تذكـــير:

❖ **قواسم عدد طبيعي:**

📖 a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.

✓ القول أن b قاسم للعدد a، معناه أن باقي القسمة الإقليدية لـ a على b هو 0.

✓ القول أن b قاسم للعدد a، معناه يوجد عدد طبيعي q حيث $a = b \times q$.

❖ **تعيين قواسم عدد طبيعي:**

مثال: عيّن كل قواسم العدد 124.

لدينا: 124 محصور بين 11^2 و 12^2 ومنه نختبر قابلية قسمة 124 على الأعداد من 1 إلى 11. نجد 124 يقبل القسمة على كل من الأعداد 1، 2، 4. ومن المساويات: $124 = 1 \times 124$ ، $124 = 2 \times 62$، $124 = 4 \times 31$.

نجد أن 124 يقبل القسمة على 31، 62، 124.

ومنه قواسم 124 هي: 1، 2، 4، 31، 62، 124.

❖ **القواسم المشتركة لعددين طبيعيين:**

القواسم المشتركة لعددين طبيعيين a و b هي الأعداد الطبيعية غير المعدومة التي تقسم a و b في آن واحد.

مثال:

6 قاسم مشترك لـ 12 و 18 لأن: $12 = 2 \times 6$ و $18 = 3 \times 6$

قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

قواسم 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18.

إذن القواسم المشتركة للعددين 12 و 18 هي 1، 2، 3، 6.

❖ **القاسم المشترك الأكبر:**

يُسمّى أكبر قاسم مشترك لعددين طبيعيين a و b القاسم المشترك الأكبر لهذين العددين، ويرمز له بالرمز $PGCD(a;b)$.

مثال:

قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

قواسم 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18.

القواسم المشتركة لـ 12 و 18 هو 1، 2، 3، 6.

القاسم المشترك الأكبر لـ 12 و 18 هو 6.

ونكتب: $PGCD(12;18) = 6$

❖ **طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:**

خوارزمية عمليات القسمات المتتابعة (خوارزمية اقليدس):

مثال: أوجد $PGCD(156;132)$

$156 = 132 \times 1 + 24$

$132 = 24 \times 5 + 12$

$24 = 12 \times 2 + 0$

إذن: $PGCD(156;132) = 12$

آخر باقي قسمة غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 156 و132

خوارزمية الفروق المتتابعة:

مثال: أوجد $PGCD(156;132)$

$156 - 132 = 24$

$132 - 24 = 108$

$108 - 24 = 84$

$84 - 24 = 60$

$60 - 24 = 36$

$36 - 24 = 12$

$24 - 12 = 12$

$12 - 12 = 0$

إذن: $PGCD(156;132) = 12$

آخر ناتج عملية طرح غير معدوم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 156 و132

ملاحظات:

1. (a و b أوليان فيما بينهما) معناه ($PGCD(a;b) = 1$) معناه (الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال).
2. لاختزال الكسر $\frac{a}{b}$ الى كسر غير قابل للاختزال يكفي قسمة كلا من a و b على $PGCD(a;b)$.

التمارين

التمرين 01:

أوجد جميع قواسم الأعداد الآتية:

48، 75، 13×2، $17 \times 11 \times 3$

التمرين 02:

1. عين كل قواسم العددين 105 و 60.
2. ماهو أكبر قاسم مشترك لهما؟
3. ماهو أصغر قاسم مشترك لهما؟

التمرين 03:

باستعمال الفوارق المتتابعة، جد في كل حالة من الحالات الآتية القاسم المشترك الأكبر للعددين.

أ. $a = 88$ و $b = 40$

ب. $a = 837$ و $b = 341$

ج. $a = 3465$ و $b = 1575$

التمرين 04:

احسب القاسم المشترك الأكبر لكل من الأعداد التالية باستعمال خوارزمية إقليدس في كل حالة:

أ. $a = 845$ و $b = 693$

ب. $a = 725$ و $b = 348$

ج. $a = 2736$ و $b = 1216$

التمرين 05:

عيّن العدد الطبيعي a المحصور بين 25 و 40 و الذي يحقّق $PGCD(a;15) = 5$.

التمرين 06:

عندما نقسم 402 على العدد x نجد الباقي 12.

عندما نقسم 488 على العدد x نجد الباقي 8.

• جد العدد x، علما أنّ $x > 12$.

التمرين 07:

a و b عددان أوليان فيما بينهما.

• هل العددان $3a$ و $6b$ أوليان فيما بينهما؟

التمرين 08:

اكتب كل كسر من الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$\frac{136}{104}$ ؛ $\frac{240}{520}$ ؛ $\frac{651}{310}$ ؛ $\frac{333}{666}$ ؛ $\frac{1978}{732}$

التمرين 09:

1. بيّن أن العددين 63 و 110 أوليان فيما بينهما.
2. بيّن أنّ: $\frac{441}{770} = \frac{63}{110}$
3. عين العدد الطبيعي n حيث: $\frac{441}{770} = \frac{315}{315+n}$

التمرين 10:

x و y عددان طبيعيان غير معدومين بحيث: $240x = 320y$.

1. احسب الكسر $\frac{x}{y}$.
2. أعط الناتج على شكل كسر غير قبل للاختزال.

التمرين 11:

احسب وأعط النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$B = \frac{1}{6} - \frac{7}{2} \div \frac{14}{3}$ ؛ $A = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{7}{5}$

$C = \frac{5}{2} \times \frac{\frac{7}{3} + \frac{2}{3} \div 5}{\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{1}{4}}$ ؛ $D = \frac{2 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$

التمرين 12:

إليك العدد E حيث $E = \frac{2175}{1044} + \frac{5}{6}$

1. هل العددان 2175 و 1044 أوليان فيما بينهما؟ علّل.
2. اكتب الكسر $\frac{2175}{1044}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. استنتج كتابة للعدد E على شكل $a + \frac{b}{c}$ حيث a، b و c أعداد طبيعية مع a أكبر ما يمكن و b أصغر ما يمكن.

التمرين 13:

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1631 و 932.
2. اكتب الكسر $\frac{1631}{932}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. احسب العدد A حيث: $A = \frac{1631}{932} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

التمرين 14:

إليك الاعداد A; B حيث:

$$B = \frac{90 \times (10^3)^2 \times 12 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3} \quad ; \quad A = \frac{133}{27}$$

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 133 و 27. ماذا تستنتج بالنسبة للكسر A.
2. أعط الكتابة العلمية للعدد B.

التمرين 15:

1. اكتب الكسر $\frac{210}{301}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
2. احسب الفرق $\frac{17}{86} - \frac{210}{301}$ ثم اكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

الوضعيـــــــــــات

الوضعية 01:

اشترى عمي سعيد 1392 كراسا و812 كتابا من أجل توزيعها على أكبر عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث كل تلميذ يحصل على كراريس وكتب في آن واحد ويجب أن تكون القسمة عادلة.

1. ماهو عدد التلاميذ المحتاجين؟
2. كم كراسا وكم كتابا يحصل عليه كل تلميذ؟

الوضعية 02:

يريد المسؤولون عن الحماية المدنية وضع 240 عون حماية و105 ضابطاً للحماية المدنية في مجموعات متماثلة وبأكبر عدد ممكن من الأفراد.

1. احسب عدد المجموعات التي تمّ تشكيلها.
2. احسب عدد أعوان الحماية وعدد الضباط في كل مجموعة.

الوضعية 03:

غرفة ياسر مستطيلة الشكل طولها $4,6\ m$ وعرضها $3\ m$، بلطت ببلاط مربع الشكل من نفس النوع ومن دون تقطيع.

1. ما هو طول ضلع هذا البلاط بحيث نستعمل أقل عدد ممكن منه؟
2. ما هو عدد البلاط المستعمل في هذه الحالة؟

الوضعية 04:

يملك عمي محمد حقل نخيل مستطيل الشكل طوله $135\ m$ وعرضه $39\ m$ يريد تسييجه. لهذا الغرض يغرس أعمدة متساوية المسافة عن بعضها البعض، حيث تكون هذه المسافة عدد طبيعي وأكبر من $2\ m$، بالإضافة إلى ذلك يضع عمود في كل ركن من أركان الحقل.

1. ما هي المسافة الفاصلة بين كل عمودين؟
2. ما هو عدد الأعمدة؟

الوضعية 05:

لصهيب صندوق متوازي المستطيلات أبعاده هي $30\ cm$ و $45\ cm$ و $60\ cm$، أراد ان يملأه بمكعبات لها نفس البعد d بحيث يكون عدد طبيعي.

- جد x حتى يكون عدد المكعبات التي تملأ الصندوق أصغر ما يمكن؟

الوضعية 06:

يملك عبد الرحيم قطعة أرض مستطيلة الشكل بعداها $165\ m$، $88\ m$ يريد أن يقيم عليها بيوتا بلاستيكية ذات قواعد مربعة الشكل لها نفس البعد d.

1. أوجد قيمة d حتى يكون عدد البيوت البلاستيكية أقل ما يمكن؟
2. ما هو عندئذ عدد البيوت البلاستيكية؟

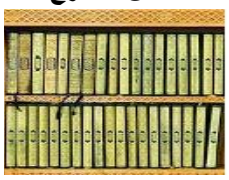
الوضعية 07:

نريد ملء دنّين بالماء وذلك باستعمال دنّ سعته xL حيث x عدد طبيعي. نعلم أنّ سعة الدنّ ① هي $24\ L$ وسعة الدنّ ② هي $18\ L$.

1. جد أكبر قيمة للعدد x؟ (نفرغ هذا الدنّ كلّيا في كل مرّة).
2. كم مرّة استعملنا هذا الدنّ لملء الدنّ ①؟ لملء الدنّ ②؟

الوضعية 08:

تبرع أحمد بمصاحف لمدرسة قرآنية 114 مصحفا برواية ورش و 84 مصحفا برواية حفص، فأراد صاحب المدرسة القرآنية ترتيبها في رفوف بحيث تكون كل الرفوف متماثلة من حيث عدد مصاحف من كل نوع.

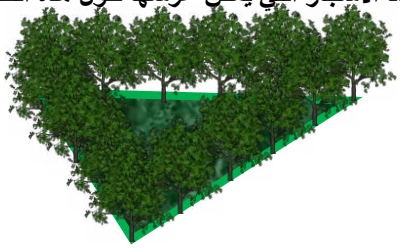


1. ما هو أكبر عدد من الرفوف المستعملة؟
2. إذا كان سمك المصحف براوية ورش هو $3\ cm$ وسمك المصحف براوية حفص هو $2,5$ فما هو طول كلّ رف؟ (توضع المصاحف جنبا إلى جنب في الرّف)

الوضعية 09:

حديقة مثلثة الشكل أبعادها: $32\ m$ و $60\ m$ و $68\ m$ نريد إحاطتها بأشجار على أن تكون في كل ركن من أركان الحديقة شجرة و المسافة التي تفصل الأشجار المتجاورة متساوية.

1. جد أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين؟
2. ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة؟



الوضعية 10: (*BEM* 2010)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.
2. صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها $1,40\ m$ و $2,20\ m$ جزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع .
   أ. ما هو طول ضلع كل مربع؟
   ب. ما هو عدد المربعات الناتجة؟

بالتوفيق والنجاح