الثانية ثانوي إعدادي

ذ : ياسني نورالدين

درس : قوى عدد جذري

Math

تعاريف و مصطلحات

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي : $a^n = \underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n,facteurs}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\ldots\times\frac{a}{b}}_{n,facteurs}$

a^n تسمى قوة العدد a و n : الأس و a : الأساس

• حالات خاصة : $a^o = 1$; $a^1 = a$; $\left(\frac{a}{b}\right)^o = 1$; $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$

• قوى ذات الأس السالب،a و b غير منعدمين : $a^{-1} = \frac{1}{a}$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

أمثلة حساب القوة

$5^3 = 5\times5\times5 = 125$; $(-2)^4 = -2\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 4\times4 = 16$

$\left(\frac{2}{-3}\right)^3 = \frac{2}{-3}\times\frac{2}{-3}\times\frac{2}{-3} = \frac{4\times2}{9\times(-3)} = \frac{8}{-27}$; $\left(-\frac{-(-7)}{4}\right)^2 = \left(\frac{-7}{4}\right)^2 = \frac{-7}{4}\times\frac{-7}{4} = \frac{49}{16}$

$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{1}{8\times4} = \frac{1}{32}$; $\left(\frac{3}{-4}\right)^{-3} = \left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \frac{-4}{3}\times\frac{-4}{3}\times\frac{-4}{3} = \frac{16\times(-4)}{9\times3} = \frac{-64}{27}$

أمثلة كتابة على شكل قوة

$-3\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^5$; $\frac{-2,5}{4}\times\frac{2,5}{-4}\times\left(-\frac{2,5}{4}\right) = \left(\frac{-2,5}{4}\right)^3$

$14\times(-14)\times14\times(-14) = 14\times14\times14\times14 = 14^4$; $8 = 4\times2 = 2\times2\times2 = 2^3$

خاصية 1

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n و m عددين صحيحين نسبيين : $a^n\times a^m = a^{n+m}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n\times\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$

أمثلة

$(-2,4)^8\times(-2,4)^6 = (-2,4)^{8+6}$; $\left(\frac{-1}{-5}\right)^7\times\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{7+3}$; $\left(\frac{7}{1,2}\right)^{12}\times\left(\frac{7}{1,2}\right)^{-7} = \left(\frac{7}{1,2}\right)^{12+(-7)}$

خاصية 2

• $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n و m عددين صحيحين نسبيين : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$; $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$; $a^n \div a^m = a^{n-m}$

أمثلة

$\left(\frac{-3}{-8}\right)^5 \div \left(\frac{3}{8}\right)^{14} = \left(\frac{3}{8}\right)^{5-14} = \left(\frac{3}{8}\right)^{-9}$; $\frac{\left(\frac{3}{-5}\right)^{-2}}{\left(\frac{-3}{5}\right)^{-7}} = \left(\frac{-3}{5}\right)^{-2-(-7)} = \left(\frac{-3}{5}\right)^5$; $\frac{10^{-9}}{10^5} = 10^{-9-5} = 10^{-14}$

$A = \left(\frac{1,2}{-74}\right)^{-2} \div \left(\frac{-1,2}{74}\right)^6 \times \left(-\frac{1,2}{74}\right) \div \left(\frac{1,2}{-74}\right)^{-8} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^{-2-6+1-(-8)} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^{-8+1+8} = \left(\frac{-1,2}{74}\right)^1$

خاصية 3

- $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين جذريين غير منعدمين و n عدد صحيح نسبي : $\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^n$; $a^n \times b^n = (a \times b)^n$

أمثلة

$\left(\frac{-5}{2}\right)^{14} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{14} = \left(\frac{-5 \times 5}{2 \times 4}\right)^{14} = \left(\frac{-25}{8}\right)^{14}$; $(-2,4)^{-8} \times (-10)^{-8} = (-2,4 \times (-10))^{-8} = 24^{-8}$

خاصية 4

- $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددين جذريين غير منعدمين و n عدد صحيح نسبي : $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{c}{d}\right)^n} = \left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right)^n$; $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

- $\left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}\right)^n$; $a^n \div b^n = (a \div b)^n$

أمثلة

$\frac{\left(\frac{3}{-4}\right)^{-9}}{\left(\frac{-5}{4}\right)^{-9}} = \left(\frac{\frac{-3}{4}}{\frac{-5}{4}}\right)^{-9} = \left(\frac{-3}{4} \times \frac{4}{-5}\right)^{-9} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-9}$; $\frac{(-25)^{138}}{(-5)^{138}} = \left(\frac{-25}{-5}\right)^{138} = 5^{138}$

خاصية 5

- $\frac{a}{b}$ عدد جذري غير منعدم و n و m عددين صحيحين نسبيين : $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \times m}$; $(a^n)^m = a^{n \times m}$

أمثلة

$\left(\left(\frac{-(-1)}{-6}\right)^{-12}\right)^{-3} = \left(\frac{-1}{6}\right)^{-12 \times (-3)} = \left(\frac{-1}{6}\right)^{36}$; $(35^{-6})^7 = 35^{-6 \times 7} = 35^{-42}$

$$\left(\left(\left(-\frac{-3}{-(-5)}\right)^{-4}\right)^{-4}\right)^{-11}=\left(\frac{3}{5}\right)^{-4\times(-4)\times(-11)}=\left(\frac{3}{5}\right)^{-176}\quad ;\quad \left(\left((-3{,}8)^{2}\right)^{-5}\right)^{3}=(-3{,}8)^{2\times(-5)\times3}=(-3{,}8)^{-30}$$

إشارة قوة

(I) – a عدد موجب و غير منعدم و n عدد صحيح نسبي موجب :

- القوة : a^n تكون **موجبة** دائما **مثال :** القوتين 13^{7} و $25{,}7^{18}$ **موجبتين**
- القوة : a^{-n} تكون **موجبة** دائما لأن : $a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$ **مثال :** القوتين 20^{-9} و 361^{-30} **موجبتين**
- القوة : $(-a)^n$ تكون **موجبة** إذا كان **n زوجي** ولدينا : $(-a)^n=a^n$ **مثال :** $(-2{,}1)^{6}=2{,}1^{6}$ **موجبة**
- القوة : $(-a)^n$ تكون **سالبة** إذا كان **n فردي** ولدينا : $(-a)^n=-a^n$ **مثال :** $(-15)^{3}=-15^{3}$ **سالبة**
- القوة : $(-a)^{-n}$ تكون **موجبة** إذا كان **n زوجي** ولدينا : $(-a)^{-n}=a^{-n}$ **مثال :** $(-2)^{-6}=2^{-6}$ **موجبة**
- القوة : $(-a)^{-n}$ تكون **سالبة** إذا كان **n فردي** ولدينا : $(-a)^{-n}=-a^{-n}$ **مثال :** $(-9)^{-3}=-9^{-3}$ **سالبة**

(II) – $\frac{a}{b}$ عدد جذري موجب و غير منعدم و n عدد صحيح نسبي موجب:

- القوة : $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ تكون **موجبة** دائما **مثال :** $\left(\frac{13}{4}\right)^{16}$ و $\left(\frac{-5{,}7}{-8}\right)^{23}$ **موجبتين** لأن الأساس **موجب** في الحالتين معا .
- القوة : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ تكون **موجبة** دائما لأن : $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$ **مثال :** القوتين $\left(\frac{38}{17}\right)^{-11}$ و $\left(\frac{-24}{-2{,}7}\right)^{-34}$ **موجبتين**
- القوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n$ تكون **موجبة** إذا كان **n زوجي** ولدينا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ **مثال :** $\left(\frac{-2}{5}\right)^{6}=\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ **موجبة**
- القوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n$ تكون **سالبة** إذا كان **n فردي** ولدينا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^n=-\left(\frac{a}{b}\right)^n$ **مثال :** $\left(\frac{-1}{6}\right)^{7}=-\left(\frac{1}{6}\right)^{7}$ **سالبة**
- القوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}$ تكون **موجبة** إذا كان **n زوجي** ولدينا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ **مثال :** $\left(\frac{-5}{9}\right)^{-8}=\left(\frac{5}{9}\right)^{-8}$ **موجبة**
- القوة : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}$ تكون **سالبة** إذا كان **n فردي** ولدينا : $\left(\frac{-a}{b}\right)^{-n}=-\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$ **مثال :** $\left(\frac{-4}{7}\right)^{-5}=-\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}$ **سالبة**

تمارين تطبيقية : أنظر سلسلة التمارين