مطابق للمنهاج الجديد
لوزارة التربية الوطنية
الجيل الثاني

الدليـــــــل في مــادة الرياضيــــــــــات
لمترشح
شهادة التعليم المتوسط

حوليات شهادة التعليم المتوسط
من 2007 إلى 2020
مع حلولها المفصلة

+

أكثر من 150 تمرين و مسألة نموذجية

معاملات المواد و مدة الاختبار
في امتحان شهادة التعليم المتوسط

المـــــــــادة	مدة الامتحان	المعامل
اللغة العربية	2 ساعة	5
اللغة الفرنسية (اللغة الأجنبية الأولى)	2 ساعة	3
اللغة الإنجليزية (اللغة الأجنبية الثانية)	ساعة و نصف	2
اللغة الأمازيغية	ساعة و نصف	2
الرياضيات	2 ساعة	4
التربية الإسلامية	1 ساعة	2
التاريخ و الجغرافيا	1 ساعة و نصف	3
التربية المدنية	ساعة	1
علوم الطبيعة و الحياة	1 ساعة و نصف	2
علوم فيزيائية و تكنولوجيا	1 ساعة و نصف	2
التربية البدنية و الرياضة		1

جدول سير اختبارات
امتحان شهادة التعليم المتوسط

الأيام / التوقيت	اليوم الأول	اليوم الثاني	اليوم الثالث
من : 08:30 إلى :10:30	**اللغة العربية**	**الرياضيات**	**الغة الفرنسية**
من : 11:00 إلى :12:30	**علوم فيزيائية و تكنولوجيا**	**اللغة الإنجليزية**	**علوم الطبيعة و الحياة**
من : 14:30 إلى :15:30	**التربية الإسلامية**		
من : 14:30 إلى :16:00		**التاريخ و الجغرافيا**	**اللغة الأمازيغية**
من : 16:00 إلى :17:00	**التربية المدنية**		

التدريج السنوي لمادة الرياضيات – السنة الرابعة متوسط

2020 – 2021

الحجم الساعي الأسبوعي :
5 ساعات للتلميذ
6 ساعات للأستاذ

(لم يتم تغيير هذا التدريج حسب الإجراءات الصحية التي اتخذت لمكافحة جائحة كورونا)

الحجم الساعي	رقم الباب	الأبـــــــــواب
		الفصل الأول (12 أسبوع)
الحجم الساعي	**رقم الباب**	**الأبـــــــــواب**
33 ساعة	01	الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و (القاسم المشترك الأكبر)
	02	الحساب على الجذور
	09	خاصية طالس
15 ساعة	03	الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)
12 ساعة	10	حساب المثلثات في مثلث قائم و (نظرية فيثاغورث)
		الفصل الثاني (10 أسابيع)
الحجم الساعي	**رقم الباب**	**الأبـــــــــواب**
28 ساعة	04	المعادلات و المتراجحات
	11	الأشعة و الانسحاب
	12	الأشعة في معلم
22 ساعة	05	جملة معادلتين بمجهولين
	06	الدالة الخطية و التناسبية
	07	الدالة التآلفية
		الفصل الثالث (06 أسابيع)
الحجم الساعي	**رقم الباب**	**الأبـــــــــواب**
12 ساعة	08	الإحصاء
18 ساعة	13	الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة
	14	الهندسة في الفضاء

جوان 2015	
التمرين 1 القاسم المشترك الأكبر...	**غير متوفر حاليا**
التمرين 2 الحساب الحرفي+ الحساب على الجذور..	**20**
التمرين 3 الدوران...	**عن قريب**
التمرين 4 نظرية طالس + نظرية فيتاغورث..	**66**
المسألة الدالة الخطية - الدالة التآلفية..	**53**
جوان 2016	
التمرين 1 القاسم المشترك الأكبر + الحساب على الجذور..	**11**
التمرين 2 الحساب الحرفي+ الحساب على الجذور..	**18**
التمرين 3 الدالة الخطية - الدالة التآلفية..	**28**
التمرين 4 الأشعة و الانسحاب	**89**
المسألة الدوران + حساب المثلثات + نظرية طالس..	**عن قريب**
جوان 2017	
التمرين 1 الحساب على الجذور+ المتطابقات الشهيرة...	**12**
التمرين 2 الحساب الحرفي*...	**غير متوفر حاليا**
التمرين 3 الدوران..	**عن قريب**
التمرين 4 حساب المثلثات + نظرية طالس..	**71**
المسألة الدالة الخطية - الدالة التآلفية..	**56**
جوان 2018	
التمرين 1 الحساب على الجذور..	**غير متوفر حاليا**
التمرين 2 الحساب الحرفي*...	**15**
التمرين 3 حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث...	**72**
التمرين 4 نظرية فيثاغورث...	**غير متوفر حاليا**
المسألة الدالة الخطية - الدالة التآلفية..	**42**
جوان 2019	
التمرين 1 الحساب على الجذور..	**غير متوفر حاليا**
التمرين 2 الحساب الحرفي*...	**16**
التمرين 3 حساب المثلثات + نظرية طالس + نظرية فيثاغورث...	**75**
التمرين 4 الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة..	**عن قريب**
المسألة الدالة الخطية و الدالة التآلفية..	**45**
سبتمبر 2020	
التمرين 1 الحساب على الجذور..	**غير متوفر حاليا**
التمرين 2 الحساب الحرفي*...	**غير متوفر حاليا**
التمرين 3 الدوران - الزوايا - المضلعات المنتظمة + حساب المثلثات...	**عن قريب**
التمرين 4 الأشعة و الانسحاب - الأشعة في معلم...	**81**
المسألة القاسم المشترك الأكبر + النسب المؤوية	**غير متوفر حاليا**

قائمة الدروس المعالجة في حوليات إ.ش.ت.م من 2007 إلى 2020

مرتبة من الأسهل إلى الأصعب

التمرين الأول : (3 نقط)
امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$,
$m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (-4+\sqrt{12})(\sqrt{12}+5)$
$m = \sqrt{432} - \sqrt{108} - \sqrt{48} + \sqrt{64}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{12}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{12}+8}{\sqrt{12}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+4)$
$m = 2\sqrt{150} - \sqrt{54} - 3\sqrt{24} + \sqrt{36}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{6}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}$ عددا ناطقا.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2012)

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{5}-2)(3+\sqrt{5})$
$m = 2\sqrt{80} - \sqrt{125} - \sqrt{20} + \sqrt{1}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{5}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

درس الجذور التربيعية + درس المتطابقات الشهيرة

حل التمرين الأول لامتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{7}+b$:

$m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$
$m = \sqrt{16x7} - 3\sqrt{4x7} + 3\sqrt{7} - 5$
$\mathbf{m = \sqrt{7} - 5}$
$n = (\sqrt{7}+3)(4-\sqrt{7})$
$n = 4\sqrt{7} - 7 + 12 - 3\sqrt{7}$
$\mathbf{n = \sqrt{7} + 5}$

2) حساب m x n :

$\mathbf{m \times n} = (\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)$
$= \sqrt{7}^2 - 5^2 = 7 - 25 = \mathbf{-18}$

3) جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ ناطق :

$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}-5)\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7-5\sqrt{7}}{7}$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{8}+3)(-2+\sqrt{8})$
$m = \sqrt{968} - 2\sqrt{72} - 2\sqrt{32} - \sqrt{4}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{8}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}}$ عددا ناطقا.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{5}-3)(4+\sqrt{5})$
$m = \sqrt{500} - \sqrt{245} - \sqrt{20} + \sqrt{49}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{5}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2012)
ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث :
$n = (\sqrt{7}+2)(-1+\sqrt{7})$
$m = \sqrt{1183} - \sqrt{343} - \sqrt{175} - \sqrt{25}$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7}+b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أنّ الجداء m x n عدد ناطق.
3) اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

حلــــــــــــــــــــول نماذج التمرين الأول (دورة 2012) :

التمرين الأول :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{12}\ +b$:

n= $(-4+\sqrt{12})(\sqrt{12}+5)$
n= $-4\sqrt{12}+12-20+5\sqrt{12}$
n= $\sqrt{12}-8$
m= $\sqrt{432} \quad -\sqrt{108} \quad -\sqrt{48} \quad +\sqrt{64}$
m= $\sqrt{36x12} \quad -\sqrt{9x12} \quad -\sqrt{4x12} \quad +\sqrt{64}$
m= $\sqrt{36}\,x\sqrt{12} \;-\sqrt{9}\;x\sqrt{12} \;-\sqrt{4}\,x\sqrt{12} \;+8$
m = $6\sqrt{12} \quad -3\sqrt{12} \quad -2\sqrt{12} \quad +8$
m = $6\sqrt{12} \quad -5\sqrt{12} \quad +8$
m = $\sqrt{12}+8$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{12}+8)(\sqrt{12}-8)$
= $\sqrt{12}^2-8^2=12-64=-52$, m x n = **-52**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{12}+8}{\sqrt{12}}$ ناطق :**

$\frac{\sqrt{12}-5}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{12}x(\sqrt{12}+8)}{\sqrt{12}\,x\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{12}^2+8\sqrt{12}}{\sqrt{12}^2}=\frac{12+8\sqrt{12}}{12}$

التمرين الثاني :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{6}\ +b$:

n= $(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+4)$
n= $6-3\sqrt{6}\ +4\sqrt{6}\ -12$
n= $\sqrt{6}-6$
m = $2\sqrt{150} \quad -\sqrt{54} \quad -3\sqrt{24} \quad +\sqrt{36}$
m= $2\sqrt{25x6} \quad -\sqrt{9x6} \quad -3\sqrt{4x6} \quad +6$
m= $2\sqrt{25}\,x\sqrt{6} \;-\sqrt{9}\,x\sqrt{6} \;-3\sqrt{4}\;x\sqrt{6} \;+6$
m = $10\sqrt{6} \quad -3\sqrt{6} \quad -6\sqrt{6} \quad +6$
m = $10\sqrt{6} \quad -9\sqrt{6} \quad +6$
m = $\sqrt{6}+6$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{6}+6)(\sqrt{6}-6)$
= $\sqrt{6}^2-6^2=6-36=-30$, m x n = **-30**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}$ ناطق :**

$\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}x(\sqrt{6}+6)}{\sqrt{6}\,x\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6^2}+6\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}}=\frac{6+6\sqrt{6}}{6}$

التمرين الثالث :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{5}\ +b$:

n= $(\sqrt{5}-2)(3+\sqrt{5})$
n= $3\sqrt{5}-6+5-2\sqrt{5}$
n= $\sqrt{5}-1$
m= $2\sqrt{80} \quad -\sqrt{125} \quad -\sqrt{20} \quad +\sqrt{1}$
m= $2\sqrt{16}\,x\sqrt{5} \;-\sqrt{25}\,x\sqrt{5} \;-\sqrt{4}\;x\sqrt{5} \;+1$
m = $8\sqrt{5} \quad -5\sqrt{5} \quad -2\sqrt{5} \quad +1$
m = $8\sqrt{5} \quad -7\sqrt{5} \quad +1$
m = $\sqrt{5}+1$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$
= $\sqrt{5}^2-1^2=5-1=4$, m x n = **4**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$ ناطق :**

$=\frac{\sqrt{5}x(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}\,x\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}^2}{\sqrt{5}}=\frac{5+\sqrt{5}}{5} \quad \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}}$

التمرين الرابع :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{8}\ +b$:

n= $(\sqrt{8}+3)(-2+\sqrt{8})$
n= $-2\sqrt{8}-6+8+3\sqrt{8}$
n= $\sqrt{8}+2$
m = $\sqrt{968} \quad -2\sqrt{72} \quad -2\sqrt{32} \quad -\sqrt{4}$
m= $\sqrt{121x8} \quad -2\sqrt{9x8} \quad -2\sqrt{4x8} \quad -\sqrt{4}$
m= $\sqrt{121}\,x\sqrt{8} \;-2\sqrt{9}\,x\sqrt{8} \;-2\sqrt{4}\;x\sqrt{8} \;-2$
m = $11\sqrt{8} \quad -6\sqrt{8} \quad -4\sqrt{8} \quad -2$
m = $11\sqrt{8} \quad -10\sqrt{8} \quad -2$
m = $\sqrt{8}-2$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{8}-2)(\sqrt{8}+2)$
= $\sqrt{8}^2-2^2=8-4=4$, m x n = **4**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}}$ ناطق :**

$\frac{\sqrt{8}-2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{8}x(\sqrt{8}-2)}{\sqrt{8}\,x\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{8}^2-2\sqrt{8}}{\sqrt{8}^2}=\frac{8-2\sqrt{8}}{8}$

التمرين خامس :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{5}\ +b$:

n= $(\sqrt{5}-3)(4+\sqrt{5})$
n= $4\sqrt{5}-12+5-3\sqrt{5}$
n= $\sqrt{5}-7$
m= $\sqrt{500} \quad -\sqrt{245} \quad -\sqrt{20} \quad +\sqrt{49}$
m= $\sqrt{100x5} \quad -\sqrt{49x5} \quad -\sqrt{4x5} \quad +\sqrt{49}$
m= $\sqrt{100}\,x\sqrt{5} \;-\sqrt{49}\;x\sqrt{5} \;-\sqrt{4}\,x\sqrt{5} \;+7$
m = $10\sqrt{5} \quad -7\sqrt{5} \quad -2\sqrt{5} \quad +7$
m = $10\sqrt{5} \quad -9\sqrt{5} \quad +7$
m = $\sqrt{5}+7$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{5}+7)(\sqrt{5}-7)$
= $\sqrt{5}^2-7^2=5-49=-44$, m x n = **-44**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}}$ ناطق :**

$\frac{\sqrt{5}+7}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}x(\sqrt{5}+7)}{\sqrt{5}\,x\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}^2+7\sqrt{5}}{\sqrt{5}^2}=\frac{5+7\sqrt{5}}{5}$

التمرين السادس :

1) كتابة m و n على شكل $a\sqrt{7}\ +b$:

n= $(\sqrt{7}+2)(-1+\sqrt{7})$
n= $-\sqrt{7}-2+7+2\sqrt{7}$
n= $\sqrt{7}+5$
m = $\sqrt{1183} \quad -\sqrt{343} \quad -\sqrt{175} \quad -\sqrt{25}$
m= $\sqrt{169\,x\,7} \quad -\sqrt{49\,x\,7} \quad -\sqrt{25\,x\,7} \quad -\sqrt{25}$
m= $\sqrt{169}\,x\sqrt{7} \;-\sqrt{49}\;x\sqrt{7} \;-\sqrt{25}\,x\sqrt{7} \;-5$
m = $13\sqrt{7} \quad -7\sqrt{7} \quad -5\sqrt{7} \quad -5$
m = $13\sqrt{7} \quad -12\sqrt{7} \quad -5$
m = $\sqrt{7}-5$

2) **حساب m x n :**

m x n = $(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)$
= $\sqrt{7}^2-5^2=7-25=-18$, m x n = **-18**

3) **جعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ ناطق :**

$\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}x(\sqrt{7}-5)}{\sqrt{7}\,x\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}^2-5\sqrt{7}}{\sqrt{7}^2}=\frac{7-5\sqrt{7}}{7}$

تمرين يشمل :**درس:** القاسم المشترك الأكبر **+ درس:** الجذور التربيعية

التمرين الأول : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832

2)اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$

على شكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

حل التمرين الأول امتحان لشهادة التعليم المتوسط (2016)

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832

1053 = 832 x 1 + 221

832 = 221 x 3 + 169

221 = 169 x 1 + 52

169 = 52 x 3 + 13

52 = 13 x 4 + 0

آخر باقي غير معدوم هو 13 إذن

PGCD (1053, 832) = 13

2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:

$$\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$$

3) كتابة : $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$:

$A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$

$A = \sqrt{81 \text{ x } 13} + 2\sqrt{64 \text{ x } 13} - 8\sqrt{9 \text{ x } 13}$

$A = \sqrt{81} \text{ x}\sqrt{13} + 2\sqrt{64} \text{ x}\sqrt{13} - 8\sqrt{9} \text{ x } \sqrt{13}$

$A = 9\sqrt{13} + 2 \text{ x } 8\sqrt{13} - 8 \text{ x } 3\sqrt{13}$

$A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$

$A = \sqrt{13}$

حيث : **a = 1**

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 294 و 486

2)اكتب الكسر $\frac{486}{294}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = \sqrt{486} - 3\sqrt{294} + 4\sqrt{150}$

على شكل $a\sqrt{6}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 350 و 896

2)اكتب الكسر $\frac{896}{350}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = 2\sqrt{896} - \sqrt{350} + 3\sqrt{126}$

على شكل $a\sqrt{14}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 539 و 396

2)اكتب الكسر $\frac{539}{396}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = -\sqrt{539} - 2\sqrt{396} + 2\sqrt{44}$

على شكل $a\sqrt{11}$ حيث a عدد نسبي يطلب تعيينه.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1377 و 1088

2)اكتب الكسر $\frac{1377}{1088}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = 4\sqrt{1377} - 3\sqrt{1088} + \sqrt{612}$

على شكل $a\sqrt{17}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 2160 و 735

2)اكتب الكسر $\frac{2160}{735}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = 2\sqrt{2160} - \sqrt{735} + \sqrt{375}$

على شكل $a\sqrt{15}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2016)

1)احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1863 و 1472

2)اكتب الكسر $\frac{1863}{1472}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال

3)اكتب $A = 2\sqrt{1863} - \sqrt{1472} + \sqrt{575}$

على شكل $a\sqrt{23}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه

الحلـــــــــــــــول :

التمرين الأول : القاسم المشترك الأكبر : **6** الكسر : $\frac{81}{49}$ $A= (9-21+20)\sqrt{6}$ $A= 8\sqrt{6}$ a= **8**	**التمرين الثاني :** القاسم المشترك الأكبر : **14** الكسر : $\frac{64}{25}$ $A= (16-5+9)\sqrt{14}$ $A= 20\sqrt{14}$ a=**20**	**التمرين الثالث :** القاسم المشترك الأكبر : **11** الكسر : $\frac{49}{36}$ $A= (-7-12+4)\sqrt{11}$ $A= -15\sqrt{11}$ a= **-15**
التمرين الرابع : القاسم المشترك الأكبر : **17** الكسر : $\frac{81}{64}$ $A= (36-24+6)\sqrt{17}$ $A= 18\sqrt{17}$ a= **18**	**التمرين الخامس :** القاسم المشترك الأكبر : **15** الكسر : $\frac{144}{49}$ $A= (24-7+5)\sqrt{15}$ $A= 22\sqrt{15}$ a= **22**	**التمرين السادس :** القاسم المشترك الأكبر : **23** الكسر : $\frac{81}{64}$ $A= (18-8+5)\sqrt{23}$ $A= 15\sqrt{23}$ a=**15**

تمرين حول: الجذور التربيعية

التمرين الأول : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$, $B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+1)(8B-1)$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{175}-\sqrt{63}$, $B=\frac{14}{\sqrt{7}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+2)(B-2)$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2017)

A, B عددان حقيقيان حيث: $A=-2\sqrt{20}+\sqrt{500}$, $B=\frac{5}{2\sqrt{5}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+3)(12B-3)$

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{396}+\sqrt{44}$, $B=\frac{11}{4\sqrt{11}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{11}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+4)(32B-4)$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{648}-\sqrt{200}$, $B=\frac{8}{2\sqrt{8}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{8}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+2)(8B-2)$

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{98}+\sqrt{18}$, $B=\frac{2}{5\sqrt{2}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+2)(-2+50B)$

حل التمرين الأول لامتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)

1) كتابة العدد A على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

$A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$

$A=\sqrt{36\text{x}3}-\sqrt{4\text{x}3}$

$A=\sqrt{36}\text{ x }\sqrt{3}-\sqrt{4}\text{ x }\sqrt{3}$

$A=6\text{ x }\sqrt{3}-2\text{ x }\sqrt{3}$

$A=(6-2)\text{ x }\sqrt{3}$

$\mathbf{A=4\sqrt{3}}$

2) كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق:

$B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$

$B=\frac{\sqrt{3}\text{ x }3}{\sqrt{3}\text{x}2\sqrt{3}}$

$B=\frac{3\sqrt{3}}{2\text{x}\sqrt{3}^2}$

$B=\frac{3\sqrt{3}}{2\text{x}3}$

$B=\frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2\text{x}\cancel{3}}$

$\mathbf{B=\frac{\sqrt{3}}{2}}$

(طريقة أخرى : نعوّض 3 بـ : $\sqrt{3}\text{ x }\sqrt{3}$ ثم نبسّط)

3) بيان أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+1)(8B-1)$

$C=(A+1)(8B-1)$

$C=(4\sqrt{3}+1)(8\text{ x }\frac{\sqrt{3}}{2}-1)$

$C=(4\sqrt{3}+1)(4\sqrt{3}-1)$

$C=(4\sqrt{3})^2-1^2$

$C=16\text{x}3-1=48-1=47$

$C=47$ (إذن C عدد طبيعي)

التمرين السادس : (حسب نموذج 2017)

A , B عددان حقيقيان حيث: $A=\sqrt{486}-\sqrt{54}$, $B=\frac{6}{3\sqrt{6}}$

اكتب العدد A على شكل $a\sqrt{6}$ حيث a عدد طبيعي .

اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C=(A+9)(18B-9)$

الحلـــــــــــــــــــول :

التمرين الأول : $A=(5-3)\sqrt{7}$ $A=\mathbf{2\sqrt{7}}$ $B=\mathbf{\frac{14\sqrt{7}}{7}}$ $C=28-4=\mathbf{24}$	**التمرين الثاني :** $A=(-4+10)\sqrt{5}$ $A=\mathbf{6\sqrt{5}}$ $B=\mathbf{\frac{\sqrt{5}}{2}}$ $C=36\text{x}5-9=\mathbf{171}$	**التمرين الثالث :** $A=(6+2)\sqrt{11}$ $A=\mathbf{8\sqrt{11}}$ $B=\mathbf{\frac{\sqrt{11}}{4}}$ $C=64\text{x}11-16=\mathbf{688}$
التمرين الرابع : $A=(9-5)\sqrt{8}$ $A=\mathbf{4\sqrt{8}}$ $B=\mathbf{\frac{\sqrt{8}}{2}}$ $C=16\text{x}8-4=\mathbf{124}$	**التمرين خامس :** $A=(7+3)\sqrt{2}$ $A=\mathbf{10\sqrt{2}}$ $B=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{5}}$ $C=100\text{X}2-4=\mathbf{196}$	**التمرين السادس :** $A=(9-3)\sqrt{6}$ $A=\mathbf{6\sqrt{6}}$ $B=\mathbf{\frac{\sqrt{6}}{3}}$ $C=36\text{x}6-81=\mathbf{135}$

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

التمرين الأول : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011

1) تحقق بالنّشر من أنّ : $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

2) لتكن العبارة A حيث :

$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$

- حلّل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(2x-1)(4x-1) = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2011)

1) تحقق بالنّشر من أنّ : $(7x-3)(4x+3) = 28x^2 + 9x - 9$

2) لتكن العبارة A حيث :

$A = 28x^2 + 9x - 9 + (4x+3)(x+1)$

- حلّل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(4x+3)(8x-2) = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2011)

1) تحقق بالنّشر من أنّ : $(2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3$

2) لتكن العبارة A حيث :

$A = 2x^2 + 7x + 3 + (2x+1)(x+5)$

- حلّل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(2x+1)(2x+8) = 0$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2011

1) التحقق بالنشر :

$(2x-1)(x-3)$

$= 2x^2 - x - 6x + 3$

$= 2x^2 - 7x + 3$

ومنه : $\mathbf{(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3}$

2) التحليل :

بما أن $\underline{\mathbf{2x^2 - 7x + 3}} = (2x-1)(x-3)$ مما سبق

فإن:

$A = \underline{\mathbf{2x^2 - 7x + 3}} + (2x-1)(3x+2)$

$A = (2x-1)(x-3) + (2x-1)(3x+2)$

$A = (2x-1)\,[(x-3)+(3x+2)]$

$A = (2x-1)(x - 3 + 3x + 2)$

$A = (2x-1)(4x-1)$

3) حل المعادلة : $\mathbf{(2x-1)(4x-1) = 0}$

$(2x-1)(4x-1) = 0$ معناه إما : $2x - 1 = 0$ أو : $4x - 1 = 0$

إما : $x = \frac{1}{2}$ **أو :** $x = \frac{1}{4}$

للمعادلة حلان و هما $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$.

حلول نماذج التمرين الأول (دورة 2011) :

حل التمرين الأول :

1) التحقق بالنشر :

$(7x-3)(4x+3)$

$= 28x^2 - 12x + 21x - 9$

$= 28x^2 + 9x - 9$

ومنه : $\mathbf{(7x-3)(4x+3) = 28x^2 + 9x - 9}$

2) التحليل :

بما أن $\underline{\mathbf{28x^2 + 9x - 9}} = (7x-3)(4x+3)$ **مما سبق**

فإن:

$A = \underline{\mathbf{28x^2 + 9x - 9}} + (4x+3)(x+1)$

$A = (7x-3)(4x+3) + (4x+3)(x+1)$

$A = (4x+3)\,[(7x-3)+(x+1)]$

$A = (4x+3)(7x - 3 + x + 1)$

$A = (4x+3)(8x-2)$

3) حل المعادلة : $\mathbf{(4x+3)(8x-2) = 0}$

$\mathbf{(4x+3)(8x-2) = 0}$ معناه إما : $\mathbf{4x + 3 = 0}$

أو : $\mathbf{8x - 2 = 0}$

إما : $x = -\frac{3}{4}$ أو : $x = \frac{1}{4}$

للمعادلة حلان و هما $-\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{4}$.

حل التمرين الثاني :

1) التحقق بالنشر :

$(2x+1)(x+3)$

$= 2x^2 + x + 6x + 3$

$= 2x^2 + 7x + 3$

ومنه : $\mathbf{(2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3}$

2) التحليل :

بما أن $\underline{\mathbf{2x^2 + 7x + 3}} = (2x+1)(x+3)$ **مما سبق**

فإن:

$A = \underline{\mathbf{2x^2 + 7x + 3}} + (2x+1)(x+5)$

$A = (2x+1)(x+3) + (2x+1)(x+5)$

$A = (2x+1)\,[(x+3)+(x+5)]$

$A = (2x+1)(x + 3 + x + 5)$

$A = (2x+1)(2x+8)$

3) حل المعادلة : $\mathbf{(2x+1)(2x+8) = 0}$

$\mathbf{(2x+1)(2x+8) = 0}$ معناه إما : $\mathbf{2x + 1 = 0}$

أو : $\mathbf{2x + 8 = 0}$

إما : $x = -\frac{1}{2}$ أو : $\mathbf{x = -4}$

للمعادلة حلان و هما $-\frac{1}{2}$ و -4.

<u>تمرين حول:</u> الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

<u>التمرين الثاني :</u> (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2007

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّل العبارة $10^2 - (x-2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(11-x)(8+x) = 0$

<u>التمرين الأول :</u> (حسب نموذج 2007)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$E = 5^2 - (7x-4)^2 - (7x+1)$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّل العبارة $5^2 - (7x-4)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(7x+1)(-7x+8) = 0$

<u>التمرين الثاني :</u> (حسب نموذج 2007)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$E = 8^2 - (5x-1)^2 - (5x+7)$

1- انشر ثم بسط E .

2- حلّل العبارة $8^2 - (5x-1)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة : $(5x+7)(-5x+8) = 0$

<u>حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2007)</u>

1) النشر و التبسيط :

$E = 10^2 - (x-2)^2 - (x+8)$

$E = 10^2 - [(x)^2 + (2)^2 - (2)\times(x)\times(2)] - (x+8)$

$E = 10^2 - (x^2 + 4 - 4x) - (x+8)$

$E = 10^2 - x^2 - 4 + 4x - x - 8$

$E = 10^2 - x^2 + 3x - 12$

$E = -x^2 + 3x - 12 + 100$

$E = -x^2 + 3x + 88$

2) تحليل العبارة $10^2 - (x-2)^2$

$10^2 - (x-2)^2$

$= (10 - x + 2)(10 + x - 2)$

$= (-x + 12)(x + 8)$

<u>متطابقة شهيرة:</u>

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$a = 10$, $b = x - 2$

استنتاج تحليل E

بما أن $\underline{10^2 - (x-2)^2} = (-x+12)(x+8)$ فإن :

$E = \underline{10^2 - (x-2)^2} - (x+8)$

$E = (-x+12)(x+8) - (x+8)$

$E = (x+8)(12 - x - 1)$

$E = (x+8)(-x+11)$

3) حل المعادلة : $(11-x)(x+8) = 0$

لدينا : $(11-x)(x+8) = 0$ معناه $x+8 = 0$ أو $11 - x = 0$

أي $x = -8$ أو $x = 11$

و منه للمعادلة حلاّن و هما : **8-** و **11**

<u>حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2007) :</u>

<u>حل التمرين الأول :</u>

1) النشر و التبسيط :

$E = 5^2 - (7x-4)^2 - (7x+1)$

$E = 5^2 - [(7x)^2 + (4)^2 - (2)\times(7x)\times(4)] - (7x+1)$

$E = 5^2 - (49x^2 + 16 - 56x) - (7x+1)$

$E = 5^2 - (49x^2 - 56x + 16) - (7x+1)$

$E = 5^2 - (49x^2 - 56x + 16) - (7x+1)$

$E = 25 - 49x^2 + 56x - 16 - 7x - 1$

$E = -49x^2 + 49x + 8$

2) تحليل العبارة $5^2 - (7x-4)^2$

$5^2 - (7x-4)^2$

$= (5 + 7x - 4)(5 - 7x + 4)$

$= (7x+1)(-7x+9)$

<u>متطابقة شهيرة :</u>

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$a = 5$, $b = 7x - 4$

استنتاج تحليل E

بما أن $\underline{5^2 - (7x-4)^2} = (7x+1)(-7x+9)$ فإن :

$E = \underline{5^2 - (7x-4)^2} - (7x+1)$

$E = (7x+1)(-7x+9) - (7x+1)$

$E = (7x+1)(-7x+9-1)$

$E = (7x+1)(-7x+8)$

3) حل المعادلة : $(7x+1)(-7x+8) = 0$

لدينا: $(7x+1)(-7x+8) = 0$ معناه إما: $7x+1 = 0$ أو $-7x+8 = 0$

أي $x = -\frac{1}{7}$ أو $x = \frac{8}{7}$

و منه للمعادلة حلاّن و هما : $-\frac{1}{7}$ و $\frac{8}{7}$

<u>حل التمرين الثاني :</u>

1) النشر و التبسيط :

$E = 8^2 - (5x-1)^2 - (5x+7)$

$E = 8^2 - [(5x)^2 + (1)^2 - (2)\times(5x)\times(1)] - (5x+7)$

$E = 8^2 - (25x^2 + 1 - 10x) - (5x+7)$

$E = 8^2 - (25x^2 - 10x + 1) - (5x+7)$

$E = 8^2 - 25x^2 + 10x - 1 - 5x - 7$

$E = 64 - 25x^2 + 5x - 8$

$E = -25x^2 + 5x + 56$

2) تحليل العبارة $8^2 - (5x-1)^2$

$8^2 - (5x-1)^2$

$= (8 + 5x - 1)(8 - 5x + 1)$

$= (5x+7)(-5x+9)$

<u>متطابقة شهيرة :</u>

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$a = 8$, $b = 5x - 1$

استنتاج تحليل E:

بما أن $\underline{8^2 - (5x-1)^2} = (5x+7)(-5x+9)$ فإن :

$E = \underline{8^2 - (5x-1)^2} - (5x+7)$

$E = (5x+7)(-5x+9) - (5x+7)$

$E = (5x+7)[(-5x+9) - 1]$

$E = (5x+7)(-5x+8)$

3) حل المعادلة : $(5x+7)(-5x+8) = 0$

لدينا: $(5x+7)(-5x+8) = 0$ معناه إما: $5x+7 = 0$ أو $-5x+8 = 0$

أي $x = -\frac{7}{5}$ أو $x = \frac{8}{5}$

و منه للمعادلة حلاّن و هما : $-\frac{7}{5}$ و $\frac{8}{5}$

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

1) تحقّق من المساواة الآتية :

$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$

2) حلّل إلى جداء عاملين العبارة :

$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$

3) حل المتراجحة : $(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2018)

1) تحقّق من المساواة الآتية :

$(5x+3)(3x-3) = 15x^2 - 6x - 9$

2) حلّل إلى جداء عاملين العبارة :

$E = 15x^2 - 6x - 9 + (5x+3)^2$

3) حل المتراجحة : $(5x+3)(3x-3) \leq 15x^2 + 3$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2018)

1) تحقّق من المساواة الآتية :

$(6x-4)(x-2) = 6x^2 - 16x + 8$

2) حلّل إلى جداء عاملين العبارة :

$E = 6x^2 - 16x + 8 + (x-2)^2$

3) حل المتراجحة : $(6x-4)(x-2) > 6x^2 - 4x + 2$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2018)

1) التحقق بالنشر :

$(3x+1)(x-4)$

$= 3x^2 - 12x + x - 4$

$= 3x^2 - 11x - 4$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن : $3x^2 - 11x - 4 = (3x+1)(x-4)$ مما سبق فإن :

$E = \underline{\mathbf{3x^2 - 11x - 4}} \quad + (3x+1)^2$

$E = (3x+1)(x-4) \quad + (3x+1)^2$

$E = (3x+1)(x-4) \quad + (3x+1)(3x+1)$

$E = (3x+1)[(x-4) + (3x+1)]$

$E = (3x+1)(x - 4 + 3x + 1)$

$E = (3x+1)(4x-3)$

3) حل المتراجحة :

$(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$

$3x^2 - 11x - 4 \leq 3x^2 + 7$

$3x^2 - 3x^2 - 11x \leq 7 + 4$

$-11x \leq 11$

$11x \geq -11$

$\geq -\frac{11}{11}x$

$\geq -1x$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$ لأننا ضربنا طرفي المتراجحة في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 1-

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2018) :

حل التمرين الأول :

1) التحقق بالنشر :

$(5x+3)(3x-3) = 15x^2 + 9x - 15x - 9$

$(5x+3)(3x-3) = 15x^2 - 6x - 9$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن: $(5x+3)(3x-3) = \underline{\mathbf{15x^2 - 6x - 9}}$ **مما سبق فإن:**

$E = \underline{\mathbf{15x^2 - 6x - 9}} + (5x+3)^2$

$E = (5x+3)(3x-3) + (5x+3)^2$

$E = (5x+3)(3x-3) + (5x+3)(5x+3)$

$E = (5x+3)[(3x-3) + (5x+3)]$

$E = (5x+3)(3x - 3 + 5x + 3)$

$E = (5x+3)(8x)$

3) حل المتراجحة :

$(5x+3)(3x-3) \leq 15x^2 + 3$

$15x^2 - 6x - 9 \leq 15x^2 + 3$

$-6x \leq +12$

$6x \geq -12$

$\geq -\frac{12}{6}x$

$\geq -2x$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$ لأننا ضربنا طرفي المتراجحة في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 2-

حل التمرين الثانى :

1) التحقق بالنشر :

$(6x-4)(x-2) = 6x^2 - 4x - 12x + 8$

$(6x-4)(x-2) = 6x^2 - 16x + 8$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

بما أن: $(6x-4)(x-2) = \underline{\mathbf{6x^2 - 16x + 8}}$ **مما سبق فإن:**

$E = \underline{\mathbf{6x^2 - 16x + 8 +}} (x-2)^2$

$E = (6x-4)(x-2) + (x-2)^2$

$E = (6x-4)(x-2) + (x-2)(x-2)$

$E = (x-2)[(6x-4) + (x-2)]$

$E = (x-2)(6x - 4 + x - 2)$

$E = (x-2)(7x-6)$

3) حل المتراجحة :

$(6x-4)(x-2) > 6x^2 - 4x + 2$

$6x^2 - 16x + 8 > 6x^2 - 4x + 2$

$-16x + 8 > -4x + 2$

$-12x > -6$

$12x < 6$

$< \frac{6}{12}x$

$< \frac{1}{2}x$

نعكس الإشارة من $>$ إلى $<$ لأننا ضربنا طرفي المتراجحة في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأصغر من $\frac{1}{2}$

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2019

لتكن العبارة E حيث :

$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$

1) أنشر ثم بسط العبارة E

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المتراجحة : $3x + 4 \geq 6x - 2$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2019)

لتكن العبارة E حيث :

$E = (x-3)^2 - (2x-2)(x-3)$

1) أنشر ثم بسط العبارة E

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المتراجحة : $-3 \leq 2x + 2x$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2019)

لتكن العبارة E حيث :

$E = (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3)$

1) أنشر ثم بسط العبارة E

2) حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المتراجحة : $+5 > 3x + 12x$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2019)

1) نشر و تبسيط العبارة E :

$E = (x+1)^2 - [(x+1)(2x-3)]$

$E = (x)^2 + (1)^2 + (2)\times(x)\times(1) - [(x+1)(2x-3)]$

$E = x^2 + 1 + 2x \quad - (2x^2 + 2x - 3x - 3)$

$E = x^2 + 2x + 1 \quad - (2x^2 - x - 3)$

$E = x^2 + 2x + 1 \quad - 2x^2 + x + 3$

$E = -x^2 + 3x + 4$

2) تحليل العبارة E :

$E = (x+1)^2 - [(x+1)(2x-3)]$

$E = (x+1)(x+1) - [(x+1)(2x-3)]$

$E = (x+1) \times [(x+1) - (2x-3)]$

$E = (x+1) \times (x + 1 - 2x + 3)$

$E = (x+1) \times (-x+4)$

3) حل المتراجحة :

$3x + 4 \geq 6x - 2$

$3x - 6x \geq -2 - 4$

$-3x \geq -6$

$3x \leq 6$

$\frac{6}{3}x \leq$

$\leq 2x$

نعكس الإشارة من $\geq$ إلى $\leq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي 2

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2019) :

حل التمرين الأول :

1) نشر و تبسيط العبارة E :

$E = (x-3)^2 - [(2x-2)(x-3)]$

$E = (x)^2 + (3)^2 - (2)\times(x)\times(3) - [(2x-2)(x-3)]$

$E = x^2 + 9 - 6x \quad - [2x^2 - 2x - 6x + 6)]$

$E = x^2 - 6x + 9 \quad - (2x^2 - 8x + 6)$

$E = x^2 - 6x + 9 \quad - 2x^2 + 8x - 6$

$E = -x^2 - 2x + 3$

2) تحليل العبارة E :

$E = (x-3)^2 - (2x-2)(x-3)$

$E = (x-3)(x-3) - (2x-2)(x-3)$

$E = (x-3) \times [(x-3) - (2x-2)]$

$E = (x-3) \times (x - 3 - 2x + 2)$

$E = (x-3) \times (-x - 1)$

3) حل المتراجحة :

$-3 \leq 2x + 2x$

$-2x \leq 2 + 3x$

$\leq -x \;\; 5$

$\geq x \;\; -5$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 5 -

حل التمرين الثاني :

1) نشر و تبسيط العبارة E :

$E = (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3)$

$E = (2x)^2 + (5)^2 + (2)\times(2x)\times(5) - [(2x+5)(3x-3)]$

$E = 4x^2 + 25 + 20x \quad - [6x^2 + 15x - 6x - 15)]$

$E = 4x^2 + 25 + 20x \quad - (6x^2 + 9x - 15)]$

$E = 4x^2 + 25 + 20x \quad - 6x^2 - 9x + 15$

$E = -2x^2 + 11x + 40$

2) تحليل العبارة E :

$E = (2x+5)^2 - (2x+5)(3x-3)$

$E = (2x+5)(2x+5) - (2x+5)(3x-3)$

$E = (2x+5) \times [(2x+5) - (3x-3)]$

$E = (2x+5) \times (2x + 5 - 3x + 3)$

$E = (2x+5) \times (-x+8)$

3) حل المتراجحة :

$2x + 5 > 3x + 1$

$-3x > 1 - 52x$

$-x > 1 - 5$

$-x > -4$

$x < 4$

نعكس الإشارة من $>$ إلى $<$
لأننا ضربنا طرفي المتراجحة
في عدد سالب و هو : 1-

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأصغر تماما من 4

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2012

لتكن العبارة E حيث :

$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

1) انشر و بسّط العبارة E

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(4x-1)(x-3) = 0$

4) حل المتراجحة : $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)

لتكن العبارة E حيث :

$E = (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3)$

1) انشر و بسّط العبارة E

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(3x+1)(x+4) = 0$

4) حل المتراجحة : $3x^2 + 13x + 4 > 3x^2 + 6$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)

لتكن العبارة E حيث :

$E = (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4)$

1) انشر و بسّط العبارة E

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين.

3) حل المعادلة : $(5x+3)(3x+7) = 0$

4) حل المتراجحة : $15x^2 + 44x + 21 > 15x^2 + 40x + 5$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2012)

1) نشر العبارة E :

$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

$E = (16x^2 + 1 - 8x) - (12x^2 - 3x + 8x - 2)$

$E = 16x^2 + 1 - 8x - 12x^2 - 5x + 2$

$E = 4x^2 - 13x + 3$

2) تحليل العبارة E :

$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$

$E = (4x-1)[(4x-1) - (3x+2)]$

$E = (4x-1)(4x-1-3x-2)$

$E = (4x-1)(x-3)$

3) حل المعادلة $(4x-1)(x-3) = 0$:

$(4x-1)(x-3) = 0$ معناه $4x-1 = 0$ أو $x-3=0$

و منه $\frac{1}{4}x =$ أو $3x =$

4) حل المتراجحة :

$4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

$-13x \leq 26$

$13x \geq -26$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$

لأننا ضربنا طرفي المتراجحة

في عدد سالب و هو : -1

$\geq -\frac{26}{13}x$

$\geq -2 \quad x$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي -2.

حـــــــــــــــــــــــل نماذج التمرين الثاني (دورة 2012) :

التمرين الأول :

1) نشر و تبسيط العبارة E :

$E = (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3)$

$E = (3x)^2 + (1)^2 + (2)(3x)(1) - (6x^2 + 2x - 9x - 3)$

$E = 9x^2 + 1 + 6x - (6x^2 - 7x - 3)$

$E = 3x^2 + 13x + 4$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

$E = (3x+1)^2 - (3x+1)(2x-3)$

$E = (3x+1)(3x+1) - (3x+1)(2x-3)$

$E = (3x+1)[(3x+1) - (2x-3)]$

$E = (3x+1)(3x+1-2x+3)$

$E = (3x+1)(x+4)$

3) حل المعادلة : $(3x+1)(x+4) = 0$

$(3x+1)(x+4) = 0$

معناه إما : $(x+4) = 0$ أو : $(3x+1) = 0$

أي : $= -4x$ أو $= -\frac{1}{3}x$

للمعادلة حلين هما : $= 4x$ أو $x = -\frac{1}{3}$

4) حل المتراجحة : $3x^2 + 13x + 4 > 3x^2 + 6$

$3x^2 + 13x + 4 > 3x^2 + 6$

$13x + 4 > +6$

$13x > 2$

$> 6.5x$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من 6.5.

التمرين الثاني :

1)) نشر و تبسيط العبارة E :

$E = (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4)$

$E = (5x)^2 + (3)^2 + (2)(5x)(3) - (10x^2 + 6x - 20x - 12)$

$E = 25x^2 + 9 + 30x - (10x^2 - 14x - 12)$

$E = 15x^2 + 44x + 21$

2) تحليل العبارة إلى جداء عاملين :

$E = (5x+3)^2 - (5x+3)(2x-4)$

$E = (5x+3)(5x+3) - (5x+3)(2x-4)$

$E = (5x+3)[(5x+3) - (2x-4)]$

$E = (5x+3)(5x+3-2x+4)$

$E = (5x+3)(3x+7)$

3) حل المعادلة : $(5x+3)(3x+7) = 0$

$(5x+3)(3x+7) = 0$

معناه إما : $(3x+7) = 0$ أو : $(5x+3) = 0$

أي : $= -\frac{7}{3}x$ أو : $= -\frac{3}{5}x$

للمعادلة حلين هما : $= -\frac{7}{3}x$ أو $x = -\frac{3}{5}$

4) حل المتراجحة : $15x^2 + 44x + 21 > 15x^2 + 40x + 5$

$15x^2 + 44x + 21 > 15x^2 + 40x + 5$

$44x + 21 > 40x + 5$

$4x + 21 > 5$

$4x > -16$

$> -4x$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من - 4.

تمرين حول: الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة)

التمرين الثاني : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2016

1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$

2) حلل العبارة A بحيث :

$A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$

3) حل المتراجحة :

$-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$

- مثل حلولها بيانيا.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$2(2x-3)(2x+3)=8x^2-18$

2) حلل العبارة A بحيث :

$A=(2x-3)(4x+2)-(8x^2-18)$

3) حل المتراجحة :

$-8x+12\leq -6x+3$

- مثل حلولها بيانيا.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

1) تحقق من صحة المساواة التالية :

$3(3x-4)(3x+4)=(27x^2-48)$

2) حلل العبارة A بحيث :

$A=(3x-4)(4x-6)+(27x^2-48)$

3) حل المتراجحة :

$12x^2-34x+24\geq 2x(6x-12)+14$

- مثل حلولها بيانيا.

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2016)

1) التحقق من صحة المساواة $5(2x+1)(2x-1)=20x^2-5$

$20x^2-5$

$=5(4x^2-1)$

$=5(4x^2-1^2)$

$=5(2x+1)(2x-1)$

متطابقة شهيرة :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$a=2x$, $b=1$

ملاحظة : يمكن التحقق من صحة المساواة بطرق أخرى

2) تحليل العبارة $A=(2x+1)(3x-7)-(20x^2-5)$

بما أن $20x^2-5=5(2x+1)(2x-1)$ مما سبق فإن:

$A=(2x+1)(3x-7)-\underline{(20x^2-5)}$

$A=(2x+1)(3x-7)-5(2x+1)(2x-1)$

$A=(2x+1)[(3x-7)-5(2x-1)]$

$A=(2x+1)[(3x-7)-(10x-5)]$

$A=(2x+1)[3x-7-10x+5]$

$A=(2x+1)(-7x-2)$

3) حل المتراجحة $-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$

$-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$

$-14x^2-11x-2<20-14x^2$

$-14x^2-11x+14x^2<2+20$

$-11x<22$

$11x>-22$

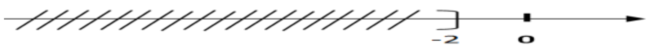
$-2x>$

نعكس الإشارة من $<$ إلى $>$

لأننا ضربنا طرفي المتراجحة

في عدد سالب و هو : 1-

التمثيل البياني :



$-14x^2-11x-2<2(10-7x^2)$ هي كل قيم x الاكبر تماما من 2-

حلول المتراجحة هي كل الأعداد الحقيقية الأكبر من 2-

حلـــــــــــــــول نماذج التمرين الثاني (دورة 2016):

حل التمرين الأول :

1) التحقق من المساواة : $2(2x-3)(2x+3)=8x^2-18$

$8x^2-18$

$=2(4x^2-9)$

$=2(4x^2-3^2)$

$=2(2x-3)(2x+3)$

متطابقة شهيرة :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$a=2x$, $b=3$

2) تحليل العبارة : $A=(2x-3)(4x+2)-(8x^2-18)$

بما أن $\underline{8x^2-18}=2(2x-3)(2x+3)$ مما سبق فإن:

$A=(2x-3)(4x+2)-\underline{(8x^2-18)}$

$A=(2x-3)(4x+2)-2(2x-3)(2x+3)$

$A=(2x-3)[(4x+2)-2(2x+3)]$

$A=(2x-3)[(4x+2)-(4x+6)]$

$A=(2x-3)(4x+2-4x-6)$

$A=(2x-3)(-4)$

3) حل المتراجحة:

$-8x+12\leq -6x+3$

$-2x+12\leq 3$

$-2x\leq -9$

$2x\geq 9$

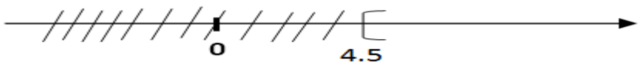
$\geq 4.5x$

نعكس الإشارة من $\leq$ إلى $\geq$

لأننا ضربنا طرفي المتراجحة

في عدد سالب و هو : 1-

التمثيل البياني :



حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي 4.5

حل التمرين الثاني :

1) التحقق من المساواة: $3(3x-4)(3x+4)=(27x^2-48)$

$(27x^2-48)$

$=3(9x^2-16)$

$=3(9x^2-4^2)$

$=3(3x-4)(3x+4)$

متطابقة شهيرة :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$a=3x$, $b=4$

2) تحليل العبارة : $(3x-4)(4x-6)+(27x^2-48)$

بما أن $\underline{27x^2-48}=3(3x-4)(3x+4)$ مما سبق فإن:

$A=(3x-4)(4x-6)+(\mathbf{27x^2-48})$

$A=(3x-4)(4x-6)+3(3x-4)(3x+4)$

$A=(3x-4)[(4x-6)+3(3x+4)]$

$A=(3x-4)[(4x-6)+9x+12]$

$A=(3x-4)(4x-6+9x+12)$

$A=(3x-4)(13x+6)$

3) حل المتراجحة :

$12x^2-34x+24\geq 2x(6x-12)+14$

$12x^2-34x+24\geq 12x^2-24x+14$

$-34x+24\geq -24x+14$

$-10x+24\geq +14$

$-10x\geq -10$

$10x\leq 10$

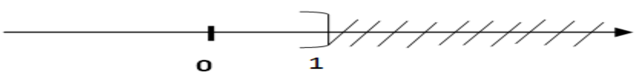
$x\leq 1$

نعكس الإشارة من $\geq$ إلى $\leq$

لأننا ضربنا طرفي المتراجحة

في عدد سالب و هو : 1-

التمثيل البياني :



حلول المتراجحة هي كل الأعداد الأصغر من أو تساوي 1

التمرين الثاني : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2013

1) لتكن العبارة : $A = 3x - 5$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x=\sqrt{2}$

ب- حل المتراجحة : $A \geq 0$ ثمّ مثّل مجموعة حلولها بيانيّا.

2) أ- أنشر ثمّ بسّط العبارة B حيث : $B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$

ب-استنتج أنّ : $B = 6x(3x-5)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2013)

1) لتكن العبارة : $A = 2x - 4$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x=\sqrt{6}$

ب- حل المتراجحة : $A < 0$ ثمّ مثّل مجموعة حلولها بيانيّا.

2) أ- أنشر ثمّ بسّط العبارة B حيث : $B = (2x-4)^2 + 4x^2 - 16$

ب-استنتج أنّ : $B = 4x(2x-4)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2013)

1) لتكن العبارة : $A = 3x - 6$ حيث x عدد حقيقي.

أ- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x=\sqrt{5}$

ب- حل المتراجحة : $A \leq 0$ ثمّ مثّل مجموعة حلولها بيانيّا.

2) أ- أنشر ثمّ بسّط العبارة B حيث : $B = (3x-6)^2 + 9x^2 - 36$

ب-استنتج أنّ : $B = 6x(3x-6)$

ج- حل المعادلة : $B = 0$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2013)

1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x=\sqrt{2}$

$A = 3 \times \sqrt{2} - 5$

$A = 3 \times 1.41 - 5$

$A = 4.23 - 5$

$A = \mathbf{-0.77}$

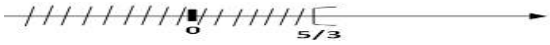
ب) حل المتراجحة : $A \geq 0$

$3x - 5 \geq 0$

$3x \geq 5$

$x \geq \frac{5}{3}$

كل قيم x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{3}$ هي حلول لهذه المتراجحة .



2) أ- نشر العبارة B

$B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$

$B = 9x^2 + (5)^2 - (2)\times(3x)\times(5) + 9x^2 - 25$

$B = 9x^2 + 25 - 30x + 9x^2 - 25$

$B = 18x^2 - 30x$

ب- استنتاج أن : $B = 6x(3x-5)$

$B = 18x^2 - 30x$

$B = 6x(3x-5)$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$6x(3x-5) = 0$

معناه إما : $(3x-5) = 0$ أو : $6x = 0$

أي : $3x = 5$, $x = \frac{5}{3}$ أو : $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $x = \mathbf{0}$ أو $x = \frac{5}{3}$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2013) :

حل التمرين الأول :

1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x=\sqrt{6}$

$A = 2x - 4$

$A = 2 \times 2.44 - 4$

$A = 4.88 - 4$

$A = \mathbf{-0.12}$

ب) حل المتراجحة : $A < 0$

$2x - 4 < 0$

$2x < 4$

$x < 2$

كل قيم x الأصغر من 2 هى حلول لهذه المتراجحة .

2) أ- نشر العبارة B

$B = (2x-4)^2 + 4x^2 - 16$

$B = (2x)^2 + (4)^2 - (2)\times(2x)\times(4) + 4x^2 - 16$

$B = 4x^2 + 16 - 16x + 4x^2 - 16$

$B = 8x^2 - 16x$

ب- استنتاج أن : $B = 4x(2x-4)$

$B = 8x^2 - 16x$

$B = 4x(2x-4)$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$4x(2x-4) = 0$

معناه إما : $(2x-4) = 0$ أو : $4x = 0$

أي : $x = 2$ أو : $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $x = \mathbf{2}$ أو $x = \mathbf{0}$

حل التمرين الثاني :

1) حساب A مقربة بالنقصان إلى 10^{-2} من أجل $x=\sqrt{5}$

$A = 3x - 6$

$A = 3 \times 2.23 - 6$

$A = 6.69 - 6$

$A = \mathbf{-0.69}$

ب) حل المتراجحة : $A \leq 0$

$3x - 6 \leq 0$

$3x \leq 6$

$x \leq 2$

كل قيم x الأصغر من أو تساوى 2 هى حلول لهذه المتراجحة .

2) أ- نشر العبارة B

$B = (3x-6)^2 + 9x^2 - 36$

$B = (3x)^2 + (6)^2 - (2)\times(3x)\times(6) + 9x^2 - 36$

$B = 9x^2 + 36 - 36x + 9x^2 - 36$

$B = 18x^2 - 36x$

ب- استنتاج أن : $B = 6x(3x-6)$

$B = 18x^2 - 36x$

$B = 6x(3x-6)$

ج- حل المعادلة $B = 0$

$6x(3x-6) = 0$

معناه إما : $(3x-6) = 0$ أو : $6x = 0$

أي : $x = 2$ أو : $x = 0$

للمعادلة $B = 0$ حلين هما : $x = \mathbf{2}$ أو $x = \mathbf{0}$

تمرين يشمل: درس : الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة) + **درس**: الحساب على الجذور

التمرين الثاني : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2015

تعطى العبارة : $F = (2x-3)^2 - 16$

1) تحقق بالنّشر أنّ : $F = 4x^2 - 12x - 7$

2) حلّل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(2x-7)(2x+1)=0$

4) احسب F من أجل $x = \sqrt{2}+1$ و اكتب النتيجة على الشّكل : $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2015)

تعطى العبارة : $F = (2x-1)^2 - 4$

1) تحقق بالنّشر أنّ : $F = 4x^2 - 4x - 3$

2) حلّل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(2x-3)(2x+1)=0$

4) احسب F من أجل $x = 2-\sqrt{3}$ و اكتب النتيجة على الشّكل $a + b\sqrt{3}$: حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2015)

تعطى العبارة : $F = (x-2)^2 - 9$

1) تحقق بالنّشر أنّ : $F = x^2 - 4x - 5$

2) حلّل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(x+1)(x-5)=0$

4) احسب F من أجل $x = \sqrt{2}+4$ و اكتب النتيجة على الشّكل $a + b\sqrt{2}$: حيث a و b عددان نسبيان.

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2015)

1) التحقق بالنشر أنّ : $F = 4x^2 - 12x - 7$

$F = (2x-3)^2 - 16$

$F = (2x)^2 + (3)^2 - (2)\times(2x)\times(3) - 16$

$F = 4x^2 + 9 - 12x - 16$

$F = 4x^2 - 12x - 7$

2) تحليل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$F = (2x-3)^2 - 16$

$F = (2x-3)^2 - 4^2$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = 2x-3 \; , \; b = 4$

$F = [(2x-3) + 4] \times [(2x-3) - 4]$

$F = (2x+1)(2x-7)$

3) حل المعادلة: $(2x+1)(2x-7)=0$

$(2x+1)(2x-7)=0$

معناه إما: $2x+1=0$ أو $2x-7=0$

و منه : $x = \frac{-1}{2}$ أو $x = \frac{7}{2}$

و بالتالي للمعادلة حلان هما : $\frac{-1}{2}$ أو $\frac{7}{2}$

4) حساب F من أجل $x = 1+\sqrt{2}$ و كتابة النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$

$F = 4(1+\sqrt{2})^2 - 12(1+\sqrt{2}) - 7$

$F = 4(1+2+2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$

$F = 4(3+2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$

$F = 12 + 8\sqrt{2} - 12 - 12\sqrt{2} - 7$

$F = -4\sqrt{2} - 7$

$F = -7 - 4\sqrt{2} \; , \; a = -7 \; , \; b = -4$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2015) :

حل التمرين الأول :

1) التحقق بالنشر أنّ : $F = 4x^2 - 4x - 3$

$F = (2x-1)^2 - 4$

$F = (2x)^2 + 1^2 - (2)\times(2x)\times(1) - 4$

$F = 4x^2 + 1 - 4x - 4$

$F = 4x^2 - 4x - 3$

2) تحليل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$F = (2x-1)^2 - 4$

$F = (2x-1)^2 - 2^2$

$F = (2x-1-2)(2x-1+2)$

$F = (2x-3)(2x+1)$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = 2x-1 \; , \; b = 2$

3) حل المعادلة : $(2x-3)(2x+1)=0$

$(2x-3)(2x+1)=0$ معناه إما: $2x+1=0$ أو : $2x-3=0$

و منه : $x = \frac{-1}{2}$ أو $x = \frac{3}{2}$ و بالتالي للمعادلة حلان هما : $\frac{-1}{2}$ أو $\frac{3}{2}$

4) حساب F من أجل $x = 2-\sqrt{3}$ و كتابة النتيجة على الشّكل : $a + b\sqrt{3}$

$F = 4x^2 - 4x - 3$

$F = 4(2-\sqrt{3})^2 - 4(2-\sqrt{3}) - 3$

$F = 4[(2)^2 + (\sqrt{3})^2 - (2)\times(2)\times(\sqrt{3})] - 4(2-\sqrt{3}) - 3$

$F = 4(4 + 3 - 4\sqrt{3}) - 4(2-\sqrt{3}) - 3$

$F = 4(7 - 4\sqrt{3}) - 4(2-\sqrt{3}) - 3$

$F = 28 - 16\sqrt{3} - 8 + 4\sqrt{3} - 3$

$F = 17 - 12\sqrt{3} \; , \; a = 17 \; , \; b = -12$

حل التمرين الثاني :

1) التحقق بالنشر أنّ : $F = x^2 - 4x - 5$

$F = (x-2)^2 - 9$

$F = (x)^2 + (2)^2 - (2)(x)(2) - 9$

$F = x^2 + 4 - 4x - 9$

$F = x^2 - 4x - 5$

2) تحليل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$F = (x-2)^2 - 9$

$F = (x-2)^2 - 3^2$

$F = (x-2-3)(x-2+3)$

$F = (x-5)(x+1)$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = x-2 \; , \; b = 3$

3) حل المعادلة : $(x+1)(x-5)=0$

$(x+1)(x-5)=0$ معناه إما : $x-5=0$ أو: $x+1=0$

و منه : $x = 5$ أو $x = -1$ و بالتالي للمعادلة حلان هما : **5** أو **-1**

4) احسب F من أجل $x = \sqrt{2}+4$ و اكتب النتيجة على الشّكل : $a + b\sqrt{2}$

$F = x^2 - 4x - 5$

$F = (4+\sqrt{2})^2 - 4(4+\sqrt{2}) - 5$

$F = (4)^2 + (\sqrt{2})^2 + (2)\times(4)\times(\sqrt{2}) - 4(4+\sqrt{2}) - 5$

$F = 16 + 2 + 8\sqrt{2} - 4(4+\sqrt{2}) - 5$

$F = 16 + 2 + 8\sqrt{2} - 16 - 4\sqrt{2} - 5$

$F = -3 + 4\sqrt{2} \; , \; a = -3 \; , \; b = 4$

تمرين يشمل: درس : الحساب الحرفي : (النشر و التحليل و المتطابقات الشهيرة) **+ درس** الحساب على الجذور

التمرين الثاني : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2008

A عدد حيث : $A = (2 - \sqrt{3})^2$

1) أنشر ثم بسّط A .

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$.
- حلّل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- حل المعادلة : $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2008)

A عدد حيث : $A = (3 - \sqrt{5})^2$

1) أنشر ثم بسّط A .

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = x^2 - (14 - 6\sqrt{5})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{14}$.
- حلّل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- حل المعادلة : $(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2008)

A عدد حيث : $A = (2 + \sqrt{2})^2$

1) أنشر ثم بسّط A .

2) لتكن العبارة الجبرية E حيث : $E = 4x^2 - (6 + 4\sqrt{2})$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{2}$.
- حلّل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
- حل المعادلة : $(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$

حل التمرين الثاني لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2008)

1) نشر A :

$A = (2 - \sqrt{3})^2$

$A = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 - (2) \times (\sqrt{3}) \times (2)$

$A = 4 + 3 - 4\sqrt{3}$

$A = 7 - 4\sqrt{3}$

2) حساب قيمة E من أجل : $x = \sqrt{7}$

$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

$E = (\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3})$

$E = 7 - 7 + 4\sqrt{3}$

$E = 4\sqrt{3}$

3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $\mathbf{(7 - 4\sqrt{3}) = (2 - \sqrt{3})^2}$ مما سبق ، فإن :

$E = x^2 - \mathbf{(7 - 4\sqrt{3})}$

$E = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2$

$E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

$E = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = x$, $b = 2 - \sqrt{3}$

4) حل المعادلة $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$:

$(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$

معناه : $(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$ أو $(x - 2 + \sqrt{3}) = 0$

معناه $x = 2 - \sqrt{3}$ أو $x = -2 + \sqrt{3}$

المعادلة لها حلان هما : $\mathbf{-2 + \sqrt{3}}$ و $\mathbf{2 - \sqrt{3}}$

حلول نماذج التمرين الثاني (دورة 2008) :

حل التمرين الأول :

1) نشر A :

$A = (3 - \sqrt{5})^2$

$A = (3)^2 + (\sqrt{5})^2 - (2) \times (3) \times (\sqrt{5})$

$A = 9 + 5 - 6\sqrt{5}$

$A = 14 - 6\sqrt{5}$

2) حساب قيمة E من أجل : $x = \sqrt{14}$

$E = x^2 - (14 - 6\sqrt{5})$

$E = (\sqrt{14})^2 - (14 - 6\sqrt{5})$

$E = 14 - (14 - 6\sqrt{5})$

$E = 14 - 14 + 6\sqrt{5}$

$E = 6\sqrt{5}$

3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $\mathbf{14 - 6\sqrt{5} = (3 - \sqrt{5})^2}$ مما سبق، فإن :

$E = x^2 - (\mathbf{14 - 6\sqrt{5}})$

$E = x^2 - (3 - \sqrt{5})^2$

$E = [x - (3 - \sqrt{5})] \times [x + (3 - \sqrt{5})]$

$E = (x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5})$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = x$, $b = 3 - \sqrt{5}$

4) حل المعادلة $(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$

$(x - 3 + \sqrt{5})(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$

معناه إما: $(x + 3 - \sqrt{5}) = 0$ أو : $(x - 3 + \sqrt{5}) = 0$

أي إما : $x = -3 + \sqrt{5}$ أو : $x = 3 - \sqrt{5}$

للمعادلة حلان و هما : $\mathbf{-3 + \sqrt{5}}$ و $\mathbf{3 - \sqrt{5}}$

حل التمرين الثاني :

1) نشر A :

$A = (2 + \sqrt{2})^2$

$A = (2)^2 + (\sqrt{2})^2 + (2) \times (2) \times (\sqrt{2})$

$A = 4 + 2 + 4\sqrt{2}$

$A = 6 + 4\sqrt{2}$

2) حساب قيمة E من أجل : $x = \sqrt{2}$

$E = 4x^2 - (6 + 4\sqrt{2})$

$E = 4 \times (\sqrt{2})^2 - 6 - 4\sqrt{2}$

$E = 4 \times 2 \quad - 6 - 4\sqrt{2}$

$E = 8 - 6 - 4\sqrt{2}$

$E = 2 - 4\sqrt{2}$

3) تحليل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

بما أن $\mathbf{6 + 4\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2})^2}$ مما سبق ، فإن :

$E = 4x^2 - (\mathbf{6 + 4\sqrt{2}})$

$E = 4x^2 - (2 + \sqrt{2})^2$

$E = [2x - (2 + \sqrt{2})][2x + (2 + \sqrt{2})]$

$E = (2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2})$

متطابقة شهيرة :
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
$a = 2x$, $b = 2 + \sqrt{2}$

4) حل المعادلة $(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$

$(2x - 2 - \sqrt{2})(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$

معناه إما : $(2x + 2 + \sqrt{2}) = 0$ أو : $(2x - 2 - \sqrt{2}) = 0$

أي إما $x = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2}$ أو : $x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

للمعادلة حلان و هما : $\mathbf{\frac{-2 - \sqrt{2}}{2}}$ و $\mathbf{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}$

التمرين الرابع : (**3 نقط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2008

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) علّم النقطتين A (0 , 4) , B (1 , 0)

2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)

3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$
- أنشىء (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

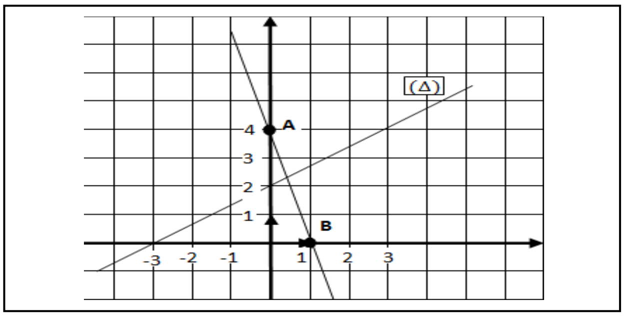
التمرين الأول :(حسب نموذج 2008):
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
1) علّم النقطتين A (1 , 4) , B (0 , 1)
2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = x - 1$
- أنشىء (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

التمرين الثاني :(حسب نموذج 2008):
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
1) علّم النقطتين A (0 , 4) , B (-1 , 2)
2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = x + 1$
- أنشىء (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2008):
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
1) علّم النقطتين A (3 , -4) , B (2 , -2)
2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = 3x - 3$
- أنشىء (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2008):
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$
1) علّم النقطتين A (-3 , 2) , B (-2 , -1)
2) حدّد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB)
3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث : $g(x) = 2x - 2$
- أنشىء (Δ) .
- أوجد احداثيي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ).

حل التمرين الرابع لامتحان شهادة التعليم المتوسط (2008) :



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (0, 4) هي : A (x_1, y_1)

لتكن احداثيتي النقطة B (1, 0) هي : B (x_2, y_2)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

حيث : $f(x)$ = a x + b معناه : $\begin{cases} f(A) = 0 + b = 4 \\ f(B) = a + b = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \boldsymbol{b = 4} \dots (1) \\ \boldsymbol{a = -4} \dots (2) \end{cases}$

حـــذاري : على التلميذ أن لا يخلط بين : A و B التي هما نقطتان.
و
a و b و هما معاملان توجيه الدالة التآلفية.

بما أن **a = -4** و **b = 4** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ = ax+b
هي : **$f(x)$ = -4x +4**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: a = $\frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو : a= $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{0-4}{1-0} = \frac{-4}{1} = -4$ و منه : **a = - 4**

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (0, 4) فإن : f(0) = 4 أي : $f(x)$ = ax+b=4

بتعويض: **a = -4** و x = 0 في $f(x)$ = ax+b=4 نجد : **b=4**

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : **$f(x)$ = -4x +4**

3-إيجاد احداثيتي M :

لتكن M(x_M, y_M) .

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن M(x_M, y_M) تحقق المعادلة : $f(x)$ = -4x +4 أي : y_M = -4x_M + 4

و M(x_M, y_M) تحقق المعادلة : $g(x)$ = $\frac{2}{3}$ x +2 أي : y_M = $\frac{2}{3}$ x_M +2

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} yM = -4xM + 4 \dots\dots (1) \\ yM = \frac{2}{3}\ xM + 2 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

بضرب (1) في (-1) نجد :

$$\begin{cases} yM = 4xM - 4 \dots\dots (1) \\ -yM = \dfrac{2}{3} xM + 2 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

$4xM - 4 + \frac{2}{3}\ xM + 2 = 0 \longrightarrow$	$\frac{12}{3} xM - 4 + \frac{2}{3}\ xM + 2 = 0 \longrightarrow$	$\frac{14}{3} xM - 2\ = 0 \longrightarrow$
$\frac{14}{3} xM = 2 \longrightarrow$	$\frac{3}{14}$ x $\frac{14}{3} xM$ = 2 x $\frac{3}{14}$ $\longrightarrow$	$= \frac{6}{14} = \frac{3}{7} = 0.42\ xM$

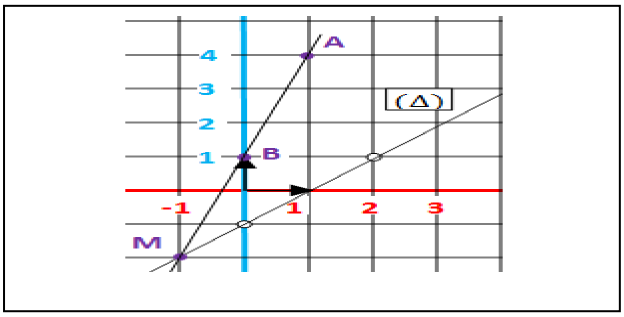
$$\boldsymbol{xM = \frac{3}{7}}$$

لإيجاد yM نعوض $\boldsymbol{xM = \frac{3}{7}}$ في المعادلة (2) $yM = -4xM + 4$

نجد : **M = $\frac{16}{7}y$**

إذن احداثيتي **M** هما : **M ($\frac{3}{7}, \frac{16}{7}$)**

حل التمرين الأول : (نموذج 2008)



1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (1, 4) هي : A (x_2, y_2)

لتكن احداثيتي النقطة B (0, 1) هي : B (x_1, y_1)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$f(x)$ = a x + b حيث : $\begin{cases} f(A) = 1a + b = 4 \\ f(B) = 0 + b = 1 \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} a + b = 4 \ldots.(1) \\ \mathbf{b} = \mathbf{1} \ldots.(2) \end{cases}$

بتعويض **b = 1** في المعادلة (1) نجد: $a + 1 = 4$ أي : **a = 3**

بما أن **a = 3** و **b = 1** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ = ax+b

هي : **$f(x)$ = 3x +1**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة:

a = $\frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو : a= $\frac{y2-y1}{x2-x1}$

a = $\frac{4-1}{1-0} = \frac{3}{1} = 3$ و منه : **a = 3**

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (1, 4) فإن : f(1) = 4 أي : $f(x)$ = ax+b=4

بتعويض: **a = 3** في $f(x)$ = ax+b=4 نجد : 3x+b=4 أي : **b=1**

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : **$f(x)$ = 3x +1**

3-إيجاد احداثيتي M :

لتكن M(x_M, y_M) .

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن M(x_M, y_M) تحقق المعادلة : $f(x)$ = 3x +1 أي : $y_M = 3x_M + 1$

و M(x_M, y_M) تحقق المعادلة : $g(x)$ = x -1 أي : $y_M = x_M - 1$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} yM = 3xM + 1 \ldots..(1) \\ yM = xM - 1 \ldots \ldots..(2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (- 3) نجد :

$$\begin{cases} yM = 3xM + 1 \ldots..(1) \\ -3yM = -3xM + 3 \ldots \ldots..(2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

$$-2yM = 4$$

$$\underline{\boldsymbol{yM = -2}}$$

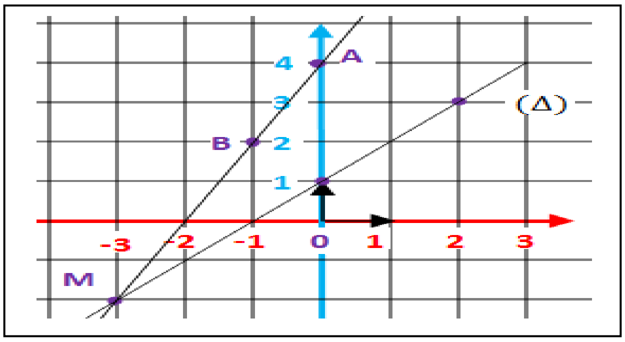
لإيجاد xM نعوض **$yM = -2$** في المعادلة (2) $yM = xM - 1$

و منه : $-2 = x_M - 1$: **x_M = -1**

إذن احداثيتي **M** هما : **M (-1, -2)**

حل التمرين الثانى : (نموذج 2008)

1- التمثيل البيانى :



2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (0, 4) هي : A (x_2, y_2)

لتكن احداثيتي النقطة B (-1, 2) هي : B (x_1, y_1)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

حيث : $f(x) = ax + b$ معناه : $\begin{cases} f(A) = 0a + b = 4 \\ f(B) = -a + b = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 4 \dots.(1) \\ \mathbf{-a + b = 2} \dots.(2) \end{cases}$

بتعويض $\underline{b = 4}$ في المعادلة (1) نجد: $-a + 4 = 2$ أي : **a = 2**

بما أن **a = 2** و **b = 4** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax+b$

هي : $\underline{\boldsymbol{f(x) = 2x + 4}}$

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$ أو : $a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$

$a = \frac{4-2}{0-(-1)} = \frac{2}{1} = 2$ و منه : **a = 2**

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (0, 4) فإن : $f(0) = 4$ أي : $f(x) = 0x+b=4$

بتعويض: **a = 2** في $f(x) = 0x+b=4$ نجد : **b=4**

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : $\underline{\boldsymbol{f(x) = 2x + 4}}$

3-إيجاد احداثيتى M :

لتكن $M(x_M , y_M)$.

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن $M(x_M , y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = 2x + 4$ أي : $y_M = 2x_M + 4$

و $M(x_M , y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = x + 1$ أي : $y_M = x_M + 1$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} yM = 2xM + 4 \dots..(1) \\ yM = xM + 1 \dots \dots..(2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-2) نجد :

$$\begin{cases} yM = 2xM + 4 \dots..(1) \\ -2yM = -2xM - 2 \dots \dots..(2) \end{cases}$$

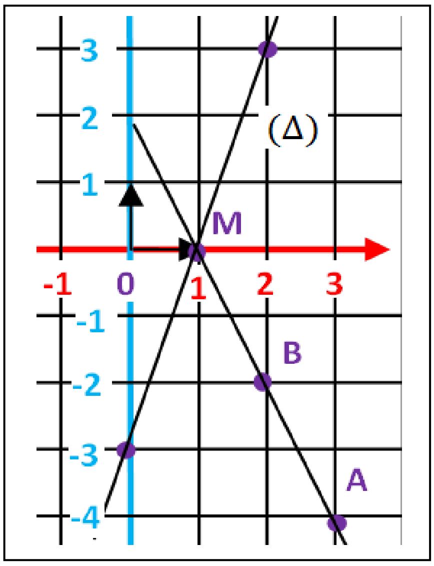
بجمع (1) و (2) نجد :

$-yM = 2$

$\underline{\boldsymbol{yM = -2}}$

لإيجاد xM نعوض $\underline{\boldsymbol{yM = -2}}$ في المعادلة (2) $yM = -2 - 1$ و منه : $\underline{\boldsymbol{x_M = -3}}$

إذن احداثيتي **M** هما : **M (-2, -3)**



حل التمرين الثالث : (نموذج 2008)

1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (3, - 4) هي : $A(x_2, y_2)$

لتكن احداثيتي النقطة B (2, -2) هي : $B(x_1, y_1)$

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$f(x) = ax + b$ حيث : $\begin{cases} f(A) = 3a + b = -4 \\ f(B) = 2a + b = -2 \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} 3a + b = -4 \dots(1) \\ 2a + b = -2 \dots\dots(2) \end{cases}$

بضرب (1) في (-1) نجد : $\begin{cases} -3a - b = +4 \dots(1) \\ 2a + b = -2 \dots\dots(2) \end{cases}$ بجمع (1) و (2) نجد : -a = 2 أي : **a = -2**

بتعويض $\underline{a = -2}$ في المعادلة (1) نجد: $-6 + b = -4$ أي : **b = 2**

بما أن **a = -2** و $\underline{b = 2}$ فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax+b$

هي : $\underline{f(x) = -2x + 2}$

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$ أو : $a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$

$a = \frac{-4-(-2)}{3-2} = \frac{-2}{1} = -2$ و منه : **a = - 2**

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (3, -4) فإن : $f(3) = -4$ أي : $f(x) = 3a+b=-4$

بتعويض: **a = -2** في $f(x) = -6+b=-4$ نجد : **b = 2**

و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : $\underline{f(x) = -2x + 2}$

3-إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M , y_M)$.

بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.

فإن $M(x_M , y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = -2x + 2$ أي : $y_M = -2x_M + 2$

و $M(x_M , y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = 3x - 3$ أي : $y_M = 3x_M - 3$

لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} yM = -2xM + 2 \dots\dots(1) \\ yM = 3xM - 3 \dots\dots(2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-1) نجد :

$$\begin{cases} yM = -2xM + 2 \dots\dots(1) \\ -yM = -3xM + 3 \dots\dots(2) \end{cases}$$

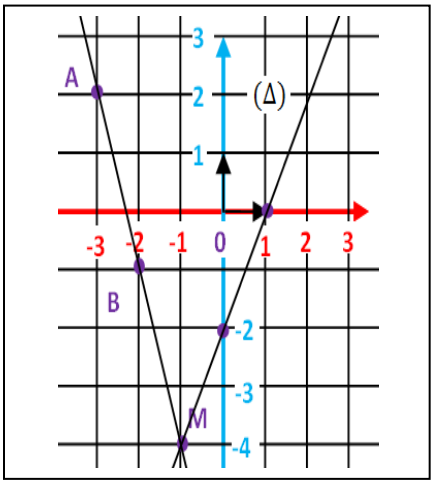
بجمع (1) و (2) نجد :

$$-5xM + 5 = 0$$

$\underline{\boldsymbol{xM = 1}}$

لإيجاد yM نعوض $\underline{xM = 1}$ في المعادلة (1) $yM = -2 + 2$ و منه : $\underline{M = 0y}$

إذن احداثيتي **M** هما : $\underline{\mathbf{M\ (1, 0)}}$



حل التمرين الرابع : (نموذج 2008)

1- التمثيل البياني :

2- تحديد العبارة الجبرية للدالة $f(x)$:

لتكن احداثيتي النقطة A (-3, 2) هي : A (x_1, y_1)
لتكن احداثيتي النقطة B (-2, -1) هي : B (x_2, y_2)

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

$f(x) = ax + b$ حيث : $\begin{cases} f(A) = -3a + b = 2 \\ f(B) = -2a + b = -1 \end{cases}$ معناه : $\begin{cases} -3a + b = 2 \ldots.(1) \\ -2a + b = -1 \ldots\ldots.(2) \end{cases}$

بضرب (1) في (-1) نجد : $\begin{cases} 3a - b = -2 \ldots.(1) \\ -2a + b = -1 \ldots\ldots.(2) \end{cases}$ بجمع (1) و (2) نجد : أي : **a = -3**

بتعويض $\underline{a = -3}$ في المعادلة (1) نجد: $9 + b = 2$ أي : **$\underline{b = -7}$**
بما أن **$\underline{a = -3}$** و **$\underline{b = -7}$** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax+b$
هي : **$\underline{f(x) = -3x - 7}$**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$ أو : $a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$

$a = \frac{-1-2}{-2-(-3)} = \frac{-3}{1} = -3$ و منه : **$\underline{a = -3}$**

بما أن الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (-3, 2) فإن : $f(-3) = 2$ أي : $f(x) = -3a+b=2$
بتعويض: **a = -3** في $f(x) = 9+b=2$ نجد : **$\underline{b=-7}$**
و منه فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ هي : **$\underline{f(x) = -3x - 7}$**

3-إيجاد احداثيتي M :

لتكن $M(x_M, y_M)$.
بما أن M هي النقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) فهي تنتمي إلى الدالة $f(x)$ و الدالة $g(x)$.
فإن $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $f(x) = -3x - 7$ أي : $y_M = -3x_M - 7$
و $M(x_M, y_M)$ تحقق المعادلة : $g(x) = 2x - 2$ أي : $y_M = 2x_M - 2$
لإيجاد احداثيتي النقطة M يكفي حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} yM = -3xM - 7 \ldots\ldots(1) \\ yM = 2xM - 2 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بضرب (2) في (-1) نجد :

$$\begin{cases} yM = -3xM - 7 \ldots\ldots(1) \\ -yM = -2xM + 2 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) نجد :

$$-5xM - 5 = 0$$
$\underline{\boldsymbol{xM = -1}}$

لإيجاد yM نعوض $\underline{\boldsymbol{xM = -1}}$ في المعادلة (1) $yM = 3 - 7$ و منه : **$\underline{yM = -4}$**
إذن احداثيتي M هما : **$\underline{M\ (-1, -4)}$**

التمرين الثالث : (**2.5 نقطة**) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2016

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين A (2, 5) و B (-1 , -4) .

1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 3x - 1$.

2) لتكن النقطة C (4 , 11) من المستوي ،
هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f .

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين A (5, 7) و B (0, -3) .

1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 2x - 3$.

2) لتكن النقطة C (1 , -1) من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 11 بالدالة f .

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين A (-2, -2) و B (-1, 1) .

1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = 3x + 4$.

2) لتكن النقطة C (2 , 10) من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 13 بالدالة f .

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين A (2, -6) و B (3, -11) .

1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = -5x + 4$.

2) لتكن النقطة C (0 , 4) من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 14 بالدالة f .

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2016)

f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ يشمل النقطتين A (4, -2) و B (3, -1) .

1) بيّن أنّ العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي : $f(x) = -x + 2$.

2) لتكن النقطة C (2 , 3) من المستوي ، هل النقط A, B, C على استقامة واحدة ؟

3) أوجد العدد الذي صورته 4- بالدالة f .

حل التمرين الثالث لامتحان شهادة التعليم المتوسط (2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = 3x - 1 \\ f(x) = a\,x + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما **a = 3** و **b = -1**

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $3x - 1$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان a = 3 و b =- 1

> **حـــذاري :** على التلميذ أن لا يخلط بين : A و B التي هما نقطتان.
> و
> a و b و هما معاملان توجيه الدالة

1) إثبات أن $f(x) = 3x - 1$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $y = ax + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (2, 5) و منه بتعويض: $x = 2$ و $y = 5$ في معادلة المستقيم $y = ax + b$

نحصل على المعادلة : $5 = 2a + b$ ...(1)

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $y = ax + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة B (-1, -4) و منه بتعويض: $x = -1$ و $y = -4$ في معادلة المستقيم $y = ax + b$

نحصل على المعادلة : $-4 = -1a + b$ أي $-4 = -a + b$ ...(2)

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} 2a + b = 5 \,......(1) \\ -a + b = -4 \,...(2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (1) في -1 نحصل على : $\begin{cases} -2a - b = -5 \,...(1) \\ -a + b = -4 \,...(2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) نحصل على : -3a = -9 أي : **a = 3**

بتعويض a=3 في المعادلة (2) نحصل على : -3 + b = -4 و منه : **b= -1**

> بما أن : **a = 3** و **b = -1**
> فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x - 1$

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2)- f(x1)}{x2-x1}$ أو : $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

لتكن احداثيتي النقطة A (2, 5) هي : $A (x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة B (-1, -4) هي : $B (x_2, y_2)$

1- التحقق من أن a = 3 :

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-4-5}{-1-2} = \frac{-9}{-3} = 3$ إذن : **a = 3**

2- التحقق من أن b = -1 :

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (2, 5) و بتعويض: $x = 2$ و $y = 5$ في معادلة المستقيم $y = ax + b$

نحصل على المعادلة : $5 = 2a + b$ و بتعويض a =3 نجد : 6 + b = 5 و منه : **b= -1**

> بما أن : **a = 3** و **b = -1**
> فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = ax + b$ هي : $f(x) = 3x - 1$

2-) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :

A ، B ، C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة C (4 , 11) تحقق المعادلة $y = 3x - 1$ و بتعويض $x = 4$ و $y = 11$ في معادلة المستقيم

نحصل على : $11 = 3(4) - 1$ أي : $11 = 12 - 1$ أي : 11=11 و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم

أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3)- إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 29$ و منه : $3x - 1 = 29$ و عليه: $3x = 30$ أي : $x = \frac{30}{3} = 10$

و بالتالي العدد الذي صورته 29 بالدالة f هو **10**

حل التمرين الأول (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = 2x - 3 \\ f(x) = a\,x + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما **a = 2** و **b = -3**

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $2x - 3$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان a = 2 و b =- 3

1) إثبات أن $f(x) = 2x - 3$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $= a\,x$ +by

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (**5**, **7**) و منه بتعويض: x**5**= و **7y** = في معادلة المستقيم x a = +**by**

نحصل على المعادلة : **7** = **5** a + b ...(1)

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة$f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : x a = +by

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة B (**0**, **-3**) و منه بتعويض: **0**x = و **-3y** = في معادلة المستقيم x a = +**by**

نحصل على المعادلة : **-3** = **0** a + b أي b = - 3 ...(2)

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} 5a + b = 7 \,\ldots\ldots (1) \\ \quad b = -3 \ldots (2) \end{cases}$

بتعويض b= -3 في المعادلة (1) نحصل على : 5a -3 = 7 و منه : **a= 2**

بما أن : ***a = 2*** و ***b = -3***
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ **b** + x **a** = هي : **$f(x) = 2x - 3$**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة:

$a = \frac{f(x2)- f(x1)}{x2-x1}$ أو : $a= \frac{y2-y1}{x2-x1}$

لتكن احداثيتي النقطة A (5, 7) هي : A (x_1, y_1)

لتكن احداثيتي النقطة B (0, -3) هي : B (x_2, y_2)

1- التحقق من أن a = 2 :

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-3-7}{0-5} = \frac{-10}{-5} = 2$ إذن : **a = 2**

2- التحقق من أن b = -3 :

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (**5**, **7**) و بتعويض: x**5**= و **7y** = في معادلة المستقيم x a = +**by**

نحصل على المعادلة : **7** = **5** a + b و بتعويض a =2 نجد : 7 = 10 + b و منه : **b= -3**

بما أن : ***a = 2*** و ***b = -3***
فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x)$ **b** + x **a** = هي : **$f(x) = 2x - 3$**

2-) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :

A ، B ، C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة C (**1** , **-1**) تحقق المعادلة $= 2x - 3y$ و بتعويض $= 1x$ و $= -1y$ في معادلة المستقيم

نحصل على : $= 2\,(1) - 3 - 1$ أي : $= 2 - 3 - 1$ أي : 1-=1- و منه النقطة C تنتمي إلى معادلة المستقيم

أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3)- إيجاد العدد الذي صورته 11 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 11$ و منه : 2 x -3=11 و عليه: 2 x = 14 أي : $7x$ =

و بالتالي العدد الذي صورته 11 بالدالة f هو **7**

حل التمرين الثاني (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = 3x + 4 \\ f(x) = a\,x + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما **a = 3** و **b = 4**

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي : $3x + 4$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a وb يعادلان a = 3 و b =4

1) إثبات أن $f(x) = 3x + 4$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $y = a\,x + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (-2, -2) و منه بتعويض: x=-2 و y= -2 في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : -2 = -2 a + b ...(1)

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة$f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $y = a\,x + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة B (-1, 1) و منه بتعويض: x = -1 و y = 1 في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : 1 = -1 a + b أي 1 = −a + b ...(2)

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} -2a + b = -2 \dots\dots(1) \\ -a + b = 1 \dots(2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (1) في -1 نحصل على : $\begin{cases} 2a - b = 2 \dots(1) \\ -a + b = 1 \dots(2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) نحصل على : **a = 3**

بتعويض a=3 في المعادلة (2) نحصل على : 1 = -3 + b و منه : **b= 4**

بما أن : ***a = 3*** و ***b = 4***   فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = 3x + 4$**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$ أو : $a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$

لتكن احداثيتي النقطة A (-2, -2) هي : $A\,(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة B (-1, 1) هي : $B\,(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن a = 3 :

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x2) - f(x1)}{x2 - x1}$ أو $a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{1 - (-2)}{-1 - (-2)} = \frac{3}{1} = 3$ إذن : **a = 3**

2- التحقق من أن b = 4 :

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (-2, -2) و بتعويض: x = -2 و y = -2 في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : -2 = -2 a + b و بتعويض a =3 نجد : -6 + b = -2 و منه : **b= 4**

بما أن : ***a = 3*** و ***b = 4***   فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = 3x + 4$**

2-) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :

A ، B ، C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة C (2 , 10) تحقق المعادلة $y = 3x + 4$ و بتعويض x = 2 و y = 10 في معادلة المستقيم

نحصل على : 10 = 3 (2) +4 أي : 10 = 10 أي : 10=10 و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم

أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3)- إيجاد العدد الذي صورته 13 بالدالة f

لدينا : $f(x) = 13$ و منه : 3 x 4 = 13 و عليه: 3 x = 9 أي : x = 3

و بالتالي العدد الذي صورته 13 بالدالة f هو **3**

حل التمرين الثالث (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = -5x + 4 \\ f(x) = a\,x + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما **a = -5** و **b = 4**

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي: $-5x + 4$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان a = -5 و b =4

1) إثبات أن $f(x) = -5\,x + 4$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : y = a x +b

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (2, -6) و منه بتعويض: x=2 و y= -6 في معادلة المستقيم y = a x +b

نحصل على المعادلة : -6 = 2 a + b ...(1)

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : y = a x +b

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة B (3, -11) و منه بتعويض: x = 3 و y = -11 في معادلة المستقيم y = a x +b

نحصل على المعادلة : -11 = 3 a + b أي -11 = 3 a + b ...(2)

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} 2a + b = -6 \ldots\ldots(1) \\ 3a + b = -11 \ldots(2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (2) في 1- نحصل على : $\begin{cases} 2a + b = -6 \ldots(1) \\ -3a - b = 11 \ldots(2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) نحصل على : -a = 5 أي : **a = -5**

بتعويض a=-5 في المعادلة (1) نحصل على : -10 + b = -6 و منه : **b= 4**

> بما أن : ***a = -5*** و ***b = 4***
> فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = -5x + 4$**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2)- f(x1)}{x2-x1}$ أو : $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

لتكن احداثيتي النقطة A (2, -6) هي : A (x_1, y_1)

لتكن احداثيتي النقطة B (3, -11) هي : B (x_2, y_2)

1- التحقق من أن a = -5 :

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-11-(-6)}{3-2} = \frac{-5}{1} = -5$ إذن : **a = -5**

2- التحقق من أن b = 4 :

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (2, -6) و بتعويض: x=2 و y= -6 في معادلة المستقيم y = a x +b

نحصل على المعادلة : -6 = 2 a + b و بتعويض a =-5 نجد : -10 + b = -6 و منه : **b= 4**

> بما أن : ***a = -5*** و ***b = 4***
> فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = -5x + 4$**

2-) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :

A ، B ، C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة C (0 , 4) تحقق المعادلة y = -5x +4 و بتعويض x = 0 و y = 4 في معادلة المستقيم

نحصل على : 4 = -5 (0) +4 أي : 4 = 4 و منه النقطة C تحقق المعادلة المستقيم

أي النقطة C على استقامة واحدة مع النقطتين A و B .

3)- إيجاد العدد الذي صورته 14 بالدالة f

لدينا : $f(x)$ = 14 و منه : -5 x+ 4 = 14 و عليه: -5 x = 10 أي : a = $\frac{10}{-5}$ أي : x = -2

و بالتالي العدد الذي صورته 14 بالدالة f هو **-2**

حل التمرين الرابع (نموذج 2016) :

لدينا $\begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ f(x) = a\,x + b \end{cases}$ معملان توجيه الدالة $f(x)$ هما **a = -1** و **b = 2**

لإثبات أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية للدالة $f(x)$ هي: $-x+2$ يجب إثبات أن معاملان التوجيه a و b يعادلان a = -1 و b =2

1) إثبات أن $f(x) = -x+2$:

أ- طريقة 1 : باستعمال جملة معادلتين :

1- كتابة المعادلة الأولى :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلته : $y = a\,x + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (4, -2) و منه بتعويض: $x=4$ و $y=-2$ في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : $-2 = 4\,a + b$ ...(1)

2- كتابة المعادلة الثانية :

بما أن الدالة $f(x)$ هي دالة تآلفية فتمثيلها البياني هو المستقيم الذي معادلتها : $y = a\,x + b$

لدينا الدالة $f(x)$ تشمل النقطة B (3, -1) و منه بتعويض: $x = 3$ و $y = -1$ في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : $-1 = 3\,a + b$ أي $-1 = 3\,a + b$ ...(2)

من المعادلة (1) و المعادلة (2) نحصل على جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} 4a + b = -2 \ldots\ldots(1) \\ 3a + b = -1 \ldots(2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (1) في 1- نحصل على : $\begin{cases} -4a - b = 2 \ldots(1) \\ 3a + b = -1 \ldots(2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) نحصل على : $-a = 1$ أي : **a = -1**

بتعويض a=-1 في المعادلة (2) نحصل على : $-3 + b = -1$ و منه : **b= 2**

بما أن : **a= -1** و **b = 2** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = -x+2$**

ب – طريقة 2 : باستعمال القاعدة: $a = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو : $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

لتكن احداثيتي النقطة A (4, -2) هي : $A\,(x_1, y_1)$

لتكن احداثيتي النقطة B (3, -1) هي : $B\,(x_2, y_2)$

1- التحقق من أن a = -1 :

باستعمال القاعدة : $a = \frac{f(x2)-f(x1)}{x2-x1}$ أو $a = \frac{y2-y1}{x2-x1}$ بالتعويض نجد : $a = \frac{-1-(-2)}{3-4} = \frac{1}{-1} = -1$ إذن : **a = -1**

2- التحقق من أن b = 2 :

الدالة $f(x)$ تشمل النقطة A (4, -2) و بتعويض: $x = 4$ و $y = -2$ في معادلة المستقيم $y = a\,x + b$

نحصل على المعادلة : $-2 = 4\,a + b$ و بتعويض a =-1 نجد : $-4 + b = -2$ و منه : **b= 2**

بما أن : **a= -1** و **b = 2** فإن العبارة الجبرية للدالة : $f(x) = \underline{a}\,x + \underline{b}$ هي : **$f(x) = -x+2$**

2-) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :

A ، B ، C على استقامة واحدة ، معناه الدالة $f(x)$ تشمل النقطة C

أي النقطة C (2 , 3) تحقق المعادلة $y = -x + 2$ و بتعويض $x = 2$ و $y = 3$ في معادلة المستقيم

نحصل على : $3 = -1\,(2) + 2$ أي : $3 = 0$ و منه النقطة C لا تحقق معادلة المستقيم

أي النقط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة .

3)- إيجاد العدد الذي صورته 4- بالدالة f

لدينا : $f(x) = -4$ و منه : $-x + 2 = -4$ و عليه: $-x = -6$ أي : $x = 6$

و بالتالي العدد الذي صورته 4- بالدالة f هو **6**

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2011)

تقترح وكالة تجارية للاتصالات الهاتفية للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية :

الصّيغة (أ) : دفع 11 دينارا للدقيقة.
الصّيغة (ب) : دفع 600 دينار اشتراكاً و 5 دنانير للدقيقة.
الصّيغة (ج) : دفع 1200 دينار اشتراكاً و 3 دنانير للدقيقة.

1) احسب تكلفة المكالمات التي مدّتها 100 دقيقة في كلّ من الصّيغ الثّلاث.
2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل المدة بالدقائق.

اكتب y بدلالة x في كلّ من الصّيغ الثّلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصّيغ الثّلاث و استنتج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصّيغة (ب) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 50 دقيقة على محور الفواصل و 1 cm تمثل 200DA على محور التراتيب).

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2011):

1) تكلفة المكالمات حسب الصيغ هي على الترتيب :

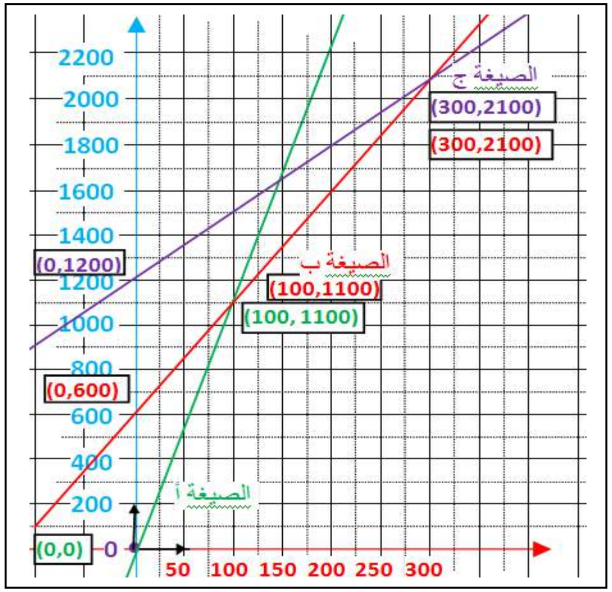
الصيغة أ : 11 x 100 = 1 100 DA =
الصيغة ب : 600 + 5 x 100 = 1 100 DA =
الصيغة ج : 1200 + 3 x 100 = 1 500 DA =

2) كتابة الكلفة بدلالة المدة حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :

$y = 11\,x$
$y = 5\,x + 600$
$y = 3\,x + 1200$

التمثيل البياني :

الصيغة	إحداثيا النقطة	
	x	y
الأولى	0	0
	100	1100
الثانية	0	600
	100	1100
الثالثة	0	1200
	100	1500



3) استنتاج الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة:

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ب) يقع أسفل المستقيمين الممثلين للصيغتين (أ) و (ج) في الفترة الزمنية بين 100 و 300 دقيقة.
و منه نستنتج أن الفترة الزمنية التي تكون خلالها الصيغة (ب) أقل تكلفة هي : من 100 إلى 300 دقيقة.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2011):

تقترح شركة النقل البري للتسديد الشهري الصيغ الثلاث الآتية :

الصّيغة (أ) : دفع 50 دينارا لتذكرة السفر الواحدة.
الصّيغة (ب) : دفع 50 دينار اشتراكا و 40 دنانير لتذكرة السفر.
الصّيغة (ج) : دفع 100 دينار اشتراكا و 35 دنانير لتذكرة السفر.

1) احسب تكلفة 5 أسفار في كلّ من الصّيغ الثلاث.
2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل عدد الأسفار.
اكتب y بدلالة x في كل من الصّيغ الثّلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصّيغ الثّلاث و استنتج عدد الأسفار التي تكون خلالها الصّيغة (ج) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 1 سفر واحد على محور الفواصل و 1 cm تمثل 50 DA على محور التراتيب).

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2011):

يقترح مطعم الأكل السريع الصيغ الثلاث الآتية :

الصّيغة (أ) : دفع 300 دينارا للوجبة الكاملة الواحدة.
الصّيغة (ب) : دفع 350 دينار اشتراكا و 150 دنانير للوجبة الكاملة.
الصّيغة (ج) : دفع 600 دينار اشتراكا و 100 دنانير للوجبة الكاملة.

1) احسب تكلفة 5 وجبات في كلّ من الصّيغ الثلاث.
2) y يمثل الكلفة بالدنانير، x يمثل عدد الوجبات.
اكتب y بدلالة x في كل من الصّيغ الثّلاث. و في نفس المعلم، مثّل بيانيا الصّيغ الثّلاث و استنتج عدد الوجبات التي تكون خلالها الصّيغة (ج) أقل تكلفة.

(يمكنك اختيار المعلم بحيث 1cm تمثل 1 وجبة واحدة على محور الفواصل و 0.5 cm تمثل 100DA على محور التراتيب).

حل المسألة الأولى :

1) **تكلفة 5 أسفار حسب الصيغ هي على الترتيب :**

الصيغة أ : 50 x 5 = 250 DA =

الصيغة ب : 50 + 5 x 40 = 250 DA =

الصيغة ج : 100 + 35 x 5 = 275 DA =

2) **كتابة الكلفة بدلالة عدد الأسفار حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :**

$y = 50x$

$y = 40x + 50$

$y = 35x + 100$

التمثيل البياني :

الصيغة	إحداثيا النقطة	
	x	y
الأولى	0	0
	5	250
الثانية	0	50
	5	250
الثالثة	0	100
	5	275

3) **استنتاج عدد الأسفار التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة:**

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ج) يقع أسفل المستقيمين الممثلين للصيغتين (أ) و (ب) عندما يفوق عدد الأسفار 10 .

و منه نستنتج أن عدد الأسفار التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة هي : أكثر من 10 أسفار.

حل المسألة الثانية :

1) **تكلفة 5 وجبات حسب الصيغ هي على الترتيب :**

الصيغة أ : 300 x 5 = 1500 DA =

الصيغة ب : 150 x 5 + 350 = 1100 DA =

الصيغة ج : 100 x 5 +600= 1100 DA =

2) **كتابة الكلفة بدلالة عدد الوجبات حسب الصيغ الثلاث على الترتيب :**

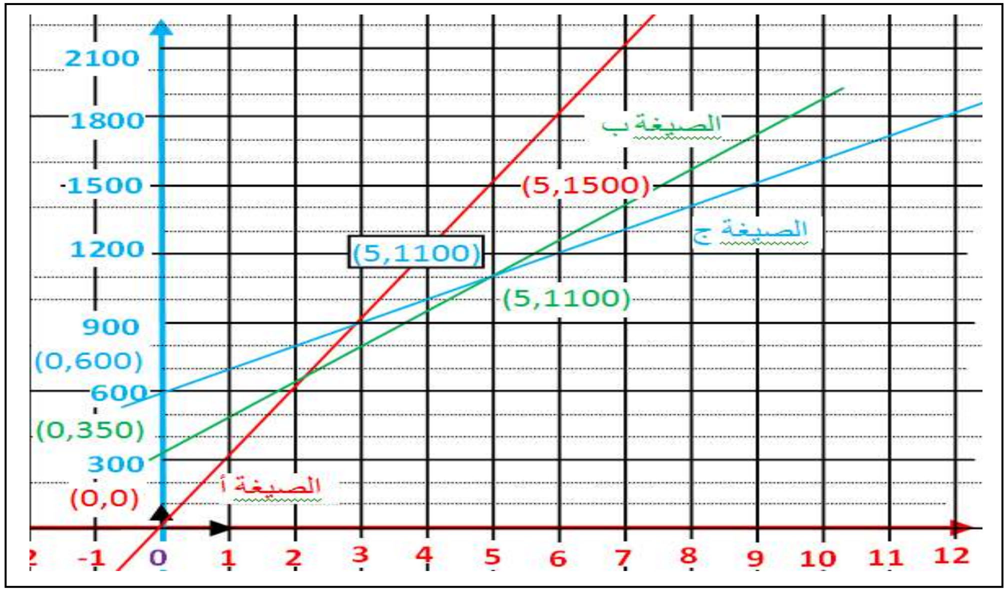
$y = 300x$

$y = 150x + 350$

$y = 100x + 600$

التمثيل البياني :

الصيغة	إحداثيا النقطة	
	x	y
الأولى	0	0
	5	1500
الثانية	0	350
	5	1100
الثالثة	0	600
	5	1100



3) **استنتاج عدد الوجبات التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة:**

من خلال التمثيل البياني نجد أن المستقيم الذي يمثل الصيغة (ج) يقع أسفل المستقيمين الممثلين للصيغتين (أ) و (ب) عندما يفوق عدد الوجبات 5 .

و منه نستنتج أن عدد الوجبات التي تكون خلالها الصيغة (ج) أقل تكلفة هي : أكثر من 5 وجبات.

المسألة : **(8 نقاط)** امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)

يقترح مدير صحيفة يومية على زبائنه صيغتين لاقتناء الجريدة.

- الصّيغة الأولى : ثمن الجريدة 10 DA.
- الصّيغة الثانية : ثمن الجريدة 8DA مع اشتراك سنوي قدره 500 DA .

1) انقل و أتمم الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50		
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA		1000	
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA			3300

2) ليكن x عدد الجرائد المشتراة.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الثانية.

-عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

3) مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j})$ حيث :
$2cm$ على محور الفواصل يمثّل 50 جريدة و $2cm$ على محور التراتيب يمثّل 500 DA .

4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
- عند اقتناء 150 جريدة.
- عند اقتناء 270 جريدة.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012) :

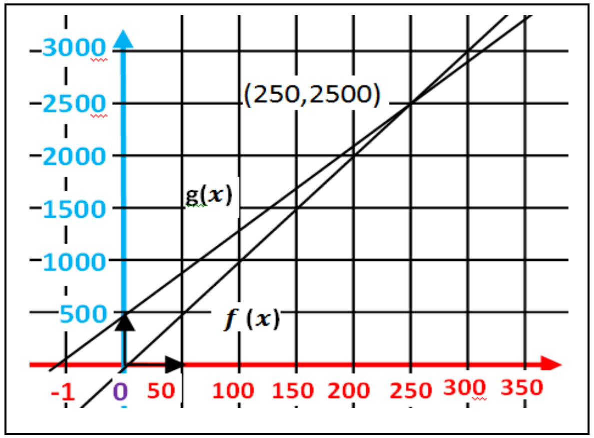
1) إتمام الجدول :

عدد الجرائد المشتراة	50	100	350
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA	500	1000	3500
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA	900	1300	3300

2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$g(x) = 8x + 500$ $\quad$ $f(x) = 10x$

3) التمثيل البياني :



4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$10x = 8x + 500$ و منه : $2x = 500$ إذن : $\boldsymbol{x = 250}$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الجرائد المشتراة بالصيغتين معا :

5) أ. حساب ثمن 150 جريدة :

بالصيغة الأولى : $f(150) = 10 \text{x} 150 = 1500\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(150) = 8 \text{x} 150 + 500 = 1200 + 500 = 1700\ DA$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لاقتناء 150 جريدة.

ب. حساب ثمن 270 جريدة :

بالصيغة الأولى : $f(270) = 10 \text{x} 270 = 2700\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(270) = 8 \text{x} 270 + 500 = 2660\ DA$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لاقتناء 270 جريدة.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2012):

يقترح بائع الأزهار على زبائنه صيغتين لاقتناء الورود الصيغتين الآتيتين:

- الصّيغة الأولى : ثمن الوردة 80 DA.
- الصّيغة الثانية : ثمن الوردة 20 DA مع اشتراك سنوي قدره 420 DA .

1) انقل و أتمم الجدول :

عدد الورود المشتراة	4		
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA			
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA		580	660

2) ليكن x عدد الورود المشتراة.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الثانية.
-عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

3) مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث :
$1cm$ على محور الفواصل يمثّل 1 وردة واحدة و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل 100 DA .

4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
- عند اقتناء 5 ورود.
- عند اقتناء 10 ورود.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2012):

يقترح صاحب فندق على زبائنه صيغتين لحجز الغرف الصيغتين الآتيتين:

- الصّيغة الأولى : ثمن الليلة 2000 DA.
- الصّيغة الثانية : ثمن الليلة 1600 DA مع اشتراك سنوي قدره 2400 DA .

1) انقل و أتمم الجدول :

عدد الليالي	6		10
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA			
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA	12 000	13 600	

2) ليكن x عدد الليالي.
نسمي $f(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الأولى و $g(x)$ الثمن المدفوع بالصّيغة الثانية.
-عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

3) مثّل بيانيا الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث :
$1cm$ على محور الفواصل يمثّل ليلة واحدة و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل 2000 DA .

4) حل المعادلة $f(x) = g(x)$ ماذا يمثل الحل ؟

5) ما هي الصيغة الأفضل في الحالتين التاليتين :
- عند حجز 3 ليالي.
- عند حجز 8 ليالي.

حل المسألة الأولى :

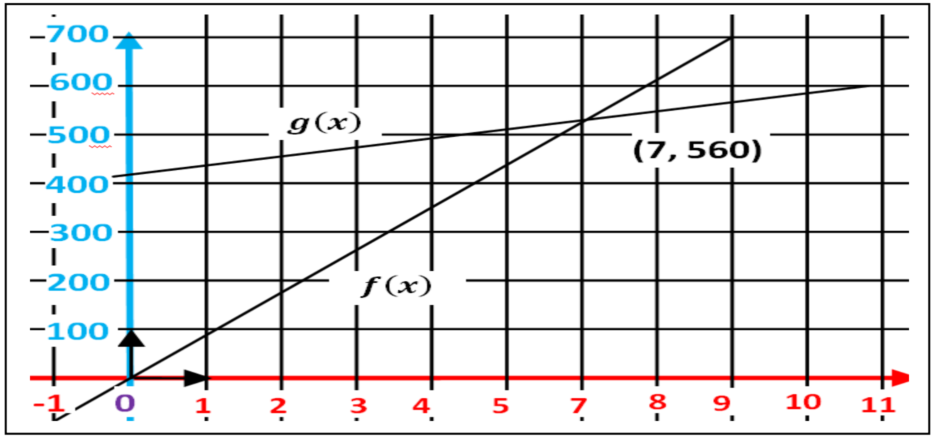
1)) إتمام الجدول :

عدد الورود المشتراة	4	8	12
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA	320	640	960
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA	500	580	660

2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$g(x) = 20\,x + 420$ $\qquad$ $f(x) = 80\,x$

3) التمثيل البياني :



4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$80\,x = 20\,x + 420$ و منه : $60\,x = 420$ إذن : $\boldsymbol{x = 7}$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الورود المشتراة بالصيغتين معا .

5) أ. حساب ثمن 5 وردة :

بالصيغة الأولى : $f(5) = 80 \times 5 = 400\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(5) = 20 \times 5 + 420 = 100 + 420 = 520\ DA$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لاقتناء 5 ورود.

ب. حساب ثمن 10 وردة :

بالصيغة الأولى : $f(10) = 80 \times 10 = 800\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(10) = 20 \times 10 + 420 = 200 + 420 = 620\ DA$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لاقتناء 10 ورود.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

حل المسألة الثانية :

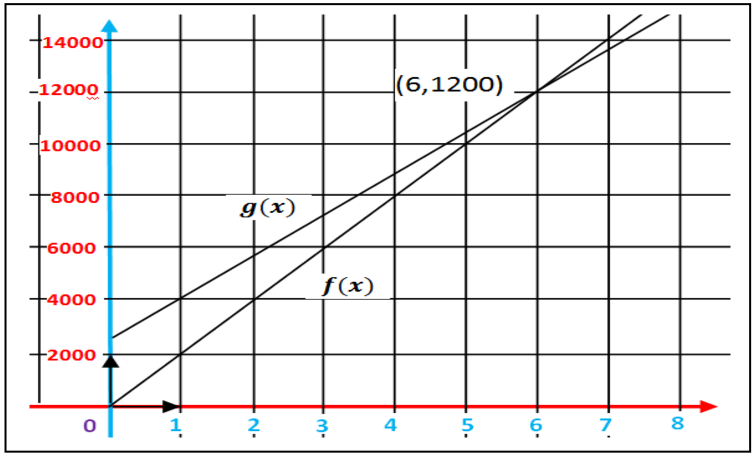
1)) إتمام الجدول :

عدد الليالي	6	7	10
مبلغ الصّيغة الأولى بـــ DA	12 000	14 000	20 000
مبلغ الصّيغة الثانية بـــ DA	12 000	13 600	18 400

2) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$g(x) = 1600\,x + 2400$ $\qquad$ $f(x) = 2000\,x$

3) التمثيل البياني :



4) حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

$2000\,x = 1600\,x + 2400$ و منه : $400\,x = 2400$ إذن : $\boldsymbol{x = 6}$

يمثل الحل نقطة تقاطع المستقيمين و يمثل عدد الليالي بالصيغتين معا .

5) أ. حساب ثمن حجز 3 ليالي :

بالصيغة الأولى : $f(3) = 2000 \times 3 = 6000\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(3) = 1600 \times 3 + 2400 = 4800 + 2400 = 7200\ DA$

إذن الصيغة الأولى هي الأفضل لحجز 3 ليالي.

ب. حساب ثمن حجز 8 ليالي :

بالصيغة الأولى : $f(8) = 2000 \times 8 = 16000\ DA$

بالصيغة الثانية : $g(8) = 1600 \times 3 + 2400 = 12800 + 2400 = 15200\ DA$

إذن الصيغة الثانية هي الأفضل لحجز 8 ليالي.

ملاحظة : يمكن استعمال المنحنى البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2014

بمناسبة عيد الأضحى قدمت مؤسسة للهاتف النّقال عرضين لمدّة أسبوع للتّواصل و تبادل التّهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الأول : 3DA للرسالة الواحدة.

العرض الثاني : 1.5 DA للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره 30 DA من الرّصيد.

1) انقل و أكمل الجدول :

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA			90

2) x يعبّرعن عدد الرسائل المرسلة.

y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني

- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

3) f و g دالتان حيث : $f(x) = 3x$ و $g(x) = 1.5x + 30$

مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :

($1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 رسائل SMS و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل 10 DA)

4) يريد الأخوان زينب و كريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة ، في رصيد كريم 120 DA و يريد تهنئة أكبر عدد ممكن من الأشخاص، أمّا زينب تريد تهنئة زميلاتها في الدّراسة و عددهن 15 .

- بقراءة بيانية ، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشّرح)

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (جوان 2014):

1) إتمام الجدول :

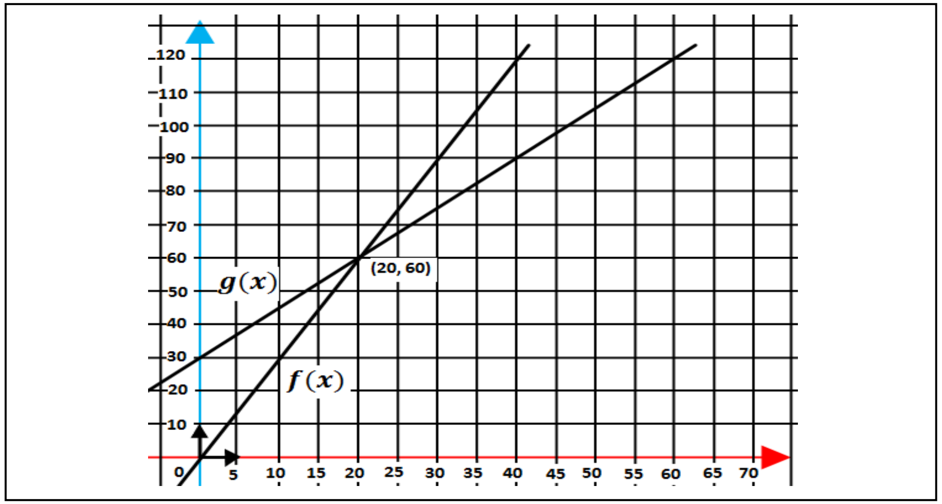
عدد الرسائل (SMS)	10	15	40
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA	30	45	120
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA	45	52.5	90

2) التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :

$y_1 = 3x$ و $y_2 = 1.5x + 30$

3) التمثيل البياني :

x	0	10	20
y_1	0	30	60
y_2	30	45	60



4) بقراءة بيانية نلاحظ أن :

- العرض المناسب لكريم هو العرض الثاني لأن المستقيم الذي معادلته $y = 120$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في النقطة التي فاصلتها 40 بينما يقطع التمثيل البياني للدالة g في النقطة التي فاصلتها 60 أي عدد الرسائل بالعرض الثاني أكبر منه بالعرض الأول.

- العرض المناسب لزينب هو العرض الأول لأن المستقيم الذي معادلته $x = 15$ يقطع التمثيل البياني للدالة f في نقطة ترتيبها أصغر من ترتيب نقطة تقاطعه مع التمثيل البياني للدالة g أي بالعرض الأول فإن 15 رسالة أقل تكلفة من العرض الثاني.

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2014):

يقترح صاحب محل للصور طبق الأصل على زبائنه، العرضين الآتيين:

العرض الأول : 4 DA للصورة طبق الأصل.
العرض الثاني : 2 DA للصورة طبق الأصل مع اشتراك قدره 40 DA.

1) انقل و أكمل الجدول :

عدد الصور طبق الأصل		5	
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA			
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA	46		60

2) x يعبّرعن عدد الصور طبق الأصل.
y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني
- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

3) f و g دالتان حيث : $f(x) = 4x$ و $g(x) = 2x + 40$
مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
($1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 صور طبق الأصل و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل 10 DA)

4) يريد علي و ياسين استغلال هذين العرضين ، لعلي مبلغ قدره 100 DA و يريد أكبر عدد من الصور طبق الأصل ، أمّا ياسين يريد 15 صورة طبق الأصل بأقل تكلفة.

- بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشّرح)

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2014):

تقترح وكالة الاتصالات الهاتفية على زبائنها، العرضين الآتيين:

العرض الأول : 8 DA للدقيقة.
العرض الثاني : 4 DA للدقيقة مع اشتراك قدره 20 DA.

1) انقل و أكمل الجدول :

المدة بالدقائق			
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA	16	64	96
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA			

2) x يعبّرعن الدقائق.
y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني
- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

3) f و g دالتان حيث : $f(x) = 8x$ و $g(x) = 4x + 20$
مثّل بيانيا الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس حيث :
($1cm$ على محور الفواصل يمثل 5 دقائق و $1cm$ على محور التراتيب يمثّل 10 DA)

4) يريد نزيه و الياس استغلال هذين العرضين ، لنزيه مبلغ قدره 90 DA و يريد أطول مدة ، أمّا الياس يريد أن يتصل لمدة 5 دقائق بأقل تكلفة.

- بقراءة بيانية، ما هو العرض المناسب لكل منهما ؟ (مع الشّرح)

حل المسألة الأولى : (نموذج 2014)

1) **إتمام الجدول :**

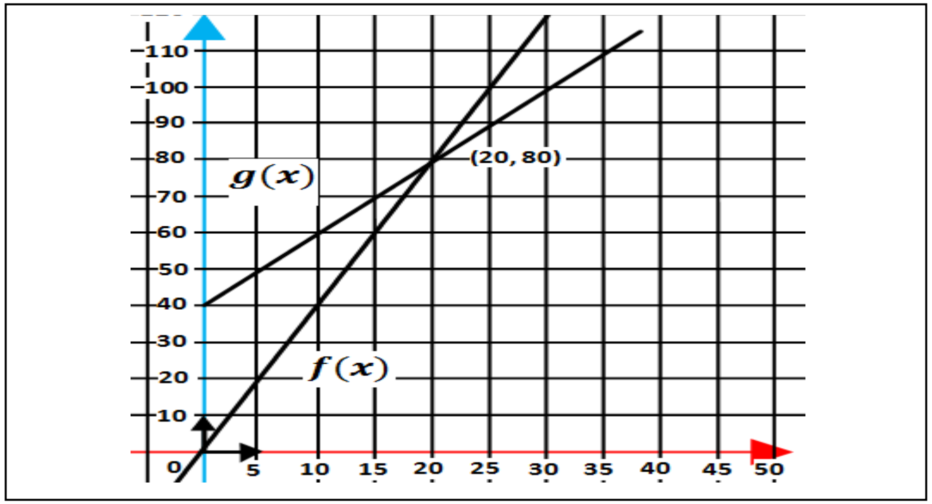
عدد الصور طبق الأصل	3	5	10
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA	12	20	40
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA	46	50	60

2) **التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :**

$y_1 = 4x$ و $y_2 = 2x + 40$

3) **التمثيل البياني :**

x	0	10	20
y_1	0	40	80
y_2	40	60	80



4) **بقراءة بيانية نلاحظ أن :**

- العرض المناسب لعلي هو **العرض الثاني** لأن (وحسب القراءة البيانية) 100 DA تمثل 30 صورة طبق الأصل حسب العرض الثاني و 25 صورة طبق الأصل حسب العرض الأول .

العرض المناسب لياسين هو **العرض الأول** لأن (وحسب القراءة البيانية) 15 صورة طبق الأصل تمثل 60 DA حسب العرض الأول و 70 DA حسب العرض الثاني .

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2014)

1) **إتمام الجدول :**

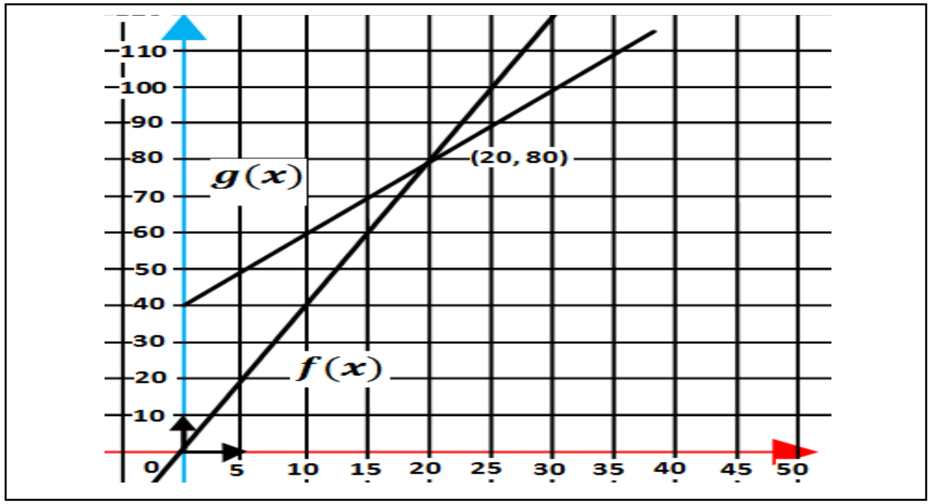
المدة بالدقائق	2	8	12
المبلغ حسب العرض الأول بـــ DA	16	64	96
المبلغ حسب العرض الثاني بـــ DA	28	52	68

2) **التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :**

$y_1 = 8x$ و $y_2 = 4x + 20$

3) **التمثيل البياني :**

x	0	5	6
y_1	0	40	48
y_2	20	40	44



4) **بقراءة بيانية نلاحظ أن :**

- العرض المناسب لنزيه هو **العرض الثاني** لأن (وحسب القراءة البيانية) 90 DA تمثل أكثر من 15 دقيقة حسب العرض الثاني و أقل من ذلك حسب العرض الأول .

كلا العرضين الأول و الثاني مناسبين لالياس لأن (وحسب القراءة البيانية) 5 دقائق تمثل حسب العرض الأول 40 DA و كذلك 5 دقائق تمثل الثمن نفسه حسب العرض الثاني.العرض الأول يمثل

ملاحظة : يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين و التي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين.

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2018)

عبد الله و محمد عاملان في مؤسسة لصناعة ألعاب الأطفال، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- عبد الله راتبه 20'000 DA إضافة إلى 200 DA لكل لعبة يتم صنعها.
- محمد راتبه 30'000 DA إضافة إلى 100 DA لكل لعبة يتم صنعها.

الجزء الأول :

1) ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تمّ صنع 120 لعبة ؟

2) ليكن x عدد اللعب المصنوعة في مدة شهر.

- عبّر بدلالة x عن $y1$ راتب عبد الله و $y2$ عن راتب محمد.

الجزء الثاني :

1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :

$$g(x) = 200\,x + 20000 \text{ و } h(x) = 100\,x + 30000$$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 50 لعبة ، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 5000 DA)

2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 200\,x + 20000 \\ y = 100\,x + 30000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .
- بقراءة بيانية متى يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد؟

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2018) :

الجزء (1) :

1) حساب الراتب الشهري عندما يتم صنع 120 لعبة :

راتب عبد الله : 200 x 120 + 20000 = 24000 + 20000 = 44000 DA

راتب محمد : 100 x 120 + 30000 = 12000 + 30000 = 42000 DA

2) التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :

$y_1 = 200\,x + 20\,000 \quad y_2 = 100\,x + 30\,000$

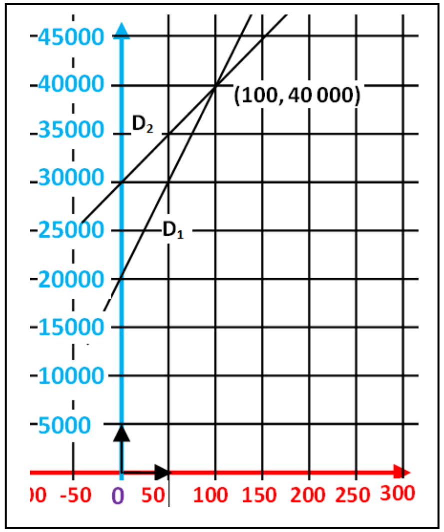
الجزء (2) :

1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 200\,x + 20000$ و $h(x) = 100\,x + 30000$

x	0	50
$g(x)$	20000	30000

x	0	50
$h(x)$	30000	35000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ



2) حل جملة المعادلتين :

$y = 200\,x + 20000$

$y = 100\,x + 30000$

و منه : $200\,x + 20000 = 100\,x + 30000$

و منه : $200\,x - 100\,x = 30000 - 20000$

و منه : $100\,x = 10000$

و منه : $x = \frac{10000}{100}$

أي : $x = 100$

تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$y = 200 \times 100 + 20000$

$= 20000 + 20000$

$= 40000$

للجملة حل واحد و هو : **($x = 100$, $y = 40000$)**

التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند 100 لعبة.

- من التمثيل البياني يكون راتب عبد الله أكبر من راتب محمد عند صنع أكثر من 100 لعبة.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2018):

إيمان و إيناس أستاذتان في مدرسة الدروس التدعيمية، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- إيناس راتبها 15'000 DA إضافة إلى 700 DA لكل ساعة تدريس.
- إيمان راتبها 31'000 DA إضافة إلى 300 DA لكل ساعة تدريس.

الجزء الأول :

1) ما هو الراتب الشهري الذي تتقاضاه كل منهما إذا تمّ تقديم 50 ساعة ؟

2) ليكن x عدد الساعات المقدمة في مدة شهر.

- عبّر بدلالة x عن $y1$ راتب إيناس و $y2$ عن راتب إيمان.

الجزء الثاني :

1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :

$$h(x) = 300x + 31000 \quad \text{و} \quad g(x) = 700x + 15000$$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 20 ساعات ، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 5000 DA)

2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 700x + 15000 \\ y = 300x + 31000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .
- بقراءة بيانية متى يكون راتب إيناس أكبر من راتب إيمان؟

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2018):

أمين و رفيق عاملان في مخبزة، راتبهما الشهري على النحو التالي :

- أمين راتبه 8'000 DA إضافة إلى 3 DA لكل خبزة.
- رفيق راتبه 10'000 DA إضافة إلى 2 DA لكل خبزة.

الجزء الأول :

1) ما هو الراتب الشهري الذي يتقاضاه كل منهما إذا تمّ انتاج 2500 خبزة ؟

2) ليكن x عدد الخبز المنتج في مدة شهر.

- عبّر بدلالة x عن $y1$ راتب أمين و $y2$ عن راتب رفيق.

الجزء الثاني :

1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- ارسم المستقيمين (D_1) و (D_2) ممثلا الدالتين g و h حيث :

$$h(x) = 2x + 10000 \quad \text{و} \quad g(x) = 3x + 8000$$

(نأخذ : $1cm$ على محور الفواصل يمثل 500 خبزة ، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 2000 DA)

2) حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} y = 3x + 8\,000 \\ y = 2x + 10\,000 \end{cases}$$

- ثم أعط تفسيرا بيانيا لهذا الحل .
- بقراءة بيانية متى يكون راتب أمين أكبر من راتب رفيق؟

حل المسألة الأولى : (نموذج 2018)

الجزء (1) :

1) حساب الراتب الشهري عند تقديم 50 ساعة :

راتب إيناس : $700 \times 50 + 15\,000 = 35\,000 + 15\,000 = 50\,000$ DA

راتب إيمان : $300 \times 50 + 31\,000 = 15\,000 + 31\,000 = 46\,000$ DA

2) التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :

$y_1 = 700x + 15\,000$ $\quad y_2 = 300x + 31\,000$

الجزء (2) :

1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 700x + 15\,000$ و $h(x) = 300x + 31\,000$

x	0	50
$g(x)$	15 000	50 000

x	0	50
$h(x)$	31 000	46 000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ

2) حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y = 700x + 15\,000 \\ y = 300x + 31\,000 \end{cases}$$

و منه : $700x + 15\,000 = 300x + 31\,000$

و منه : $700x - 300x = 31\,000 - 15\,000$

و منه : $400x = 16\,000$

و منه : $x = \frac{16\,000}{100}$

أي : $\mathbf{x = 40}$

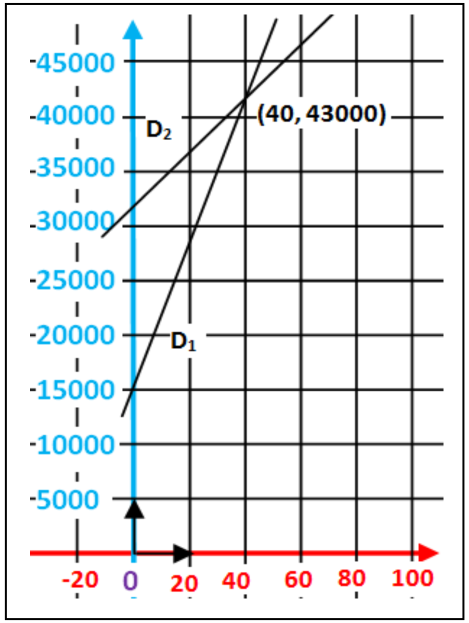
تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$y = 700 \times 40 + 15\,000$

$= 28\,000 + 15\,000$

$\mathbf{y = 43\,000}$

للجملة حل واحد و هو : $(x = 40 , y = 43\,000)$



التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند تقديم 40 ساعة.

- من التمثيل البياني يكون راتب إيناس أكبر من راتب إيمان عند تقديم أكثر من 40 ساعة.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2018)

الجزء (1) :

1) حساب الراتب الشهري عند إنتاج 2 500 خبزة :

راتب أمين : $3 \times 2\,500 + 8\,000 = 7\,500 + 8000 = 15\,500$ DA

راتب رفيق : $2 \times 2\,500 + 10\,000 = 5\,000 + 10\,000 = 15\,000$ DA

2) التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :

$y_1 = 3x + 8\,000$ $\quad y_2 = 2x + 10\,000$

الجزء (2) :

1) رسم مستقيما الدالتين $g(x) = 3x + 8\,000$ و $h(x) = 2x + 10\,000$

x	0	2 500
$g(x)$	8 000	15 500

x	0	2 500
$h(x)$	10 000	15 000

ملاحظة : تأخذ بعين الاعتبار كل النقط المختارة من طرف التلميذ

2) حل جملة المعادلتين :

$$\begin{cases} y = 3x + 8\,000 \\ y = 2x + 10\,000 \end{cases}$$

و منه : $3x + 8\,000 = 2x + 10\,000$

و منه : $3x - 2x = 10\,000 - 8\,000$

و منه : $x = 2\,000$

أي : $\mathbf{x = 2\,000}$

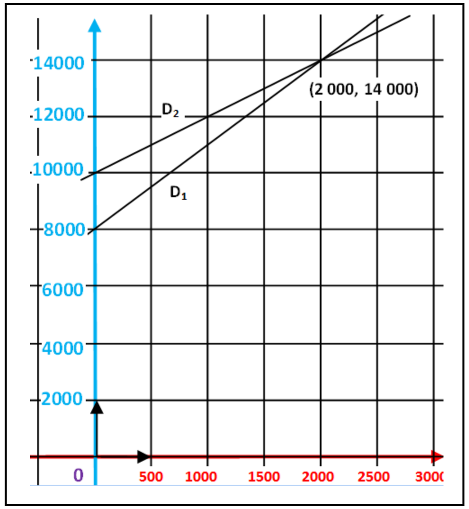
تعويض قيمة x في المعادلة الأولى :

$y = 3 \times 2\,000 + 8\,000$

$= 6\,000 + 8\,000$

$\mathbf{y = 14\,000}$

للجملة حل واحد و هو : $(x = 2\,000 , y = 14\,000)$



التفسير البياني لحل الجملة :

- حل هذه الجملة هو إحداثيتا نقطة تقاطع المستقيمين D_1 و D_2 التي تمثل تساوي الراتبين عند انتاج 2 000 خبزة.

- من التمثيل البياني يكون راتب أمين أكبر من راتب رفيق عند انتاج أكثر من 2 000 خبزة.

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2019

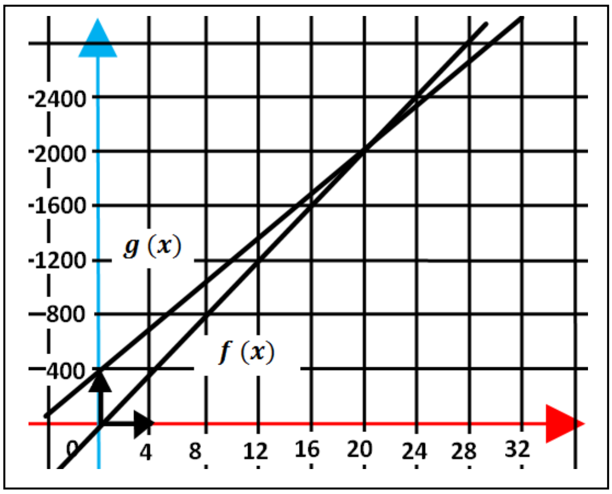
يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 100 DA للحصة الواحدة لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 80 DA للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره 400 DA.

1) ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 2 800 DA ؟

2) باعتبار : x عدد الحصص في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : ($1cm$ على محور الفواصل يمثّل 4 حصص، $1cm$ على محور التراتيب يمثل 400 DA)



حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2019) :

1) حساب عدد الحصص :

حساب عدد الحصص بالتسعيرة الأولى : $2\,800 \div 100 = 28$

عدد الحصص حسب التسعيرة الأولى هو : **28 حصة**

حساب عدد الحصص بالتسعيرة الثانية : $(2\,800 - 400) \div 80 = 30$

عدد الحصص حسب التسعيرة الثانية هو : **30 حصة**

2) التمثيل البياني :

ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الأولى

و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الثانية فيكون :

$f(x) = 100x$

$g(x) = 80x + 400$

x	0	10
$f(x)$	0	1 000

x	0	10
$g(x)$	400	1 200

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 20 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 20 حصة.

و عندما لا يفوق عدد الحصص 20 حصة، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل و إذا تجاوز عدد الحصص 20 حصة فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

مسألتان حسب نموذج (2019)

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2019):

يقترح مدير شركة تنظيف التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 180 DA لتنظيف المتر المربع الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 130 DA لتنظيف المتر المربع الواحد مع اشتراك شهري قدره 2 500 DA.

1) ما هو عدد الأمتار المربعة التي يمكنك تنظيفها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 10 000 DA ؟

2) باعتبار : x عدد الأمتار المربعة المراد تنظيفها في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الأمتار خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : ($1cm$ على محور الفواصل يمثّل 10 أمتار مربعة ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل 2 000 DA)

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2019):

يقترح صاحب مقهى الأنترنت التسعيرتين الآتيتين :

- التسعيرة الأولى : 90 DA للساعة الواحدة لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 60 DA للساعة مع اشتراك شهري قدره 300 DA.

1) ما هو عدد الساعات التي يمكنك الحصول عليها في كل تسعيرة إذا دفعت مبلغ 1 500 DA ؟

2) باعتبار : x عدد الساعات في الشهر و بالاستعانة بتمثيل بياني، أعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الساعات خلال شهر واحد.

يمكنك أخذ : ($0.5\ cm$على محور الفواصل يمثّل ساعة واحدة، $1cm$ على محور التراتيب يمثل 200 DA)

حل المسألة الأولى: (نموذج 2019)

1) حساب عدد الأمتار المربعة :

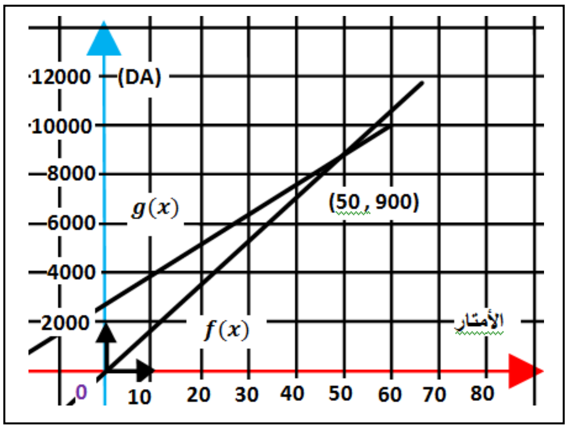
حساب عدد الأمتار بالتسعيرة الأولى : $10\,000 \div 180 = 55.55$

عدد الأمتار المربعة حسب التسعيرة الأولى هو : **55.55 متر مربع**

حساب عدد الأمتار بالتسعيرة الثانية : $(10\,000 - 2\,500) \div 130 = 57.69$

عدد الأمتار حسب التسعيرة الثانية هو : **57.69 متر مربع**

2) التمثيل البياني :



ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x متر مربع بالتسعيرة الأولى

و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x متر مربع بالتسعيرة الثانية فيكون :

$f(x) = 180\,x$

$g(x) = 130\,x + 2\,500$

x	0	10
$f(x)$	0	1 800

x	0	10
$g(x)$	2 500	3 800

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 50 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 50 متر مربع بكلفة 9 000 DA

و عندما لا يفوق عدد الأمتار المربعة 50، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل

و إذا تجاوز عدد الأمتار المربعة 50 متر مربع فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

حل المسألة الثانية : (نموذج 2019)

1) حساب عدد الساعات :

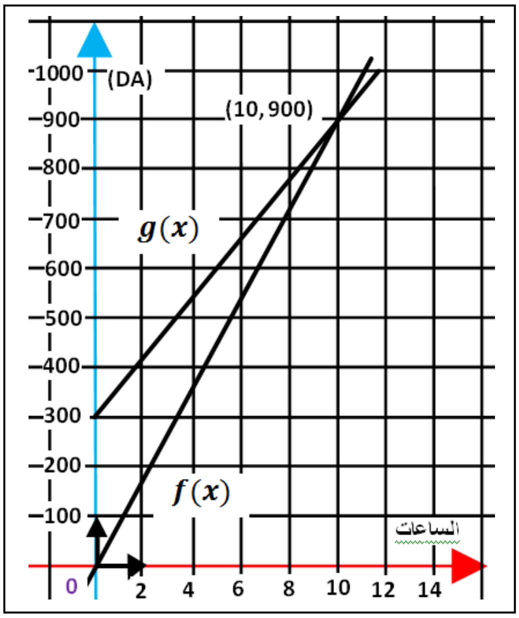
حساب عدد الساعات بالتسعيرة الأولى : $1\,500 \div 90 = 16{,}66$

عدد الساعات حسب التسعيرة الأولى هو : **16 ساعة و 40 دقيقة**

حساب عدد الساعات بالتسعيرة الثانية : $(1\,500 - 300) \div 60 = 20$

عدد الساعات حسب التسعيرة الثانية هو : **20 ساعة**

2) التمثيل البياني :



ليكن $f(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الأولى

و $g(x)$ المبلغ المدفوع لـ x حصة بالتسعيرة الثانية فيكون :

$f(x) = 90\,x$

$g(x) = 60x + 300$

x	0	10
$f(x)$	0	900

x	0	10
$g(x)$	300	900

التفسير البياني :

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 10 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 10 ساعات بكلفة 900 DA

و عندما لا يفوق عدد الساعات 10، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل

و إذا تجاوز عدد الساعات 10 فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2013

لإقامة حفل زفاف قرّرت عائلة كراء سيارة فاخمة فاتّصل الأب محمد بثلاث وكالات فقدّموا له عروضا حسب المعطيات الآتية:
فاستنجد الأب محمد بابنه سمير الذّي يدرس في السنة الرابعة متوسط لمساعدته في اختيار العرض الأنسب و الأقل تكلفة.

عرض الوكالة الأولى :
دفع مبلغ 4000 DA لليوم الواحد.
عرض الوكالة الثانية :
دفع مبلغ 3000 DA لليوم الواحد يضاف إليه ضمان غير مسترجع قدره 1000 DA .
عرض الوكالة الثالثة :
دفع مبلغ 16000 DA لمدة لا تتعدى أسبوعا واحدا.

لو كنت في مكان الابن سمير ساعد الأب محمد في :
1) اختيار العرض الأنسب و الأقل تكلفة لكراء سيارة لمدة 7 أيام.
2) x عدد الأيام التي يستغل فيها الأب محمد السيارة.
أ- عبّر ، بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f\ (x)$ و عن العرض الثاني بالدالة $g\ (x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h\ (x)$.
ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(0\ ,\vec{\imath}\ ,\vec{\jmath}\ )$ الدوال f ، g و h.
(حيث كل 2cm من محور الفواصل يمثل يومًا واحدًا و كل 1cm من محور التراتيب يمثل 2000 DA) .
3) اعتمادًا على البيان املأ الجدول الآتي :

الأيام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

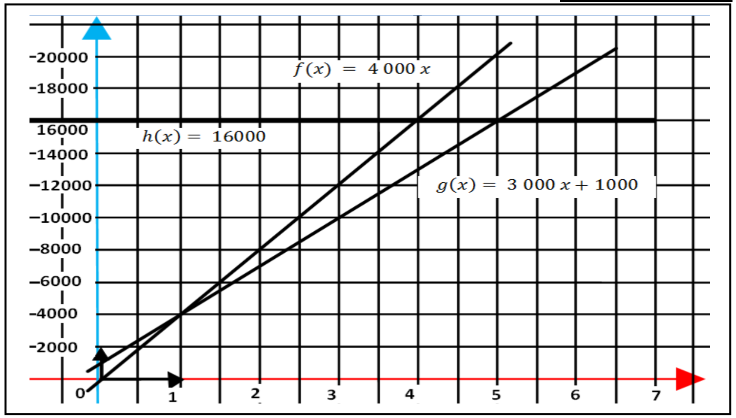
4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x عدد الأيام المستغلة من طرف الأب محمد.
$f\ (x) = g(x)$ ، $f\ (x) = h\ (x)$ ، $g\ (x) = h\ (x)$.
ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (جوان 2013):

1) اختيار العرض المناسب لمدة أسبوع :
- عرض الوكالة الأولى : 4 000 x 7 = 28 000 DA
- عرض الوكالة الثانية : 3 000 x 7 + 1 000 = 21 000 + 1000 = 22 000 DA
- عرض الوكالة الثالثة : 16 000 DA
إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

2) تعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة :
$f(x) = 4\,000\,x\ ,\ g(x) = 3\,000\,x + 1\,000\ ,\ h(x) = 16\,000$

التمثيل البياني :



3) ملء الجدول من البيان :

الأيام / العروض	اليوم الأول	اليوم الرابع	اليوم الخامس
عرض الوكالة 1	4 000	16 000	20 000
عرض الوكالة 2	4 000	13 000	16 000
عرض الوكالة 3	16 000	16 000	16 000

4) حل المعادلات :
$f\ (x) = g\ (x)\ ,4000\,x = 3000\,x + 1000\ ,1000\,x = 1000, \boldsymbol{x} = \mathbf{1}$
$f(x) = h(x)\ \ 4000x = 16000\ , \boldsymbol{x} = \mathbf{4}$
$g(x) = h(x)\ \ 3000\,x + 1000 = 16000\ ,3000x = 15000\ , \boldsymbol{x} = \mathbf{5}$
- في اليوم الأول يتساوى العرض الأول مع العرض الثاني .
- في اليوم الرابع يتساوى العرض الأول مع العرض الثالث .
- في اليوم الخامس يتساوى العرض الثاني مع العرض الثالث .

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2013):

يقترح موقع واب مختص في تحميل الأفلام و المسلسلات على زبائنه العروض الآتية:

العرض الأول :
دفع مبلغ 100 DA لتحميل 1 Go من المحتويات.
العرض الثاني:
دفع مبلغ 70 DA لتحميل 1 Go من المحتويات بإضافة إلى اشتراك شهري قدره 300 DA
العرض الثالث:
دفع مبلغ 1 350 DA على أن لا تتجاوز التحميلات 15 Go.

1) اختر العرض الأنسب و الأقل تكلفة لتحميل 14 Go من المعطيات.
2) x عدد Go التي يمكن تحميلها.
أ- عبّر ، بدلالة x ، عن العرض الأول بالدالة $f\ (x)$ و عن العرض الثاني بالدالة $g\ (x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h\ (x)$.
ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الدوال f، g و h.
(حيث كل 1cm من محور الفواصل يمثل 2 Go و كل 1cm من محور التراتيب يمثل 200 DA) .
3) اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

Go / العروض	10 Go	13.5 Go	15 Go
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x .
$f\ (x) = g(x)$, $f\ (x) = h\ (x)$, $g\ (x) = h\ (x)$.
ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2013):

يريد مستغل شاطيء كراء مظلات شمسية و يقترح على زبائنه العروض الآتية:

العرض الأول :
دفع مبلغ 150 DA لكراء المظلة لساعة واحدة.
العرض الثاني:
دفع مبلغ 100 DA للساعة الواحدة إضافة إلى ضمان غير مسترجع بمبلغ 200 DA
العرض الثالث:
دفع مبلغ 1500 DA على أن لا يتجاوز عدد الساعات 14.

1) اختر العرض الأنسب و الأقل تكلفة لكراء مظلة لمدة 8 ساعات.
2) x عدد ساعات الكراء التي يمكن التحصل عليها.
أ- عبّر، بدلالة x، عن العرض الأول بالدالة $f\ (x)$ و عن العرض الثاني بالدالة $g\ (x)$ وعن العرض الثالث بالدالة $h\ (x)$.
ب- مثّل بيانيا في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ الدوال f، g و h.
(حيث كل 1 cm من محور الفواصل يمثل 2 ساعتان و كل 1cm من محور التراتيب يمثل 200 DA) .
3) اعتمادا على البيان املأ الجدول الآتي :

الساعات / العروض	4 ساعات	10 ساعات	13 ساعة
العرض 1			
العرض 2			
العرض 3			

4) أ- حلّ المعادلات الآتية لإيجاد x .
$f\ (x) = g(x)$, $f\ (x) = h\ (x)$, $g\ (x) = h\ (x)$.
ب- ماذا يمثل حل كل معادلة ؟.

حل المسألة الأولى : (نموذج 2013)

1) اختيار العرض المناسب لتحميل 14 Go من المعطيات :

- العرض الأول : 100 x 14 = 1 400 DA
- العرض الثاني : 70 x 14 + 300 = 980 + 300 =1 280 DA
- العرض الثالث : 1 350 DA

إذن العرض الأقل تكلفة لمدة أسبوع هو عرض الوكالة الثالثة.

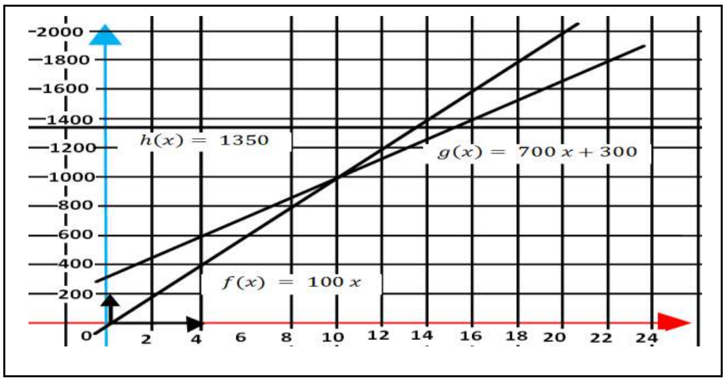
2) تعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة :

$f(x) = 100\,x$

$g(x) = 70\,x + 300$

$h(x) = 1\,350$

2) التمثيل البياني :



3) ملء الجدول من البيان :

العروض / Go	10 Go	13.5 Go	15 Go
العرض 1	1 000	1 350	1 500
العرض 2	1 000	1 245	1 350
العرض 3	1 350	1 350	1 350

4) حل المعادلات :

$\boldsymbol{f(x) = g(x)},$
$100\,x = 70\,x + 300$
$30\,x = 300,$
$\boldsymbol{x = 10}$

$\boldsymbol{f(x) = h(x)}$
$100x = 1\,350$
$\boldsymbol{x = 13.5}$

$\boldsymbol{g(x) = h(x)}$
$70\,x + 300 = 1\,350$
$70\,x = 1\,050$
$\boldsymbol{x = 15}$

- عندما يساوي عدد الجيجات 10 فإن العرض الأول يساوي العرض الثاني بكلفة 1 000 DA.
- عندما يساوي عدد الجيجات 13.5 فإن العرض الأول يساوي العرض الثالث بكلفة 1 350 DA
- عندما يساوي عدد الجيجات 15 فإن العرض الثاني يساوي العرض الثالث بكلفة 1 350 DA

2) حل المسألة الثانية : (نموذج 2013)

1) اختيار العرض المناسب لكراء مظلة لمدة 8 ساعات :

- العرض الأول : 150 x 8 = 1 200 DA
- العرض الثاني : 100 x 8 + 200 = 800 + 200 =1 000 DA
- العرض الثالث : 1 500 DA

إذن العرض الأقل تكلفة لمدة 8 ساعات هو العرض الثاني.

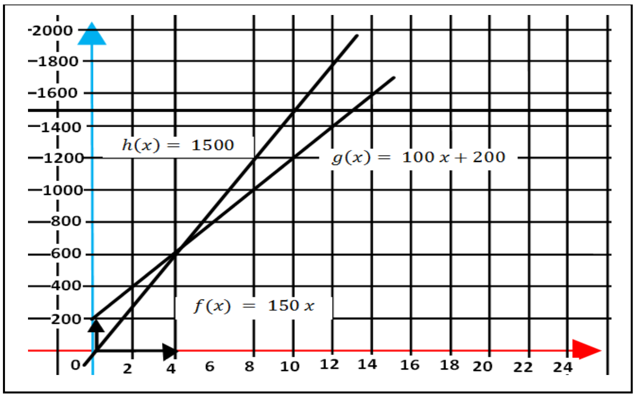
2) تعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ بدلالة :

$f(x) = 150\,x$

$g(x) = 100\,x + 200$

$h(x) = 1\,500$

2) التمثيل البياني :



3) ملء الجدول من البيان :

العروض / الساعات	4 ساعات	10 ساعات	13 ساعة
العرض 1	600 DA	1 500 DA	1 950 DA
العرض 2	600 DA	1 200 DA	1 500 DA
العرض 3	1 500 DA	1 500 DA	1 500 DA

4) حل المعادلات :

$\boldsymbol{f(x) = g(x)},$
$150\,x = 100\,x + 200$
$50\,x = 200$
$\boldsymbol{x = 4}$

$\boldsymbol{f(x) = h(x)}$
$150\,x = 1\,500$
$\boldsymbol{x = 10}$

$\boldsymbol{g(x) = h(x)}$
$100\,x + 200 = 1\,500$
$100\,x = 1\,300$
$\boldsymbol{x = 13}$

- عندما يساوي عدد الساعات 4 فإن العرض الأول يساوي العرض الثاني بكلفة 600 DA.
- عندما يساوي عدد الساعات 10 فإن العرض الأول يساوي العرض الثالث بكلفة 1 500 DA
- عندما يساوي عدد الساعات 13 فإن العرض الثاني يساوي العرض الثالث بكلفة 1 500 DA

المسألة : **(8 نقاط)** امتحان شهادة التعليم المتوسط جوان 2007

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 15 DA للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 12 DA للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

المسافة (km)	60		
التسعيرة الأولى (DA)			5100
التسعيرة الثانية (DA)		3060	

2- ليكن : x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة.
y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.
y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

ا- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .
ب- حل المتراجحة : $15x > 12x + 900$
3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o ; \vec{i} ; \vec{j})$
ا- مثل بيانيا الدالتين f , g حيث :

$$f(x) = 15x$$
$$g(x) = 12x + 900$$

($1cm$ على محور الفواصل يمثل $50\ km$ ، $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل 500 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) ملء الجدول :

المسافة (km)	60	**180**	**340**
التسعيرة الأولى (DA)	**900**	**2700**	5100
التسعيرة الثانية (DA)	**1620**	3060	**4980**

2) أ) : التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :

أ) من أجل x مسافة مقطوعة فإن المبلغ حسب التسعيرة الأولى هو $15x$ و بالتالي : $y_1 = 15x$
من أجل x مسافة مقطوعة فإن المبلغ حسب التسعيرة الثانية هو $12x + 900$
و بالتالي: $y_2 = 12x + 900$

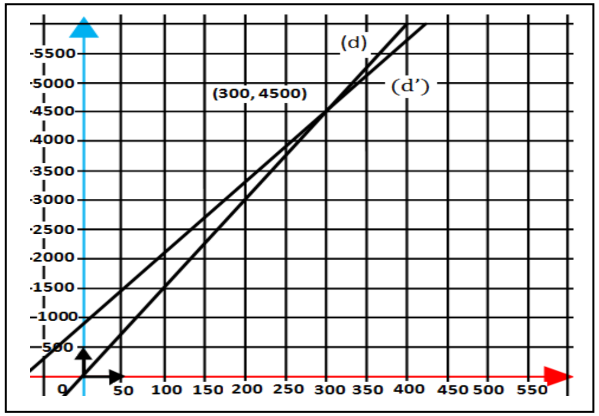
ب) حل المتراجحة $15x < 12x + 900$:

$15x > 12x + 900$ معناه : $15x - 12x > 12x + 900 - 12x$ و منه : $3x > 900$ و منه $x > 300$
إذن حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر من 300

-3

أ) التمثيل البياني :

الدالة f هي دالة خطية و منه تمثيلها البياني عبارة عن المستقيم (d) الذي يمر بالمبدأ 0 و يمر أيضا من النقطة A (60, 900)
الدالة g هي دالة تآلفية تمثيلها البياني هو المستقيم (d') الذي يمر بالنقطتين B (60, 1620) و C (180, 3060)



ب) تحديد أفضل تسعيرة من خلال التمثيل البياني :

من خلال التمثيل البياني نجد أن فاصلة نقطة تقاطع المستقيمين (d) و (d') هي 300
من أجل مسافة أقل من 300 km يكون المستقيم (d') فوق المستقيم (d) و منه التسعيرة الأولى هي الأفضل.
من أجل مسافة أكبر من 300 km يكون المستقيم (d) فوق المستقيم (d') و منه التسعيرة الثانية هي الأفضل.
من أجل المسافة 300 km نجد أن التسعيرة الأولى هي نفسها التسعيرة الثانية.

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2007)

تقترح شركة تنظيف التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 50 DA للمتر المربع الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 30 DA للمتر المربع الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 600 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

المساحة (m^2)		20	40
التسعيرة الأولى (DA)			
التسعيرة الثانية (DA)	900		

2- ليكن : x هو عدد الأمتار المربعة المنظفة.
y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.
y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

ا- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .
ب- حل المتراجحة : $50\,x > 30\,x + 600$
3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$
ا- مثل بيانيا الدالتين f , g حيث : $f(x) = 50\,x$
$g(x) = 30\,x + 600$

(0.5 cm على محور الفواصل يمثل 5 m^2 ، 0.5 cm على محور التراتيب يمثل 300 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2007)

يقترح محل كراء الكراسي التسعيرتين التاليتين :

- التسعيرة الأولى : 100 DA للكرسي الواحد لغير المنخرطين.
- التسعيرة الثانية : 70 DA للكرسي الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 2 100 DA.

1 - انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله :

عدد الكراسي	10		
التسعيرة الأولى (DA)		2 000	
التسعيرة الثانية (DA)			4 900

2- ليكن : x هو عدد الكراسي المؤجرة.
y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.
y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الثانية.

ا- عبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .
ب- حل المتراجحة : $100\,x > 70\,x + 2\,100$
3- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$
ا- مثل بيانيا الدالتين f , g حيث : $f(x) = 100\,x$
$g(x) = 70\,x + 2\,100$

($1cm$ على محور الفواصل يمثل 10 كراسي ، 1 cm على محور التراتيب يمثل 1 000 DA)

ب- استعمل التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة مع الشرح.

<u>حل المسألة الأولى</u> : (نموذج 2007)

<u>1) ملىء الجدول :</u>

المساحة (m^2)	**10**	20	40
التسعيرة الأولى (DA)	**500**	**1 000**	**2 000**
التسعيرة الثانية (DA)	900	**1 200**	**1 800**

<u>**2) أ) : التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :**</u>

حسب التسعيرة الأولى : $y_1 = 50x$

حسب التسعيرة الثانية : $y_2 = 30x + 600$

<u>**ب) حل المتراجحة $50x < 30x + 600$:**</u>

$50x > 30x + 600$

$50x - 30x > 600$

$20x > 600$

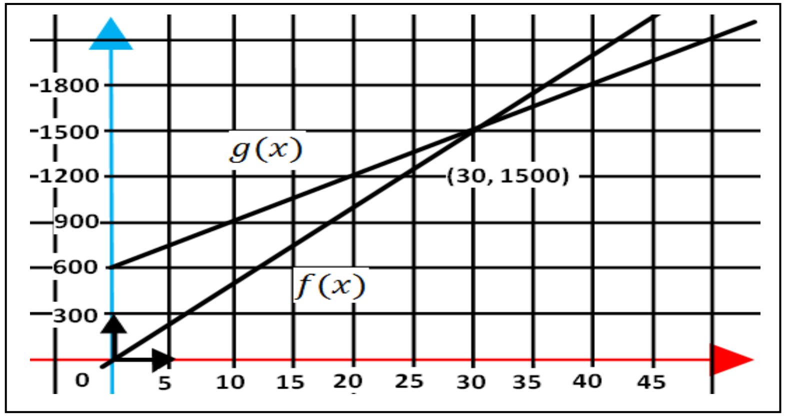
$\boldsymbol{x > 30}$

إذن حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر من 30

<u>**3- أ) التمثيل البياني :**</u>

x	5	10	15
$f(x)$	250	500	750

x	5	10	15
$g(x)$	750	900	1 050



<u>**ب) استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة:**</u>

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 30 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند 30 متر مربع بكلفة 1 500 DA

و عندما لا يفوق عدد الأمتار المربعة 30، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل

و إذا تجاوز عدد الأمتار المربعة 30 متر مربع فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

<u>حل المسألة الثانية</u> : (نموذج 2007)

<u>1) ملىء الجدول :</u>

عدد الكراسي	**10**	20	40
التسعيرة الأولى (DA)	**1 000**	**2 000**	**4 000**
التسعيرة الثانية (DA)	2 800	**3 500**	**4 900**

<u>**2) أ) : التعبير عن y_1 و عن y_2 بدلالة x :**</u>

حسب التسعيرة الأولى : $y_1 = 100x$

حسب التسعيرة الثانية : $y_2 = 70x + 2\,100$

<u>**ب) حل المتراجحة $100x < 70x + 2\,100$:**</u>

$100x > 70x + 2\,100$

$100x - 70x > 2\,100$

$30x > 2\,100$

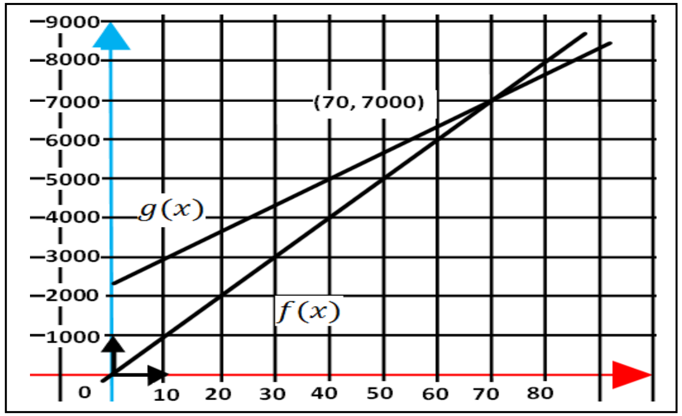
$\boldsymbol{x > 70}$

إذن حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر من 70

<u>**3- أ) التمثيل البياني :**</u>

x	10	30	70
$f(x)$	1 000	3 000	7 000

x	10	30	70
$g(x)$	2 800	4 200	7 000



<u>**ب) استعمال التمثيل البياني لتحديد أفضل تسعيرة:**</u>

التمثيلان البيانيان للدالتين $f(x)$ و $g(x)$ يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 70 و هذا يعني أن التسعيرتين متساويتين عند كراء 70 كرسي بكلفة 7 000 DA

و عندما لا يفوق عدد الكراسي 70، فالتسعيرة الأولى هي الأفضل

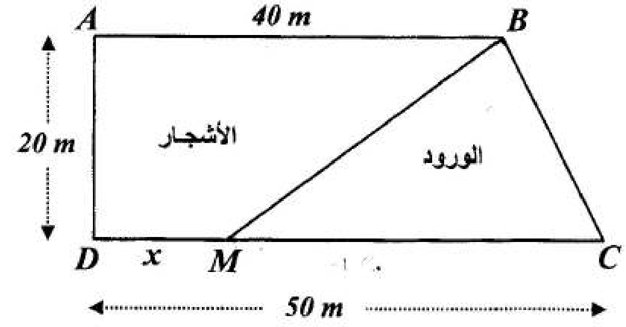
و إذا تجاوز عدد الكراسي 70 كرسي فالتسعيرة الثانية هي الأفضل.

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2015)

I) لِعَمِّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشّكل مساحتها $1000\ m^2$ ، عرضها خمسي ($\frac{2}{5}$) طولها.

- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

II) تنازل عَمِّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100\ m^2$ و خصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود و الأشجار . لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيًا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشّكل:



نضع $DM = x$ (M نقطة من $[DC]$ مع $0 \leq x \leq 50$)

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة ABMD.

1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

ب- سَاعِدْ عَمِّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$

نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 2 m

1 cm على محور التراتيب يمثّل $50\ m^2$

ب- فسّر بيانيًا مساعدتك السابقة لِعَمِّي أحمد ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2015):

إيجاد بعدي القطعة :

بفرض طول القطعة هو x و عرضها هو y . ...لدينا :

$$\begin{cases} y = \frac{2}{5} \times x \;.....(1) \\ x \times y = 1000 \;...(2) \end{cases}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على : $x \frac{2}{5} x = 1000x$

أي: $\frac{2}{5} x^2 = 1000$ و منه : $2x^2 = 5000$ أي : $x^2 = 2500$ أي : $x = \sqrt{2500}$

ومنه $x = 50$ أي الطول هو 50m باستعمال قاعدة حساب مساحة المستطيل و بما أن المساحة تعادل 1000 m و الطول يعادل **50m** فإن عرض المستطيل هو **20m**

أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{\text{(القاعدة x الارتفاع)}}{2}$ القاعدة هي : $50 - x$ أي : $\frac{20 \times (50-x)}{2}$

$10 \times (50-x)$ و منه مساحة المثلث هي : $500 - 10x$ أي: $f(x) = 500 - 10x$

و **مساحة الشبه منحرف** هي : $\frac{\text{(القاعدة الصغرى+القاعدة الكبرى) x الارتفاع}}{2}$ أي : $\frac{20 \times (x+40)}{2}$

أي : $10 \times (x+40)$ أي : $10x + 400$ و منه : $g(x) = 10x + 400$

ب) مساعدة عمي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = f(g)$ أي : $500 - 10x = 400 + 10x$

و منه : $500 - 400 = 10x + 10x$ أي : $20x = 100$ و منه : $x = 5$

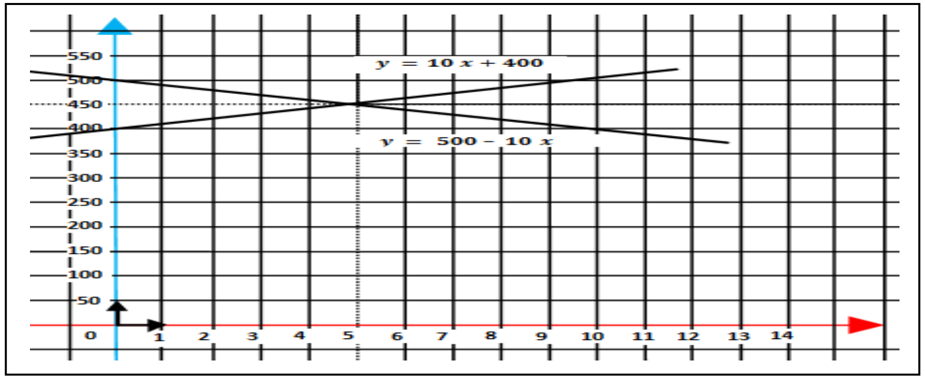
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : **DM = 5**

2-أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = -10x + 500$, $g(x) = 10x + 400$ بيانيا:

التمثيل البياني :

x	0	10
$f(x)$	500	400

x	0	10
$g(x)$	400	500



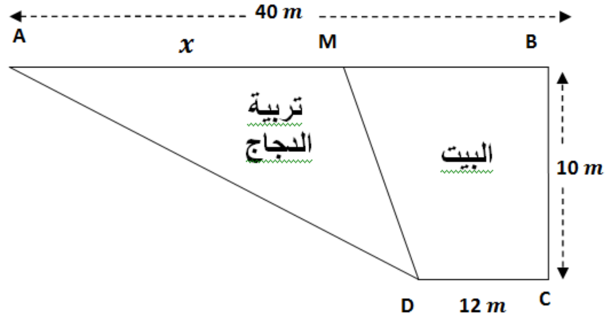
ب) **التفسير البياني** : يكون لقطعتي الأرض نفس المساحة من أجل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين و هي DM = 5 m و تبلغ قيمة القطعة DM في هذه الحالة $450\ m^2$

المسألة الأولى : (حسب نموذج 2015):

I) لأمين قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $360\ m^2$ ، طولها يساوي مرتين و نصف 2.5 عرضها

- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

II) باع صاحب الأرض جزء من هذه القطعة مساحته $100\ m^2$ و خصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله لتربية الدجاج و لبناء منزل . لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشّكل:



نضع $AM = x$ (M نقطة من [AB] مع $0 \leq x \leq 40$)

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث AMD و $g(x)$ مساحة القطعة MBCD.

1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

ب- سَاعِدْ أمين لإيجاد الطول AM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = 5x$ ، $g(x) = -5x + 260$

نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 2 m

1 cm على محور التراتيب يمثّل $20\ m^2$

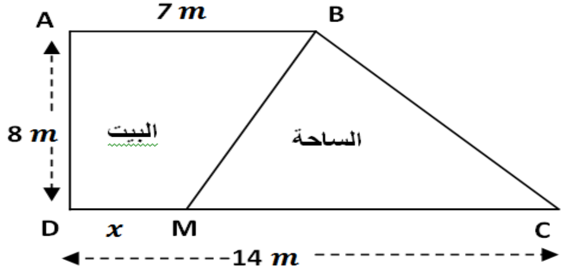
ب- فسّر بيانيّا مساعدتك السابقة لأمين ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

المسألة الثانية : (حسب نموذج 2015):

I) لمينة قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $147\ m^2$ ، طولها ثلاثة أضعاف 3 عرضها .

- أوجد بُعْدَي هذه القطعة.

II) باعت صاحبة الأرض جزء من هذه القطعة مساحته $63\ m^2$ و خصّصت الجزء الباقي منها لاستغلاله لبناء بيت و لاستعماله كساحة. لهذا الغرض قسّمت هذا الجزء عشوائيا إلى قطعتين كما هو موضّح في الشّكل:



نضع $DM = x$ (M نقطة من [DC] مع $0 \leq x \leq 14$)

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة ABMD.

1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x.

ب- سَاعِدْ مينة لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- مثّل بيانيا الدالتين : $f(x) = -4x + 56$ ، $g(x) = 4x + 28$

نأخذ : 1 cm على محور الفواصل يمثّل 1 m

1 cm على محور التراتيب يمثّل $10\ m^2$

ب- فسّر بيانيّا مساعدتك السابقة لمينة ، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

حل المسألة الأولى :

إيجاد بعدي القطعة :

بفرض عرض القطعة هو x و طولها هو y . لدينا....... . $\begin{cases} y = 2.5 \times x \;.....(1) \\ x \times y = 360 \;...(2) \end{cases}$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على : $x \times 2.5x = 360$

أي: $2.5x^2 = 360$ أي : $x^2 = 144$ أي : $x = \sqrt{144}$

ومنه $x = 12$ أي العرض هو 12 m

بما أن الطول هو 2.5 العرض فإن $y = 2.5\,x$ أي $y = 2.5 \times 12$ و منه : $y = 30$ m

أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{(\text{القاعدة x الارتفاع})}{2}$ القاعدة هي : x أي : $\frac{10 \times x}{2}$

و منه مساحة المثلث هي : $5x$ أي : $f(x) = 5x$

و **مساحة الشبه منحرف** هي : $\frac{(\text{القاعدة الصغرى+القاعدة الكبرى}) \text{ x الارتفاع}}{2}$ أي : $\frac{[12+(40-x)]\times 10}{2}$

أي : $(52-x)\times 5$ أي : $260 - 5x$ و منه : $g(x) = 260 - 5x$

ب) مساعدة أمين لإيجاد الطول AM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = f(g)$ أي : $5x = 260 - 5x$

و منه : $10x = 260$ أي $x = 26$

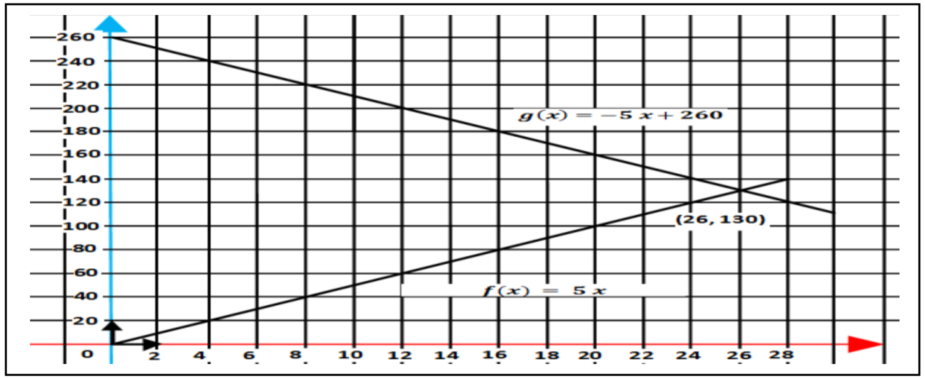
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : **AM = 26**

2-أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = 5x$, $g(x) = 260 - 5x$ بيانيا:

التمثيل البياني :

x	0	10
$f(x)$	0	50

x	0	10
$g(x)$	260	210



ب) **التفسير البياني** : يتقاطع المنحنيين عند النقطة التي فاصلتها 26 و ترتيبتها 130 أي تتساوى مساحتين القطعتين عند $130\ m^2$ عندما يكون طول القطعة AM 26 متر

حل المسألة الثانية :

إيجاد بعدي القطعة :

بفرض عرض القطعة هو x و طولها هو y . لدينا....... . $\begin{cases} y = 3 \times x \;.....(1) \\ x \times y = 147 \;...(2) \end{cases}$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) و نحصل على : $x \times 3x = 147$

أي: $3x^2 = 147$ أي : $x^2 = 49$ أي : $x = \sqrt{49}$

ومنه $x = 7$m أي العرض هو 7 m

بما أن الطول هو 3 مرات العرض أي: $y = 3x$ أي $y = 3 \times 7$ و منه : $y = 21$ m

أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

لدينا مساحة المثلث هي : $\frac{(\text{القاعدة x الارتفاع})}{2}$ القاعدة هي : x أي : $\frac{(14-x)\times 8}{2}$

$(14-x) \times 4$ و منه مساحة المثلث هي : $56-4x$ أي : $f(x) = -4x + 56$

و **مساحة الشبه منحرف** هي : $\frac{(\text{القاعدة الصغرى+القاعدة الكبرى}) \text{ x الارتفاع}}{2}$ أي : $\frac{(x+7)\times 8}{2}$

أي : $(x+7)\times 4$ أي : $4x + 28$ و منه : $g(x) = 4x + 28$

ب) مساعدة مينة لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة :

لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني : $f(x) = f(g)$ أي : $-4x + 56 = 4x + 28$

و منه : $-8x = -28$ أي $x = 3.5$

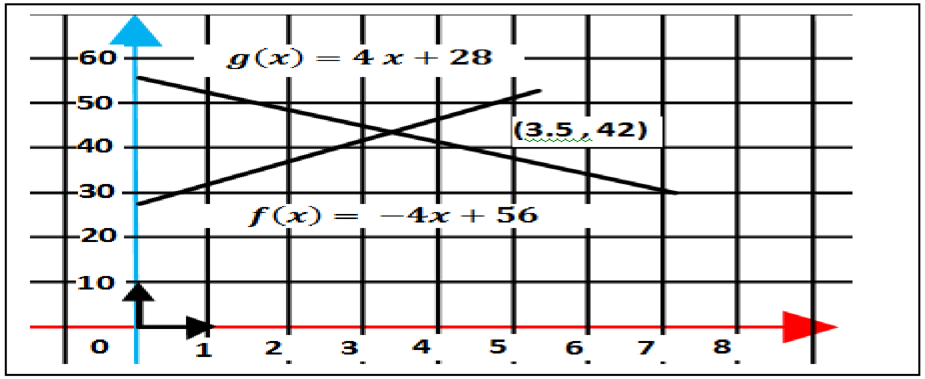
و بالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون : **DM = 3.5 m**

2-أ) لتمثيل الدالتين : $f(x) = -4x + 56$, $g(x) = 4x + 28$ بيانيا:

التمثيل البياني :

x	0	10
$f(x)$	56	16

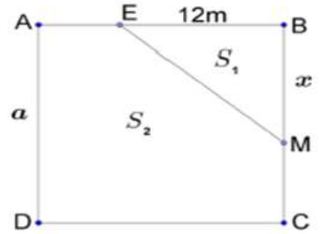
x	0	10
$g(x)$	28	68



ب) **التفسير البياني** : يتقاطع المنحنيين عند النقطة التي فاصلتها 3.5 و ترتيبتها 42 أي تتساوى مساحتين القطعتين عند $42\ m^2$ عندما يكون طول القطعة DM 3.5 متر

المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $324\ m^2$ ملك للأخوين أحمد و فاطمة و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول :

1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث : $BM = x$

E نقطة من $[BA]$ حيث : $EB = 12\ m$

الجزء EBM تملكه فاطمة و الجزأ AEMCD يملكه أحمد.

أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء AEMCD

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0,\vec{I},\vec{J})$

1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث :

$g(x) = -6x + 324$ ، $f(x) = 12x$

(نأخذ : $1\ cm$ على محور الفواصل يمثل $2\ m$ و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $36\ m^2$)

2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017) :

الجزء الأول :

1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 324$ و بالتالي $a = \sqrt{324}$ ، أي $a=18$ ، أي طول ضلع القطعة هو **18 m**

2) أ) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{12 \times BM}{2}$ أي : $S_1 = \frac{12 \times x}{2}$ و بالتالي : $S_1 = 6x$ (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 324 - S_1$ و منه $S_2 = 324 - 6x$ (S_2 مقدرة بـ : m^2)

ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة

لدينا $S_2 = 2S_1$ و منه $324 - 6x = 2 \times 6x$ و عليه $12x + 6x = 324$

أي : $18x = 324$ إذن $x = 18$ (الوحدة هي m) و بالتالي النقطة M تنطبق على النقطة C .

الجزء الثاني :

1) التمثيل البياني للدالة الخطية f هو المستقيم الذي يشمل النقطتين : مبدأ المعلم O (0 ; 0) و النقطة K (12 ; 144)

التمثيل البياني للدالة التآلفية g هو المستقيم الذي يشمل النقطتين E (0 ; 324) و F (15 ; 234)

(**ملاحظة** : تقبل أي نقطتين من التمثيل البياني لكل من الدالتين)

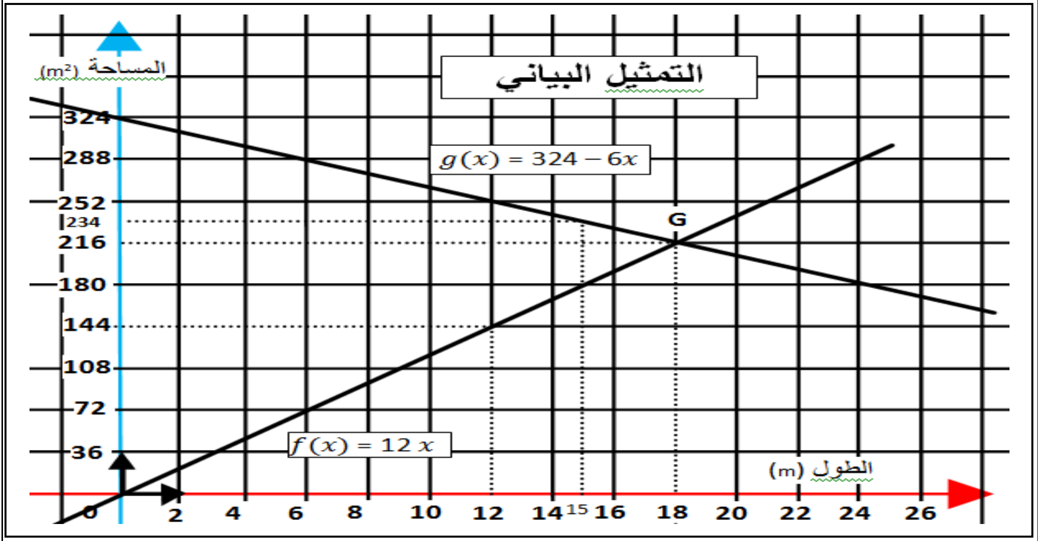
2) التفسير البياني و إيجاد المساحتين :

التمثيلان البيبانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة G (18 ; 216)

لدينا : $f(x) = 2S_1$ و $g(x) = S_2$ و من أجل $x = 18$ فإن $f(x) = g(x)$ أي $S_2 = 2S_1$ و من التمثيل البياني فإن $g(18) = 216$

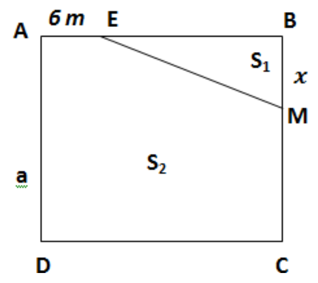
أي $S_2 = 216\ m^2$ و $2S_1 = 216\ m^2$ و منه $S_1 = 108\ m^2$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها أحمد هي $216\ m^2$ و مساحة القطعة التي تملكها أخته فاطمة هي $108\ m^2$



المسألة الأولى: (حسب نموذج 2017):

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $1296\ m^2$ ملك للأخوين نزيه و الياس و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول :

1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث : $MC = x$

E نقطة من $[AB]$ حيث : AE = 6 m

الجزء EBM يملكه الياس و الجزأ AEMCD يملكه نزيه.

أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء AEMCD

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة نزيه 8 أضعاف مساحة قطعة الياس.

الجزء الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$

1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث :

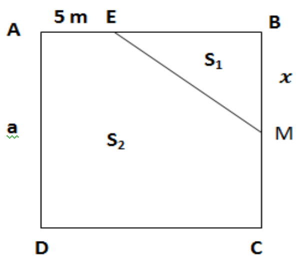
$f(x) = 120x$ ، $g(x) = -15x + 1296$

(نأخذ : $1\ cm$ على محور الفواصل يمثل $5\ m$ و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $100\ m^2$)

2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

المسألة الثانية: (حسب نموذج 2017):

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $225\ m^2$ ملك للأخوين ريمة و أمين و مجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول :

1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث : $MB = x$

E نقطة من $[AB]$ حيث : AE = 5 m

الجزء EBM تملكه ريمة و الجزأ AEMCD يملكه أمين.

أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء AEMCD

-اكتب بدلالة x كلا من المساحتين S_1 و S_2

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أمين 5 أضعاف مساحة قطعة ريمة.

الجزء الثاني :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$

1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث :

$f(x) = 25x$ ، $g(x) = -5x + 225$

(نأخذ : $1\ cm$ على محور الفواصل يمثل $5\ m$ و $1\ cm$ على محور التراتيب يمثل $20\ m^2$)

2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

حل المسألة الأولى : (نموذج 2017)

1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 1296$ و بالتالي $a = \sqrt{1296}$ ، طول ضلع القطعة هو **36 m**

2) أ) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{x\,(39-9)}{2}$ أي : $S_1 = \frac{x \times 30}{2}$ و بالتالي : **$S_1 = 15x$** (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 1296 - S_1$ و منه **$S_2 = 1296 - 15x$** (S_2 مقدرة بـ : m^2)

ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة نزيه 8 أضعاف مساحة الياس.

لدينا $S_2 = 8\,S_1$ و منه $1296 - 15x = 8 \times 15x$ و عليه $1296 - 15x = 120x$

أي : $-135x = -1296$ إذن $= 9.6x$ (الوحدة هي m) .

التمثيل البياني:

x	0	10
$g(x)$	1296	1146

x	0	10
$f(x)$	0	1200

التفسير البياني حول إيجاد المساحة :

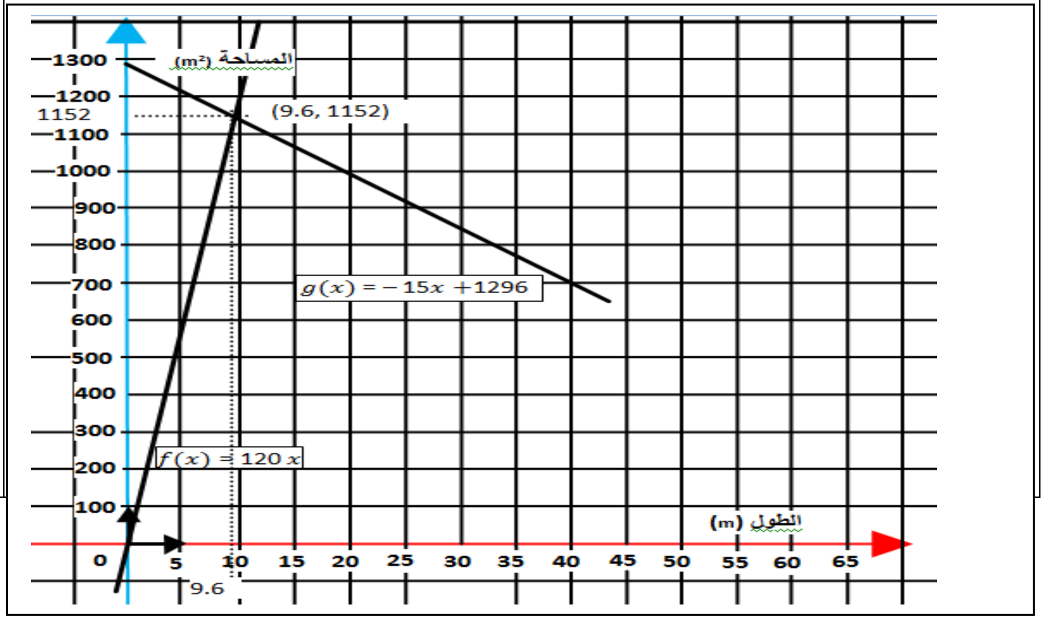
التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة (9.6 ; 1152) أي أن مساحتين القطعتين متساويتين عندما x=9.6 m بمساحة $1152\ m^2$ لكل قطعة أرض.

لدينا : $8\ S_1 = f(x)$ و $g(x) = S_2$ و من أجل $x = 9.6$ فإن

$f(x) = g(x)$ أي $8S_1 = S_2$ و من التمثيل البياني فإن $g(9.6) = 1152$

أي $S_2 = 1152\ m^2$ و $8S_1 = 1152\ m^2$ و منه $S_1 = 144\ m^2$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها نزيه هي $1152\ m^2$ و مساحة القطعة التي يملكها أخوه الياس هي $144\ m^2$



حل المسألة الثانية : (نموذج 2017)

1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع ABCD هي : $S = a^2$ و عليه $a^2 = 225$ و بالتالي $a = \sqrt{225}$ ، طول ضلع القطعة هو **15 m**

2) أ) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x :

لدينا $S_1 = \frac{x\,(15-5)}{2}$ أي : $S_1 = \frac{x \times 10}{2}$ و بالتالي : **$S_1 = 5x$** (S_1 مقدرة بـ : m^2)

و لدينا $S_2 = 225 - S_1$ و منه **$S_2 = 225 - 5x$** (S_2 مقدرة بـ : m^2)

ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة أمين 5 أضعاف مساحة ريمة.

لدينا $S_2 = 5\,S_1$ و منه $225 - 5x = 5\,x \times 5$ و عليه $225 - 5x = 25x$

أي : $-30x = -225$ إذن **$= 7.5x$** (الوحدة هي m) .

التمثيل البياني:

x	0	10
$g(x)$	225	175

x	0	10
$f(x)$	0	250

التفسير البياني حول إيجاد المساحة :

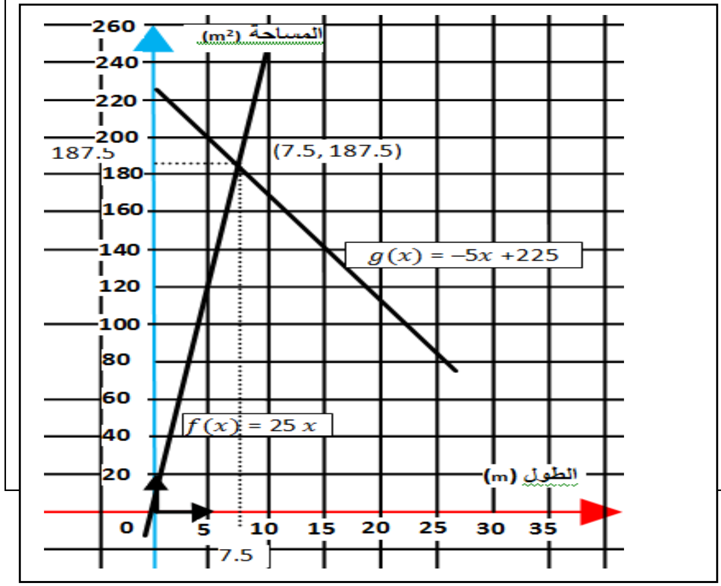
التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة (7.5; 187.5) أي أن مساحتين القطعتين متساويتين عندما x=7.5 m بمساحة $187.5\ m^2$ لكل قطعة أرض.

لدينا : $5\ S_1 = f(x)$ و $g(x) = S_2$ و من أجل $x = 7.5$ فإن

$f(x) = g(x)$ أي $5\ S_1 = S_2$ و من التمثيل البياني فإن $g(7.5) = 187.5$

أي $S_2 = 187.5$ و $5S_1 = 187.5$ و منه $S_1 = 37.5$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها أمين هي $187.5\ m^2$ و مساحة القطعة التي تملكها أخته ريمة هي $37.5\ m^2$



المسألة : (**8 نقاط**) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2009)

تم بناء خزّان للماء على شكل أسطوانة دورانية نصف قطر قاعدتها 5 m و ارتفاعها 4 m لتزويد مسبح على شكل متوازي مستطيلات بعدا قاعدته 20m و 6m و ارتفاعه 2m .

1- أحسب سعة كل من الخزان و المسبح (نأخذ π =3,14)

2- إذا علمت أنّ الخزان مملوء تماما و المسبح فارغ تماما و تدفق الماء في المسبح هو $12m^3$ في الساعة (أي $12m^3/h$) ، أحسب كمية الماء المتدفقة في المسبح و كمية الماء المتبقية في الخزان بعد مرور ثلاث ساعات.

3- نفرض أنّ الخزان مملوء (سعته $314m^3$) و المسبح فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزّان و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في المسبح بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.

- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين f و g حيث :

$$f(x) = 314 - 12x$$
$$g(x) = 12x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين f و g في المعلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$ (يؤخذ : 1cm يمثل 4h على محور الفواصل و 1cm يمثل $50m^3$ على محور التراتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء المسبح .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟

حل مسألة امتحان شهادة التعليم المتوسط (2009) :

1- سعة الخزان : $V_1 = 3.14 \times 5^2 \times 4$ **$V_1 = 314\ m^3$**

سعة المسبح : $V_2 = 20 \times 6 \times 2$ **$V_2 = 240\ m^3$**

2-بعد مرور 3 ساعات : $Q_1 = 12 \times 3$

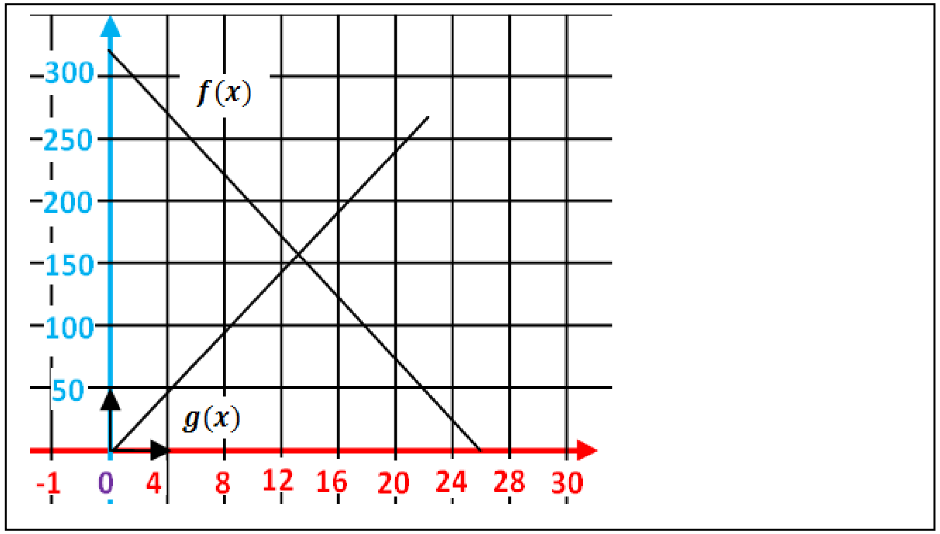
كمية الماء المتدفقة في المسبح هي : **$Q_1 = 36\ m^3$**

كمية الماء المتبقية في الخزان هي : $Q_2 = 314 - 36$

$Q_2 = 278\ m^3$

3- $f(x) = 314 - 12x$, $g(x) = 12x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g



ب- $12x = 240$ معناه $x = 20$ ($20h$ تمثل الوقت المستغرق لملء المسبح)

ج- $f(x) = g(x)$ معناه: $12x = 314 - 12x$ و منه : $\frac{314}{24} = 13.08x$=

13.08 = *13h5 mn* تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في المسبح مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان بسعة تقريبية تعادل $157\ m^3$ في كل من الخزان و المسبح.

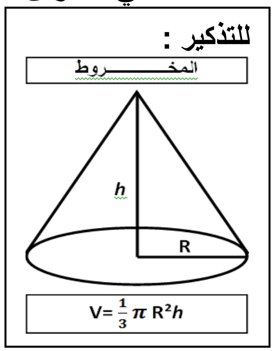
المسألة الأولى : (حسب نموذج 2009)

تم بناء خزّان أول للماء على شكل مخروط نصف قطر قاعدته 6 m و ارتفاعه 7 m لتزويد خزان ثاني على شكل مكعب طول ضلعه 5 m

1- أحسب سعة كل من الخزان الأول و الخزان الثاني (نأخذ π =3,14) (بالتدوير إلى الوحدة من المتر المكعب)

2- إذا علمت أنّ الخزان الأول مملوء تماما و الخزان الثاني فارغ تماما و تدفق الماء في الخزان الثاني هو ($20m^3/h$) أي $20m^3$ في الساعة ، أحسب كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني و كمية الماء المتبقية في الخزان الأول بعد مرور خمسة ساعات.

3- نفرض أنّ الخزان الأول مملوء (سعته $264\ m^3$) و الخزان الثاني فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزّان الأول و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.



- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ حيث :

$$f(x) = 264 - 20x$$
$$g(x) = 20x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في المعلم متعامد و متجانس $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(يؤخذ : 1cm يمثل ساعة واحدة على محور الفواصل و 1cm يمثل $50m^3$ على محور التراتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء الخزان الثاني .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟

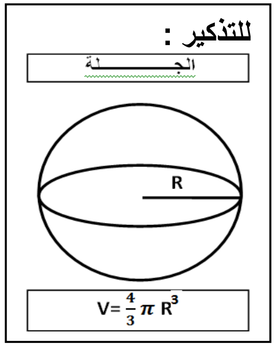
المسألة الثانية : (حسب نموذج 2009)

تم بناء خزّان أول للماء على شكل جلة نصف قطرها 3 m لتزويد خزان ثاني على شكل متوازي المستطيلات بعدا قاعدته 2 m و 3 m و ارتفاعه 7 m .

1- أحسب سعة كل من الخزان الأول و الخزان الثاني (نأخذ π =3,14) (بالتدوير إلى الوحدة من المتر المكعب)

2- إذا علمت أنّ الخزان الأول مملوء تماما و الخزان الثاني فارغ تماما و تدفق الماء في الخزان الثاني هو ($15\ m^3/h$) أي $15\ m^3$ في الساعة ، أحسب كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني و كمية الماء المتبقية في الخزان الأول بعد مرور ساعتان.

3- نفرض أنّ الخزان الأول مملوء (سعته $113\ m^3$) و الخزان الثاني فارغ . نسمي $f(x)$ كمية الماء المتبقية في الخزّان الأول و $g(x)$ كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني بالمتر المكعب بعد مرور x ساعة.



- أوجد العبارة $g(x)$ ثم استنتج العبارة $f(x)$ بدلالة x .

4- نعتبر الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ حيث :

$$f(x) = 113 - 15x$$
$$g(x) = 15x$$

أ- أرسم التمثيل البياني لكل من الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ في المعلم متعامد و متجانس $(0,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(يؤخذ : 1cm يمثل ساعة واحدة على محور الفواصل و 1cm يمثل $10m^3$ على محور التراتيب)

ب- أوجد الوقت المستغرق لملء الخزان الثاني .

ج- حل المعادلة : $f(x) = g(x)$

- ماذا يمثل حل هذه المعادلة ؟

حل المسألة الأولى : (نموذج 2009)

1- سعة الخزان الأول : $V_1 = 263.76\ m^3 =$ **$264\ m^3$** $\quad$ **V_1** $= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 7$

سعة الخزان الثاني : **$V_2 = 125\ m^3$** $\quad$ **V_2** $= 5 \times 5 \times 5$

2-بعد مرور 5 ساعات : **Q_1** $= 5 \times 20$

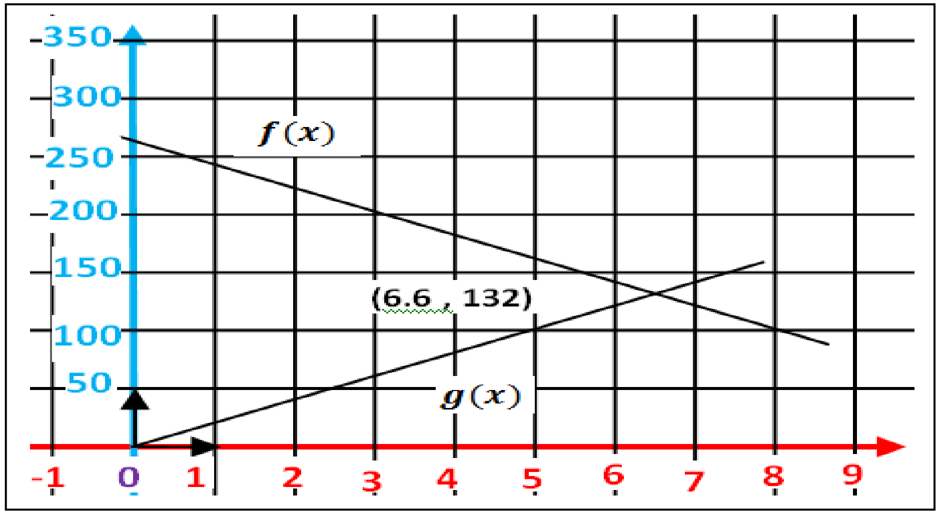
كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني هي : **$Q_1 = 100\ m^3$**

كمية الماء المتبقية في الخزان الأول : **Q_2** $= 264 - 100$

$Q_2 = 164\ m^3$

3- $f(x) = 264 - 20x \ , \ g(x) = 20x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g



ب- $\frac{125}{20} = 6.25$ أي 6 ساعات و 15 دقيقة.

ج- $f(x) = g(x)$ معناه: $264 - 20x = 20x$ و منه : $x = 6.6 =\frac{264}{40}=$

$6.6 = 6h36\ mn$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان الأول ، بسعة $132\ m^3$ في كلا من الخزانين .

حل المسألة الثانية : (نموذج 2009)

1- سعة الخزان الأول : $V_1 = 113.04\ m^3 =$ **$113\ m^3$** $\quad$ **V_1** $= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3^3$

سعة الخزان الثاني : **$V_2 = 42\ m^3$** $\quad$ **V_2** $= 2 \times 3 \times 7$

2-بعد مرور 2 ساعة : **Q_1** $= 2 \times 15$

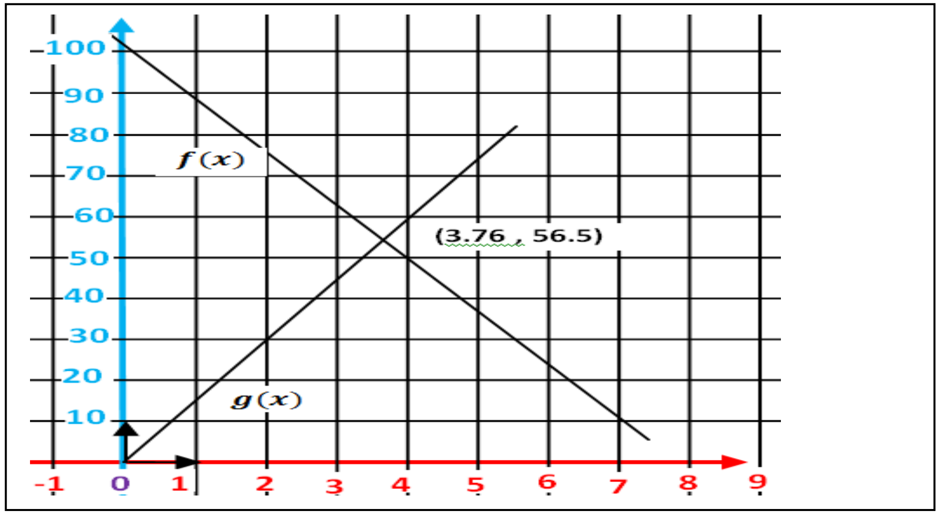
كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني هي : **$Q_1 = 30\ m^3$**

كمية الماء المتبقية في الخزان الأول : **Q_2** $= 113 - 30$

$Q_2 = 83\ m^3$

3- $f(x) = 113 - 15x \ , \ g(x) = 15x$

4- إنشاء التمثيل البياني لكل من f و g



ب- $\frac{42}{15} = 2.8$ أي 2 ساعة و 48 دقيقة.

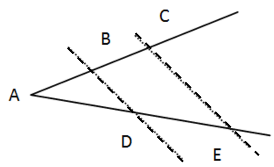
ج- $f(x) = g(x)$ معناه: $113 - 15x = 15x$ و منه : $x = 3.76 =\frac{113}{30}=$

$3.76 = 3h45\ mn$ تمثل المدة الزمنية التي تكون فيها كمية الماء المتدفقة في الخزان الثاني مساوية لكمية الماء المتبقية في الخزان الأول ، بسعة $56.5\ m^3$ في كلا من الخزانين .

ملاحظة : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

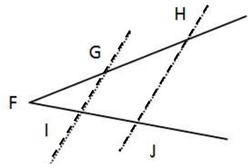
تمارين تطبيقية حول : نظرية طالس

التمرين 01 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : CE = 6 و
BD = 2 و AC = 4.8 و AE = 4.32



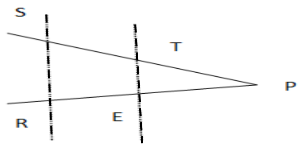
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{CE}{BD}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول AB و طول AD

التمرين 02 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : FH = 2.7 و
GI = 2.25 و FJ = 2.43 و FI = 1.81



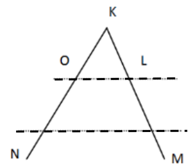
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول FG و طول HJ

التمرين 03 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : TE = 2.8 و
PS = 4.8 و PT = 3.36 و PE = 3.69



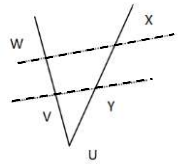
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول PR و طول SR

التمرين 04 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : NM = 5 و
OL = 2.5 و KO = 2.75 و KM = 6.06



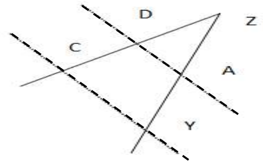
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول KL و طول KN

التمرين 05 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : WX = 7 و
UW = 9.1 و UX = 4.55 و UY = 3.18



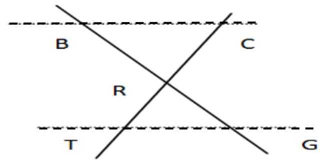
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول VY و طول UV

التمرين 06 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : CY = 4 و
ZC = 5.2 و ZD = 1.87 و ZA = 2.24



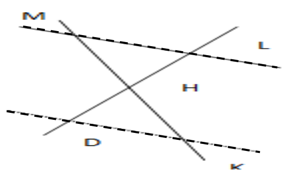
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول DA و طول ZY

التمرين 07 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : BC = 5 و
TG = 1.86 و RB = 4 و RC = 4.8



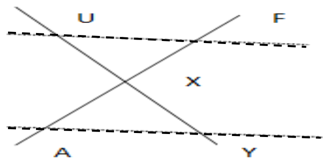
-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول RG و طول RT

التمرين 08 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : ML = 3 و
DK = 1.59 و HM = 3.6 و HD = 1.71



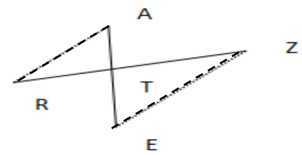
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول HK و طول HL

التمرين 09 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : UF = 6 و
AY = 9 و XY = 7.2 و XA = 8.64



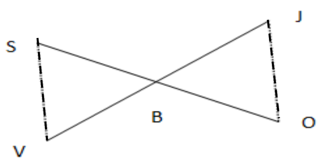
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول XF و طول XU

التمرين 10 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : ZE = 10 و
TE = 12 و TR = 10.92 و TZ = 15.6



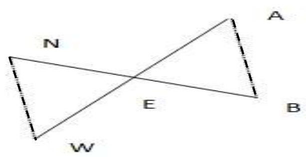
1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول AR و طول TA

التمرين 11 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : SV = 7 و
JO = 8 و BS = 3.5 و BJ = 5.6



1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول BO و طول BV

التمرين 12 : لدينا الشكل التالي ، حيث الخطوط المتقطّعة مستقيمان متوازيان. لدينا : AB = 6 و
EB = 3 و EW = 3.2 و EA = 4.8



1-أكتب نظرية طالس $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
بملأ الفراغات المشار إليها.
2- أحسب طول NW و طول EN

الحلـــــول

التمرين 1 : $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{CE}{BD}$
$AB = \frac{BD \times AC}{CE} = 1.6$ و $AD = \frac{BD \times AE}{CE} = 1.44$

التمرين 2 : $\frac{FH}{FG} = \frac{FJ}{FI} = \frac{HJ}{GI}$
$FG = \frac{FI \times FH}{FJ} = 2.01$ و $HJ = \frac{GI \times FJ}{FI} = 3.02$

التمرين 3 : $\frac{PS}{PT} = \frac{PR}{PE} = \frac{SR}{TE}$
$PR = \frac{PS \times PE}{PT} = 5.27$ و $SR = \frac{PS \times TE}{PT} = 4$

التمرين 4 : $\frac{KN}{KO} = \frac{KM}{KL} = \frac{NM}{OL}$
$KL = \frac{KM \times OL}{NM} = 3.03$ و $KN = \frac{KO \times NM}{OL} = 5.5$

التمرين 5 : $\frac{UW}{UV} = \frac{UX}{UY} = \frac{WX}{VY}$
$VY = \frac{WX \times UY}{UX} = 4.89$ و $UV = \frac{UW \times UY}{UX} = 6.36$

التمرين 6 : $\frac{ZC}{ZD} = \frac{ZY}{ZA} = \frac{CY}{DA}$
$DA = \frac{ZD \times CY}{ZC} = 1.43$ و $ZY = \frac{ZA \times ZC}{ZD} = 6.22$

التمرين 7 : $\frac{RB}{RG} = \frac{RC}{RT} = \frac{BC}{TG}$
$RG = \frac{RB \times TG}{BC} = 1.48$ و $RT = \frac{RC \times TG}{BC} = 1.78$

التمرين 8 : $\frac{HM}{HK} = \frac{HL}{HD} = \frac{ML}{DK}$
$HK = \frac{DK \times HM}{ML} = 1.9$ و $HL = \frac{HD \times ML}{DK} = 3.22$

التمرين 9 : $\frac{XU}{XY} = \frac{XF}{XA} = \frac{UF}{AY}$
$XF = \frac{XA \times UF}{AY} = 5.76$ و $XU = \frac{XY \times UF}{AY} = 4.8$

التمرين 10 : $\frac{TA}{TE} = \frac{TR}{TZ} = \frac{AR}{ZE}$
$AR = \frac{ZE \times TR}{TZ} = 7$ و $TA = \frac{TE \times TR}{TZ} = 8.4$

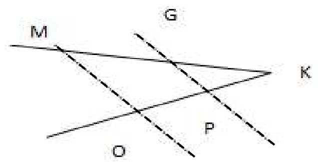
التمرين 11 : $\frac{BS}{BO} = \frac{BV}{BJ} = \frac{SV}{JO}$
$BO = \frac{BS \times JO}{SV} = 4$ و $BV = \frac{BJ \times SV}{JO} = 4.9$

التمرين 12 : $\frac{EN}{EB} = \frac{EW}{EA} = \frac{NW}{AB}$
$NW = \frac{AB \times EW}{EA} = 4$ و $EN = \frac{EB \times EW}{EA} = 2$

ملاحظة : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

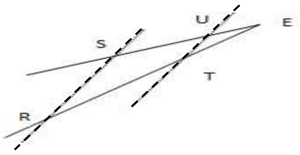
تمارين تطبيقية حول : عكس نظرية طالس

التمرين 01 : لدينا الشكل التالي ،
حيث: MO = 2 و GP = 1.3 و KG = 1.82 و KM = 2.8 و KP = 5.46 و KO = 8.4، علما أن النقاط M,G,K في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط O,P,K



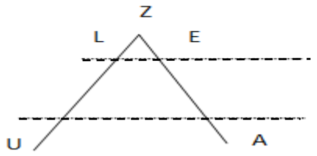
1- برهن أن المستقيمان MO و GP متوازيان.

التمرين 02 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : UT = 1.3 و SR = 1.9 و EU = 2.6 و ES = 3.8 و ET = 3.9 و ER = 5.7، علما أن النقاط S,U,E في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط R ,T, E



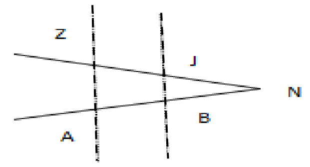
1- برهن أن المستقيمان SR و UT متوازيان.

التمرين 03 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : LE = 2 و UA = 2.4 و ZE = 11.4 و ZA =13.68 و ZL = 3.8 و ZU = 4.56، علما أن النقاط Z,L,U في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط Z, E, A



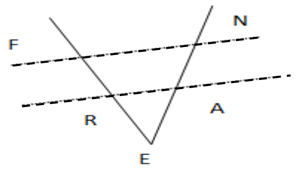
1- برهن أن المستقيمان LE و UA متوازيان.

التمرين 04 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : ZA = 3 و JB = 2 و NJ = 3.2 و NZ = 4.8 و NB = 6.4 و NA = 9.6، علما أن النقاط Z,J,N في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط A,B,N



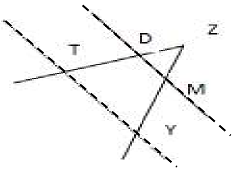
1- برهن أن المستقيمان ZA و JB متوازيان.

التمرين 05 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : RA = 2.3 و FN = 4 و ER = 3.91 و EF = 6.8 و EA =4.3 و EN = 7.48، علما أن النقاط F,R,E في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط E,A,N



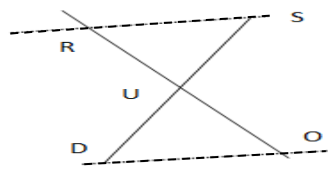
1- برهن أن المستقيمان FN و RA متوازيان.

التمرين 06 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : DM = 3 و TY =5 و ZD =3.9 و ZT = 6.5 و ZM =4.68 و ZY =7.8، علما أن النقاط T, D, Z في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط Z, M, Y



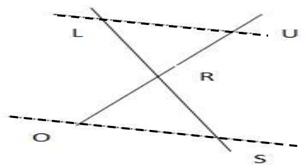
1- برهن أن المستقيمان DM و TY متوازيان.

التمرين 07 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : RS =7 و DO =7.3 و US =16.8 و UD =17.52 و UR =14 و UO =14.6، علما أن النقاط R,U,O في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط S,U,D



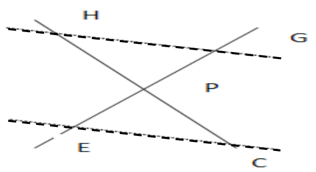
1- برهن أن المستقيمان RS و DO متوازيان.

التمرين 08 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : LU =7 و OS =2 و RL =11.55 و RS =3.3 و RU =10.5 و RO =3، علما أن النقاط U,R,O في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط L, R, S



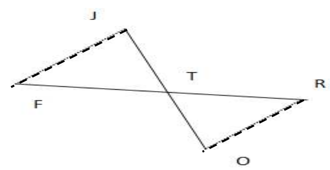
1- برهن أن المستقيمان LU و OS متوازيان.

التمرين 09 : لدينا الشكل التالي ،
حيث : HG =6 و EC =5.2 و PG =25.92 و PE =22.46 و PH =16.2 و PC =14.04، علما أن النقاط H,P,C في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط E,P,G



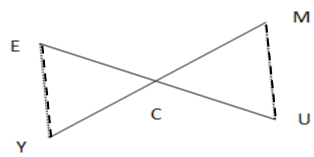
1- برهن أن المستقيمان HG و EC متوازيان.

التمرين 10 : لدينا الشكل التالي ، حيث : JF =2.4 و RO =6 و TR =9.9 TF=3.96 و TO =6.6 و TJ =2.64، علما أن النقاط J,T,O في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط F,T,R



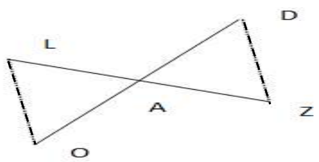
1- برهن أن المستقيمان JF و RO متوازيان.

التمرين 11 : لدينا الشكل التالي ، حيث : EY =1 و MU =5 و CM =9.1 و CY =1.82 و CU =7 و CE =1.4، علما أن النقاط E,C,U في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط Y ,C,M



1- برهن أن المستقيمان MU و EY متوازيان.

التمرين 12 : لدينا الشكل التالي ، حيث : DZ = 4 و LO =1 و AZ = 8 و AL = 2 و AD = 16 و AO = 4، علما أن النقاط L,A,Z في استقامية و كذلك بالنسبة للنقاط O, A, D



1- برهن أن المستقيمان DZ و LO متوازيان.

الحلـــــــول

التمرين 01 :
*الطريقة الأولى:
$\frac{MO}{GP}=\frac{2}{1.3}=1.53 ...(1), \frac{KM}{KG}=\frac{2.8}{1.82}=1.53 ...(2), \frac{KO}{KP}=\frac{8.4}{5.46}=1.53 ...(3)$
بما أنّ (1) = (2) = (3) فإن MO و GP متوازيان.
*الطريقة الثانية :
$\frac{GP}{MO}=\frac{1.3}{2}=0.65 ...(1), \frac{KG}{KM}=\frac{1.82}{2.8}=0.65 ...(2), \frac{KP}{KO}=\frac{5.46}{8.4}=0.65 ...(3)$
الشيء نفسه

التمرين 02 :
*الطريقة الأولى:
$\frac{UT}{SR}=\frac{1.3}{1.9}=0.68 ...(1), \frac{EU}{ES}=\frac{2.6}{3.8}=0.68 ...(2), \frac{ET}{ER}=\frac{3.9}{5.7}=0.68 ...(3)$
بما أنّ (1) = (2) = (3) فإن UT و SR متوازيان.
*الطريقة الثانية :
$\frac{SR}{UT}=\frac{1.9}{1.3}=1.46 ...(1), \frac{ES}{EU}=\frac{3.8}{2.6}=1.46 ...(2), \frac{ER}{ET}=\frac{5.7}{3.9}=1.46 ...(3)$
الشيء نفسه

التمرين 03 :
*الطريقة الأولى:
$\frac{LE}{UA}=\frac{2}{2.4}=0.83 ...(1), \frac{ZL}{ZU}=\frac{3.8}{4.56}=0.83 ...(2), \frac{ZE}{ZA}=\frac{11.4}{13.68}=0.83 ...(3)$
بما أنّ (1) = (2) = (3) فإن LE و UA متوازيان.
*الطريقة الثانية :
$\frac{UA}{LE}=\frac{2.4}{2}=1.2 ...(1), \frac{ZU}{ZL}=\frac{4.56}{3.8}=1.2 ...(2), \frac{ZA}{ZE}=\frac{13.68}{11.4}=1.2 ...(3)$
الشيء نفسه

التمرين 04 :
ط الأولى: $\frac{NB}{NA}=\frac{NJ}{NZ}=\frac{JB}{ZA}=0.66$, ط الثانية: $\frac{NA}{NB}=\frac{NZ}{NJ}=\frac{ZA}{JB}=1.5$

التمرين 05 :
ط الأولى: $\frac{EN}{EA}=\frac{EF}{ER}=\frac{FN}{RA}=1.73$, ط الثانية: $\frac{EA}{EN}=\frac{ER}{EF}=\frac{RA}{FN}=0.57$

التمرين 06 :
ط الأولى: $\frac{ZM}{ZY}=\frac{ZD}{ZT}=\frac{DM}{TY}=0.6$, ط الثانية: $\frac{ZY}{ZM}=\frac{ZT}{ZD}=\frac{TY}{DM}=1.66$

التمرين 07 :
ط الأولى: $\frac{UR}{UO}=\frac{US}{UD}=\frac{RS}{DO}=0.95$, ط الثانية: $\frac{UO}{UR}=\frac{UD}{US}=\frac{DO}{RS}=1.04$

التمرين 08 :
ط الأولى: $\frac{RL}{RS}=\frac{RU}{RO}=\frac{LU}{OS}=3.5$, ط الثانية: $\frac{RS}{RL}=\frac{RO}{RU}=\frac{OS}{LU}=0.28$

التمرين 09 :
ط الأولى $\frac{PH}{PC}=\frac{PG}{PE}=\frac{HG}{EC}=1.15$, ط الثانية: $\frac{PC}{PH}=\frac{PE}{PG}=\frac{EC}{HG}=0.86$

التمرين 10 :
ط الأولى: $\frac{TF}{TR}=\frac{TJ}{TO}=\frac{JF}{RO}=2.5$, ط الثانية: $\frac{TR}{TF}=\frac{TO}{TJ}=\frac{RO}{JF}=0.4$

التمرين 11 :
ط الأولى: $\frac{CY}{CM}=\frac{CE}{CU}=\frac{EY}{MU}=0.2$, ط الثانية: $\frac{CM}{CY}=\frac{CU}{CE}=\frac{MU}{EY}=5$

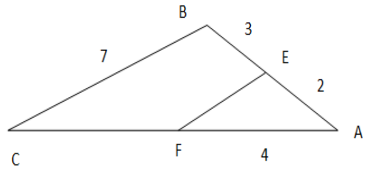
التمرين 12 :
ط الأولى: $\frac{AO}{AD}=\frac{AL}{AZ}=\frac{LO}{DZ}=0.25$, ط الثانية: $\frac{AD}{AO}=\frac{AZ}{AL}=\frac{DZ}{LO}=4$

إعداد : الأستاذة رحال- الطبعة الأولى : نوفمبر 2020

ملاحظة : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

تمرين حول : نظرية طالس

__التمرين الرابع:__ (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2010)
في الشكل المقابل (BC) // (EF)
احسب الطولين FC ، EF

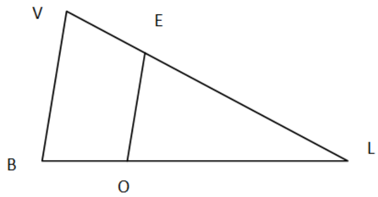


__حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :__
في المثلث ABC لدينا : (BC) // (EF) فإن :
بالتعويض : $\frac{FE}{CB}=\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$

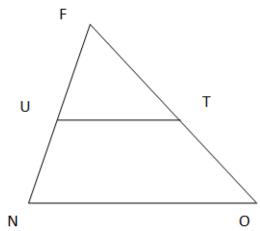
$\frac{FE}{7}=\frac{2}{5}=\frac{4}{AC}$ و منه : $AC=\frac{4 X 5}{2}=10$ و منه : $FC = AC - AF = 6$

$FE=\frac{2 X 7}{5}=$ **2.8**

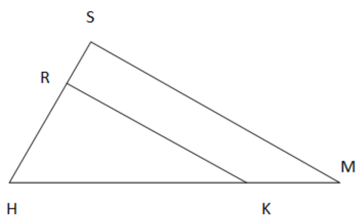
__التمرين الأول :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (EO) // (VB)
VB = 8 , VL = 6.4 , EL = 4 , BL =10.4
احسب الطولين OL ، EO



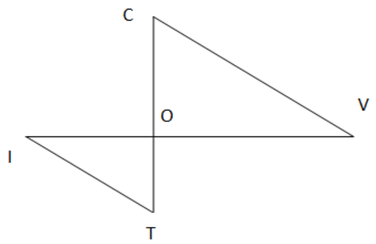
__التمرين الثاني :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (NO) // (UT)
NO = 10 , UT = 4 , FN = 11 , FO =9.9
احسب الطولين FU ، TO



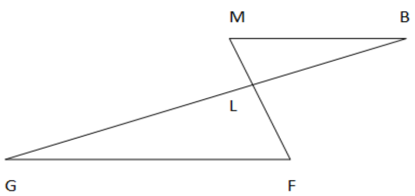
__التمرين الثالث :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (SM) // (RK)
SM = 6 , SH = 4.2 , MK = 3.15 , MH =3.78
احسب الطولين SR ، RK



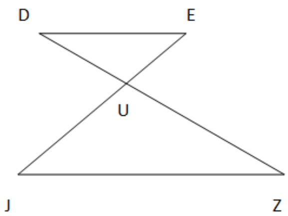
__التمرين الرابع :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (IT) // (CV)
IT = 5 , OV = 7.2 , CO = 7.92 , OT =3.3
احسب الطولين CV ، IO



__التمرين الخامس :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (GF) // (MB)
GF = 10 , BL = 3.6 , LF = 7.2 , LM =4.32
احسب الطولين LG ، MB



__التمرين السادس :__ حسب نموذج (2010)
في الشكل المقابل (DE) // (JZ)
JZ = 8 , UZ = 7.2 , UD = 5.4 , UJ =7.92
احسب الطولين UE ، DE



الحلـــــول :

__ت 1 :__ $\frac{LB}{LO}=\frac{LV}{LE}=\frac{VB}{EO}$ أي : $\frac{10.4\ \ 8}{LO\ \ EO}=\frac{6.4}{4}=$ EO= **5** و LO= **6.5**	**__ت 2 :__** $\frac{FO}{FT}=\frac{FN}{FU}=\frac{NO}{UT}$ أي : $\frac{9.910}{FT\ \ 4}=\frac{11}{FU}=$ FU= **4.4** و TO= **5.94**	**__ت 3 :__** $\frac{MH}{MK}=\frac{SH}{SR}=\frac{SM}{RK}$ أي : $\frac{3.78\ \ 6}{3.15RK}=\frac{4.2}{SR}=$ RK= **5** و SR= **3.5**
__ت 4 :__ $\frac{OC}{OT}=\frac{OV}{OI}=\frac{CV}{IT}$ أي : $\frac{7.92CV}{3.3\ \ 5}=\frac{7.2}{OI}=$ CV= **12** و OI= **3**	**__ت 5 :__** $\frac{LF}{LM}=\frac{LG}{LB}=\frac{GF}{MB}$ أي : $\frac{7.2\ \ 10}{4.32MB}=\frac{LG}{3.6}=$ LG= **6** و MB= **6**	**__ت 6 :__** $\frac{UJ}{UE}=\frac{UZ}{UD}=\frac{JZ}{DE}$ أي : $\frac{7.92\ \ 8}{UE\ DE}=\frac{7.2}{5.4}=$ UE= **5.94** و DE= **6**

تمرين يشمل : درس: نظرية طالس **+ درس:** نظرية فيتاغورس

التمرين الرابع: (3.5 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة (2007)

1- أرسم المثلث ABC القائم في A حيث : AB = 4.5 cm ، BC = 7.5 cm

2- احسب AC

3- لتكن النقطة E من [AB] حيث AB = 3 AE و D نقطة من [AC] حيث DC = $\frac{2}{3}$ AC .

عيّن على الشكل النقطتين E ، D

4- بيّن أنّ (DE)//(BC) ثم احسب DE .

التمرين الأول : حسب نموذج (2007)

1- أرسم المثلث SAC القائم في S حيث : SA = 3 cm ، SC = 6 cm

2- احسب AC

3- لتكن النقطة R من [SA] حيث SA = 3 SR و M نقطة من [SC] حيث MC = $\frac{6}{4}$ SC .

عيّن على الشكل النقطتين R ، M

4- بيّن أنّ (RM)//(AC) ثم احسب RM.

التمرين الثاني : حسب نموذج (2007)

1- أرسم المثلث PIC القائم في P حيث : PI = 5 cm ، PC = 7.5 cm

2- احسب IC

3- لتكن النقطة E من [PI] حيث PE = $\frac{4}{10}$ PI و K نقطة من [PC] حيث KC = $\frac{4.5}{7.5}$ PC .

عيّن على الشكل النقطتين E ، K

4- بيّن أنّ (EK)//(IC) ثم احسب EK .

التمرين الثالث : حسب نموذج (2007)

1- أرسم المثلث MIX القائم في M حيث : MI = 4 cm ، MX = 6 cm

2- احسب IX

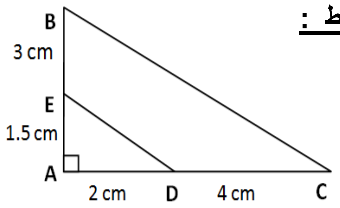
3- لتكن النقطة A من [MI] حيث MI = 2 MA و B نقطة من [MX] حيث BX = $\frac{1}{2}$ MX .

عيّن على الشكل النقطتين A ، B

4- بيّن أنّ (AB)//(IX) ثم احسب AB .

حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) إنشاء الشكل :



2) حساب AC :

بما أن المثلث ABC قائم في A فحسب نظرية فيثاغورث لدينا :

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

و منه : $AC^2 = BC^2 - AB^2$

$AC^2 = 7.5^2 - 4.5^2$

$AC^2 = 56.25 - 20.25$

$AC^2 = 36$

$AC = \sqrt{36}$

AC = 6 cm

3) تعيين النقطتين D و E :

$DC = \frac{2}{3} AC$	AB = 3 AE
$DC = \frac{2}{3} \times 6$	4.5 = 3 AE
$DC = \frac{12}{3} = 4$	**AE = 1.5 cm**
DC = 4 cm	

4) بيان أن (BC)//(DE) :

بما أن النقط A, E, B على استقامة واحدة و النقط A, D, C على استقامة واحدة.

فإن (DE)//(BC) إذا تحقق : $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$ حسب عكس نظرية طالس.

$\frac{AC}{AD} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$

$\frac{AB}{AE} = \frac{4.5}{1.5} = \mathbf{3}$

بما أن $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$ فإن (BC) و(DE) متوازيين.

حساب طول DE :

بما أن (BC)//(DE) فإن $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}$ (حسب نظرية طالس)

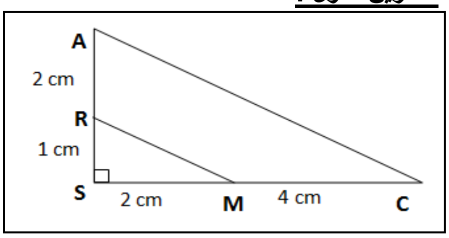
$\mathbf{DE} = \frac{AD \times BC}{AC} = \frac{2 \times 7.5}{6} = \frac{15}{6} = \mathbf{2.5}$

DE = 2.5 cm

ملاحظة : يمكن حساب DE باستعمال نظرية فيثاغورث في المثلث AED

الحلـــــــــــول :

التمرين الأول :



(2 $AC^2 = SC^2+SA^2 = 36+9=45$

AC= $\sqrt{45}$ = **6.70 cm**

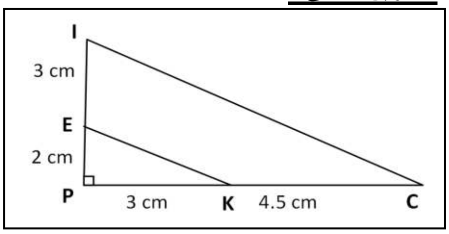
(4 (RM)//(AC) يعني : $\frac{SA}{SR} = \frac{SC}{SM}$

$\frac{SA}{SR} = \frac{3}{1} = \mathbf{3}$ ...(1) $\frac{SC}{SM} = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$...(2) **3=3**

$RM^2 = SR^2 + SM^2$, $RM^2 = 1^2 + 2^2 = \mathbf{5}$

RM = $\sqrt{5}$ = **2.23 cm**

التمرين الثاني :



(2 $IC^2 = PI^2+PC^2 = 25+56.25=81.25$

IC= $\sqrt{81.25}$ = **9.01 cm**

(4 (EK)//(IC) يعني : $\frac{PI}{PE} = \frac{PC}{PK}$

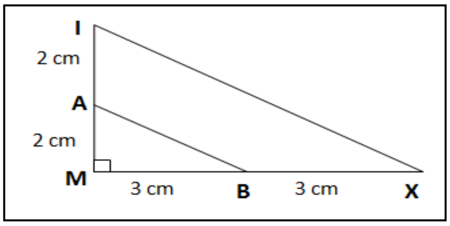
$\frac{PI}{PE} = \frac{5}{2} = \mathbf{2.5}$ ...(1) $\frac{PC}{PK} = \frac{7.5}{3} = \mathbf{2.5}$...(2)

2.5=2.5

$EK^2 = PE^2 + PK^2$, $EK^2 = 4+9 = \mathbf{13}$

EK = $\sqrt{13}$ = **3.60 cm**

التمرين الثالث :



(2 $IX^2 = MI^2+MX^2 = 16+36=52$

IX= $\sqrt{52}$ = **7.21 cm**

(4 (AB)//(IX) يعني : $\frac{MI}{MA} = \frac{MX}{MB}$

$\frac{MI}{MA} = \frac{4}{2} = \mathbf{2}$ ...(1) $\frac{MX}{MB} = \frac{6}{3} = \mathbf{2}$...(2) **2=2**

$AB^2 = MA^2 + MB^2$, $AB^2 = 4 + 9 = \mathbf{13}$

AB = $\sqrt{13}$ = **3.60 cm**

<u>التمرين الرابع:</u> (2.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة (2015)

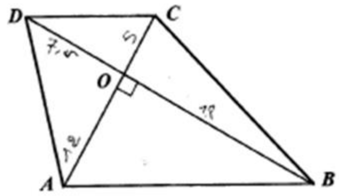
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

ABCD رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في O حيث :

OD = 7.5 cm , OC = 5 cm , OB = 18 cm , OA = 12 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

2) أحسب الطول AB.



<u>حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :</u>

1) <u>برهان أنّ المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان :</u>

لدينا : $\frac{OA}{OC} = \frac{12}{5} = 2.4$ و $\frac{OB}{OD} = \frac{18}{7.5} = 2.4$ نستنتج أنّ : $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$

و بما أنّ النقط C,O,A في استقامية و كذلك النقط D,O,B إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان (حسب عكس مبرهنة طالس).

2) **<u>حساب طول AB</u>** :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ABO القائم في O نجد : $AB^2= OA^2+OB^2$

بالتعويض نجد : $AB^2=12^2+18^2$ و منه : $AB^2 = 144 + 324 = 468$

إذن : $AB= \sqrt{468} =\sqrt{36x13} =\sqrt{36}\ x\sqrt{13} = 6\sqrt{13}\ cm$

<u>التمرين الأول :</u> حسب نموذج (2015)

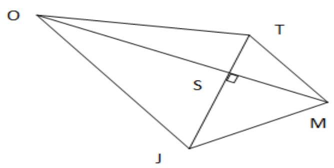
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

OTMJ رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في S حيث :

SO = 4 cm , ST = 2.8 cm , SM = 3 cm , SJ = 2.1 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (TM) و (OJ) متوازيان.

2) أحسب الطول OJ.



<u>التمرين الثاني :</u> حسب نموذج (2015)

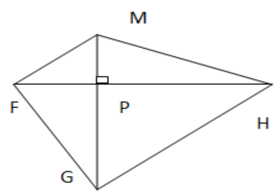
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

FMHG رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في P حيث :

PF =4 cm , PM = 2.8 cm , PH = 7 cm , PG = 4.9 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (FM) و (GH) متوازيان.

أحسب الطول GH.



<u>التمرين الثالث :</u> حسب نموذج (2015)

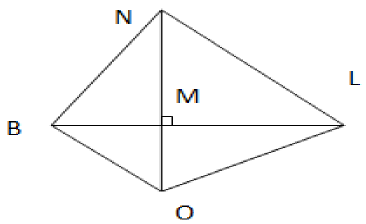
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

BNLO رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في M حيث :

MB = 5 cm , MN = 5.6 cm , ML = 8 cm , MO = 3.5 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (BO) و (NL) متوازيان.

أحسب الطول NL.



<u>التمرين الرابع :</u> حسب نموذج (2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

UHRK رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في G حيث :

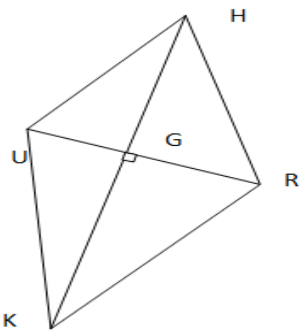
GU = 1.6 cm , GH = 4 cm

, GR = 2.4 cm , GK = 6 cm

1) برهن أنّ المستقيمين

(UH) و (KR) متوازيان.

2) أحسب الطول UH.



<u>التمرين الخامس :</u> حسب نموذج (2015)

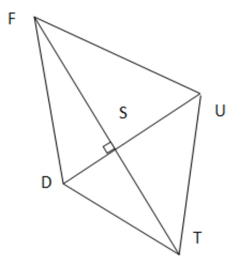
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

FUTD رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في S حيث :

SF = 4.5 cm , SU = 9 cm , ST = 3.5 cm , SD = 7 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (FU) و (DT) متوازيان.

2) أحسب الطول FU.



<u>التمرين السادس :</u> حسب نموذج (2015)

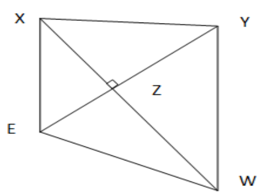
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

XYWE رباعي قطراه متعامدان و متقاطعان في Z حيث :

ZX = 6.3 cm , ZY = 11 cm , ZW = 9.9 cm , ZE = 7 cm

1) برهن أنّ المستقيمين (YW) و (XE) متوازيان.

2) أحسب الطول XE.

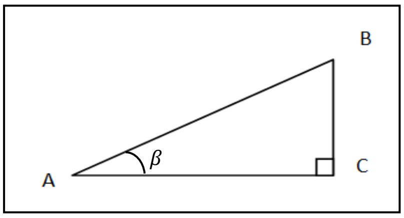


الحلول :		
<u>ت 1:</u> الطريقة 1 : $\frac{ST}{SJ}=\frac{2.8}{2.1}=\mathbf{1.33}$ و $\frac{SO}{SM}=\frac{4}{3}=\mathbf{1.33}$ أو الطريقة 2 : $\frac{SJ}{ST}=\frac{2.1}{2.8}=\mathbf{0.75}$ و $\frac{SM}{SO}=\frac{3}{4}=\mathbf{0.75}$ $OJ^2=SJ^2+SO^2$, $OJ^2= 4.41 + 16=20.41$, **OJ= 4.51 cm**	**<u>ت 2:</u>** الطريقة 1 : $\frac{PG}{PM}=\frac{4.9}{2.8}=\mathbf{1.75}$ و $\frac{PH}{PF}=\frac{7}{4}=\mathbf{1.75}$ أو الطريقة 2 : $\frac{PM}{PG}=\frac{2.8}{4.9}=\mathbf{0.57}$ و $\frac{PF}{PH}=\frac{4}{7}=\mathbf{0.57}$ $GH^2=PH^2+PG^2$, $GH^2= 49 +24.01=73.01$, **GH= 8.54 cm**	**<u>ت 3:</u>** الطريقة 1 : $\frac{MN}{MO}=\frac{5.6}{3.5}=\mathbf{1.6}$ و $\frac{ML}{MB}=\frac{8}{5}=\mathbf{1.6}$ أو الطريقة 2 : $\frac{MO}{MN}=\frac{3.5}{5.6}=\mathbf{0.62}$ و $\frac{MB}{ML}=\frac{5}{8}=\mathbf{0.62}$ $NL^2=MN^2+ML^2$, $NL^2= 31.36+64=95.36$, **NL= 9.76 cm**
<u>ت 4:</u> الطريقة 1 : $\frac{GR}{GU}=\frac{2.4}{1.6}=\mathbf{1.5}$ و $\frac{GK}{GH}=\frac{6}{4}=\mathbf{1.5}$ أو الطريقة 2 : $\frac{GU}{GR}=\frac{1.6}{2.4}=\mathbf{0.66}$ و $\frac{GH}{GK}=\frac{4}{6}=\mathbf{0.66}$ $UH^2=GH^2+GU^2$, $UH^2= 16+ 2.56=18.56$, **UH= 4.30 cm**	**<u>ت 5:</u>** الطريقة 1 : $\frac{SF}{ST}=\frac{4.5}{3.5}=\mathbf{1.28}$ و $\frac{SU}{SD}=\frac{9}{7}=\mathbf{1.28}$ أو الطريقة 2 : $\frac{ST}{SF}=\frac{3.5}{4.5}=\mathbf{0.77}$ و $\frac{SD}{SU}=\frac{7}{9}=\mathbf{0.77}$ $FU^2=SF^2+SU^2$, $FU^2= 20.25+ 81=101.25$, **FU= 10.06 cm**	**<u>ت 6:</u>** الطريقة 1 : $\frac{ZW}{ZX}=\frac{9.9}{6.3}=\mathbf{1.57}$ و $\frac{ZY}{ZE}=\frac{11}{7}=\mathbf{1.57}$ أو الطريقة 2 : $\frac{ZX}{ZW}=\frac{6.3}{9.9}=\mathbf{0.63}$ و $\frac{ZE}{ZY}=\frac{7}{11}=\mathbf{0.63}$ $XE^2=ZE^2+ZX^2$, $XE^2= 49+39.69=88.69$, **XE= 9.41 cm**

<u>ملاحظة</u> : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

تمارين تطبيقية حول : حساب المثلثات

التمرين 01 : ليكن المثلث ABC قائم في C
حيث AC = 3 و $\beta = 30°$

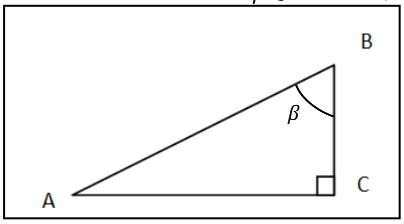


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول AB

التمرين 02 : ليكن المثلث ABC قائم في C
حيث AC = 6 و $\beta = 35°$

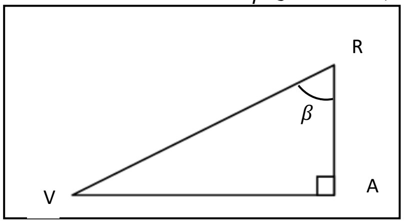


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول AB

التمرين 03 : ليكن المثلث RAV قائم في A
حيث RA = 9 و $\beta = 40°$

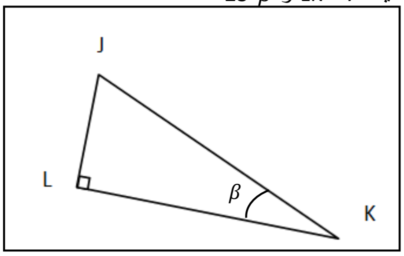


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول VR

التمرين 04 : ليكن المثلث JKL قائم في L
حيث LK = 7 و $\beta = 23°$

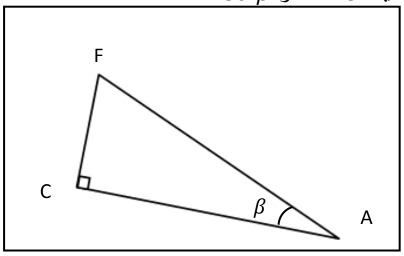


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول JK

التمرين 05 : ليكن المثلث FAC قائم في C
حيث FA = 8 و $\beta = 50°$

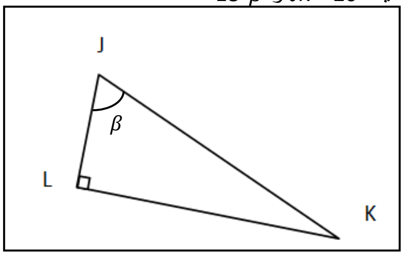


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول CA

التمرين 06 : ليكن المثلث JKL قائم في L
حيث JK = 20 و $\beta = 18°$

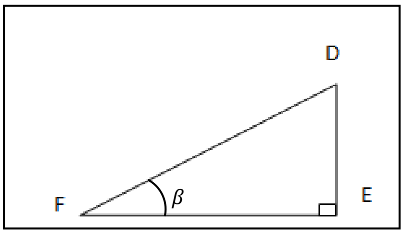


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب طول JL

التمرين 07 : ليكن المثلث DEF قائم في E
حيث DE = 5 و FE = 3.37

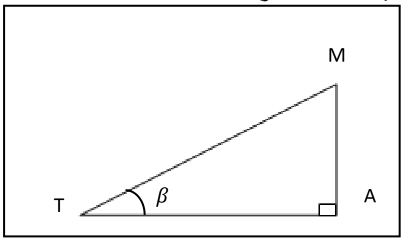


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

التمرين 08 : ليكن المثلث MAT قائم في A
حيث TM = 10 و MA = 7.5

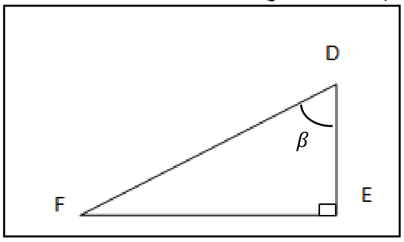


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

التمرين 09 : ليكن المثلث DEF قائم في E
حيث FD = 15 و FE = 3.3

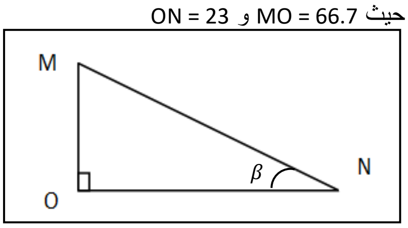


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

التمرين 10 : ليكن المثلث MNO قائم في O
حيث MO = 66.7 و ON = 23

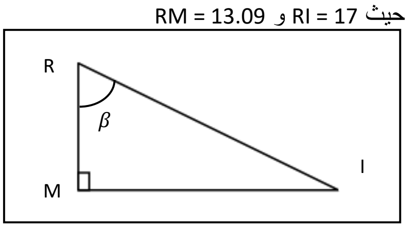


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

التمرين 11 : ليكن المثلث RIM قائم في M
حيث RI = 17 و RM = 13.09

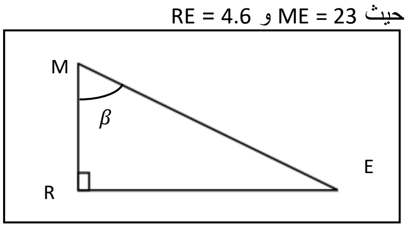


1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

التمرين 12 : ليكن المثلث MER قائم في R
حيث ME = 23 و RE = 4.6



1- أكتب قاعدة النسب المثلثية بالنسبة للزاوية β بملأ الفراغات التالية :

$\cos\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\sin\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$ $\tan\beta = \frac{\cdots}{\cdots}$

2- أحسب قيس الزاوية β

ت 1 : $\frac{AC}{AB} = 0.86$ ، $\cos 30° = 0.86$ ، $\cos\beta = \frac{AC}{AB}$ $AB = \frac{AC}{0.86} = \frac{3}{0.86} = 3.48$ **AB = 3.48**	ت 2 : $\frac{AC}{AB} = 0.57$ ، $\sin 35° = 0.57$ ، $\sin\beta = \frac{AC}{AB}$ $AB = \frac{AC}{0.57} = \frac{6}{0.57} = 10.52$ **AB = 10.52**	ت 3 : $\frac{RA}{VR} = 0.76$ ، $\cos 40° = 0.76$ ، $\cos\beta = \frac{RA}{VR}$ $VR = \frac{RA}{0.76} = \frac{9}{0.76} = 11.84$ **VR = 11.84**
ت 4 : $\frac{LK}{JK} = 0.92$ ، $\cos 23° = 0.92$ ، $\cos\beta = \frac{LK}{JK}$ $JK = \frac{LK}{0.92} = \frac{7}{0.92} = 7.60$ **JK = 7.60**	ت 5 : $\frac{CA}{FA} = 0.64$ ، $\cos 50° = 0.64$ ، $\cos\beta = \frac{CA}{FA}$ CA = FA x 0.64 = 8 x 0.64 = 5.12 **CA = 5.12**	ت 6 : $\frac{JL}{JK} = 0.95$ ، $\cos 18° = 0.95$ ، $\cos\beta = \frac{JL}{JK}$ JL = JK x 0.95 = 20 x 0.95 = 19 **JL = 19**
ت 7 : $\tan = \frac{DE}{FE} = \frac{5}{3.37} = 1.48$ ، $\tan 1.48 = 56°$ $\beta = 56°$	ت 8 : $\sin = \frac{MA}{TM} = \frac{7.5}{10} = 0.75$ ، $\sin 0.75 = 49°$ $\beta = 49°$	ت 9 : $\sin = \frac{FE}{FD} = \frac{3.3}{15} = 0.22$ ، $\sin 0.22 = 13°$ $\beta = 13°$
ت 10 : $\tan = \frac{MO}{ON} = \frac{66.7}{23} = 2.9$ ، $\tan 2.90 = 71°$ $\beta = 71°$	ت 11 : $\cos = \frac{RM}{RI} = \frac{13.09}{17} = 0.77$ ، $\cos 0.77 = 39°$ $\beta = 39°$	ت 12 : $\sin = \frac{RE}{ME} = \frac{4.6}{23} = 0.20$ ، $\sin 0.20 = 12°$ $\beta = 12°$

تمرين حول : حساب المثلثات

التمرين الثالث: (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان (2011)

ABC مثلث قائم الزاوية في A . $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالوتر $[BC]$.

- بيّن أنّ : $AB^2=BH \times BC$ (يمكنك الاعتماد على $\cos\widehat{ABC}$ في كلا من المثلثين ABC و ABH)

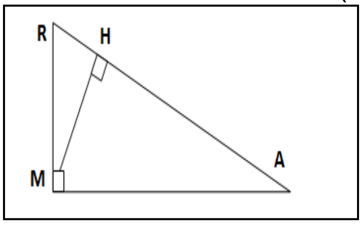
ملاحظة : كان من الأصح أن يصاغ السؤال بهذه الطريقة (يمكن الاعتماد على $\cos\widehat{ABC}$ و $\cos\widehat{ABH}$ في كل من المثلثين ABC و ABH)

التمرين الأول: (حسب نموذج 2011)

إليك الشكل المقابل :

- بيّن أنّ : $MA^2=HA \times RA$

(يمكن الاعتماد على $\cos\widehat{RAM}$ و $\cos\widehat{HAM}$) في المثلثين القائمين RAM و HAM .

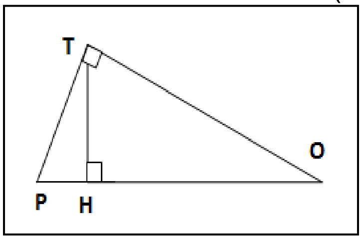


التمرين الثاني: (حسب نموذج 2011)

إليك الشكل المقابل :

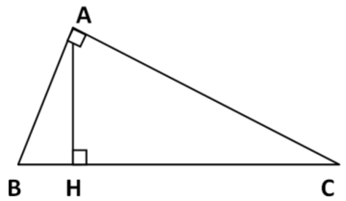
- بيّن أنّ : $TO^2=HO \times PO$

(يمكن الاعتماد على $\cos\widehat{TOP}$ و $\cos\widehat{TOH}$) في المثلثين القائمين TOP و TOH .



حل التمرين :

1) إنشاء الشكل



2) إثبات أن $AB^2=BH \times BC$

بما أن الزاويتان $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ABH}$ لهما نفس القيس و تتواجدان في مثلثين قائمين :

فإن : $\begin{cases} \cos\widehat{ABH} = \cos\widehat{ABC} \\ \sin\widehat{ABH} = \sin\widehat{ABC} \\ \tan\widehat{ABH} = \tan\widehat{ABC} \end{cases}$

للتذكير : $\cos = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

(1) في المثلث ABC : $\cos\widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$

(2) في المثلث ABH : $\cos\widehat{ABH} = \frac{BH}{AB}$

لدينا : $\frac{AB}{BC} = \cos\widehat{ABC} = \cos\widehat{ABH} = \frac{BH}{AB}$ و منه: $\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{BC}$

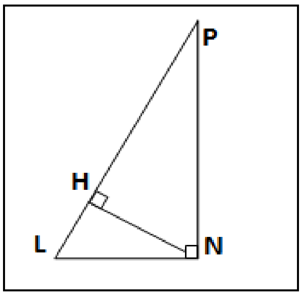
أي : $AB \times AB = BH \times BC$ أي : $AB^2 = BH \times BC$

التمرين الثالث: (حسب نموذج 2011)

إليك الشكل المقابل :

- بيّن أنّ : $PN^2=HP \times LP$

(يمكن الاعتماد على $\cos\widehat{LPN}$ و $\cos\widehat{HPN}$) في المثلثين القائمين LPN و HPN .

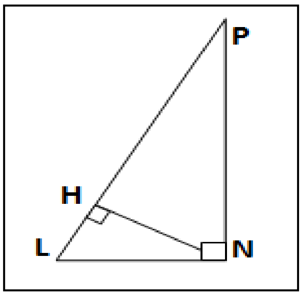


التمرين الرابع: (حسب نموذج 2011)

إليك الشكل المقابل :

- بيّن أنّ : $LN^2=LH \times LP$

(يمكن الاعتماد على $\cos\widehat{PLN}$ و $\cos\widehat{HLN}$) في المثلثين القائمين PLN و HLN .



حل التمرين الأول :

لدينا : $\frac{MA}{RA} = \cos\widehat{RAM} = \cos\widehat{HAM} = \frac{HA}{MA}$ و منه: $\frac{MA}{RA} = \frac{HA}{MA}$

أي : $MA \times MA = HA \times RA$ أي : $MA^2 = HA \times RA$

حل التمرين الثالث :

لدينا : $\frac{PN}{LP} = \cos\widehat{LPN} = \cos\widehat{HPN} = \frac{HP}{PN}$ و منه: $\frac{PN}{LP} = \frac{HP}{PN}$

أي : $PN \times PN = HP \times LP$ أي : $PN^2 = HP \times LP$

حل التمرين الثاني :

لدينا : $\frac{TO}{PO} = \cos\widehat{TOP} = \cos\widehat{TOH} = \frac{HO}{TO}$ و منه: $\frac{TO}{PO} = \frac{HO}{TO}$

أي : $TO \times TO = HO \times PO$ أي : $TO^2 = HO \times PO$

حل التمرين الرابع :

لدينا : $\frac{LN}{LP} = \cos\widehat{PLN} = \cos\widehat{HLN} = \frac{LH}{LN}$ و منه: $\frac{LN}{LP} = \frac{LH}{LN}$

أي : $LN \times LN = LH \times LP$ أي : $LN^2 = LH \times LP$

تمرين حول : حساب المثلثات

ملاحظة : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

التمرين الثالث: (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان (2014)

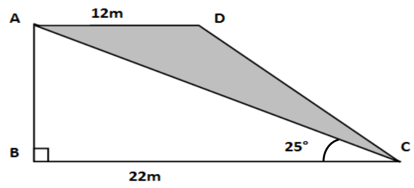
الشكل ABCD شبه منحرف قائم في B ، فيه : $\widehat{ACB} = 25°$

1) احسب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{ACB}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف ABCD و المثلث ABC .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط (2014):

1) حساب الطول AB بالتدوير إلى الوحدة :

في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$

أي : $\tan 25° = \frac{AB}{22}$ و منه : $AB = 22 \times \tan 25°$

و $\tan 25° \approx 0.466$ إذن: $AB \approx 22 \times 0.46 = 10$ m

2) حساب مساحة شبه المنحرف ABCD :

$A_1 = \frac{(22+12)\times 10}{2} = 170$ أي أن : $A_1 = 170\ m^2$

3) حساب مساحة المثلث ABC:

$A_2 = \frac{22 \times 10}{2} = 110$ أي أن : $A_2 = 110\ m^2$

4) مساحة الجزء المظلل من الشكل :

$A = A_1 - A_2 = 170 - 110 = 60$ أي أن : $A = 60\ m^2$

التمرين الأول: (حسب نموذج 2014)

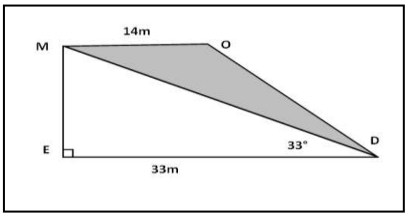
الشكل MODE شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{MDE} = 33°$

1) احسب الطول ME بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{MDE}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف MODE و المثلث MDE .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الثاني : (حسب نموذج 2014)

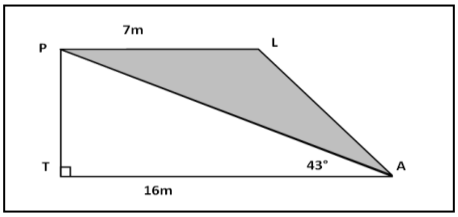
الشكل PLAT شبه منحرف قائم في T ، فيه : $\widehat{PAT} = 43°$

1) احسب الطول PT بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{PAT}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف PLAT و المثلث PAT .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الثالث: (حسب نموذج 2014)

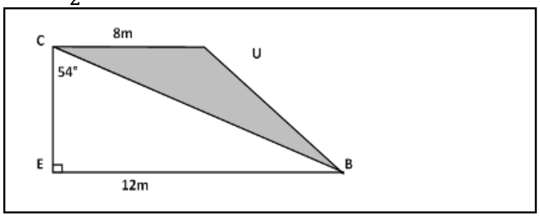
الشكل CUBE شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{ECB} = 54°$

1) احسب الطول CE بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{ECB}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف CUBE و المثلث CEB .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الرابع : (حسب نموذج 2014)

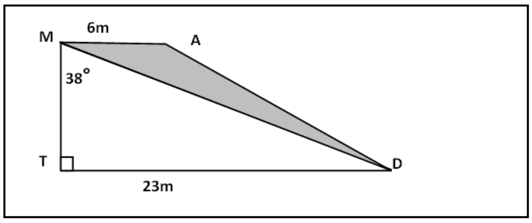
الشكل MADT شبه منحرف قائم في T ، فيه : $\widehat{TMD} = 38°$

1) احسب الطول MT بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{TMD}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف MADT و المثلث MDT .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين الخامس: (حسب نموذج 2014)

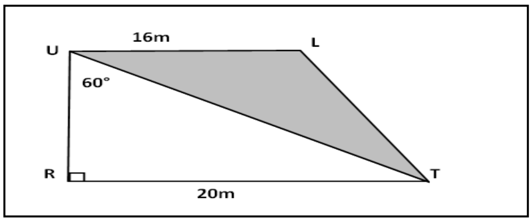
الشكل ULTR شبه منحرف قائم في R ، فيه: $\widehat{RUT} = 60°$

1) احسب الطول UR بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{RUT}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف ULTR و المثلث UTR .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



التمرين السادس: (حسب نموذج 2014)

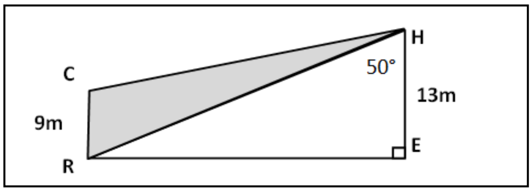
الشكل CHER شبه منحرف قائم في E ، فيه : $\widehat{RHE} = 50°$

1) احسب طول RE بالتدوير إلى الوحدة. (استعن بـ : $\tan \widehat{RHE}$) .

2) احسب مساحة كل من شبه المنحرف CHER و المثلث REH .

ثم استنتج مساحة الجزء المظلل.

تعطى : مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى+القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



حلــــــــــــــــــول نماذج التمرين الثالث (دورة 2014):

التمرين الأول :

tan 33°=0.64 ....(1)

tan $\widehat{MED}$ = $\frac{ME}{ED}$ ....(2)

$\frac{ME}{ED}$= 0.64

ME= ED x 0.64 = 33 x 0.64 =**21.12 m**

A (MODE) =$\frac{(33+14) \times 21.12}{2}$ = $\frac{47 \times 21.12}{2}$ =$\frac{992}{2}$ = **496,32 m**

A (MED)= $\frac{33 \times 21.12}{2}$= **348,48 m²**

A (MODE)- A (MED) = **147.84 m²**

التمرين الثاني :

tan 43°=0.93.............(1)

tan $\widehat{PAT}$ = $\frac{PT}{TA}$ ....(2)

$\frac{PT}{TA}$ = 0.93

PT= TA x 0.93 = 16 x 0.93 =**14.88 m**

A (PLAT) =$\frac{(16+7) \times 14.88}{2}$ =$\frac{23 \times 14.88}{2}$ =$\frac{342.24}{2}$ = **171,12 m**

A (PAT)= $\frac{16 \times 14.88}{2}$= **119.04 m²**

A (MODE)- A (MED) = **52.08 m²**

التمرين الثالث :

tan 54°=1.37 ....(1)

tan $\widehat{ECB}$ = $\frac{EB}{CE}$ ....(2)

$\frac{EB}{CE}$ =1.37

CE=$\frac{EB}{1.37}$= $\frac{12}{1.37}$= **8.75 m**

A (CUBE) =$\frac{(12+8) \times 8.75}{2}$ =$\frac{20 \times 8.75}{2}$ =$\frac{175}{2}$ = **87.5 m**

A (ECB)= $\frac{12 \times 8.75}{2}$= **52.5 m²**

A (CUBE)- A (ECB) = **35 m²**

التمرين الرابع :

tan 38°=0.78 ....(1)

tan $\widehat{TMD}$ = $\frac{TD}{MT}$ ....(2)

= 0.78 $\frac{TD}{MT}$

MT= $\frac{23}{0.78}$ = **29.48 m**

A (MADT) =$\frac{(23+6) \times 29.48}{2}$ =$\frac{29 \times 29.48}{2}$ =$\frac{854.92}{2}$ = **427.46 m²**

A (MDT)= $\frac{23 \times 29.48}{2}$= **339.02m²**

A (MADT)- A (MDT) = **88.44 m²**

التمرين الخامس :

tan 60°=1.73 ....(1)

tan $\widehat{RUT}$ = $\frac{RT}{UR}$ ....(2)

= 1.73$\frac{RT}{UR}$

UR= $\frac{20}{1.73}$ = **11.56 m**

A (ULTR) =$\frac{(20+16) \times 11.56}{2}$ =$\frac{36 \times 11.56}{2}$ =$\frac{416.16}{2}$ = **208.08 m²**

A (UTR)= $\frac{20 \times 11.56}{2}$= **115.6 m²**

A (ULTR)- A (UTR) = **92.48 m²**

التمرين السادس :

tan 50°=1.19 ....(1)

tan $\widehat{RHE}$ = $\frac{RE}{HE}$ ....(2)

= 1.19$\frac{RE}{HE}$

RE=13 x 1.19 = **15.47 m**

A (CHER) =$\frac{(13+9) \times 15.47}{2}$ =$\frac{22 \times 15.47}{2}$ =$\frac{340.34}{2}$ = **170.17 m²**

A (REH)= $\frac{13 \times 15.47}{2}$= **100.55 m²**

A (CHER)- A (REH) = **69.61 m²**

تمرين يشمل : حساب المثلثات **+** نظرية طالس

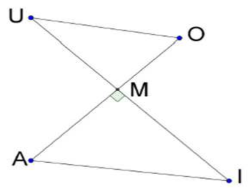
التمرين الرابع: (نقطتين) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2017)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)

MU = 28 , MI = 36 , MO = 21 , MA = 27

1) بيّن أنّ المستقيمين (AI) و (OU) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



حل تمرين امتحان شهادة التعليم المتوسط :

1) نبيّن أنّ (UO) // (AI)

لدينا : $\frac{MO}{MA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$ و $\frac{MU}{MI}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$ نستنتج أنّ: $\frac{MU}{MI}=\frac{MO}{MA}$

و حسب النظرية العكسية لنظرية طالس فإن (UO) // (AI)

(ملاحظة : ترتيب النقط محقق في الشكل المعطى)

2) حساب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$

لدينا في المثلث AIM القائم في M ، $\tan\widehat{AIM}=\frac{AM}{MI}$ و منه $\tan\widehat{AIM}=\frac{27}{36}$

أي $\tan\widehat{AIM} = 0.75$ باستعمال الحاسبة العلمية نجد : $\widehat{AIM} = 36,869$

إذن : $\widehat{AIM} = 37°$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة) .

التمرين الأول : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

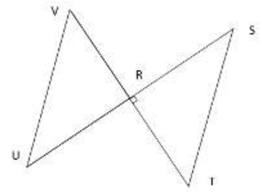
RS = 6 , RT = 6.6 , RU = 6.5 , RV = 7.15

1) بيّن أنّ المستقيمين :

(ST) و (VU) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{UVR}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين الرابع : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

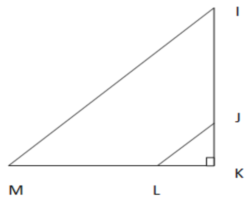
K J = 3 , KI = 17 , KL = 2.4 , KM = 13.6

1) بيّن أنّ المستقيمين:

(L J) و (MI) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{MIK}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين الثاني : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

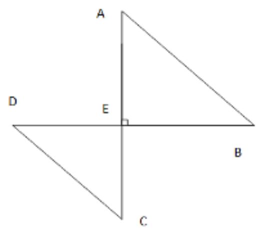
EA = 10.8 , EB = 12 , EC = 8.1 , ED = 9

1) بيّن أنّ المستقيمين :

(AB) و (DC) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{EDC}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين الخامس : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

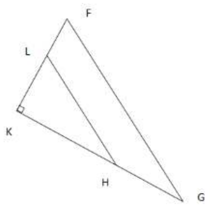
KH = 9 , KG = 14 , KL = 5.4 , KF = 8.4

1) بيّن أنّ المستقيمين:

(FG) و (LH) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{KGF}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين الثالث : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

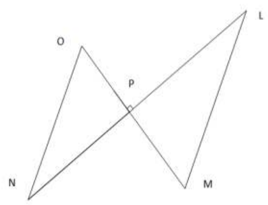
PL = 15 , PM = 10.5 , PN = 8 , PO = 5.6

1) بيّن أنّ المستقيمين:

(LM) و (ON) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{PML}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



التمرين السادس : حسب نموذج (2017)

(وحدة الطول هي الميليمتر)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية

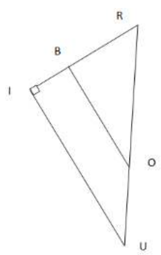
RB = 6.6 , RI = 10.8 , RO = 11 , RU = 18

1) بيّن أنّ المستقيمين:

(IU) و (BO) متوازيين.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{IRU}$

(بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة)



الحلول :

ت 1: الطريقة 1: $\frac{RV}{RT}=\frac{7.15}{6.6}=$ **1.08** و $\frac{RU}{RS}=\frac{6.5}{6}=$ **1.08** أو الطريقة 2 : $\frac{RT}{RV}=\frac{6.6}{7.15}=$ **0.92** و $\frac{RS}{RU}=\frac{6}{6.5}=$ **0.92** $\tan\widehat{UVR}=\frac{RV}{RU}=\frac{7.15}{6.5}=$ **1.1** , tan 1.1 = **48 °**	**ت 2:** الطريقة 1 : $\frac{EA}{EC}=\frac{10.8}{8.1}=$ **1.33** و $\frac{EB}{ED}=\frac{12}{9}=$ **1.33** أو الطريقة 2 : $\frac{EC}{EA}=\frac{8.1}{10.8}=$ **0.75** و $\frac{ED}{EB}=\frac{9}{12}=$ **0.75** $\tan\widehat{EDC}=\frac{EC}{ED}=\frac{8.1}{9}=$ **0.9** , tan 0.9 = **42 °**	**ت 3:** الطريقة 1: $\frac{PM}{PO}=\frac{10.5}{5.6}=$ **1.87** و $\frac{PL}{PN}=\frac{15}{8}=$ **1.87** أو الطريقة 2 : $\frac{PO}{PM}=\frac{5.6}{10.5}=$ **0.53** و $\frac{PN}{PL}=\frac{8}{15}=$ **0.53** $\tan\widehat{PML}=\frac{PL}{PM}=\frac{15}{10.5}=$ **1.42** , tan 1.42 = **55 °**
ت 4: الطريقة 1: $\frac{KM}{KL}=\frac{13.6}{2.4}=$ **5.66** و $\frac{KI}{KJ}=\frac{17}{3}=$ **5.66** أو الطريقة 2 : $\frac{KL}{KM}=\frac{2.4}{13.6}=$ **0.17** و $\frac{KJ}{KI}=\frac{3}{17}=$ **0.17** $\tan\widehat{MIK}=\frac{KM}{KI}=\frac{13.6}{17}=$ **0.8** , tan 0.8 = **39 °**	**ت 5:** الطريقة 1 : $\frac{KF}{KL}=\frac{8.4}{5.4}=$ **1.55** و $\frac{KG}{KH}=\frac{14}{9}=$ **1.55** أو الطريقة 2 : $\frac{KL}{KF}=\frac{5.4}{8.4}=$ **0.64** و $\frac{KH}{KG}=\frac{9}{14}=$ **0.64** $\tan\widehat{KGF}=\frac{KF}{KG}=\frac{8.4}{14}=$ **0.6** , tan 0.6= **31 °**	**ت 6:** الطريقة 1: $\frac{RI}{RB}=\frac{10.8}{6.6}=$ **1.63** و $\frac{RU}{RO}=\frac{18}{11}=$ **1.63** أو الطريقة 2 : $\frac{RB}{RI}=\frac{6.6}{10.8}=$ **0.61** و $\frac{RO}{RU}=\frac{11}{18}=$ **0.61** $\cos\widehat{IRU}=\frac{RI}{RU}=\frac{10.8}{18}=$ **0.6** , cos 0.6= **53 °**

ملاحظة : كل الأشكال مرسومة بأطوال غير حقيقية

درس: نظرية طالس + **درس:** نظرية فيثاغورث + **درس:** حساب المثلثات

التمرين الثالث : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة 2018

ABCD مستطيل حيث $AD = 6$ و $DC = 8$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)

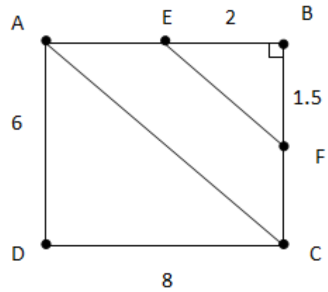
1) أحسب طول AC

2) E و F نقطتان من الضلعين [AB] و [BC] على الترتيب

حيث : $BF = 1.5$ و $BE = 2$

بيّن أنّ : (AC) يوازي (EF)

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الأول : حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي السنتيمتر)

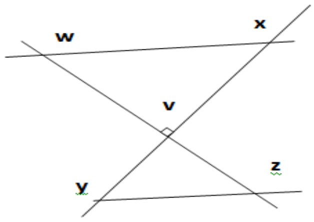
ليكن الشكل التالي حيث $VW = 5.4$ و $VX = 6$

1) أحسب طول WX

2) لدينا : $VZ = 1.62$ و $VY = 1.8$

بيّن أنّ : (WX) يوازي (YZ)

احسب قيس الزاوية $\widehat{VZY}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الثاني : حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المتر)

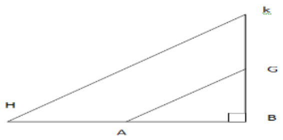
ليكن الشكل التالي حيث $BH = 15$ و $BK = 10.5$

1) أحسب طول KH

2) لدينا : $GB = 5.6$ و $AB = 8$

بيّن أنّ : (HK) يوازي (AG)

احسب قيس الزاوية $\widehat{GAB}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين الثالث : حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المتر)

ليكن الشكل التالي حيث $GH = 25.2$ و $HO = 28$

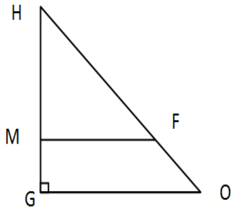
1) أحسب طول GO

تابع للتمرين الثالث :

2) لدينا : $HM = 14.4$ و $HF = 16$

بيّن أنّ : (MF) يوازي (GO)

احسب قيس الزاوية $\widehat{GHO}$ بالتدوير إلى الوحدة.



حل التمرين الثالث لامتحان شهادة التعليم المتوسط (دورة 2018):

1) حساب طول AC :

بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم ADC :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ أي : $AC^2 = 6^2 + 8^2$ أي $AC^2 = 36+64=100$

$AC = \sqrt{100} = 10\ cm$

2) إثبات أن (AC) // (EF) :

لدينا من جهة : $\frac{BE}{BA} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ و من جهة أخرى : $\frac{BF}{BC} = \frac{1.5}{6} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

بما أن : $\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA}$ فإن المستقيمين (EF) و (AC) متوازيان حسب عكس خاصية طالس.

3) حساب قيس الزاوية $\widehat{BEF}$ بالتدوير إلى الوحدة :

$\tan \widehat{BEF} = \frac{BF}{BE} = \frac{1.5}{2} = 0.75$ و منه : $\widehat{BEF} = 37°$

التمرين الرابع: حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي الكيلومتر)

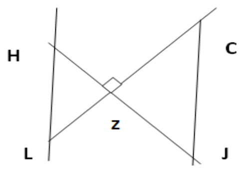
ليكن الشكل التالي حيث $ZJ = 28.8$ و $ZC = 32$

1) أحسب طول CJ

2) لدينا : $ZL = 26$ و $ZH = 23.4$

بيّن أنّ : (CJ) يوازي (HL)

1) 3) احسب قيس الزاوية $\widehat{LHZ}$ بالتدوير إلى الوحده.



التمرين الخامس : حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي الكيلومتر)

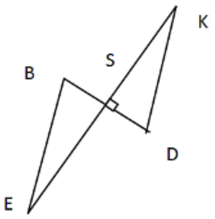
ليكن الشكل التالي حيث $SD = 16.8$ و $SK = 42$

3) أحسب طول KD

4) لدينا : $SE = 38$ و $SB = 15.2$

بيّن أنّ : (KD) يوازي (BE)

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{EBS}$ بالتدوير إلى الوحدة.



التمرين السادس : حسب نموذج (2018)

(وحدة الطول هي المليمتر)

FDKL مستطيل حيث $FS = 7.6$ و $FH = 19$

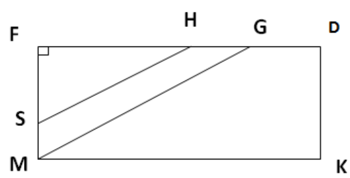
1) أحسب طول SH

2) لدينا : $FG = 23$ و $FM = 9.2$

بيّن أنّ : (SH) يوازي (MG)

3) احسب بالتدوير إلى الوحدة :

قيس الزاوية $\widehat{FMG}$



الحلـــــول :

ت 1: $WX^2=VX^2+VW^2$, $WX^2=36+29.16=65.16$ **WX**$=\sqrt{65.16}$ = **8.07 cm** الطريقة 1: $\frac{VW}{VZ}=\frac{5.4}{1.62}$ = **3.33** و $\frac{VX}{VY}=\frac{6}{1.8}$ = **3.33** أو الطريقة 2 : $\frac{VZ}{VW}=\frac{1.62}{5.4}$ = **0.3** و $\frac{VY}{VX}=\frac{1.8}{6}$ = **0.3** $\tan \widehat{VZY} = \frac{VY}{VZ} = \frac{1.8}{2.4}$ = **0.75** , tan 0.75 = **37 °**	**ت 2:** $HK^2=BH^2+BK^2$, $HK^2=225.+110.25=$**335.25** **HK**$=\sqrt{335.25}$ = **18.30 m** الطريقة 1: $\frac{BK}{BG}=\frac{10.5}{5.6}$ = **1.87** و $\frac{BH}{BA}=\frac{15}{8}$ = **1.87** أو الطريقة 2 : $\frac{BG}{BK}=\frac{5.6}{10.5}$ = **0.53** و $\frac{BA}{BH}=\frac{8}{15}$ = **0.53** $\tan \widehat{GAB} = \frac{BG}{BA} = \frac{5.6}{8}$ = **0.7** , tan 0.7 = **35 °**	**ت 3:** $GO^2=HO^2-GH^2$, $GO^2=784-635.04=148.96$ **HO**$=\sqrt{148.96}$ = **12.20m** الطريقة 1: $\frac{HG}{HM}=\frac{25.2}{14.4}$ = **1.75** و $\frac{HO}{HF}=\frac{28}{16}$ = **1.75** أو الطريقة 2 : $\frac{HM}{HG}=\frac{14.4}{25.2}$ = **0.57** و $\frac{HF}{HO}=\frac{16}{28}$ = **0.57** $\cos \widehat{GHO} = \frac{HG}{HO} = \frac{25.2}{28}$ = **0.9** , cos 0.9 = **25 °**
ت 4: $CJ^2=ZC^2+ZJ^2$, $CJ^2=1024+829.44=1853.44$ **CJ**$=\sqrt{1853.44}$ = **43.05 km** الطريقة 1: $\frac{ZJ}{ZH}=\frac{28.8}{23.4}$ = **1.23** و $\frac{ZC}{ZL}=\frac{32}{26}$ = **1.23** أو الطريقة 2 : $\frac{ZH}{ZJ}=\frac{23.4}{28.8}$ = **0.81** و $\frac{ZL}{ZC}=\frac{26}{32}$ = **0.81** $\tan \widehat{LHZ} = \frac{ZL}{ZH} = \frac{26}{23.4}$ = **1.11** , tan 1.11 = **48 °**	**ت 5:** $KD^2=SK^2+SD^2$, $KD^2=1764+282.24=2064.24$ **KD**$=\sqrt{2064.24}$ = **45.23 km** الطريقة 1: $\frac{SD}{SB}=\frac{16.8}{15.2}$ = **1.1** و $\frac{SK}{SE}=\frac{42}{38}$ = **1.1** أو الطريقة 2 : $\frac{SB}{SD}=\frac{15.2}{16.8}$ = **0.9** و $\frac{SE}{SK}=\frac{38}{42}$ = **0.9** $\tan \widehat{EBS} = \frac{SE}{SB} = \frac{38}{15.2}$ = **2.5** , tan 2.5= **68 °**	**ت 6:** $SH^2=FH^2+FS^2$, $SH^2=361+57.76=418.76$ **SH**$=\sqrt{418.76}$ = **20.46 mm** الطريقة 1: $\frac{FM}{FS}=\frac{9.2}{7.6}$ = **1.21** و $\frac{FG}{FH}=\frac{23}{19}$ = **1.21** أو الطريقة 2 : $\frac{FS}{FM}=\frac{7.6}{9.2}$ = **0.82** و $\frac{FH}{FG}=\frac{19}{23}$ = **0.82** $\tan \widehat{FMG} = \frac{FG}{FM} = \frac{23}{9.2}$ = **2.5** , tan 2.5 = **68 °**

تمرين يشمل : النسب المثلثية **+** نظرية طالس

التمرين الثالث: (نقطتان) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2013)

ABC مثلث قائم في B حيث : AB= 4 cm و CB = 8 cm .

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $BM = \frac{BC}{4}$ ،

المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M

يقطع $[AC]$ في النقطة H .

1) أحسب الطول MH.

2) أحسب tan $\widehat{AMB}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التمرين الأول: (حسب نموذج 2013)

PIC مثلث قائم في I حيث : IP= 5 cm و IC = 2 cm .

لتكن X نقطة من $[IP]$ حيث $IX = 3$ ،

المستقيم (Δ) العمودي على (IP) في النقطة X

يقطع $[PC]$ في النقطة Y .

1) أحسب الطول YX.

2) أحسب tan $\widehat{CXI}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{CXI}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التمرين الثاني: (حسب نموذج 2013)

BAL مثلث قائم في L حيث : LA= 4 cm و LB = 2 cm .

لتكن T نقطة من $[LA]$ حيث LT = 1 ،

المستقيم (Δ) العمودي على (LA) في النقطة T

يقطع $[AB]$ في النقطة S .

1) أحسب الطول ST.

2) أحسب tan $\widehat{LTB}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{LTB}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التمرين الثالث: (حسب نموذج 2013)

MOI مثلث قائم في O حيث : OM= 7 cm و OI = 4 cm .

لتكن R نقطة من $[OM]$ حيث OR = 3 ،

المستقيم (Δ) العمودي على (OM) في النقطة R

يقطع $[IM]$ في النقطة G .

1) أحسب الطول RG.

2) أحسب tan $\widehat{ORI}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{ORI}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التمرين الرابع: (حسب نموذج 2013)

LIR مثلث قائم في L حيث : LR= 8 cm و LI = 5 cm .

لتكن P نقطة من $[LR]$ حيث LP = 2 ،

المستقيم (Δ) العمودي على (LR) في النقطة P

يقطع $[IR]$ في النقطة B.

1) أحسب الطول BP.

2) أحسب tan $\widehat{LPI}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{LPI}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

الحلــــــــول :

التمرين الأول :

$\frac{YX}{IC}=\frac{PX}{IP}$, $\frac{YX}{2}=\frac{2}{5}$, yx= $\frac{4}{5}$ = **0.8cm**

YX = 0.8 cm

Tan $\widehat{CXI}$ =$\frac{IC}{IX}$ =$\frac{2}{3}$ = 0.66 tan 0.66= **34°** **$\widehat{CXI}$ =34°**

التمرين الثاني :

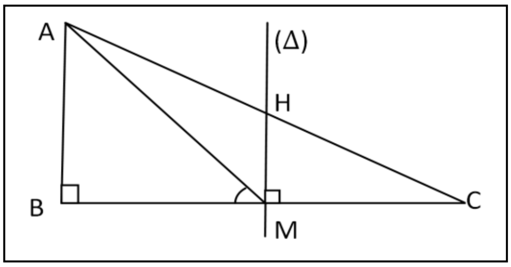
$\frac{ST}{LB}=\frac{AT}{LA}$, $\frac{ST}{2}=\frac{3}{4}$, ST= $\frac{6}{4}$ = **1.5 cm**

ST = 1.5 cm

Tan $\widehat{LTB}$ =$\frac{BL}{LT}$ =$\frac{2}{1}$ = 2 tan 2 = **64°** **$\widehat{LTB}$ = 64°**

حل التمرين :

1) الرسم



2) حساب طول MH

بما أن : (AB) ⊥ (BC) و (HM) ⊥(BC) فإن : (AB) // (HM)

بما أنّ (AB) // (HM) و حسب نظرية طالس لدينا : $\frac{MH}{AB} = \frac{CM}{CB}$ ،

MH = $\frac{CM \times AB}{CB}$ = $\frac{4 \times 6}{8}$ = $\frac{24}{6}$ = 3

MH **= 3 cm**

3) حساب : tan $\widehat{AMB}$

tan $\widehat{AMB}$ = $\frac{AB}{BM}$; tan $\widehat{AMB}$ = $\frac{4}{2}$; tan $\widehat{AMB}$ = 2

4) استنتاج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$:

Tan 2 = 63.4° ≅ 63°

$\widehat{AMB}$ = 63 °

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2013)

***المرجع :** تمرين مأخوذ من (موضوع مقترح – نموذج 2) تمرين 3:

ABC مثلث قائم في B حيث : AB= 4 و CB = $4\sqrt{3}$.

لتكن M نقطة من $[BC]$ حيث $BM = \frac{BC}{2}$ ،

المستقيم (Δ) العمودي على (BC) في النقطة M

يقطع $[AC]$ في النقطة H .

1) أحسب الطول MH.

2) أحسب tan $\widehat{AMB}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{AMB}$ (يمكن استعمال الحاسبة)

التمرين السادس: (حسب نموذج 2013)

LOR مثلث قائم في R حيث : RL= 7 cm و RO = 3 cm .

لتكن A نقطة من $[RL]$ حيث ،RA = 2

المستقيم (Δ) العمودي على (LR) في النقطة A

يقطع $[OL]$ في النقطة C .

1) أحسب الطول AC.

2) أحسب tan $\widehat{RAO}$ و استنتج قيس الزاوية $\widehat{RAO}$ بالتدوير إلى الدّرجة.

التمرين الثالث :

$\frac{RG}{OI}=\frac{RM}{OM}$, $\frac{RG}{4}=\frac{4}{7}$, RG= $\frac{16}{7}$ = **2.28 cm**

RG= 2.28 cm

Tan $\widehat{ORI}$ =$\frac{OI}{OR}$ =$\frac{4}{3}$ = 1.33 tan 1.33 = **53°** **$\widehat{ORI}$ = 53°**

التمرين الرابع :

$\frac{BP}{LI}=\frac{PR}{LR}$, $\frac{BP}{5}=\frac{6}{8}$, BP= $\frac{30}{8}$ = **3.75 cm**

BP= 3.75 cm

Tan $\widehat{LPI}$ =$\frac{LI}{LP}$ =$\frac{5}{2}$ = 2.5 tan 2.5 = **68°** **$\widehat{LPI}$ =68°**

التمرين الخامس:

$\frac{MH}{BA}=\frac{MC}{BC}$, $\frac{MH}{4}=\frac{3.45}{6.92}$, MH= $\frac{13.8}{6.92}$ ≅ **2 cm**

MH ≅ 2 cm

Tan $\widehat{AMB}$ =$\frac{BA}{BM}$ =$\frac{4}{3.46}$ = 1.15 tan 1.15 = **49°** **$\widehat{AMB}$ = 49°**

التمرين السادس :

$\frac{AC}{RO}=\frac{LA}{RL}$, $\frac{AC}{3}=\frac{5}{7}$, AC= $\frac{15}{7}$ = **2.14 cm**

AC= 2.14 cm

Tan $\widehat{RAO}$ =$\frac{AC}{RO}$ =$\frac{3}{2}$ = 1.5 tan 1.5 = **57°** **$\widehat{RAO}$ = 57°**

التمرين الثالث: (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان 2008
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
ABC مثلث قائم في A حيث : AB= 3 و BC = 5.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول AC
2) E نقطة من $[AB]$ حيث AE = 1
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (AB) يقطع (BC) في النقطة M
- أوجد BM
- احسب $\cos \widehat{ABC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMB}$.
(تدوّر النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الأول: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
WIL مثلث قائم في I حيث : IW= 2 و WL = 4.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول IL
2) E نقطة من $[IW]$ حيث IE = 1
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (IW) يقطع (WL) في النقطة M
- أوجد طول WM
- احسب $\cos \widehat{IWL}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMW}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثاني: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
YOU مثلث قائم في Y حيث : YO= 5 و OU = 8.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول YU
2) E نقطة من $[YO]$ حيث YE = 2
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (YO) يقطع (OU) في النقطة M
- أوجد طول OM
- احسب $\cos \widehat{YOU}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMO}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثالث: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
SPA مثلث قائم في S حيث : SP= 7 و AP = 12.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول SA
2) E نقطة من $[SP]$ حيث SE = 3
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (SP) يقطع (AP) في النقطة M
- أوجد طول PM
- احسب $\cos \widehat{APS}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMP}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

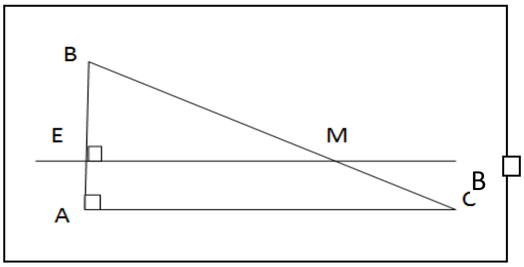
التمرين الرابع: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
LON مثلث قائم في L حيث : LO= 4 و ON = 10.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول NL
2) E نقطة من $[LO]$ حيث LE = 1.5
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (LO) يقطع (ON) في النقطة M
- أوجد طول OM
- احسب $\cos \widehat{LON}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMO}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

الحلول

التمرين الأول:
$IL^2 = 16-4 = 12$, $IL = \sqrt{12}$ = **3.46 cm**
$= \frac{WE}{WI}$ / $\frac{WM}{4} = \frac{1}{2}$ / $MW = \frac{4}{2} = 2$ MW = **2 cm** $\frac{WM}{WL}$
$\cos \widehat{IWL} = \frac{WI}{WL} = \frac{2}{4} = 0.5$ cos 0.5 = **60°**
$180° = 90° + 60° + \widehat{EMW}°$ / $\widehat{EMW} = 180° - 150°$ = **30°**

التمرين الثاني :
$YU^2 = 64-25 = 39$, $YU = \sqrt{39}$ = **6.24 cm**
$= \frac{OE}{OY}$ / $\frac{OM}{8} = \frac{3}{5}$ / $OM = \frac{24}{5} = 4.8$ OM = **4.8 cm** $\frac{OM}{OU}$
$\cos \widehat{YOU} = \frac{OY}{OU} = \frac{5}{8} = 0.625$ cos 0.625 = **51°**
$180° = 90° + 51° + \widehat{EMB}°$ / $\widehat{EMB} = 180° - 141°$ = **39°**

حل التمرين :
1) انشاء الشكل



2) حساب AC
$AC^2 = BC^2 - AB^2$ و منه $AC^2 = 25-9=16$ إذن $AC = \sqrt{16} = 4$

3) **حساب : BM: تطبيقا لنظرية طالس لدينا :**
$\frac{BM}{BC} = \frac{BE}{AB}$ أي $BM = \frac{BC \text{ X } BE}{AB} = \frac{5 \text{ x } 2}{3} = \frac{10}{3}$
4) **حساب $\text{Cos}\, \widehat{ABC}$**
$\text{Cos}\, \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0.6$ و منه $\widehat{ABC} \cong 53°$
نستنتج أن $\widehat{EMB} = 90° - 53° = 37°$ لأن المثلث EMB قائم في E

التمرين الخامس: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
GHT مثلث قائم في H حيث : HG= 3 و GT = 7.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول HT
2) E نقطة من $[HG]$ حيث HE = 1
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (HG) يقطع (GT) في النقطة M
- أوجد طول GM
- احسب $\cos \widehat{HGT}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMG}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين السادس: (حسب نموذج 2008)
وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.
FAD مثلث قائم في D حيث : DA= 2 و FA = 4.
1) أنشىء الشكل ثم حدد الطول DF
2) E نقطة من $[DA]$ حيث DE = 1
المستقيم الذي يشمل E و يعامد (DA) يقطع (FA) في النقطة M
- أوجد طول AM
- احسب $\cos \widehat{FAD}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{EMA}$.
(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الثالث :
$SA^2 = 144-49 = 95$, $SA = \sqrt{95}$ = **9.74 cm**
$= \frac{PE}{PS}$ / $\frac{PM}{12} = \frac{4}{7}$ / $PM = \frac{48}{7} = 6.85$ PM = **6.85 cm** $\frac{PM}{AP}$
$\cos \widehat{APS} = \frac{PS}{AP} = \frac{7}{12} = 0.58$ cos 0.58 = **54°**
$180° = 90° + 54° + \widehat{EMP}°$ / $\widehat{EMP} = 180° - 144°$ = **36°**

التمرين الرابع :
$ON^2 = 100-16 = 84$, $NL = \sqrt{84}$ = **9.16 cm**
$= \frac{OE}{OL}$ / $\frac{OM}{10} = \frac{2.5}{4}$ / $OM = \frac{25}{4} = 6.25$ OM = **6.25 cm** $\frac{OM}{ON}$
$\cos \widehat{LON} = \frac{OL}{ON} = \frac{4}{10} = 0.4$ cos 0.4 = **66°**
$180° = 90° + 66° + \widehat{EMP}°$ / $\widehat{EMO} = 180° - 156°$ = **24°**

التمرين الخامس :
$HT^2 = 49-9 = 40$, $HT = \sqrt{40}$ = **6.32 cm**
$= \frac{GE}{GH}$ / $\frac{GM}{7} = \frac{2}{3}$ / $GM = \frac{14}{3} = 4.66$ GM = **4.66 cm** $\frac{GM}{GT}$
$\cos \widehat{HGT} = \frac{GH}{GT} = \frac{3}{7} = 0.42$ cos 0.42 = **65°**
$180° = 90° + 65° + \widehat{GME}°$ / $\widehat{GME} = 180° - 155°$ = **25°**

التمرين السادس :
$DF^2 = 16-4 = 12$, $DF = \sqrt{12}$ = **3.46 cm**
$= \frac{AE}{AD}$ / $\frac{AM}{4} = \frac{1}{2}$ / $AM = \frac{4}{2} = 2$ AM = **2 cm** $\frac{AM}{AF}$
$\cos \widehat{FAD} = \frac{AD}{AF} = \frac{2}{4} = 0.5$ cos 0.5 = **60°**
$180° = 90° + 60° + \widehat{EMA}°$ / $\widehat{EMA} = 180° - 150°$ = **30°**

تمرين يشمل : درس: حساب المثلثات **+** نظرية طالس **+** نظرية فيثاغورث

التمرين الثالث: (3 نقط) امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة جوان (2019)

RST مثلث قائم في R حيث : $\sin\widehat{RTS} = 0.8$ و $RS = 8\ cm$

1) احسب الطولين ST و TR.

2) لتكن M نقطة من [TR] حيث TM=4 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (TR) في النقطة M يقطع (TS) في النقطة N.

احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.

حل التمرين :

1) حساب الطولين TR , TS

$\sin\widehat{RTS} = \frac{RS}{ST} = 0.8$ و منه: $ST = \frac{RS}{0.8} = \frac{8}{0.8} = 10Cm$

و بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد : $ST^2 = RT^2 + RS^2$

و منه : $RT^2 = ST^2 - RS^2$ و منه : $RT^2 = 36$ و عليه : $RT = 6\ Cm$

2) حساب الطول MN :

بما أن : (RT) ⊥ (RS) و (RT) ⊥ (MN) فإن : (MN) // (RS)

و بتطبيق نظرية طالس نجد أنّ : $\frac{MN}{RS} = \frac{TM}{TR}$

و بالتعويض نجد : $\frac{MN}{8} = \frac{4}{6}$ و منه $MN = \frac{8 \times 4}{6}$

أي : $MN = \frac{4 \times 8}{6}$ إذن : $MN = \mathbf{5\ cm}$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2019)

ABC مثلث قائم في B حيث : $\sin\widehat{BAC} = 0.7$ و $BC = 6\ cm$

1) احسب الطولين AC و BA .

2) لتكن M نقطة من [BA] حيث AM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (BA) في النقطة M يقطع (AC) في النقطة N.

احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2019)

JAK مثلث قائم في K حيث : $\sin\widehat{AJK} = 0.6$ و $KA = 4\ cm$

1) احسب الطولين JA و KJ .

2) لتكن M نقطة من [KJ] حيث JM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (KJ) في النقطة M يقطع (JA) في النقطة N.

احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2019)

UVW مثلث قائم في U حيث : $\sin\widehat{WVU} = 0.9$ و $WU = 11\ cm$

1) احسب الطولين VW و UV .

2) لتكن M نقطة من [UV] حيث VM=3 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (UV) في النقطة M يقطع (VW) في النقطة N.

احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2019)

ROL مثلث قائم في R حيث : $\cos\widehat{RLO} = 0.9$ و $RL = 6\ cm$

1) احسب الطولين OL و RO .

2) لتكن M نقطة من [RO] حيث OM=1 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (RO) في النقطة M يقطع (OL) في النقطة N.

احسب الطول MN.

الحلول

التمرين الأول:

$\sin\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = 0.7$ $AC = \frac{BC}{0.7} = \frac{6}{0.7} = 8.57 \cong \mathbf{9\ cm}$

AC = 9 cm

$BA^2 = AC^2 - BC^2 = 81 - 36 = 45$, $\sqrt{45} = 6.70 \cong \mathbf{7\ cm}$

BA = 7 cm

$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{BA}$: $MN = \frac{AM \times BC}{BA} = \frac{3 \times 6}{7} = \frac{18}{7} = \mathbf{2.57\ cm}$

MN = 3 cm

التمرين الثاني:

$\sin\widehat{AJK} = \frac{KA}{JA} = 0.6$ $JA = \frac{KA}{0.6} = \frac{4}{0.6} = 6.66 \cong \mathbf{7\ cm}$

JA = 7 cm

$kJ^2 = JA^2 - KA^2 = 49 - 16 = 33$, $\sqrt{33} = 5.74 \cong \mathbf{6\ cm}$

KJ = 6 cm

$\frac{JM}{KJ} = \frac{MN}{KA}$: $MN = \frac{KA \times JM}{KJ} = \frac{4 \times 3}{6} = \frac{12}{6} = \mathbf{2\ cm}$

MN = 2 cm

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2019)

EFG مثلث قائم في G حيث : $\cos\widehat{EFG} = 0.88$ و $GF = 4\ cm$

1) احسب الطولين FE و GE .

2) لتكن M نقطة من [GE] حيث EM=1 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (GE) في النقطة M يقطع (FE) في النقطة N.

احسب الطول MN بالقيمة القربة إلى 10^{-2}.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2019)

TRI مثلث قائم في I حيث : $\cos\widehat{TRI} = 0.60$ و $IR = 7\ cm$

1) احسب الطولين TR و IT .

2) لتكن M نقطة من [IT] حيث TM=6 cm ، المستقيم (Δ) العمودي على (IT) في النقطة M يقطع (TR) في النقطة N.

احسب الطول MN بالتدوير إلى الوحدة من السنتيمير.

الحلول

التمرين الثالث:

$\sin\widehat{WVU} = \frac{UV}{VW} = 0.9$ $VW = \frac{WU}{0.9} = \frac{11}{0.9} = 12.22 \cong \mathbf{13\ cm}$

VW = 13 cm

$UV^2 = VW^2 - WU^2 = 169 - 121 = 48$, $\sqrt{48} = 6.92 \cong \mathbf{7\ cm}$

UV = 7 cm

$\frac{VM}{UV} = \frac{MN}{WU}$: $MN = \frac{WU \times VM}{UV} = \frac{11 \times 3}{7} = \frac{33}{7} = \mathbf{4.71\ cm}$

MN = 5 cm

التمرين الرابع:

$\cos\widehat{RLO} = \frac{RL}{OL} = 0.9$ $OL = \frac{RL}{0.9} = \frac{6}{0.9} = 6.66 \cong \mathbf{7\ cm}$

OL = 7 cm

$RO^2 = OL^2 - RL^2 = 49 - 36 = 13$, $\sqrt{13} = 3.60 \cong \mathbf{4\ cm}$

RO = 4 cm

$\frac{MN}{RL} = \frac{MO}{RO}$: $MN = \frac{MO \times RL}{RO} = \frac{1 \times 6}{4} = \frac{6}{4} = \mathbf{1.5\ cm}$

MN = 1.5 cm

التمرين الخامس:

$\cos\widehat{EFG} = \frac{GF}{FE} = 0.88$ $FE = \frac{GF}{0.88} = \frac{4}{0.88} = 4.54 \cong \mathbf{5\ cm}$

FE = 5 cm

$GE^2 = FE^2 - GF^2 = 25 - 16 = 9$, $\sqrt{9} = \mathbf{3\ cm}$

GE = 3 cm

$\frac{MN}{GF} = \frac{EM}{GE}$: $MN = \frac{GF \times EM}{GE} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3} = \mathbf{1.33\ cm}$

MN = 1.33 cm

التمرين السادس:

$\cos\widehat{TRI} = \frac{IR}{TR} = 0.6$ $TR = \frac{IR}{0.6} = \frac{7}{0.6} = 11.66 \cong \mathbf{12\ cm}$

TR = 12 cm

$IT^2 = TR^2 - IR^2 = 144 - 49 = 95$, $\sqrt{95} = 9.74 \cong \mathbf{10\ cm}$

IT = 12 cm

$\frac{MN}{IR} = \frac{TM}{IT}$: $MN = \frac{IR \times TM}{IT} = \frac{7 \times 6}{10} = \frac{42}{10} = \mathbf{4.2\ cm}$

MN = 4 cm

مسألة تشمل : درس : جملة معادلتين + درس : النسب المثلثية

المسألة : امتحان شهادة التعليم المتوسط (2010)

يمثل الشكل المقابل أرضية قاعة حفلات مكونة من مربع و مستطيل و نصف قرص.

طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـــ 2m و مجموع طوليهما 28m.

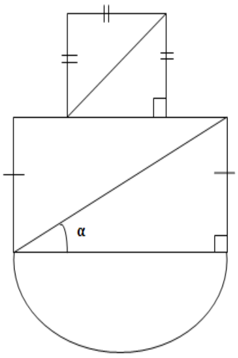
يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 800 دينار.

1) احسب طول قطر المربع.

2) احسب طول و عرض المستطيل.

علما أن : $\cos \alpha = 0.8$

3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.



الحـــل :

1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن $\boldsymbol{x}$ قطر المستطيل و $\boldsymbol{y}$ قطر المربع.

من المعطيات : $\begin{cases} x = y + 2 \ldots\ldots (1) \\ x + y = 28 \ \ldots\ldots (2) \end{cases}$ بتعويض x بـ $y + 2$ في (2) نجد :

$(y + 2) + y = 28$ أي : $2y + 2 = 28$ أي : $2y = 26$ و منه :

$\boldsymbol{y = 13}$

و بما أن : $x = y + 2$ فإن : $\boldsymbol{x = 15}$

قطر المستطيل هو **15 متر** و قطر المربع هو **13 متر**.

2) حساب طول و عرض المستطيل :

ا) حساب طول المستطيل :

لدينا: $\cos \alpha = 0.8$ و نعلم أن $\cos \alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $\frac{\text{المجاور}}{15} = 0.8$

أي : المجاور = 15 x 0.8 = 12 المجاور هو طول المستطيل : **12 متر**

ب) حساب عرض المستطيل :

بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :

الوتر ^{2} = العرض^2 + الطول^2 إذن : العرض^2 = الوتر^2- الطول^2

بالتعويض نجد : العرض^2 = $15^2 - 12^2$ و منه العرض^2= 225 - 144

العرض^2= 225 - 144 = 81 و منه طول العرض هو : **9 متر**

3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

أ) حساب مساحة المربع :

1-حساب طول الضلع :

ليكن x طول ضلع المربع.

لدينا و حسب نظرية فيثاغورث : $x^2 + x^2 = 13^2$ أي : $2x^2 = 13^2$

$2x^2 = 169$ أي : $x^2 = 84.5$ أي : $x = \sqrt{84.5}$

مساحة المربع هي الضلع ^{2} أي $x^2 = $ **84.5 m²**

ب) حساب مساحة المستطيل :

108 = 12 x 9 مساحة المستطيل هي : **108 متر²**

ج) حساب مساحة نصف القرص :

$$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 6^2}{2} = \mathbf{56.52\ m^2}$$

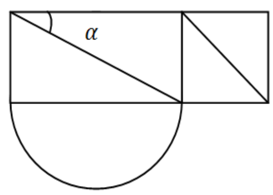
مساحة نصف القرص هي : **56.52 متر²**

حساب كلفة التبليط :

(84.5 + 108 + 56.52) x 800 = 199 216

كلفة التبليط هي : 199 216 دج

المسألة الأولى (حسب نموذج 2010)



يمثل الشكل المقابل قطعة أرض تتكون مربع و مستطيل ونصف قرص.

طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـ 12 متر و يساوي طول قطر المستطيل 3 أضعاف طول قطر المربع.

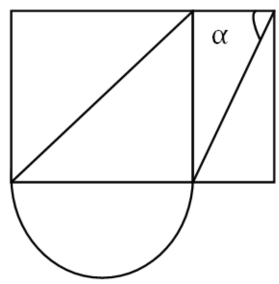
يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 500 دينار.

1) احسب طول قطر المربع و طول قطر المستطيل.

2) احسب طول و عرض المستطيل علما أن : $\sin \alpha = 0.5$

3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.

المسألة الثانية (حسب نموذج 2010)



يمثل الشكل المقابل قطعة أرض تتكون مربع و مستطيل ونصف قرص.

طول قطر المربع يزيد عن طول قطر المستطيل بـ 2.5 متر و يساوي طول قطر المربع (1.5) مرة و نصف طول قطر المستطيل.

يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر المربع الواحد 300 دينار.

1) احسب طول قطر المربع و طول قطر المستطيل.

2) احسب طول و عرض المستطيل علما أن : $\sin \alpha = 0.9$

3) احسب السعر الإجمالي للبلاط.

حلول نماذج مسألة (دورة 2010) :

حــــل المسألة الأولى:

1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن x قطر المستطيل و y قطر المربع.
من المعطيات : $\begin{cases} x = y + 12 \ldots.(1) \\ x = 3y \ldots..(2) \end{cases}$ بتعويض x بـ $3y$ في (1) نجد :
$3y = y + 12$ أي : $2y = 12$ أي : $y = 6$
و بما أن : $x = y + 12$ فإن : $x = 18$
قطر المستطيل هو **18 متر** و قطر المربع هو **6 متر**.

2) حساب طول و عرض المستطيل :

ا) حساب عرض المستطيل :
لدينا: $\sin\alpha = 0.5$ و نعلم أن $\sin\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $\frac{\text{المقابل}}{18} = 0.5$
أي : المقابل = $0.5 \times 18 = 9$ المقابل هو عرض المستطيل : **9 متر**

ب) حساب طول المستطيل :
بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :
الوتر ^{2} = العرض^2 + الطول^2 إذن : الطول^2 = الوتر^2- العرض^2
بالتعويض نجد : الطول^2 = 18^2 - 9^2 و منه الطول^2= $324 - 81$
الطول^2= 243 أي : الطول= $\sqrt{243}$ =15.58
و منه طول المستطيل هو : **15.58 متر**

3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

أ) حساب مساحة المربع :
نلاحظ من الشكل أن طول **عرض** المستطيل هو طول **ضلع** المربع.
مساحة المربع هي الضلع ^{2} أي $9^2 =$ **81 m²**
مساحة المربع هي **81** متر^2

ب) حساب مساحة المستطيل :
$9 \times 15.58 = 140.22$
مساحة المستطيل هي : **140.22 متر²**

ج) حساب مساحة نصف القرص :
$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 7.79^2}{2} = \frac{3.14 \times 60.68}{2} = \frac{190.53}{2} = 95.26\ m^2$
مساحة نصف القرص هي : **95.26 متر²**

حساب كلفة التبليط :
$(81 + 140.22 + 95.26) \times 500 = 158\,240$
كلفة التبليط هي : 158 240 دج

حــــل المسألة الثانية:

1) حساب قطر المربع و قطر المستطيل

ليكن x قطر المربع و y قطر المستطيل.
من المعطيات : $\begin{cases} x = y + 2.5 \ldots.(1) \\ x = 1.5y \ldots..(2) \end{cases}$ بتعويض x بـ $y + 2.5$ في (2) نجد:
$y + 2.5 = 1.5y$ أي : $y - 1.5y = -2.5$ أي : $-0.5y = -2.5$
$y = \frac{-2.5}{-1.5}$ و منه : $y = 5$
و بما أن : $x = y + 2.5$ فإن : $x = 7.5$
قطر المستطيل هو **5 متر** و قطر المربع هو **7.5 متر**.

2) حساب طول و عرض المستطيل :

ا) حساب طول المستطيل :
لدينا: $\sin\alpha = 0.9$ و نعلم أن $\sin\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ بالتعويض : $\frac{\text{المقابل}}{5} = 0.9$
أي : المقابل = $0.9 \times 5 = 4.5$ المقابل هو طول المستطيل : **4.5 متر**

ب) حساب عرض المستطيل :
بما أن المثلث قائم و حسب نظرية فيثاغورث فإن :
الوتر ^{2} = العرض^2 + الطول^2 إذن : العرض^2 = الوتر^2- الطول^2
بالتعويض نجد : العرض^2 = 5^2 - 4.5^2 و منه العرض^2= $25 - 20.25$
العرض^2= 4.75 أي العرض = $\sqrt{4.75}$ = **2.17**
و منه العرض هو : **2.17 متر**

3) حساب السعر الإجمالي للبلاط :

أ) حساب مساحة المربع :
نلاحظ من الشكل أن طول المستطيل هو طول **ضلع** المربع.
مساحة المربع هي الضلع ^{2} أي $4.5^2 =$ **20.25 m²**
مساحة المربع هي **20.25** متر^2

ب) حساب مساحة المستطيل :
$4.5 \times 2.17 = 9.76$
مساحة المستطيل هي : **9.76 متر²**

ج) حساب مساحة نصف القرص :
$\frac{\pi R^2}{2} = \frac{3.14 \times 2.25^2}{2} = \frac{3.14 \times 5.06}{2} = \frac{15.88}{2} = 7.94\ m^2$
مساحة نصف القرص هي : **7.94 متر²**

حساب كلفة التبليط :
$(20.25 + 9.76 + 7.94) \times 300 = 11\,385$
كلفة التبليط هي : 11 385 دج

التمرين الرابع : (3.5 نقاط)امتحان شهادة التعليم المتوسط (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : A (2, 0) , B(-4, 3) , C (5, 3)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطّول AB .
3) عيّن النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة D.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC).

التمرين الأول : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : A (-2, -3) , B(-2, 1) , C (2, 0)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{BA}$ ثم الطّول BA .
3) عيّن النقطة D صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ثمّ أحسب إحداثيثي النقطة D.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (AC) و (BD).

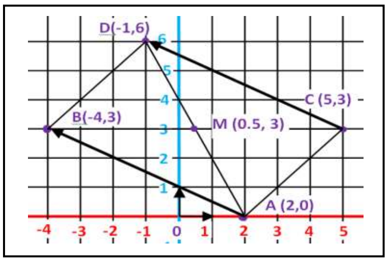
التمرين الثاني : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : P (-2, 1) , C(2, -2) , T (-3, -2)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{TC}$ ثم الطّول $[TC]$.
3) عيّن النقطة A صورة النقطة P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{TC}$ ثمّ أحسب إحداثيثي النقطة A.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (TA) و (PC).

التمرين الثالث : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : R (2, 1) , A(1, 4) , B (-5, 4)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم الطّول $[AB]$.
3) عيّن النقطة E صورة النقطة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة E.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (BR) و (EA).

التمرين الرابع : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : E (-4, 0) , F(-1, 0) , A (-3, 4)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FA}$ ثم الطّول $[FA]$.
3) عيّن النقطة C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FA}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة C.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (CF) و (EA).

التمرين الخامس : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : T (-1, -2) , R(7, 3) , F (2, 3)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FT}$ ثم الطّول $[FT]$.
3) عيّن النقطة i صورة النقطة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FT}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة i.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (Fi) و (TR).

الحل التمرين الرابع :



1- تعليم النقط :

2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4-2)\\3-0)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}xB-xA\\yB-yA\end{pmatrix}$ و منه : $\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}$

3- حساب طول $[AB]$:
$[AB]=\sqrt{(xB-xA)^2+(yB-yA)^2}=$
$\sqrt{(-6)^2+(3)^2}=\sqrt{45}=\sqrt{9x5}=\sqrt{9}x\sqrt{5}=3\sqrt{5}$ $\quad [AB]=3\sqrt{5}$

4- حساب إحداثيتي D :

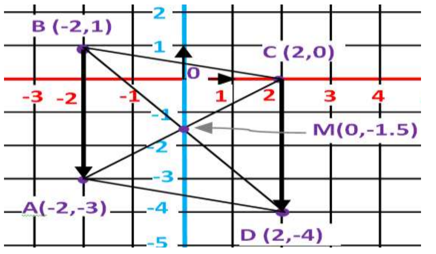
بما أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$
* فإن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AB}$ متساويين $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{CD}=$
* و بما أن $\overrightarrow{CD}\ \overrightarrow{AB}=$ فإن لهما نفس المركبتين
$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ أي : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\3\end{pmatrix}=\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}$
إذن $\begin{cases}xD-xC=-6\\yD-yC=3\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-5=-6\\yD-3=3\end{cases}$
و منه : $\begin{cases}xD=-1\\yD=6\end{cases}$ إحداثيتي D هي $D(-1\,,6)$

5- حساب إحداثيتي **M** نقطة تقاطع $[AD]$ و $[BC]$
حساب منتصف $[BC]$
$M=\frac{xB+xC}{2}=\frac{-4+5}{2}=\frac{1}{2}=\mathbf{0.5}$, $\quad x\mathbf{M}=\mathbf{0.5}x$
$M=\frac{yB+yC}{2}=\frac{3+3}{2}=\frac{6}{2}=\mathbf{3}$, $\quad y\mathbf{M}=\mathbf{3}y$
إحداثيتي **M** هي : **M (0.5, 3)**

التمرين السادس : حسب نموذج (2013)
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.
1) علّم النقط : E (-1, -3) , i(7, -4) , L (3, -1)
2) احسب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{Li}$ ثم الطّول $[Li]$.
3) عيّن النقطة K صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{Li}$ ثمّ أحسب إحداثيتي النقطة K.
4) أوجد إحداثيتي M نقطة تقاطع المستقيمين (Ei) و (LK).

حل التمرين الأول :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2+2\\-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2-(-2)\\-3-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}xA-xB\\yA-yB\end{pmatrix}$ و منه: $\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BA}$

3- حساب طول [BA] :

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}=$
$\sqrt{(0)^2+(-4)^2}=\sqrt{16}=4$ $[AB]=4$

4- حساب إحداثيتي D :

بما أن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}$ متساويين $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}=$

* و بما أن $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}=$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: أي $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}0\\-4\end{pmatrix}=\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xC=0\\yD-yC=-4\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-2=0\\yD-0=-4\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}xD=2\\yD=-4\end{cases}$ إحداثيتي D هي $D\,(2,-4)$

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[AC]$ و $[BD]$

حساب منتصف [AC] :

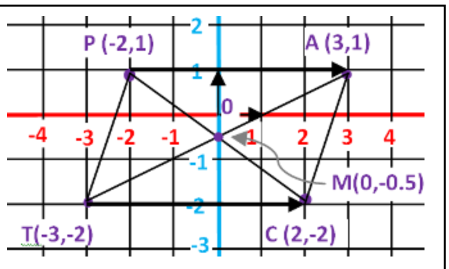
$M=\frac{xA+x\,C}{2}=\frac{-2+2}{2}=\frac{0}{2}=0$, $xM=0x$

$M=\frac{yA+y\,C}{2}=\frac{-3+0}{2}=-\frac{-3}{2}=-1.5$, $yM=-1.5\ y$

إحداثيتي M هي : M (0, -1.5)

حل التمرين الثاني :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{TC}$

$\overrightarrow{TC}\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2+3\\-2+2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2-(-3)\\-2-(-2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}xc-xt\\yc-yt\end{pmatrix}$ و منه: $\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{TC}$

3- حساب طول [TC] :

$[TC]=\sqrt{(xC-xT)^2+(yC-yT)^2}=$
$\sqrt{(5)^2+(0)^2}=\sqrt{25}=5$ $[TC]=5$

4- حساب إحداثيتي A :

بما أن A هي صورة P بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{TC}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{PA}$ و $\overrightarrow{TC}$ متساويين $\overrightarrow{PA}\,\overrightarrow{TC}=$

* و بما أن $\overrightarrow{PA}\,\overrightarrow{TC}=$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$\overrightarrow{TC}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{PA}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: أي $\overrightarrow{TC}\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}=\overrightarrow{PA}\begin{pmatrix}xA-xP\\yA-yP\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xA-xP=5\\yA-yP=0\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xA-(-2)=5\\yA-1=0\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}xA=3\\yA=1\end{cases}$ احداثيي P هي $A\,(3,1)$

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[PC]$ و $[TA]$

حساب منتصف [PC] :

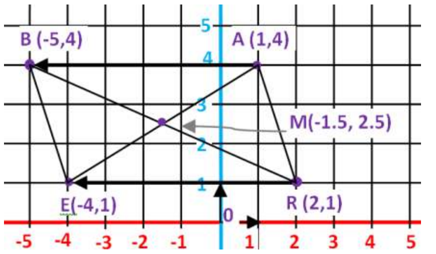
$M=\frac{xP+x\,C}{2}=\frac{-2+2}{2}=\frac{0}{2}=0$, $xM=0x$

$M=\frac{yP+y\,C}{2}=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}=-0.5$, $yM=-0.5\ y$

إحداثيتي M هي : M (0, - 0.5)

حل التمرين الثالث :

1- تعليم النقاط :



2- حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-5-1\\4-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}xB-xA\\yB-yA\end{pmatrix}$ و منه: $\begin{pmatrix}-6\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}$

3- حساب طول [AB] :

$[AB]=\sqrt{(xB-xA)^2+(yB-yA)^2}=$
$\sqrt{(-6)^2+(0)^2}=\sqrt{36}=6$ $[AB]=6$

4- حساب إحداثيتي E :

بما أن E هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{RE}$ متساويين $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{RE}=$

* و بما أن $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{RE}=$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{RE}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: أي $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\0\end{pmatrix}=\overrightarrow{RE}\begin{pmatrix}xE-xR\\yE-yR\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xE-xR=-6\\yE-yR=0\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xE-2=-6\\yE-1=0\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}xE=-4\\yE=1\end{cases}$ إحداثيتي E هي $E\,(-4,1)$

5- حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[BR]$ و $[EA]$

حساب منتصف [BR] :

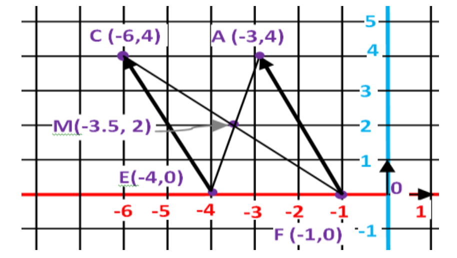
$M=\frac{xB+x\,R}{2}=\frac{-5+2}{2}=\frac{-3}{2}=-1.5$, $xM=-1.5x$

$M=\frac{yB+y\,R}{2}=\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}=2.5$, $yM=2.5\ y$

إحداثيتي M هي : M (-1.5, 2.5)

حل التمرين الرابع :

-1 تعليم النقاط :



-2 حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FA}$

$\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix}xA-xF\\yA-yF\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-3-(-1)\\4-0\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-3+1\\4\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ و منه: $\overrightarrow{FA}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

-3 حساب طول $[FA]$:

$[FA]=\sqrt{(xA-xF)^2+(yA-yF)^2}$ = $\sqrt{(-2)^2+(4)^2}$ = $\sqrt{20}$= $4.47 \approx 4.5$ **$[FA] \approx 4.5$**

-4 حساب إحداثيتي C :

بما أن C هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FA}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{FA}$ متساويين $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{FA}$

* و بما أن $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{FA}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي: $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \overrightarrow{FA}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}xC-xE\\yC-yE\end{pmatrix} = \overrightarrow{FA}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xC-xE=-2\\yC-yE=4\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xC-(-4)=-2\\yC-0=4\end{cases}$

و منه: $\begin{cases}xC=-6\\yC=4\end{cases}$ إحداثيتي C هي **C (-6, 4)**

-5 حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[CF]$ و $[EA]$

حساب منتصف [EA] :

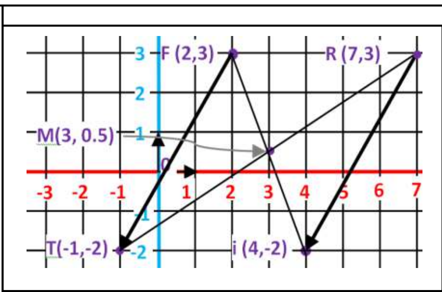
M = $\frac{xE+xA}{2}$ = $\frac{-4-3}{2}$ = $\frac{-7}{2}$ = **-3.5** , **xM = -3.5x**

M = $\frac{yE+yA}{2}$ = $\frac{0+4}{2}$ = - $\frac{4}{2}$ = **2** , **yM = 2y**

إحداثيتي M هي : **M (-3.5, 2)**

حل التمرين الخامس :

-1 تعليم النقاط :



-2 حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{FT}$

$\overrightarrow{FT}\begin{pmatrix}xT-xF\\yT-yF\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-1-2\\-2-3\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$ و منه: $\overrightarrow{FT}\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$

-3 حساب طول [FT] :

$[FT]=\sqrt{(xT-xF)^2+(yT-yF)^2}$ = $\sqrt{(-3)^2+(-5)^2}$ = $\sqrt{9+25}$= $\sqrt{34}$ ≈ 5.8 **$[FT] \approx 5.8$**

-4 حساب إحداثيتي i :

بما أن i هي صورة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FT}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{Ri}$ و $\overrightarrow{FT}$ متساويين $\overrightarrow{Ri} = \overrightarrow{FT}$

* و بما أن $\overrightarrow{Ri} = \overrightarrow{FT}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي: $\overrightarrow{Ri}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \overrightarrow{FT}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{Ri}\begin{pmatrix}xi-xR\\yi-yR\end{pmatrix} = \overrightarrow{FT}\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xi-xR=-3\\yi-yR=-5\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xi-7=-3\\yi-3=-5\end{cases}$

و منه: $\begin{cases}xi=4\\yi=-2\end{cases}$ إحداثيتي i هي **i (4,-2)**

-5 حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[FI]$ و $[TR]$

حساب منتصف [TR] :

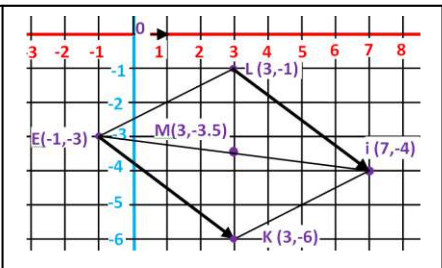
M = $\frac{xT+xR}{2}$ = $\frac{-1+7}{2}$ = $\frac{6}{2}$ = **3** , **xM = 3x**

M = $\frac{yT+yR}{2}$ = $\frac{-2+3}{2}$ = $\frac{1}{2}$ = **0.5** , **yM = 0.5 y**

إحداثيتي M هي : **M (3, 0.5)**

حل التمرين السادس :

-1 تعليم النقاط :



-2 حساب إحداثيتي الشعاع $\overrightarrow{Li}$

$\overrightarrow{Li}\begin{pmatrix}xi-xL\\yi-yL\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}7-3\\-4-(-1)\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-4+1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ و منه: $\overrightarrow{Li}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

-3 حساب طول [Li] :

$[Li]=\sqrt{(xi-xL)^2+(yi-yL)^2}$ = $\sqrt{(4)^2+(-3)^2}$ = $\sqrt{16+9}$=$\sqrt{25} = 5$ **$[Li]$= 5**

-4 حساب إحداثيتي K :

بما أن K هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{Li}$

* فإن الشعاعين $\overrightarrow{EK}$ و $\overrightarrow{Li}$ متساويين $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{Li}$

* و بما أن $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{Li}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي: $\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \overrightarrow{Li}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{EK}\begin{pmatrix}xK-xE\\yK-yE\end{pmatrix} = \overrightarrow{Li}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xK-xE=4\\yK-yE=-3\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xK-(-1)=4\\yK-(-3)=-3\end{cases}$

و منه: $\begin{cases}xK=3\\yK=-6\end{cases}$ إحداثيتي K هي $K(3,-6)$

-5 حساب إحداثيتي M نقطة تقاطع $[Ei]$ و $[LK]$

حساب منتصف [Ei] :

M = $\frac{xE+xi}{2}$ = $\frac{-1+7}{2}$ = $\frac{6}{2}$ = **3** , **xM = 3x**

M = $\frac{yE+yi}{2}$ = $\frac{-3-4}{2}$ = $\frac{-7}{2}$ = **-3.5** , **yM = -3.5y**

إحداثيتي M هي : **M (3, -3.5)**

التمرين الرابع : (04 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2020)

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$

1) علّم النقط $A (1 ; 2)$ ، $B(5 ; -2)$ و $C(-1 ; -3)$

2) احسب مركبّتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج الطول BC .

3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [AC] .

4) أوجد احداثيتي النقطة D حيث يكون $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BM}$ ثم استنتج نوع الرباعي ABCD .

التمرين الأول : حسب نموذج (2020)

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$

1) علّم النقط $N (-1 ; 3)$ ، $G (4 ; 4)$ و $E (5 ; 1)$

2) احسب مركبّتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$ ثم استنتج الطول EG .

3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [NE] .

4) أوجد احداثيتي النقطة A حيث يكون $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{GM}$ ثم استنتج نوع الرباعي ANGE .

التمرين الثاني : حسب نموذج (2020)

المستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OJ})$

1) علّم النقط $G (4 ; 1)$ ، $E (3 ; -3)$ و $P (-2 ; -3)$

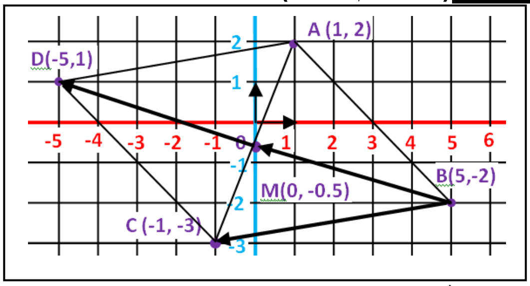
2) احسب مركبّتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$ ثم استنتج الطول EG .

3) احسب احداثيتي النقطة M منتصف القطعة [PG] .

4) أوجد احداثيتي النقطة A حيث يكون $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{EM}$ ثم استنتج نوع الرباعي PAGE .

حل التمرين الرابع : (ا.ش.ت.م 2020)

1- تعليم النقاط :



2- حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}x_C-x_B\\y_C-y_B\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1-5\\-3-(-2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-6\\-3+2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$

و منه: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$

استنتاج طول [BC] :

$[BC]=\sqrt{(-6)^2+(-1)^2}=$

$\sqrt{36+1}=\sqrt{37}=6.08$ $\quad [BC]=6.08$

3- ايجاد إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة [AC] :

$M=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{1+(-1)}{2}=\frac{1-1}{2}=\frac{0}{2}=0 \quad , \quad x_M=0x$

$M=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{2+(-3)}{2}=\frac{2-3}{2}=-\frac{-1}{2}=-0.5 \quad , \quad y_M=-0.5\ y$

إحداثيتي M هي : M (0 , -0.5)

4- ايجاد احداثيتي النقطة D :

بما $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{BM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي : $\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x_M-x_B\\y_M-y_B\end{pmatrix}=\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix}x_D-x_M\\y_D-y_M\end{pmatrix}$

أ- حساب احداثيتي $\overrightarrow{BM}$:

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x_M-x_B\\y_M-y_B\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0-5\\-0.5-(-2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-5\\-0.5+2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-5\\1.5\end{pmatrix}$

ب- حساب احداثيتي $\overrightarrow{MD}$:

مما سبق : $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}-5\\1.5\end{pmatrix}=\overrightarrow{MD}\begin{pmatrix}x_D-x_M\\y_D-y_M\end{pmatrix}$

أي : $\begin{cases}x_D-x_M=-5\\y_D-y_M=1.5\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}x_D-0=-5\\y_D-(-0.5)=1.5\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}x_D=-5\\y_D=1\end{cases}$ احداثيتي D هي $D(-5,1)$

استنتاج نوع الرباعي ABCD :

بما أن القطران [AC] و [BD] يتقاطعان في النقطة M

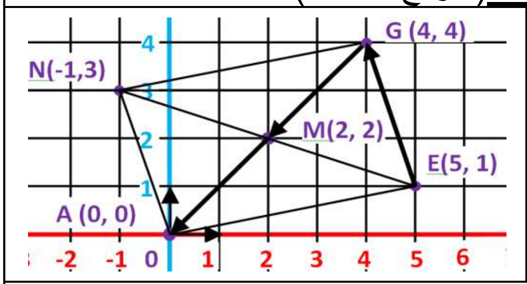
و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [AC] (من المعطيات)

و بما أن $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MD}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [BD]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.

حل التمرين الأول :(نموذج 2020)

1- تعليم النقاط :



2- حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}x_G-x_E\\y_G-y_E\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-5\\4-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

و منه: $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

استنتاج طول [EG] :

$[EG]=\sqrt{(-1)^2+(3)^2}=$

$\sqrt{1+9}=\sqrt{10}=3.16$ $\quad [EG]=3.16$

3- ايجاد إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة [NE] :

$M=\frac{x_N+x_E}{2}=\frac{-1+5}{2}=\frac{4}{2}=2 \quad , \quad x_M=2x$

$M=\frac{y_N+y_E}{2}=\frac{3+1}{2}=-\frac{4}{2}=2 \quad , \quad y_M=2\ y$

إحداثيتي M هي : M (2, 2)

4- ايجاد احداثيتي النقطة A :

بما $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{GM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي : $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{GM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{GM}\begin{pmatrix}x_M-x_G\\y_M-y_G\end{pmatrix}=\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x_A-x_M\\y_A-y_M\end{pmatrix}$

أ- حساب احداثيتي $\overrightarrow{GM}$:

$\overrightarrow{GM}\begin{pmatrix}x_M-x_G\\y_M-y_G\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-4\\2-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$

ب- حساب احداثيتي $\overrightarrow{MA}$:

مما سبق : $\overrightarrow{GM}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}=\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x_A-x_M\\y_A-y_M\end{pmatrix}$

أي : $\begin{cases}x_A-x_M=-2\\y_A-y_M=-2\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}x_A-2=-2\\y_A-2=-2\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}x_A=0\\y_A=0\end{cases}$ احداثيتي A هي $A(0,0)$

استنتاج نوع الرباعي ANGE :

بما أن القطران [NE] و [GA] يتقاطعان في النقطة M

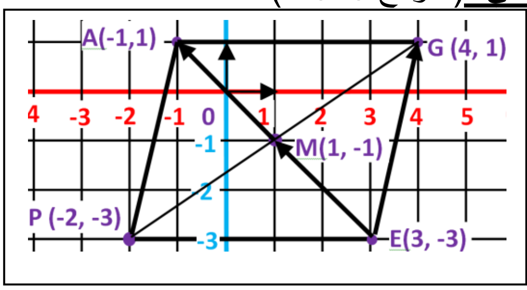
و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [NE] (من المعطيات)

و بما أن $\overrightarrow{GM}=\overrightarrow{MA}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [GA]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي ANGE متوازي الأضلاع.

حل التمرين الثاني :(نموذج 2020)

1- تعليم النقاط :



2- حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{EG}$

$\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}x_G-x_E\\y_G-y_E\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4-3\\1-(-3)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1+3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

و منه: $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

استنتاج طول [EG] :

$[EG]=\sqrt{(1)^2+(4)^2}=$

$\sqrt{1+16}=\sqrt{17}=4.12$ $\quad [EG]=4.12$

3- ايجاد إحداثيتي النقطة M منتصف القطعة [PG] :

$M=\frac{x_P+x_G}{2}=\frac{-2+4}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad , \quad x_M=1x$

$M=\frac{y_P+y_G}{2}=\frac{-3+1}{2}=-\frac{-2}{2}=-1 \quad , \quad y_M=-1\ y$

إحداثيتي M هي : M (1 , -1)

4- ايجاد احداثيتي النقطة A :

بما $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{EM}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

أي : $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$: $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x_M-x_E\\y_M-y_E\end{pmatrix}=\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x_A-x_M\\y_A-y_M\end{pmatrix}$

أ- حساب احداثيتي $\overrightarrow{EM}$:

$\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}x_M-x_E\\y_M-y_E\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-3\\-1-(-3)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\-1+3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

ب- حساب احداثيتي $\overrightarrow{MA}$:

مما سبق : $\overrightarrow{EM}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}=\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}x_A-x_M\\y_A-y_M\end{pmatrix}$

أي : $\begin{cases}x_A-x_M=-2\\y_A-y_M=2\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}x_A-1=-2\\y_A-(-1)=2\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}x_A=-1\\y_A=1\end{cases}$ احداثيتي A هي $A(-1,1)$

استنتاج نوع الرباعي PAGE :

بما أن القطران [EA] و [PG] يتقاطعان في النقطة M

و بما أن النقطة M هي منتصف القطر [PG] (من المعطيات)

و بما أن $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{MA}$ فإن النقطة M هي منتصف القطعة [EA]

و منه فإن القطران متناصفان إذن الرباعي PAGE متوازي الأضلاع.

التمرين الرابع : (3 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(-2, -3)$ ، $B(4, 1)$ ، $C(2, 4)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

ب) علما أنّ : $AC = \sqrt{65}$ و $BC = \sqrt{13}$ ،

بيّن أنّ المثلث ABC قائم.

3) أنشىء النقطة E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BC}$.

أثبت أنّ $ABCE$ مستطيل.

التمرين الأول : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(2, 6)$ ، $B(2, 1)$ ، $D(0, 5)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AB.

ب) علما أنّ : $DA = \sqrt{5}$ و $DB = \sqrt{20}$ ،

بيّن أنّ المثلث DAB قائم.

3) أنشىء النقطة C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

أثبت أنّ $ACBD$ مستطيل.

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(-4, 3)$ ، $C(1, -2)$ ، $D(-5, 1)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول AC.

ب) علما أنّ : $DA = \sqrt{5}$ و $DC = \sqrt{45}$ ،

بيّن أنّ المثلث ACD قائم.

3) أنشىء النقطة B صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

أثبت أنّ $ABCD$ مستطيل.

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(-5, 2)$ ، $B(3, 4)$ ، $D(-2, 7)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول DA.

ب) علما أنّ : $AB = \sqrt{68}$ و $DB = \sqrt{34}$ ،

بيّن أنّ المثلث ADB قائم.

3) أنشىء النقطة C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

أثبت أنّ $ADBC$ مربع.

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(2, 6)$ ، $B(-2, -1)$ ، $D(-4, 3)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BA.

ب) علما أنّ : $DB = \sqrt{20}$ و $DA = \sqrt{45}$ ،

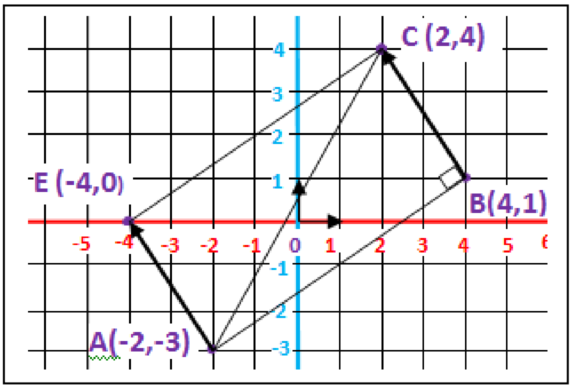
بيّن أنّ المثلث DAB قائم.

3) أنشىء النقطة C صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

أثبت أنّ $DACB$ مستطيل.

الحـــــــل:

1) تعليم النقط :



2) أ) حساب طول AB :

$AB = \sqrt{(4+2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{(6)^2 + (4)^2} = \sqrt{52}$

$AB = \sqrt{52}$

ب) بيان أن المثلث ABC قائم :

إذا كان المثلث ABC قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$: بالتعويض نجد $AC^2 = AB^2 + BC^2$

بالتعويض نجد :

$(\sqrt{65})^2 = (\sqrt{52})^2 + (\sqrt{13})^2$

$65 = 52 + 13$

$65 = 65$

و منه المثلث ABC قائم في B.

3) إثبات أن الرباعي ABCE مستطيل :

بما أن $\vec{AE} = \vec{BC}$ فإن النقط A,B,C,E تشكل الرباعي ABCE متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في B و الضلعين BC و AB غير متساويان فهو مستطيل.

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(4, 2)$ ، $B(-4, -2)$ ، $D(2, 6)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BD.

ب) علما أنّ : $DA = \sqrt{20}$ و $AB = \sqrt{80}$ ،

بيّن أنّ المثلث ABD قائم.

3) أنشىء النقطة C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.

أثبت أنّ $ABCD$ مستطيل.

التمرين السادس : (حسب نموذج 2014)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) علّم النقط : $A(0, 8)$ ، $B(4, 2)$ ، $C(-2, -2)$

2) أ) أعط القيمة المضبوطة للطول BC.

ب) علما أنّ : $AB = \sqrt{52}$ و $AC = \sqrt{104}$ ،

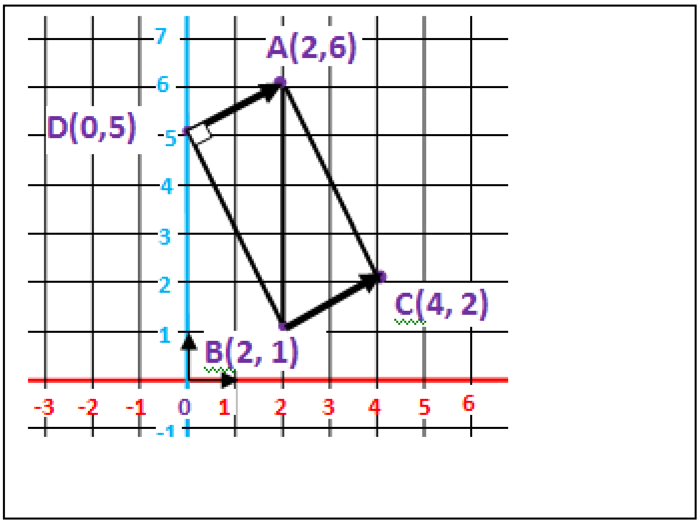
بيّن أنّ المثلث ABC قائم.

3) أنشىء النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BC}$.

أثبت أنّ $ABCD$ مربع.

حل التمرين الأول :

-1 تعليم النقاط :



2) أ) حساب طول AB :

$[AB]=\sqrt{(xB-xA)^2+(yB-yA)^2}$

$=\sqrt{(2-2)^2+(1-6)^2}$

$\sqrt{(0)^2+(-5)^2}=\sqrt{0+25}=\sqrt{25}$ $[AB]=\sqrt{25}$

ب) بيان أن المثلث DAB قائم :

إذا كان المثلث **DAB** قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$AB^2 = DB^2 + DA^2$ بالتعويض نجد : $(\sqrt{25})^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{5})^2$

أي : $25 = 20 + 5$ إذن : $25 = 25$

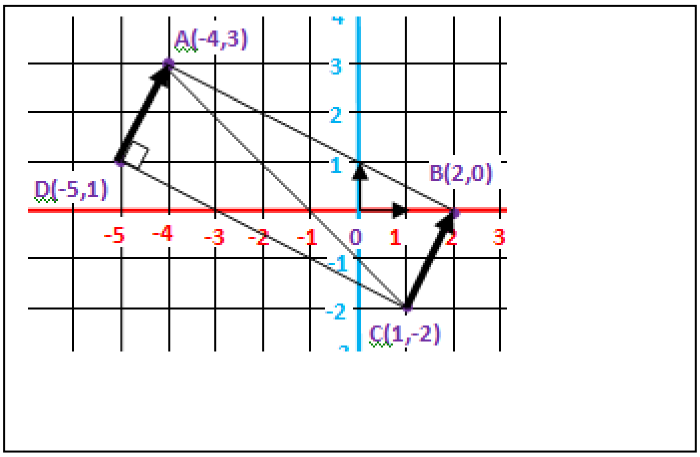
و منه DAB قائم في D

3) إثبات أن الرباعي ACBD مستطيل :

بما أن $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}$ فإن النقط A,C,B,D تشكل الرباعي ACBD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الثاني :

-1 تعليم النقاط :



2) أ) حساب طول AC :

$[AC]=\sqrt{(xC-xA)^2+(yC-yA)^2}$

$=\sqrt{(1-(-4))^2+(-2-3)^2}$

$=\sqrt{(1+4)^2+(-2-3)^2}$

$\sqrt{(5)^2+(-5)^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}$ $[AC]=\sqrt{50}$

ب) بيان أن المثلث ACD قائم :

إذا كان المثلث **ACD** قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$AC^2 = DC^2 + DA^2$ بالتعويض نجد : $(\sqrt{50})^2 = (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{5})^2$

أي : $50 = 45 + 5$ إذن : $50 = 50$

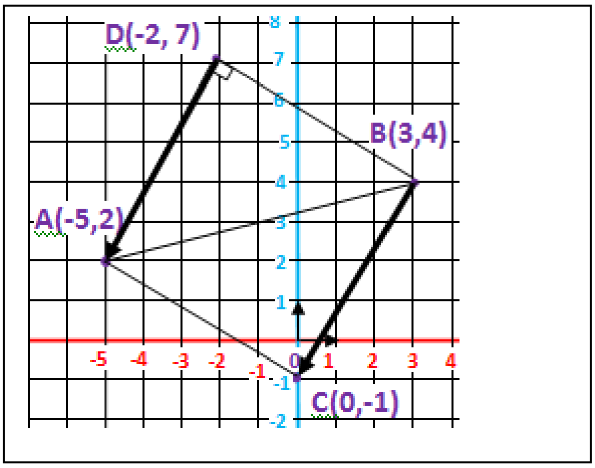
و منه ACD قائم في D

3) إثبات أن الرباعي ABCD مستطيل :

بما أن $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DC غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الثالث :

-1 تعليم النقاط :



2) أ) حساب طول DA :

$[DA]=\sqrt{(xA-xD)^2+(yA-yD)^2}$

$=\sqrt{(-5-(-2))^2+(2-7)^2}$

$=\sqrt{(-5+2)^2+(2-7)^2}$

$\sqrt{(-3)^2+(-5)^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$ $[DA]=\sqrt{34}$

ب) بيان أن المثلث ADB قائم :

إذا كان المثلث **ADB** قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$AB^2 = DA^2 + DB^2$ بالتعويض نجد : $(\sqrt{68})^2 = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2$

أي : $68 = 34 + 34$ إذن : $68 = 68$

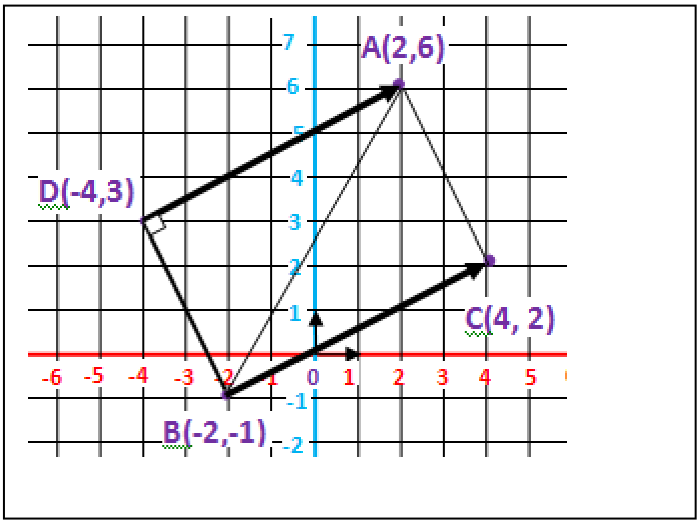
و منه ADB قائم في D

3) إثبات أن الرباعي ADBC مربع :

بما أن $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{BC}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ADBC متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB متساويان فهو مربع.

حل التمرين الرابع :

1- تعليم النقاط :



2) أ) **حساب طول BA :**

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}$

$=\sqrt{(2-(-2))^2+(6-(-1))^2}$

$=\sqrt{(2+2)^2+(6+1)^2}$

$\sqrt{(4)^2+(7)^2}=\sqrt{16+49}=\sqrt{65}$ $\quad [BA]=\sqrt{65}$

ب) بيان أن المثلث DAB قائم :

إذا كان المثلث **DAB** قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$BA^2 = DA^2 + DB^2$ بالتعويض نجد : $(\sqrt{65})^2 = (\sqrt{45})^2 + (\sqrt{20})^2$

أي : $65 = 45 + 20$ إذن : $65 = 65$

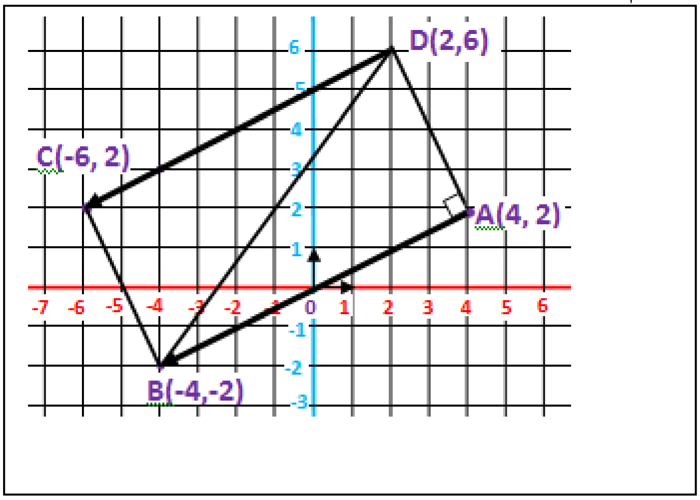
و منه DAB قائم في D

3) إثبات أن الرباعي DACB مستطيل :

بما أن $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA}$ فإن النقط D,A,C,B تشكل الرباعي **DACB** متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في D و الضلعين DA و DB غير متساويان فهو مستطيل.

حل التمرين الخامس :

1- تعليم النقاط :



2) أ) حساب طول BD :

$[BD]=\sqrt{(xD-xB)^2+(yD-yB)^2}$

$=\sqrt{(2-(-4))^2+(6-(-2))^2}$

$=\sqrt{(2+4)^2+(6+2)^2}$

$=\sqrt{(6)^2+(8)^2}$

$\sqrt{(36)^2+(64)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}$ $\quad [BD]=\sqrt{100}$

ب) بيان أن المثلث ABD قائم :

إذا كان المثلث ABD قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$BD^2 = AB^2 + DA^2$ بالتعويض نجد: $(\sqrt{100})^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{20})^2$

أي : $100 = 80 + 20$ إذن : $100 = 100$

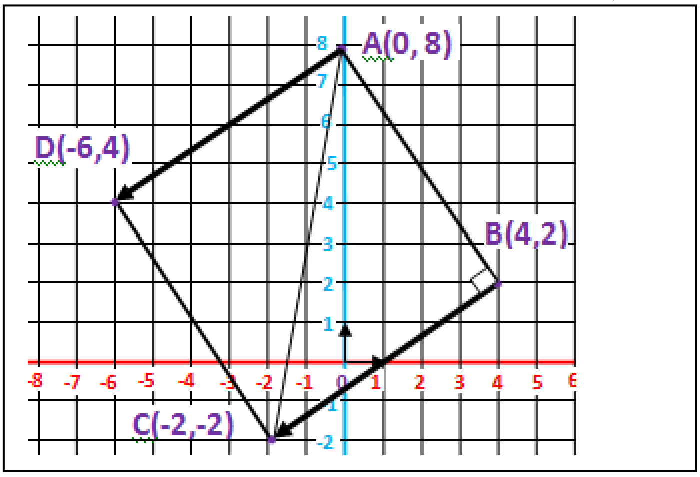
و منه ABD قائم في A.

3) إثبات أن الرباعي ABCD مستطيل :

بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في A و الضلعين AB و DA غير

حل التمرين السادس :

1- تعليم النقاط :



2) أ) حساب طول BC :

$[BC]=\sqrt{(xC-xB)^2+(yC-yB)^2}$

$=\sqrt{(-2-4)^2+(-2-2)^2}$

$\sqrt{(-6)^2+(-4)^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$ $\quad [BC]=\sqrt{52}$

ب) بيان أن المثلث ABC قائم :

إذا كان المثلث **ABC** قائم فإنه و حسب عكس نظرية فيثاغورث :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ بالتعويض نجد : $(\sqrt{104})^2 = (\sqrt{52})^2 + (\sqrt{52})^2$

أي : $104 = 52 + 52$ إذن : $104 = 104$

و منه ABC قائم في B

3) إثبات أن الرباعي ABCD مربع :

بما أن $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أنه قائم في B و الضلعين BC و AB متساويان فهو مربع.

التمرين الرابع : (03 نقاط) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (2, -1)$, $B\ (-2, 3)$, $C\ (-4, -3)$

2) احسب الطول AC و استنتج نوع المثلث ABC

علما أنّ $BC = 2\sqrt{10}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$

4) بيّن أن $(AB) \perp (CD)$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (1, 1)$, $B\ (5, 3)$, $C\ (3, -1)$

2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

علما أنّ $BC = 2\sqrt{5}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

4) بيّن أن $(AC) \perp (DB)$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (-4, 3)$, $B\ (3, 2)$, $C\ (8, -3)$

2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABD

علما أنّ $DA = 5\sqrt{2}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

4) بيّن أن $(AC) \perp (BD)$

التمرين الثالث : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (-5, 2)$, $B\ (3, 4)$, $C\ (5, -4)$

2) احسب الطول BC و استنتج نوع المثلث ABC

علما أنّ $BA = 2\sqrt{17}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

4) بيّن أن $(DB) \perp (AC)$

التمرين الرابع : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (-1,-4)$, $B\ (2, 2)$, $C\ (5, -4)$

2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

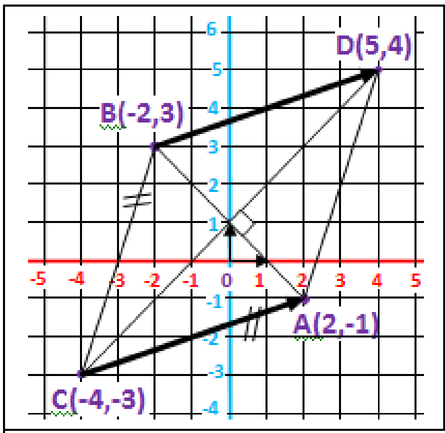
علما أنّ $BC = 3\sqrt{5}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

4) بيّن أن $(BD) \perp (AC)$

الحل :

1) تعليم النقط :



2) حساب AC :

$AC = \sqrt{(-4-2)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{36+4} = \mathbf{2\sqrt{10}}$

$AC = BC = 2\sqrt{10}$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته $[AB]$

3) حساب إحداثيتي النقطة D :

* بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{BD}$ متساويين $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$

فإن لهما نفس الإحداثيتين.

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} xD-xB \\ yD-yB \end{pmatrix} = \overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} xA-xC \\ yA-yC \end{pmatrix}$

حساب إحداثيتي $\overrightarrow{CA}$

$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} xA-xC \\ yA-yC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4 \\ -1+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases} xD - xB = 6 \\ yD - yB = 2 \end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases} xD - (-2) = 6 \\ yD - 3 = 2 \end{cases}$

و منه : $\begin{cases} xD = \mathbf{4} \\ yD = \mathbf{5} \end{cases}$ إحداثيتي D هي $D\ (\mathbf{4}, \mathbf{5})$

4) إثبات أن $(AB) \perp (CD)$:

بما أن $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل متوازي الأضلاع و

بما أن BC = AC فهو معين و منه قطراه CD و AB متعامدان :

$(AB) \perp (CD)$

التمرين الخامس : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (3,4)$, $B\ (-2,-1)$, $D\ (-4,3)$

2) احسب الطول AB و استنتج نوع المثلث DAB

علما أنّ $AD = 5\sqrt{2}$

3) احسب إحداثيتي النقطة C حتى يكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

4) بيّن أن $(CA) \perp (DB)$

التمرين السادس : (حسب نموذج 2012)

$(O, \vec{i}, \vec{j}\,)$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) علّم النقط $A\ (-3,2)$, $B\ (3, 6)$, $C\ (7, 0)$

2) احسب الطول BA و استنتج نوع المثلث ABC

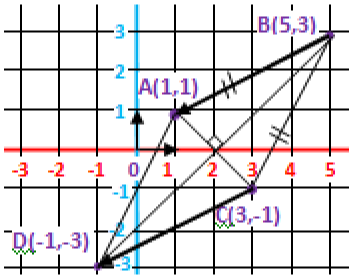
علما أنّ $BC = 2\sqrt{13}$

3) احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$

4) بيّن أن $(AC) \perp (BD)$

حل التمرين الأول :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[BA]$:

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}=$

$\sqrt{(1-5)^2+(1-3)^2}=\sqrt{(-4)^2+(-2)^2}$

$=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ $\qquad [BA]=2\sqrt{5}$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC]=[BA]=2\sqrt{5}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\vec{CD}$ و $\vec{BA}$ متساويين $\vec{BA}=\vec{CD}$ فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\vec{BA}$

$\vec{BA}\begin{pmatrix}xA-xB\\yA-yB\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-5\\1-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$

لدينا $\vec{CD}=\vec{BA}$ أي $\vec{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}=\vec{BA}\begin{pmatrix}-4\\-2\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xC=-4\\yD-yC=-2\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-3=-4\\yD-(-1)=-2\end{cases}$

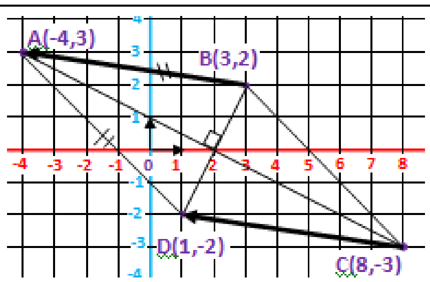
و منه : $\begin{cases}xD=-1\\yD=-3\end{cases}$ إحداثيتي D هي $D(-1,-3)$

4) إثبات أن $(DB)\perp(AC)$:

بما أن $\vec{BA}=\vec{CD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن BC = BA فإن الرباعي معين و منه قطراه DB و AC متعامدان : $(AC)\perp(DB)$

حل التمرين الثاني :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[BA]$:

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}=$

$\sqrt{(-4-3)^2+(3-2)^2}=\sqrt{(-7)^2+(1)^2}$

$=\sqrt{49+1}=\sqrt{50}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ $\qquad [BA]=5\sqrt{2}$

استنتاج نوع المثلث ABD: بما أن $[DA]=[BA]=5\sqrt{2}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\vec{CD}$ و $\vec{BA}$ متساويين $\vec{BA}=\vec{CD}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

حساب إحداثيتي $\vec{BA}$

$\vec{BA}\begin{pmatrix}xA-xB\\yA-yB\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4-3\\3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$

لدينا $\vec{CD}=\vec{BA}$ أي $\vec{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}=\vec{BA}\begin{pmatrix}-7\\1\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xC=-7\\yD-yC=1\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-8=-7\\yD-(-3)=1\end{cases}$

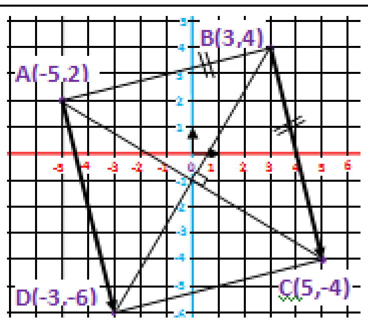
و منه : $\begin{cases}xD=1\\yD=-2\end{cases}$ إحداثيتي D هي $D(1,-2)$

4) إثبات أن $(DB)\perp(AC)$:

بما أن $\vec{BA}=\vec{CD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن DA = BA فإن الرباعي معين و منه قطراه BD و AC متعامدان : $(AC)\perp(BD)$

حل التمرين الثالث :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[BC]$:

$[BC]=\sqrt{(xC-xB)^2+(yC-yB)^2}=$

$\sqrt{(5-3)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{(2)^2+(-8)^2}$

$=\sqrt{4+64}=\sqrt{68}=\sqrt{4}\times\sqrt{17}=2\sqrt{17}$ $\qquad [BC]=2\sqrt{17}$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC]=[BA]=2\sqrt{17}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\vec{AD}$ و $\vec{BC}$ متساويين $\vec{BC}=\vec{AD}$ فإن لهما نفس الإحداثيتي.

حساب إحداثيتي $\vec{BC}$

$\vec{BC}\begin{pmatrix}xC-xB\\yC-yB\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5-3\\-4-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$

لدينا $\vec{AD}=\vec{BC}$ أي $\vec{AD}\begin{pmatrix}xD-xA\\yD-yA\end{pmatrix}=\vec{BC}\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xA=2\\yD-yA=-8\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-(-5)=2\\yD-2=-8\end{cases}$

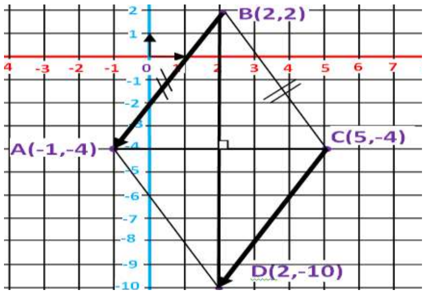
و منه : $\begin{cases}xD=-3\\yD=-6\end{cases}$ إحداثيتي D هي $D(-3,-6)$

4) إثبات أن $(DB)\perp(AC)$:

بما أن $\vec{BC}=\vec{AD}$ فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن BC = BA فإن الرباعي معين و منه قطراه DB و AC متعامدان : $(DB)\perp(AC)$

حل التمرين الرابع :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[BA]$:

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}$ =

$\sqrt{(-1-2)^2+(-4-2)^2}$ =$\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}$

=$\sqrt{9+36}$= $\sqrt{45}$= $\sqrt{9}$ x $\sqrt{5}$ = $3\sqrt{5}$ $[BA]$ = $3\sqrt{5}$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC]=[BA]$=$3\sqrt{5}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}$ متساويين $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}$ =
فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}xA-xB\\yA-yB\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1-2\\-4-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$

لدينا $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ أي $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}=\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xC=-3\\yD-yC=-6\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-5=-3\\yD-(-4)=-6\end{cases}$

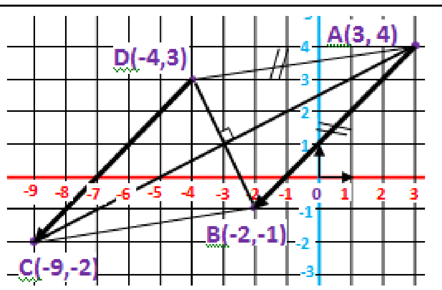
و منه : $\begin{cases}xD=2\\yD=-10\end{cases}$ إحداثيتي **D** هي **D** $(2,-10)$

4) إثبات أن (BD) ⊥ (AC) :

بما أن $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}$ = فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن BC = BA فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و BD متعامدان : (BD) ⊥ (AC)

حل التمرين الخامس

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[AB]$:

$[AB]=\sqrt{(xB-xA)^2+(yB-yA)^2}$ =

$\sqrt{(-2-3)^2+(-1-4)^2}$ =$\sqrt{(-5)^2+(-5)^2}$

=$\sqrt{25+25}$= $\sqrt{50}$= $\sqrt{25}$ x $\sqrt{2}$ = $5\sqrt{2}$ $[AB]$ = $5\sqrt{2}$

استنتاج نوع المثلث DAB: بما أن $[AB]=[AD]$=$5\sqrt{2}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي C :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{DC}$ و $\overrightarrow{AB}$ متساويين $\overrightarrow{DC}\,\overrightarrow{AB}$ =
فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}xB-xA\\yB-yA\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2-3\\-1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$

لدينا $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}xC-xD\\yC-yD\end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-5\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xC-xD=-5\\yC-yD=-5\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xC-(-4)=-5\\yC-3=-5\end{cases}$

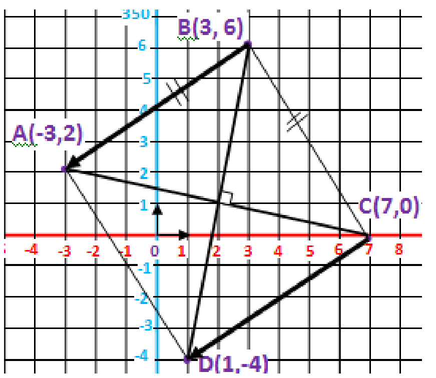
و منه : $\begin{cases}xC=-9\\yC=-2\end{cases}$ إحداثيتي **C** هي **C** $(-9,-2)$

4) إثبات أن (DB) ⊥ (CA) :

بما أن $\overrightarrow{DC}\,\overrightarrow{AB}$ = فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن AB = AD فإن الرباعي معين و منه قطراه CA و DB متعامدان : (DB) ⊥ (CA)

حل التمرين السادس :

1- تعليم النقاط :



2- حساب طول $[BA]$:

$[BA]=\sqrt{(xA-xB)^2+(yA-yB)^2}$ =

$\sqrt{(-3-3)^2+(2-6)^2}$ =$\sqrt{(-6)^2+(-4)^2}$

=$\sqrt{36+16}$= $\sqrt{52}$= $\sqrt{4}$ x $\sqrt{13}$ = $2\sqrt{13}$ $[BA]$ = $2\sqrt{13}$

استنتاج نوع المثلث ABC: بما أن $[BC]=[BA]$=$2\sqrt{13}$ فإن المثلث متساوي الساقين

3- حساب إحداثيتي D :

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BA}$ متساويين $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}$ =
فإن لهما نفس الإحداثيتين.

حساب إحداثيتي $\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}xA-xB\\yA-yB\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3-3\\2-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$

لدينا $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$ أي $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}xD-xC\\yD-yC\end{pmatrix}=\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-6\\-4\end{pmatrix}$

إذن $\begin{cases}xD-xC=-6\\yD-yC=-4\end{cases}$ بالتعويض $\begin{cases}xD-7=-6\\yD-0=-4\end{cases}$

و منه : $\begin{cases}xD=1\\yD=-4\end{cases}$ إحداثيتي **D** هي **D** $(1,-4)$

4) إثبات أن (BD) ⊥ (AC) :

بما أن $\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{BA}$ = فإن النقط A,B,C,D تشكل الرباعي ABCD متوازي الأضلاع و بما أن BC = BA فإن الرباعي معين و منه قطراه AC و BD متعامدان : (BD) ⊥ (AC)

تمرين يشمل : درس : الأشعة و الانسحاب + **درس** فيثاغورث

التمرين الرابع : (3.5 نقطة) امتحان شهادة التعليم المتوسط (2016)

1) أنشىء المثلث EFG القائم في F حيث : $EF=FG=4\ cm$.

2) أنشىء النقطتين :

D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EF}$.

C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

3) بيّن أنّ الرباعي EGDC مربع .

- احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$ ،

بيّن أنّ : $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$

التمرين الأول : (حسب نموذج 2016)

1) أنشىء المثلث ABC القائم في A حيث : $AB=AC=3\ cm$.

2) أنشىء النقطتين :

D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

E صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CB}$.

3) بيّن أنّ الرباعي BCDE مربع .

- احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{AC}$ ،

بيّن أنّ : $\vec{U} = \overrightarrow{DB}$

التمرين الثاني : (حسب نموذج 2016)

1) أنشىء المثلث RAG القائم في R حيث : $RA=RG= 5\ cm$.

2) أنشىء النقطتين :

B صورة النقطة R بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AR}$.

D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GA}$.

3) بيّن أنّ الرباعي GADB مربع .

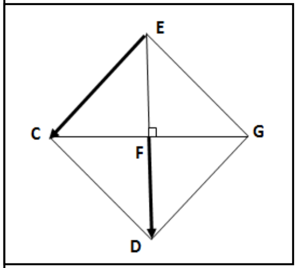
- احسب مساحته.

4) ليكن الشعاع $\vec{U}$ حيث : $\vec{U} = \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GR}$ ،

بيّن أنّ : $\vec{U} = \overrightarrow{GD}$

الحـــــل :

1) إنشاء المثلث EFG و النقطتين D و C



2) بيان أن الرباعي EGDC مربع :

أ) **من المعطيات :** بما أن C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{GD}$.

فإن الشعاعين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{GD}$ متساويين.

و منه فإن النقط : E,G,D,C تشكل رباعي **متوازي الأضلاع**.

ب) من خصائص **المعين** أن قطراه متعامدان ، و المثلث EFG قائم في G (**من المعطيات**)، إذن المتوازي الأضلاع EGDC **معين**.

{إثبات أن المعين EGDC مربع}

(**بالطريقة الأولى :** هذه الطريقة تعتمد على نظرية فيثاغورث و هي أسهل)

لإثبات أن المعين EGDC مربع، يكفي إثبات أن إحدى زواياه قائمة (لتكن الزاوية $\widehat{EGD}$:

1) حساب طول الضلع EG :

$EG^2 = FE^2 + FG^2$ (حسب نظرية فيثاغورث) $EG = \sqrt{32} = 5.65\ cm$

و بما أن EGDC معين فإن كل أضلاعه متقايسة و منه : $EG = DG =$ **5.65 cm**

و بما أن EGDC معين فإن قطراه متناصفان أي $ED = FE + FD =$ **8 cm**

2) إثبات أن المثلث EGD قائم في G:

$ED^2 = GE^2 + GD^2$ (حسب نظرية فيثاغورث) أي : $(8)^2 = (5.65)^2 + (5.65)^2$ و منه 64

أي : $31.92 + 31.92 = 63.84 \cong 64$

و منه المثلث EGD قائم في G أي المعين EGDC مربع

(**بالطريقة الثانية :** هذه الطريقة معقدة نوعا ما)

ج) **من خصائص المثلث القائم:** أنه إذا كان طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع، فإن المثلث قائم . (**ملاحظة:** هذه الخاصية درست في برنامج السنة الثالثة متوسط)

الإثبات : لدينا (من المعطيات) $FE = FG = 4\ cm$......(1)

بما أن الرباعي EGDC **متوازي الأضلاع** فإن قطراه متناصفان

أي : $FE = FD = 4\ cm$ ......(2)

للدينا من (1) و (2) : $FE = FG = FD$ و منه $2 \times FG= FE + FD$

إذن و حسب الخاصية المذكورة أعلاه فإن المثلث EGD قائم في G

بما أن المعين EGDC قائم فهو **مربع**

3) حساب مساحة المربع :

أ) حساب طول الوتر EG :

$EG^2 = FE^2 + FG^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$EG^2 = 4^2 + 4^2$ أي : $EG^2 = 16 + 16$ أي : $EG^2 = 32$ و من: $EG = \sqrt{32}$

ب) حساب مساحة المربع :

مساحة المربع هي : الضلع ^{2} أي : $S = \sqrt{32}^{\,2} =$ **32 cm²**

4) بيان أن $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$:

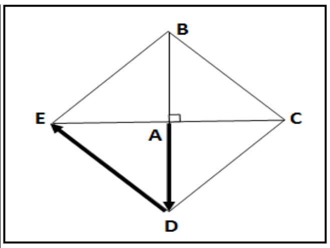
لدينا : $\vec{U} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{FG}$ هي $\vec{U} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG}$

أي : $\vec{U} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EG}$ (باستعمال علاقة شال)

و بما أن: $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED}$ فإن : $\vec{U} = \overrightarrow{ED}$

حل التمرين الأول :

1) إنشاء الشكل



2) بيان أن الرباعي BCDE مربع :

يكفي إتباع نفس المراحل المفصلة في حل تمرين (دورة جوان 2016)

3) حساب مساحة المربع :

أ) حساب طول الوتر BC :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$BC^2 = 3^2 + 3^2$ أي : $BC^2 = 9 + 9$ أي : $BC^2 = 18$ و من: $BC = \sqrt{18}$

ب) حساب مساحة المربع :

مساحة المربع هي : الضلع ^{2} أي : $S = \sqrt{18}^{\,2} =$ **18 cm²**

4) بيان أن $\vec{U} = \overrightarrow{DB}$:

لدينا : $\vec{U} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{AC}$ هي $\vec{U} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$

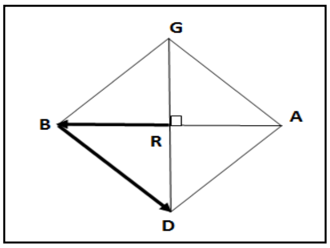
أي : $\vec{U} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DC}$ (باستعمال علاقة شال)

و بما أن الرباعي BCDE متوازي الأضلاع فإن : $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB}$

و منه : $\vec{U} = \overrightarrow{DB}$

حل التمرين الثاني :

1) إنشاء الشكل



2) بيان أن الرباعي GADB مربع :

يكفي إتباع نفس المراحل المفصلة في حل تمرين (دورة جوان 2016)

3) حساب مساحة المربع :

أ) حساب طول الوتر GA :

$GA^2 = RG^2 + RA^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

$GA^2 = 5^2 + 5^2$ أي : $GA^2 = 25 + 25$ أي : $GA^2 = 50$ و من: $GA = \sqrt{50}$

ب) حساب مساحة المربع :

مساحة المربع هي : الضلع ^{2} أي : $S = \sqrt{50}^{\,2} =$ **50 cm²**

4) بيان أن $\vec{U} = \overrightarrow{GD}$:

لدينا : $\vec{U} = \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GR}$ هي $\vec{U} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GR} + \overrightarrow{RB}$

أي : $\vec{U} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$ (باستعمال علاقة شال)

و بما أن الرباعي GADB متوازي الأضلاع فإن : $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GD}$

و منه : $\vec{U} = \overrightarrow{GD}$

النسب المثلثية في مثلث قائم

Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية	Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية	Tan ظل	Sin جيب تمام	Cos جيب	الزاوية
1.8040	0.8746	0.4848	**61**°	0.6009	0.5150	0.8572	**31**°	0.0175	0.0175	0.9998	**1**°
1.8807	0.8829	0.4695	**62**°	0.6249	0.5299	0.8480	**32**°	0.0349	0.0349	0.9994	**2**°
1.9626	0.8910	0.4540	**63**°	0.6494	0.5446	0.8387	**33**°	0.0524	0.0523	0.9986	**3**°
2.0503	0.8988	0.4384	**64**°	0.6745	0.5592	0.8290	**34**°	0.0699	0.0698	0.9976	**4**°
2.1445	0.9063	0.4226	**65**°	0.7002	0.5736	0.8192	**35**°	0.0875	0.0872	0.9962	**5**°
2.2460	0.9135	0.4067	**66**°	0.7265	0.5878	0.8090	**36**°	0.1051	0.1045	0.9945	**6**°
2.3559	0.9205	0.3907	**67**°	0.7536	0.6018	0.7986	**37**°	0.1228	0.1219	0.9925	**7**°
2.4751	0.9272	0.3746	**68**°	0.7813	0.6157	0.7880	**38**°	0.1405	0.1392	0.9903	**8**°
2.6051	0.9336	0.3584	**69**°	0.8098	0.6293	0.7771	**39**°	0.1584	0.1564	0.9877	**9**°
2.7475	0.9397	0.3420	**70**°	0.8391	0.6428	0.7660	**40**°	0.1763	0.1736	0.9848	**10**°
2.9042	0.9455	0.3256	**71**°	0.8693	0.6561	0.7547	**41**°	0.1944	0.1908	0.9816	**11**°
3.0777	0.9511	0.3090	**72**°	0.9004	0.6691	0.7431	**42**°	0.2126	0.2079	0.9781	**12**°
3.2709	0.9563	0.2924	**73**°	0.9325	0.6820	0.7314	**43**°	0.2309	0.2250	0.9744	**13**°
3.4874	0.9613	0.2756	**74**°	0.9657	0.6947	0.7193	**44**°	0.2493	0.2419	0.9703	**14**°
3.7321	0.9659	0.2588	**75**°	1.0000	0.7071	0.7071	**45**°	0.2679	0.2588	0.9659	**15**°
4.0108	0.9703	0.2419	**76**°	1.0355	0.7193	0.6947	**46**°	0.2867	0.2756	0.9613	**16**°
4.3315	0.9744	0.2250	**77**°	1.0724	0.7314	0.6820	**47**°	0.3057	0.2924	0.9563	**17**°
4.7046	0.9781	0.2079	**78**°	1.1106	0.7431	0.6691	**48**°	0.3249	0.3090	0.9511	**18**°
5.1446	0.9816	0.1908	**79**°	1.1504	0.7547	0.6561	**49**°	0.3443	0.3256	0.9455	**19**°
5.6713	0.9848	0.1736	**80**°	1.1918	0.7660	0.6428	**50**°	0.3640	0.3420	0.9397	**20**°
6.3138	0.9877	0.1564	**81**°	1.2349	0.7771	0.6293	**51**°	0.3839	0.3584	0.9336	**21**°
7.1154	0.9903	0.1392	**82**°	1.2799	0.7880	0.6157	**52**°	0.4040	0.3746	0.9272	**22**°
8.1443	0.9925	0.1219	**83**°	1.3270	0.7986	0.6018	**53**°	0.4245	0.3907	0.9205	**23**°
9.5144	0.9945	0.1045	**84**°	1.3764	0.8090	0.5878	**54**°	0.4452	0.4067	0.9135	**24**°
11.4301	0.9962	0.0872	**85**°	1.4281	0.8192	0.5736	**55**°	0.4663	0.4226	0.9063	**25**°
14.3007	0.9976	0.0698	**86**°	1.4826	0.8290	0.5592	**56**°	0.4877	0.4384	0.8988	**26**°
19.0811	0.9986	0.0523	**87**°	1.5399	0.8387	0.5446	**57**°	0.5095	0.4540	0.8910	**27**°
28.6363	0.9994	0.0349	**88**°	1.6003	0.8480	0.5299	**58**°	0.5317	0.4695	0.8829	**28**°
57.2900	0.9998	0.0175	**89**°	1.6643	0.8472	0.5150	**59**°	0.5543	0.4848	0.8746	**29**°
				1.7321	0.8660	0.5000	**60**°	0.5774	0.5000	0.8660	**30**°