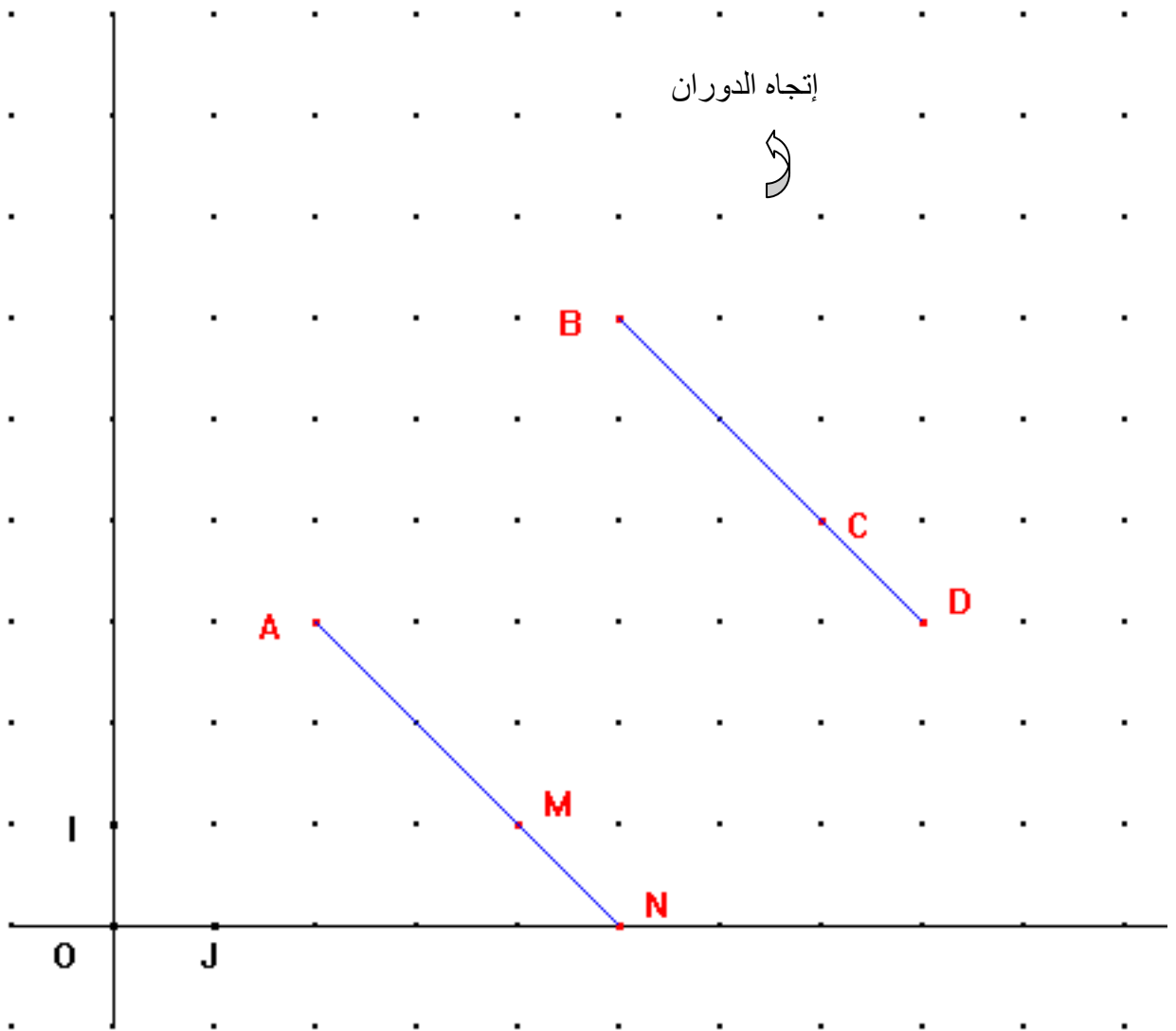
لدينا $AC = BD$
[AC] و [BD] قطرا متوازي أضلاع ABCD لهما نفس الطول فهو إذن مستطيل

تمرين 5

عليك الرسم على الشكل الموالي



- 1- في معلم متعامد و متجانس (O, I, J) عين النقط (2 ; 3) A ، (5 ; 6) B ، (7 ; 4) C .
- 2 - نفرض $AB = 3\sqrt{2}$ و $BC = 2\sqrt{2}$.
 - أحسب الطول AC ثم برهن أن المثلث ABC قائم في B .
- 3 - عين النقطة D ، صورة A بالدوران الذي مركزه B و زاويته 90° في الاتجاه المعين في الشكل المعطى .
- 4 - عين النقطة M بحيث : $\vec{BM} = \vec{BA} + \vec{BC}$.
 - ما نوع الرباعي BCMA ؟
- 5 - عين النقطة N صورة D بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BA} .
 - اشرح لماذا النقط B ، C ، D على استقامة واحدة .
 - بين أن النقط A ، M ، N على استقامة واحدة .



حساب الطول AC ثم البرهن على أن المثلث ABC قائم في B

$$AC = \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2}$$

$$\mathbf{AC} = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

إذن المثلث **ABC** قائم في **B** حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورس

نوع الرباعي BCMA

بما أن $BM = BA + BC$ فإن الرباعي BCMA متوازي أضلاع
و بما أن الزاوية **B** قائمة فهو مستطيل

شرح لماذا النقط B ، C ، D على استقامة واحدة

$\widehat{ABC} = 90^\circ$ لأن المثلث ABC قائم في B

$\angle ABD = 90^\circ$ لأن D صورة A بالدوران الذي مركزه B و زاويته 90°
و منه النقط B ، C ، D على استقامة واحدة .

نبين أن النقط A ، M ، N على استقامة واحدة

لدينا $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$ لأن BCMA مستطيل

$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{BA}$ من الرسم

إذن النقط A ، M ، N هي صور النقط B ، C ، D بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BA}
و منه النقط A ، M ، N على استقامة واحدة لأن الانسحاب يحفظ الاستقامية .