

تمارين حول القاسم المشترك الأكبر لعددين

تمرين 1

1 - أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 4539 و 3471 مع كتابة مراحل الحل .

2 - استنتج الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي $\frac{4539}{3471}$.

3 - استخدم نتيجة السؤال السابق لحساب $E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26}$

الحل

1 - باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$$4\,539 = 1 \times 3\,471 + 1\,068$$

$$3\,471 = 3 \times 1\,068 + 267$$

$$1\,068 = 4 \times 267 + 0$$

$$\text{PGCD}(4\,539, 3\,471) = 267$$

$$\frac{4\,539}{3\,471} = \frac{4\,539 : 267}{3\,471 : 267} = \frac{17}{13}$$

$$E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26} = \frac{17}{13} + \frac{3}{26} = \frac{17 \times 2}{26} + \frac{3}{26} = \frac{34}{26} + \frac{3}{26} = \frac{37}{26}$$

تمرين 2

نعتبر العددين 286 و 130 .

1 - باستعمال خوارزمية إقليدس عين (286 ، 130) PGCD .

2 - ليكن الكسر $A = \frac{286}{130}$. أكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال .

الحل

a	b	r
286	130	26
130	26	0

الفرق	b	a
156	130	286
26	130	156
104	26	130
78	26	104
52	26	78
26	26	52
0	26	26

$$\text{PGCD} (286, 130) = 26$$

حسب نتيجة السؤال الأول لدينا : $286 = 26 \times 11$ و $130 = 26 \times 5$ ومنه :

$$\frac{286}{130} = \frac{11 \times 26}{5 \times 26} = \frac{11}{5}$$

الكسر $\frac{11}{5}$ غير قابل للاختزال .

تمرين 4

يصنع خباز في محله بيتزا في صينية مستطيلة الشكل بعديها 55 cm ، 99cm .
ولكي يبيعها يجب عليه تقسيم البيتزا الى مربعات متساوية ، طول ضلع كل منها عدد طبيعي ،
ما هو عدد القطع التي يمكنه الحصول عليها دون خسارة ؟

الحل

$$99 = 1 \times 55 + 44$$

$$55 = 1 \times 44 + 11$$

$$44 = 4 \times 11 + 0$$

$$\text{PGCD} (99, 55) = 11$$

$$99 \div 11 = 9$$

$$55 \div 11 = 5$$

$$9 \times 5 = 45$$

عدد القطع التي يمكنه الحصول عليها دون خسارة هو: 45 قطعة .

تمرين 5

يريد السيد مختار تسييج حقل مستطيل الشكل أبعاده : 39 m ، 135 m .

أراد أن يغرس أعمدة حيث تكون المسافة بين الأعمدة المتجاورة أكبر ما يمكن من الأمتار، و أن يغرس عمودا في كل ركن .

1 - ما هي المسافة التي تفصل بين كل عمودين .

2 - ما هو عدد الأعمدة التي يمكن غرسها .

الحل

المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين هي : $\text{Pgcd} (135 , 39)$

$$135 = 39 \times 3 + 18$$

$$39 = 18 \times 2 + 3$$

$$18 = 6 \times 3 + 0$$

$$\text{Pgcd}(135 ; 39) = 3$$

المسافة التي تفصل بين كل عمودين متجاورين هي : 3m

$$135 : 3 = 45$$

$$39 : 3 = 13$$

$$2 (45 + 13) = 116$$

إذن عدد الأعمدة هو : 116

تمرين 6

1 - أوجد مع إبراز كل مراحل الحساب القاسم المشترك الأكبر للعددين : 4539 ، 3471

2 - استنتج الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي : $\frac{4539}{3471}$

3 - استعمل السؤال السابق لحساب : $E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26}$

الحل

1 - باستعمال خوارزمية إقليدس :

$$4\,539 = 1 \times 3\,471 + 1\,068$$

$$3\,471 = 3 \times 1\,068 + 267$$

$$1\,068 = 4 \times 267 + 0$$

$$\text{PGCD}(4\,539, 3\,471) = 267$$

2 - لإيجاد الكسر غير القابل للاختزال ، نقسم البسط و المقام على قاسمهما المشترك الأكبر.

$$\frac{4\,539}{3\,471} = \frac{4\,539 : 267}{3\,471 : 267} = \frac{17}{13}$$

$$E = \frac{4539}{3471} + \frac{3}{26} = \frac{17}{13} + \frac{3}{26} = \frac{17 \times 2}{26} + \frac{3}{26} = \frac{34}{26} + \frac{3}{26} = \frac{37}{26}$$

تمرين 8

حديقة مستطيلة الشكل بعدها : 3.12dam و 2.16dam

أراد صاحبها أن يقسمها إلى أحواض مربعة الشكل و متقايسة ، وأن يكون طول ضلع كل منها أكبر عدد طبيعي ممكن

1 (كيف يتم اختيار طول ضلع الحوض ؟

2 (ما هو عدد الأحواض ؟

الحل

$$2.16\text{dam} = 2160 \text{ cm} , \quad 3.12\text{dam} = 3120 \text{ cm}$$

$$3120 = 1 \times 2160 + 960$$

$$2160 = 2 \times 960 + 240$$

$$960 = 4 \times 240 + 0$$

$$\text{dcgp}(3120, 2160) = 240$$

طول ضلع كل حوض هو : 2.4m .

$$3120 \div 240 = 13$$

$$2160 \div 240 = 9$$

$$13 \times 9 = 117$$

عدد الأحواض هو: 117 .

تمرين 9

يريد أحمد أن يبلط ممرا طوله 5.18m و عرضه 1.85 m ببلاطات مربعة الشكل طول ضلع كل واحدة أكبر ما يمكن.

1 - أحسب طول ضلع كل بلاطة.

2 - ما هو عدد البلاطات اللازمة ؟

الحل

$$5,18 \text{ m} = 518 \text{ cm}$$

$$1,85 \text{ m} = 185 \text{ cm}$$

$$518 = 3 \times 185 + 148$$

$$185 = 1 \times 148 + 37$$

$$148 = 4 \times 37 + 0$$

$$\text{Pgcd}(518, 185) = 37$$

$$518 \div 37 = 14$$

$$185 \div 37 = 5$$

$$14 \times 5 = 70$$

طول ضلع كل بلاطة هو: 37 cm

عدد البلاطات اللازمة هو: 70