الموجزفي الرياضيات

السنة الرابعة متوسط

ملخص شامل

إعداد: أم أنس

2022/2023

الاعداد الطبيعية و الاعداد الناطقة

- العددان الاوليان فيما بينهما هما العددان اللذان قاسمهما الاكبر يساوي **1**

أي **PGCD =1**

- الكسر الغير قابل للإختزال هو الكسرالذي بسطه و مقامه أوليان فيما بينهما
- لإجاد القاسم المشترك الاكبر **PCGD** نتبع إحدى الطرق التالية :

- نبحث عن جميع القواسم نأخذ أكبرها
- عملية الطرح المتتالية
- القسمة الإقليدية

تذكير

- عند حساب القاسم المشترك لا تنسى ذكر طريقة القسمة أو الطرح المتتابع
- عند طلب إختزال كسر $\frac{a}{b}$ يجب ذكر أن **PCGD** يختلف عن الواحد إذا الكسر قايل للإختزال

الحساب على الجذور

حل المعادلة $x^2=b$ حيث b عدد طبيعي

إذا كان b>0

فإن للمعادلة $x^2=b$

حلان هما :

$+\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$

مثال $x^2 = 9$

بجذر الطرفين نجد

$X = 3$

$X= -3$

إذا كان b =0

فإن للمعادلة $x^2=b$

حلا واحدا و هو : 0

مثال : $x^2=0$

و منه x =0

اذا كان: b<0

فان المعادلة $x^2=b$ ليس لها حلا

مثال

$x^2 = -9$

لا يوجد مربع سالب

خواص عن الجذور يجب معرفتها

- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$
- $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$

قواعد أساسية في القوى

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\sqrt{a}^2 = a$$

يوجد عددان متعاكسان هما $\sqrt{a}$ و$-\sqrt{a}$

لجعل مقام النسبة $\frac{q}{\sqrt{b}}$ عدد ناطقا نضرب كلا من البسط والمقام في المرافق

مثال $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

الحساب الحرفي: المتطابقات الشهيرة

مربع مجموع	مربع فرق	جداء مجموع حدين وفرقهما
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$	$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$	$(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$

التحليل والنشر

التحليل باستعمال العامل المشترك : نحدد العامل المشارك بين الحدين او الحدود ثم نطبق الخاصية التوزيعية

$$k \times a + k \times b = k(a+b)$$

مثال توضيحي:

$$A = 3(\sqrt{2}x + 1) - (\sqrt{2}x + 1)(x + \sqrt{2})$$

بملاحظة ان $(\sqrt{2}x + 1)$ هو عامل مشترك بين الحدين نجد ان :

$$A = 3(\sqrt{2}X + 1) - (\sqrt{2}X + 1)(X + \sqrt{2})$$

$$A = (\sqrt{2}x + 1)[3 - (x + \sqrt{2})]$$

$$A = (\sqrt{2}X + 1)(3 - X - \sqrt{2})$$

$$A = (\sqrt{2}X + 1)(-X - \sqrt{2} + 3)$$

التحليل باستعمال المتطابقات الشهيرة : يجب معرفة نوع المتطابقة : مربع مجموع او مربع فرق او جداء مجموع حدين وفرقهما ثم نجري عملية التحليل كما هو موضح في المثال :

- $4x^2 - 9 = (2X)^2 - 3^2 = (2X - 3)(2X + 3)$

- $x^2 - 6X + 9 = x^2 - 2 \times X \times 3 + 3^2 = (X - 3)^2$

- $9x^2 + 4 + 12X = 3X^2 + 2^2 + 2 \times 3X \times 2 = (3X + 2)^2$

مثال تطبيقي عن النشر و التبسيط

انشر وبسط: $(X - 5)(X + 4)$

حلل العبارة Hالى جداء عاملين

$H = x^2 - X - 20 + 2X(X + 4)$

النشر و التبسيط :

$$(X - 5)(X + 4) = x^2 + 4X - 5X - 20$$
$$= x^2 - X - 20$$

التحليل الى جداء عاملين :

$$H = x^2 - X - 20 + 2X(X + 4)$$

$$H = (X - 5)(X + 4) + 2X(X + 4)$$
$$H = (X + 4)[(X - 5) + 2X]$$
$$H = (X + 4)(3X - 5)$$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

ax+b=0

معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد وحلها هو إيجاد

مجموعة حلولها أي الاعداد التي تحقق المساواة

لحلها يجب التقيد بما يلي:

- قراءة نص المسالة وفهمها وتحديد المعطيات
- اختيار المجهول
- ترجمة المعطيات وكتابتها في صيغة معادلة
- القيام بحل المعادلة

حل المعادلة يؤل الى

Ax+b=0

Ax=-b

$X=\frac{-b}{a}$

كل معادلة من الشكل

$$(ax+b)(cx+d)=0$$

حيث a,b,c,d اعداد معلومة تسمى معادلة جداء معدوم

وغالبا ما تأتي في الاختيارات على شكل تمرين حل المعادلة

مثال : في درس التحليل والنشر حل المعادلة

$$(5x+1)(6x+3)=0$$

نقول اما $(5x+1)=0$,

ومنه 5x=-1

$X=\frac{-1}{5}$

واما $(6x+3)=0$

ومنه

6x=-3

$X=\frac{-3}{6}=\frac{-1}{2}$

حلول المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

كل عبارة من الشكل

$ax - b > 0$

$ax + b < 0$

$ax - b \leq 0$

$ax - b \geq 0$

حلها يؤل الى إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة تسمى متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

مثال توصيحي

حل المتراجحة :

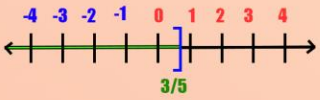
$5x \leq 3$

نضرب طرفي المتراجحة في العدد $\frac{1}{5}$ نجد

$$x \leq \frac{3}{5}$$

ونكتب حلول المترجحة هي كل الاعداد الأصغر من او تساوي $\frac{3}{5}$

تمثيل حلول المتراجحة على المستقيم المدرج بالجزء الملون



حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هي الجملة:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حلها هو إيجاد الثنائية $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في ان واحد

لحل الجملة جبريا نتبع احدى الطرق:

طريقة التعويض:

وهو التعبيرعن احد المجهولين بدلالة الاخر من احدى المعادلتين ثم نعوض ذلك المجهول بالعبارة الناتجة في المعادلة الأخرى

مثال:

$$\begin{cases} 3x + y = -4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

من المعادلة 2 نجد :

Y=x-2

بالتعويض في المعادلة 1 نجد :

$$3x + (x - 2) = -4$$

4x-2=-4

4x=-2

$X=\frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

نعوض بقيمة x في المعادلة 2 نجد:

$$\frac{-1}{2} - y = 2$$

$\frac{-1}{2}$-2=y

$$y = \frac{-5}{2}$$

ونقول بان حل الجملة هو الثنائية: $\left(\frac{-1}{2} \; ; \; \frac{-5}{2}\right)$

طريقة الجمع : وهي ان نضرب طرفي المعادلة بمعامل مناسب ثم نجمع المعادلتين طرفا الى طرف على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

مثال توضيحي:

$$\begin{cases} 6X - 2Y = 8 \\ X + 3Y = 1 \end{cases}$$

بضرب طرفي المعادلة 2 في 6- نجد

$$\begin{cases} 6X - 2Y = 8 \\ -6X - 18Y = -6 \end{cases}$$

بالجمع طرف الى طرف نجد :

$$-20Y = 2$$

$$Y = \frac{2}{-20} = -\frac{1}{10}$$

بالتعويض نجد:

$$X - \frac{3}{10} = 1$$

$$X = \frac{3}{10} + 1 = \frac{13}{10}$$

ونقول الثنائية : $\left(\frac{13}{10} \; ; \; \frac{-1}{10}\right)$ هي حل للجملة

الدالة الخطية و الدالة التالفية

كل دالة تكتب على شكل $f(x) = ax$ تسمى دالة خطية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدا

كل دالة تكتب على شكل $f(x) = ax + b$ تسمى دالة تالفية وتمثيلها البياني عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدا

النسب المئوية:

حساب $p\%$

معناه $\frac{p}{100}$

زيادة x ب: $p\%$ معناه: $x\left(1 + \frac{p}{100}\right)$

انخفاض x ب : $p\%$ معناه: $x\left(1 - \frac{p}{100}\right)$

مثال توضيحي :

انطلاقا من هاتين الدالتين نجد : $\begin{cases} f(x) = 2x & \text{خطية دالة} \\ g(x) = 3x + 6 & \text{تالفية دالة} \end{cases}$

تعيين صورة عدد بدالة :

ماهي صورة العدد 5 بالدلة f

ماهي صورة العدد 2 بالدالة g

احسب $f(4)$; $g(3)$

الحل :

صورة 5 بالدالة f: $f(5) = 2 \times 5 = 10$

صورة 2 بالدالة g: $g\ (2) = 3 \times 2 + 6 = 12$

$f\ (4) = 2 \times 4 = 8$

$g\ (3) = 3 \times 3 + 6 = 15$

تعيين عدد علمت صورته:

مثال : ماهو العددالذي صورته 12 بالدالة f

ماهو العدد الذي صورته 9 بالدالة g

الحل : العدد الذي صورته بالدالة f هو :

ومنه نجد : $2x = 12$ $\begin{cases} f(x) = 2x \\ f(x) = 12 \end{cases}$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

ونكتب صورة 12 بالدالة fهي العدد 6

- العدد الذي صورته 9 بالدالة g

لدينا $\begin{cases} g(x) = 9 \\ g(x) = 3x + 6 \end{cases}$ اذا : $3x + 6 = 9$

ومنه : 3x=9-6

3x=3

$X = \frac{3}{3} = 1$

ونكتب صورة العدد 9 بالدالة g هو العدد 1

تعيين دالة خطية :

اوجد الدالة الخطية fاذا علمت ان $f(7) = 35$

الحل:

إيجاد العدد a $a = \frac{35}{7} = 5$

ومنه الدالة هي :

$$f(x) = 5x$$

تعيين دالة تالفية :

اوجد الدالة التالفية g بحيث $g(2) = 11$

$g(4) = 5$

الدالة من الشكل ax+b نبحث على a ثم على b

$$a = \frac{11 - 5}{2 - 4} = \frac{6}{-2} = -3$$

إيجاد العدد b

نحل المعادلة : $g(4) = 5$

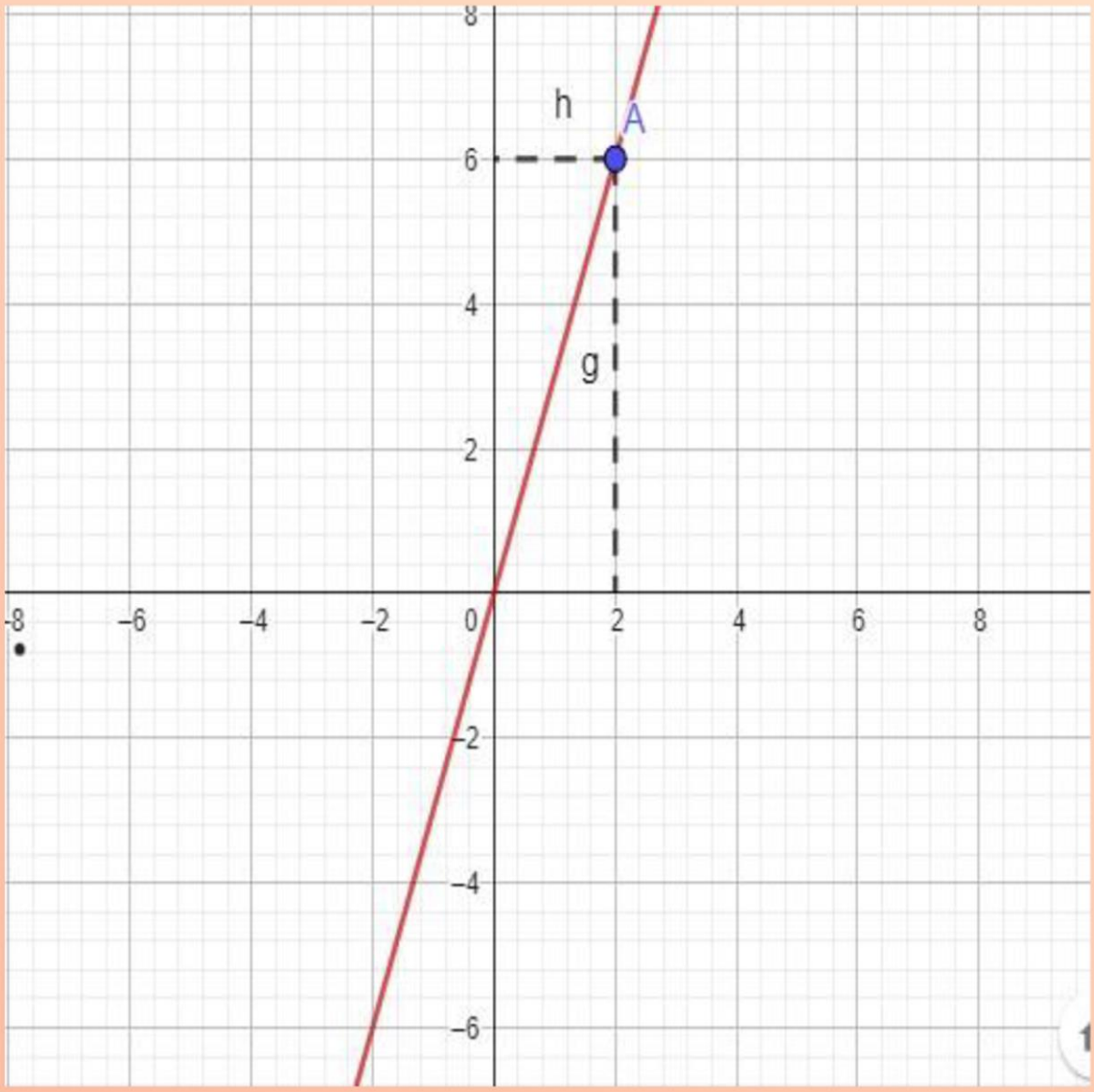
$-12 + b = 5$ ومنه $-3 \times 4 + b = 5$ ومنه $b = 5 + 12 = 17$

الدالة هي $g(x) = -3x + 17$

تمثيل الدالة الخطية :

جدول القيم

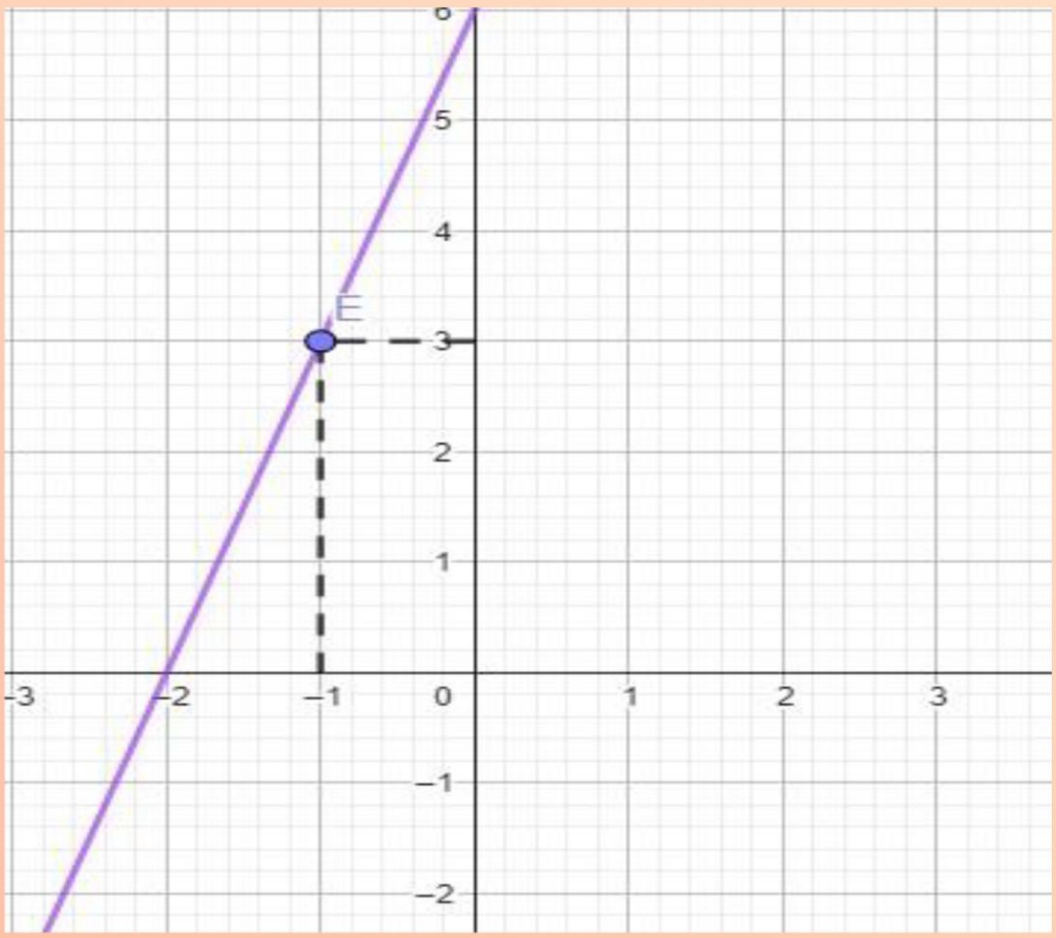
x	0	2
$f(x)$	0	6



تمثيل دالة تالفية :

جدول القيم

x	0	-1
$g(x)$	6	3



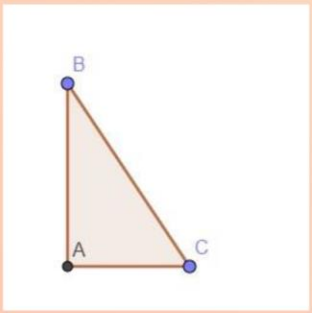
حساب المثلثات وخواص المثلث القائم

جيب تمام وجيب وظل زاوية حادة في مثلث قائم

- $\tan B = \frac{AC}{AB}$ أي المقابل على المجاور ويسمى ظل الزاوية التي راسها B
- $\sin B = \frac{CA}{BC}$ أي المقابل على الوتر ويسمى جيب الزاوية التي راسها B
- $\cos B = \frac{BA}{BC}$ أي المجاور على الوتر ويسمى جيب تمام الزاوية التي راسها B

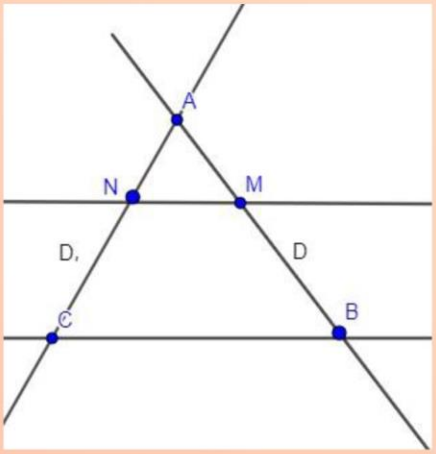
خواص النسب المثلثية :

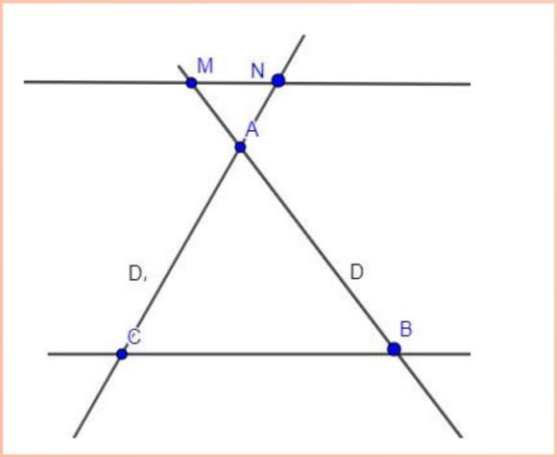
- $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
- $\cos x^2 + \sin x^2 = 1$
- مثلث قائم في A خاصية فيثاغورس
- $BC^2 = AB^2 + AC^2$



خاصية طالس و الخاصية العكسية:

D`,Dمستقيمان ماقطعان في النقطةA





اذا كان $(MN)//(BC)$ فان: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

اذا كان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ فان: $(MN)//(BC)$

الاشعة والمعالم

في معلم نعتبر النقطتين A (Xa ; Ya) و B(Xb ; Yb)

- احداثيات شعاع :AB=(Xb-Xa ; Yb-Ya)
- احداثيات منتصف قطعة مستقيمة : M منتصف القطعة [AB] يعني إيجاد

$$\left(\frac{Xa + Xb}{2} ; \frac{Ya + Yb}{2}\right)$$

- إيجاد طول قطعة مستقيمة : $AB = \sqrt{(Xb\text{-}Xa)^2 + (Yb\text{-}Ya)^2}$

المحيط و المساحات

الاشكال	المحيط (p)	المساحة (S)	ملاحظة
المربع	$P=4C$	$S=C\times C$	Cطول ضلع المربع
المستطيل	$P=2(L+I)$	$S=L\times I$	Lطول و Iعرض المستطيل
المثلث	$P=P+H+I$	$S=\frac{B\times h}{2}$	Bقاعدة و hارتفاع المثلث
شبه المنحرف		$S=\frac{(b+B)\times h}{2}$	Bالقاعدة الكبرى Bالقاعدة الصغرى
القرص	$P=2\pi r$	$S=\pi r^2$	Rنصف القطر

الحجم و المساحات الجانبية

الاشكال	الحجم (V)	المساحة (S)	ملاحظة
المكعب	$V=c^3$	$S=6c^2$	Cطول ضلع المكعب
متوازي المستطلات	$V=l\times i\times h$	$S=p\times h$	Pمحيط القاعدة
الموشور القائم	$V=B\times h$	$S=p\times h$	Bمساحة القاعدة
الكرة	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$	$S=\pi\times R^2$	Rنصف القطر
القرص	$P=2\pi R$	$S=\pi R^2$	Rنصف القطر
الهرم	$V=\frac{1}{3}B\times h$		
المخروط	$V=\frac{1}{3}R^2\times h$		