

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

من الحياة اليومية

ولد معان في 29 فيفري 2004. في عام 2016 ، احتفل بعيد ميلاده بحفاوة وفرح منقطع النظير ... لأن هذا لا يحدث كل عام !



تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على ٤
وغير قابلة للقسمة على ١00،
إلا ان كانت تقبل القسمة على ٤٠٠



ما هي
الأسنة
التي يمكن
أن نطرد منها؟

الأعمال المبيعية والعمل البنائية

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي تتاج الفكر الإنساني و المستقل عن كل تجربة ، متواقة بحذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (أبرت شنستайн 1879-1955)

قابلية القسمة

أتذكر الدرس...

a و b عدوان طبيعيان حيث $0 \neq b$

نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث:

أكمل المساويات التالية: 3

a) $56 = 1 \times \dots$

$56 = 2 \times \dots$

$56 = 4 \times \dots$

$56 = 7 \times \dots$

b) $42 = 1 \times \dots$

$42 = 2 \times \dots$

$42 = 3 \times \dots$

$42 = 6 \times \dots$

قواسم العدد 42 هي:

قواسم العدد 56 هي:

القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي:

(1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية: 4

a) 48

b) 63

c) 75

d) 59

e) 51

(a) قواسم العدد 48 هي:

(b) قواسم العدد 63 هي:

(c) قواسم العدد 75 هي:

(d) قواسم العدد 59 هي:

(e) قواسم العدد 51 هي:

نسمي عدداً أولياً كلّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين 5

(والعدد نفسه). لكلّ من الأعداد التالية ، برّما إذا كان أولياً أم لا.

a) 77

b) 31

c) 19

d) 91

(a)

(b)

(c)

(d)

أنجز القسمات الإقليدية التالية: 1

a) 523 على 7

b) 535 على 12

c) 1283 على 59

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array}$$

اذن $523 = 7 \times \dots + \dots$

b)

$$\begin{array}{r} 5 \quad 3 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 8 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا". 2

قابل للقسمة على	9	5	4	3	2	
	413
	540
	7834
	2175
	81316

a و b عدادان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $(a; b)$ PGCD إلى

قول عن عدادان طبيعيان غير معدومان أنهما أوليان فيما بينهما عندما

9 حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

المقسم	القاسم	الباقي
.....
.....
.....
.....

10 هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما؟ بـر إجابت.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما.

2) بـر، دون حساب ، أنَّ العددان 965 و 7610 ليسا أوليان فيما بينهما.

11 هل العددان 115 و 231 أوليان فيما بينهما؟ بـر إجابت.

2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما؟ بـر إجابت.

أكمل ما يلي:

(1) قواسم العدد 24 هي:

قواسم العدد 36 هي:

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي:

$$\text{اذن } \text{PGCD}(24; 36) = \dots$$

(2) قواسم العدد 80 هي:

قواسم العدد 105 هي:

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي:

$$\text{اذن } \text{PGCD}(80; 105) = \dots$$

6

7

8

بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

$$\text{PGCD}(54; 49) \quad (1)$$

$$\text{PGCD}(91; 65) \quad (2)$$

أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322
تطبيق خوارزمية إقليدس.

المقسم	القاسم	الباقي
1078	322	112
322	112
.....
.....

$$\text{PGCD}(1078; 322) = \text{PGCD}(322; 112)$$

$$= \text{PGCD}(\dots)$$

$$= \text{PGCD}(\dots)$$

$$= \dots$$

اتذكر الدرس...

الكسر غير القابل للإختزال

■ إذا كان بسطُ و مقامُ كسر عددان أوليان فيما بينهما ، تقول أنَّ هذا الكسر

■ إذا قسمنا بسطَ و مقامَ كسر على يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

قرَّ جامع طوابع بريدية توزيع جزءٍ مما يجوزته ، 15

وهي 3283 طابع فرنسي وَ 2144 طابع أجنبي.

لهذا الغرض ، يُودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية.

- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل.

حدد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،

مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية في كل مجموعة.

اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال: 12

a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div \dots}{36 \div \dots} = \dots$

b) $\frac{48}{72} = \dots$

c) $\frac{77}{121} = \dots$

d) $\frac{92}{115} = \dots$

e) $\frac{78}{42} = \dots$

f) $\frac{225}{175} = \dots$

(1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 231 13

المقسم	القاسم	الباقي
.....
.....

(2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{264}{231} = \dots$

(1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و 935 14

المقسم	القاسم	الباقي
.....
.....
.....
.....

(2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$\frac{680}{935} = \dots$

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة .
تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة ! يجب العثور عليهم جميعا . !

D	C	B	A	النص
قاسم للعدد 36	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 3	12 هو 16
6	5	3	2	2724 قابل للقسمة على 17
1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 6, 7, 42	6 , 7	قواسم العدد 42 هي 18
أربعة قواسم مشتركة	ثلاثة قواسم مشتركة	قاسمان مشتركان	قاسم مشترك	العدنان 36 و 30 لهما بالضبط 19
أوليان فيما بينهما	لكل منها قاسمان فقط	لها قاسم مشترك وحيد	ليست لها قاسم مشترك	العدنان 31 و 23 20
أوليان فيما بينهما	لكل منها قاسمان فقط	لها قاسم مشترك وحيد	ليست لها قاسم مشترك	العدنان 51 و 76 21
17	5	2	1	PGCD (68 ; 85) هو 22
81	28	2	1	PGCD (2 268 ; 1400) هو 23
PGCD (256 ; 192)	64	4	2	جعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نسبته بـ 24
هناك 31 فريق .	هناك 16 لاعب في كل فريق .	هناك 7 فتیان بكل فريق .	هناك 31 فتاة في كل فريق .	٢٥ تزيد متوسطة تقسيم 279 فتاة و 217 فتى في فرق مختلفة . عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق . وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن . لذا ...

الأعمال المبيعية والعمل البنائية

كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي تتاج الفكر الإنساني و المستقل عن كل تجربة ، متواقة بحذه الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (أبرت شنستайн 1879-1955)

قابلية القسمة

أذكر الدرس...

a و b عدوان طبيعيان حيث $0 \neq b$

نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث:

أكمل المساويات التالية: 3

a) $56 = 1 \times 56$

$56 = 2 \times 28$

$56 = 4 \times 14$

$56 = 7 \times 8$

b) $42 = 1 \times 42$

$42 = 2 \times 21$

$42 = 3 \times 14$

$42 = 6 \times 7$

$1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$

$1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56$

$1, 2, 7, 14$

قواسم العدد 42 هي:

قواسم العدد 56 هي:

القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي:

(1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية: 4

a) 48 b) 63 c) 75 d) 59 e) 51

$1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 48$ هي: (a) قواسم العدد 48 هي:

$1, 3, 7, 9, 21, 63$

(b) قواسم العدد 63 هي:

$1, 3, 5, 15, 25, 75$

(c) قواسم العدد 75 هي:

$1, 59$

(d) قواسم العدد 59 هي:

$1, 3, 17, 51$

(e) قواسم العدد 51 هي:

نسمي عدداً أولياً كلّ عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين (5) (والعدد نفسه). لكلّ من الأعداد التالية ، بررّما إذا كان أولياً أم لا.

a) 77 b) 31 c) 19 d) 91

(a) 77 ليس عدداً أولياً ، لأنّه يقبل القسمة على 11.

(b) 31 عدد أولياً

(c) 19 عدد أولياً

(d) 91 ليس عدداً أولياً ، لأنّه يقبل القسمة على 7.

أنجذ القسمات الإقليدية التالية: 1

a) 523 على 7 b) 535 على 12 c) 1283 على 59

a)

$$\begin{array}{r} 5 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

اذن $523 = 7 \times 74 + 5$

b)

$$\begin{array}{r} 5 \quad 3 \quad 5 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 4 \quad 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

اذن $535 = 12 \times 44 + 7$

c)

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 8 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \\ \hline 4 \quad 4 \end{array}$$

اذن $1283 = 59 \times 21 + 44$

أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا". 2

قابل للقسمة على					
9	5	4	3	2	
لا	لا	لا	لا	لا	413
نعم	نعم	نعم	نعم	نعم	540
لا	لا	لا	لا	نعم	7834
لا	نعم	لا	نعم	لا	2175
لا	نعم	لا	نعم	نعم	81316

أمثلة على الدرس...

a و b عدادان طبيعيان غير معدومان.

نرمز بـ $(a; b)$ PGCD إلى

قول عن عدادان طبيعيان غير معدومان أنهما أوليان فيما بينهما عندما يكون قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1.

9 حدد القاسم المشترك الأكبر للعدادين 592 و 999.

المقسم	القاسم	الباقي
999	592	407
592	407	185
407	185	37
185	37	0

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(999; 592) &= \text{PGCD}(592; 407) \\ &= \text{PGCD}(407; 185) \\ &= \text{PGCD}(185; 37) \\ &= 37 \end{aligned}$$

10 هل العدادان 32 و 27 أوليان فيما بينهما؟ ببر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

قواسم العدد 27 هي: 1, 3, 9, 27

القاسم المشترك لـ 32 و 27 هي: 1

اذن $\text{PGCD}(32; 27) = 1$

العدادان 32 و 27 أوليان فيما بينهما.

2) ببر، دون حساب، أنَّ العدادان 965 وَ 7610

ليسا أوليان فيما بينهما.

العدادان 965 وَ 7610 يقبلان القسمة على 5.

ومنه نستنتج أنَّ العدادان 965 وَ 7610 ليسا أوليان فيما بينهما.

11 هل العدادان 115 و 231 أوليان فيما بينهما؟ ببر إجابتك.

$$231 = 115 \times 2 + 1 \quad \text{و} \quad 115 = 115 \times 1$$

اذن $\text{PGCD}(231; 115) = \text{PGCD}(115; 1)$

العدادان 115 و 231 أوليان فيما بينهما

2) هل العدادان 225 و 744 أوليان فيما بينهما؟ ببر إجابتك.

العدادان 225 وَ 744 يقبلان القسمة على 3.

ومنه نستنتج أنَّ العدادان 225 وَ 744 ليسا أوليان فيما بينهما.

6 أكمل ما يلي:

(1) قواسم العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

قواسم العدد 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 12

$$\text{اذن } \text{PGCD}(24; 36) = 12$$

(2) قواسم العدد 80 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20,

40, 80

قواسم العدد 105 هي: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: 1, 5

$$\text{اذن } \text{PGCD}(80; 105) = 5$$

7

بالإسقاط بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم الـ PGCD التالية:

$$\text{PGCD}(54; 49)$$

قواسم العدد 54 هي: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

قواسم العدد 49 هي: 1, 7, 49

القواسم المشتركة لـ 54 و 49 هي: 1

$$\text{اذن } \text{PGCD}(54; 49) = 1$$

$$\text{PGCD}(91; 65)$$

قواسم العدد 91 هي: 1, 7, 13, 91

قواسم العدد 65 هي: 1, 5, 13, 65

القواسم المشتركة لـ 91 و 65 هي: 1, 13

$$\text{اذن } \text{PGCD}(91; 65) = 13$$

8

أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعدادين 1078 و 322

تطبيق خوارزمية إقليدس.

المقسم	القاسم	الباقي
1078	322	112
322	112	98
112	98	14
98	14	0

$$\text{PGCD}(1078; 322) = \text{PGCD}(322; 112)$$

$$= \text{PGCD}(112; 98)$$

$$= \text{PGCD}(98; 14)$$

$$= 14$$

اتذكر الدرس...

الكسر غير القابل للإختزال

- إذا كان بسط و مقام كسر عددان أوليان فيما بينهما ، تقول أنَّ هذا الكسر غير قابل للإختزال.
- إذا قسمنا بسط و مقام كسر على قاسمها المشترك الأكبر ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

قرر جامع طوابع بريدية توزيع جزءٍ مما يحوزته ، **15**

وهي 3283 طابع فرنسي و 2144 طابع أجنبي.

لهذا الغرض ، يود توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية.
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل.

حدد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،

مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية في كل مجموعة.

اختبار الحبوب:

نسمي x أكبر عدد من المجموعات يمكن لها تكوينها.

إعداد المعادلة:

العدد x هو عدد طبيعي ، يجب أن يكون قاسم مشترك للعددين 3283 و 2144

بالإضافة إلى ذلك ، يجب أن يكون x أكبر مما يمكن.

$$\text{اذن: } x = \text{PGCD}(3283; 2144)$$

الحل:

المقسم	القاسم	الباقي
3283	2144	1139
2144	1139	1005
1139	1005	134
1005	134	67
134	67	0

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(3283; 2144) &= \text{PGCD}(2144; 1139) \\ &= \text{PGCD}(1139; 1005) \\ &= \text{PGCD}(1005; 134) \\ &= \text{PGCD}(134; 67) \\ &= 67 \end{aligned}$$

خلاصة:

الجامع يمكن أن يشكل 67 مجموعة.

إضافة إلى ذلك ، $2144: 67 = 32$ و $3283: 67 = 49$.
اذن كل مجموعة تحوي 49 طابع فرنسي و 32 طابع أجنبي.

اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال: **12**

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{45}{36} &= \frac{45 \div 9}{36 \div 9} = \frac{5}{4} \\ \text{b)} \quad \frac{48}{72} &= \frac{48 \div 24}{72 \div 24} = \frac{2}{3} \\ \text{c)} \quad \frac{77}{121} &= \frac{77 \div 11}{121 \div 11} = \frac{7}{11} \\ \text{d)} \quad \frac{92}{115} &= \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5} \\ \text{e)} \quad \frac{78}{42} &= \frac{78 \div 6}{42 \div 6} = \frac{13}{7} \\ \text{f)} \quad \frac{225}{175} &= \frac{225 \div 25}{175 \div 25} = \frac{9}{7} \end{aligned}$$

(1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 231 **13**

المقسم	القاسم	الباقي
264	231	33
231	33	0

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(264; 231) &= \text{PGCD}(231; 33) \\ &= 33 \end{aligned}$$

(2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$$\frac{264}{231} = \frac{264 \div 33}{231 \div 33} = \frac{8}{7}$$

(1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و 935 **14**

المقسم	القاسم	الباقي
935	680	255
680	255	170
255	170	85
170	85	0

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(935; 680) &= \text{PGCD}(680; 255) \\ &= \text{PGCD}(255; 170) \\ &= \text{PGCD}(170; 85) \\ &= 85 \end{aligned}$$

(2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

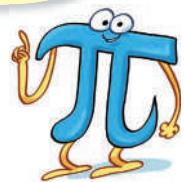
$$\frac{680}{935} = \frac{680 \div 85}{935 \div 85} = \frac{8}{11}$$

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة .
تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا . !

D	C	B	A	النص
قاسم للعدد 36	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 3	12 هو 16
6	5	3	2	قابل للقسمة على 2724 17
1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 6, 7, 42	6 , 7	قواسم العدد 42 هي 18
أربعة قواسم مشتركة	ثلاثة قواسم مشتركة	قاسمان مشتركان	قاسم مشترك	العدنان 36 و 30 لهما بالضبط 19
أوليان فيما بينهما	لكل منها قاسمان فقط	لها قاسم مشترك وحيد	ليس لها قاسم مشترك	العدنان 31 و 23 20
أوليان فيما بينهما	لكل منها قاسمان فقط	لها قاسم مشترك وحيد	ليس لها قاسم مشترك	العدنان 51 و 76 21
17	5	2	1	PGCD (68 ; 85) هو 22
81	28	2	1	PGCD (2 268 ; 1400) هو 23
PGCD (256 ; 192)	64	4	2	جعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطه بـ 24
هناك 31 فريق .	هناك 16 لاعب في كل فريق .	هناك 7 قيادي بكل فريق .	هناك 31 فتاة في كل فريق .	تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و 217 فتى في فرق مختلفة . عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق . وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن . لذا ... 25



والآن ،
هل يُمْكِنُكَ حساب
كم مرة احتجَلَ معاذ
حقاً بعيد ميلاده ؟



تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100 ،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400

ترجمة الاستاذ: عبد الحفيظي عادل

صفحة: فيلدز في الرياضيات