

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

الفرزة الواعرة في BEM 2024

الوضعيات مقتضية

4

مذكرة

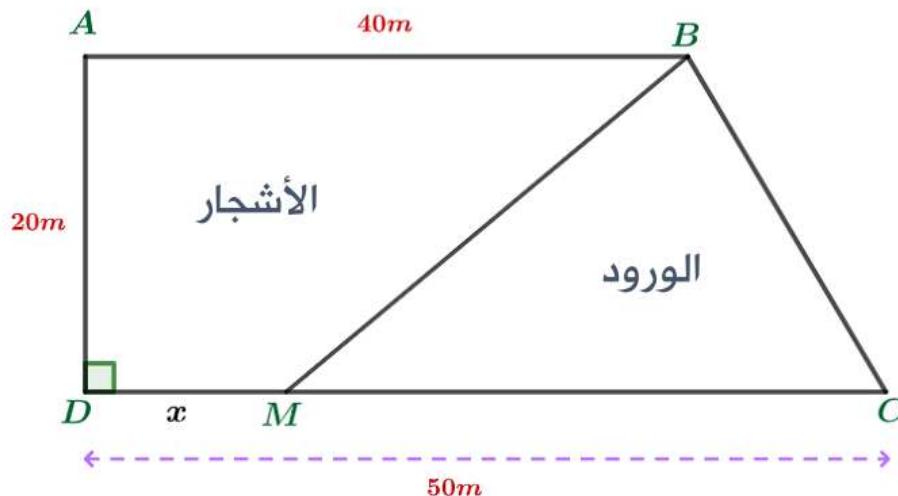


الوضعية المقترنة : 01

أ. لعمي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000 m^2$ ، عرضها يساوي خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

١ جد بعدي هذه القطعة.

ب. تنازل عمي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100 m^2$ وخصص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلة للورود والأشجار. لهذا الغرض قسم هذا الجزء عشوائياً إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل:



نضع $DM = x$

نقطة من $[DC]$ مع M

$0 \leq x \leq 50$

لتكن $f(x)$ مساحة

المثلث BCM و $g(x)$

مساحة القطعة

$.ABMD$

١

أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

ب- ساعد عمي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

٢

أ- في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j})$.

مثل بياني الدالتين: $g(x) = 10x + 400$ و $f(x) = 500 - 10x$

١ على محور الفواصل تمثل $2 m$ و $1 cm$ على محور التراتيب يمثل $50 m^2$

ب- فسر بيانيًّا مساعدتك السابقة لعمي أحمد، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة

الوضعية المقترنة 02 (الصيغ بدون جدول)

يقترح مدير المسبح البلدي على السباحين التسعيرتين الآتيتين:

السعيرة الأولى: $100 DA$ للحصة الواحدة لغير المنخرطين.

السعيرة الثانية: $80 DA$ للحصة الواحدة مع اشتراك شهري قدره $400 DA$.

1 ما هو عدد الحصص التي يمكنك الحصول عليها في كل سعيرة إذا

دفعت مبلغ $2800 DA$ ؟

2 باعتبار x عدد الحصص في الشهر الواحد وبالاستعانة بتمثيل بياني:

- اعط أفضل التسعيرتين حسب عدد الحصص خلال شهر واحد.

على محور الفواصل تمثل 4 حصص و $1 cm$ على محور التراتيب يمثل $400 DA$).

الوضعية المقترنة (03 صيغ بجدول)

بمناسبة عيد الأضحى قدّمت مؤسسة الهاتف النقال عرضين لمدة أسبوع للتواصل وتبادل التهاني بواسطة الرسائل القصيرة (SMS).

العرض الأول: DA 3 للرسالة الواحدة.

العرض الثاني: DA 1.5 للرسالة الواحدة مع اقتطاع مبلغ جزافي قدره DA 30 من الرصيد.

❶ أنقل وأكمل الجدول:

عدد الرسائل (SMS)	10		
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA		45	
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA			90

❷ x يعبر عن عدد الرسائل المرسلة.

y_1 هو المبلغ حسب العرض الأول و y_2 هو المبلغ حسب العرض الثاني.

- عُبّر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

❸ $g(x) = 1.5x + 30$ و $f(x) = 3x$ دالتين حيث:

- مثل بيانياً الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد والمتجانس حيث:

(cm) 1 على محور الفواصل تمثل 5 رسائل (SMS)، و 1 على محور التراتيب يمثل DA 10).

❹ يريد الأخوان زينب وكريم استغلال هذين العرضين لهذه المناسبة، في رصيد كريم DA 120 ويريد

تهنئة أكبر عدد ممكن من الأشخاص، أما زينب تريده تهنئة زميلاتها في الدراسة وعدهن 15.

- بقراءة بيانية. ما هو العرض المناسب لكل منهما؟ (مع الشرح).

الوضعية المقترحة 04 (القاسم المشترك الأكبر)

نص الوضعية الإدماجية:

كلف المقاول أحمد بوضع أعمدة إنارة عمومية على محيط حديقة مستطيلة الشكل بعدها $84m$ و $36m$. ومن أجل التقليل من تكلفة المشروع قرر أن تكون المسافة بين كل عمودين متتاليين متساوية وأكبر ما يمكن، على أن يضع عموداً في كل ركن.

إذا علمت أنّ:

- ثمن عمود الإنارة الواحد هو $35\ 000\ DA$.
 - كل عمود إنارة يحتوي على مصابيح.
 - تكلفة نقل وتركيب الأعمدة والمصابيح هي $25\ 000\ DA$.
- ➊ ساعد أحمد في حساب ثمن المصباح الواحد إذا علمت أنّ تكلفة المشروع الكلية هي $765\ 000\ DA$.



حل الوضعية 01

$$g(x) = (1000 - 100) - f(x)$$

$$g(x) = 900 - f(x)$$

$$g(x) = 900 - (500 - 10x)$$

$$g(x) = 900 - 500 + 10x = 400 + 10x$$

مساحة الرباعي $ABMD$ تمثل $g(x) = 400 + 10x$

بـ المساعدة في إيجاد الطول DM

القول عن أن للمساحتين نفس المساحة يمكن التعبير عنه بأن

$f(x) = g(x)$ بعد ذلك نقوم بحل المعادلة وتعيين قيمة x :

$$f(x) = g(x)$$

$$500 - 10x = 400 + 10x$$

$$500 - 400 = 10x + 10x$$

$$100 = 20x$$

$$\frac{100}{20} = x$$

$$x = 5$$

بالتالي حتى تكون للقطعتين نفس المساحة يجب أن يكون

$$DM = 5 \text{ m}$$

②

أ- التمثيل البياني للدالتي f و g :

$$f(x) = 500 - 10x$$

x	0	2
$f(x)$	500	400

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$f(0) = 500 - 10 \times 0 = 500$$

$$f(10) = 500 - 10 \times 10 = 400$$

الجزء الأول

① إيجاد بعدي هذه القطعة:

بوضع:

الطول x

العرض $\frac{2}{5}x$ (العرض يساوي خمسي الطول).

من جهة لدينا:

العرض \times الطول = المستطيل S

$$S_{\text{المستطيل}} = x \times \left(\frac{2}{5}x\right) = \frac{2}{5}x^2$$

ومن جهة أخرى: $S_{\text{المستطيل}} = 1000 \text{ m}^2$

وبالتالي يصبح لدينا: $\frac{2}{5}x^2 = 1000$ نقوم بحل المعادلة:

$$\frac{2}{5}x^2 = 1000$$

$$x^2 = 1000 \div \frac{2}{5} = 1000 \times \frac{5}{2}$$

$$x^2 = 2500$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{2500}$$

$$x = 50$$

إذن طول القطعة m وعرضها 50×20 .

الجزء الثاني

①

أ- التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$$f(x) = S_{BCM} = \frac{\text{الارتفاع} \times \text{القاعدة}}{2} = \frac{MC \times AD}{2}$$

$$f(x) = \frac{(50 - x) \times 20}{2} = 500 - 10x$$

مساحة المثلث BCM تمثل $f(x) = 500 - 10x$

بـ- التفسير:

من التمثيل البياني، فاصلة نقطة تقاطع منحنيي الدالتين g و f تمثل الطول الذي يجب أن تأخذه القطعة $[DM]$ حتى يكون للقطعتين نفس المساحة. أي:

عند $DM = 5m$ تكون مساحة كل قطعة متساوية لـ $.450 m^2$

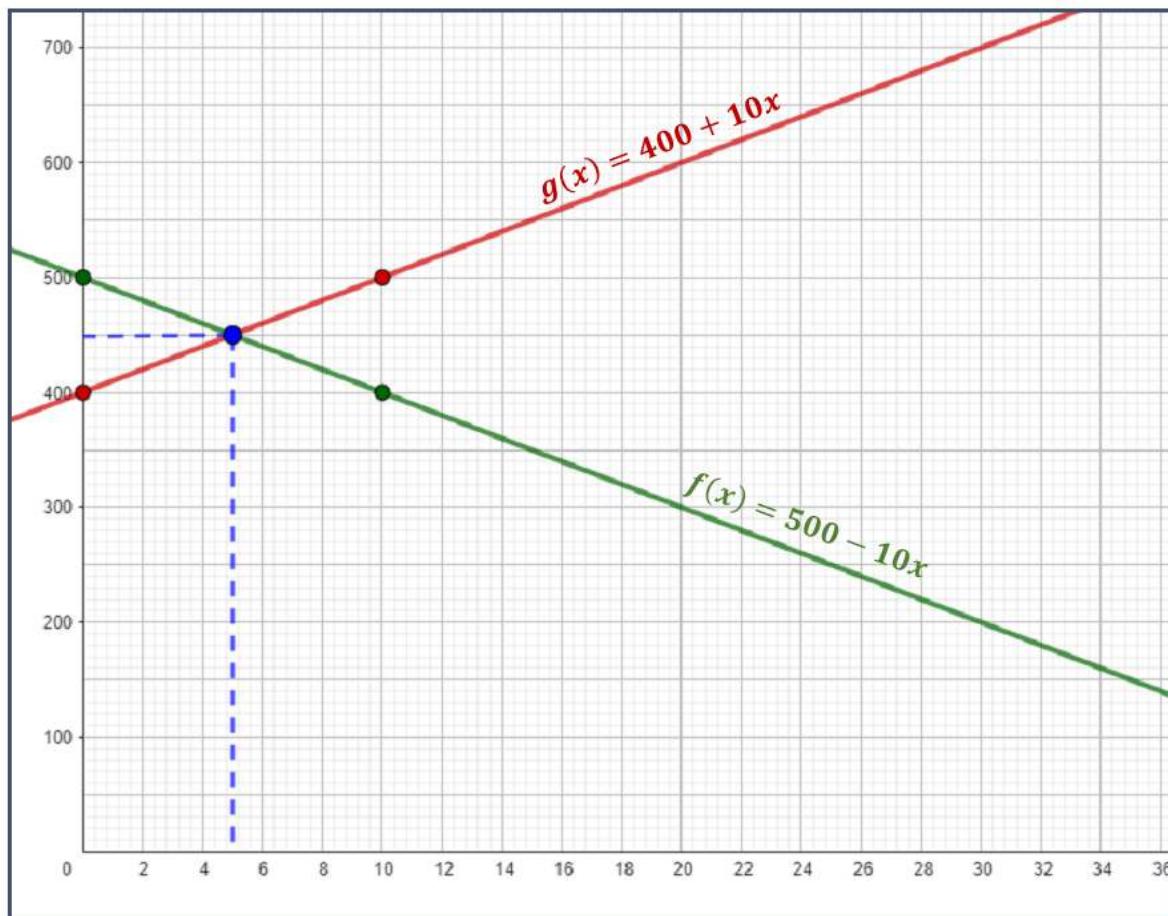
$$g(x) = 80x + 400$$

x	0	10
$g(x)$	400	500

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$g(0) = 400 + 10 \times 0 = 400$$

$$g(10) = 400 + 10 \times 10 = 500$$



حل الوضعية 02

x	0	5
$f(x)$	0	15

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$f(0) = 3 \times 0 = 0$$

$$f(5) = 3 \times 5 = 15$$

- بالتسهيرة الثانية $g(x) = 80x + 400$

x	0	5
$g(x)$	30	37.5

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$g(0) = 1.5 \times 0 + 30 = 30$$

$$g(5) = 1.5 \times 5 + 30 = 37.5$$

٤ بقراءة بيانية نلاحظ أن:

- عدد الرسائل بالعرض الأول لكريم 40 رسالة.
- عدد الرسائل بالعرض الثاني لكريم 60 رسالة.

◀ العرض الأنساب لكريم هو: العرض الثاني.

[الطريقة: رسم مستقيم أفقي معادلته $y = 120$ ، بعد ذلك نقطة التقاطع مع التمثيلين البيانيين للدالتين نسقطهما على محور الفواصل لمعرفة عدد الرسائل لكل عرض]

- المبلغ الذي تدفعه زينب مقابل 15 رسالة بالعرض الأول هو $45 DA$.

- المبلغ الذي تدفعه زينب مقابل 15 رسالة بالعرض الثاني هو $52.5 DA$.

◀ العرض الأنساب لزينب هو: العرض الأول.

١ إتمام الجدول:

عدد الرسائل (SMS)	10	15	40
المبلغ حسب العرض الأول بـ DA	30	45	120
المبلغ حسب العرض الثاني بـ DA	45	52.5	90

في العمود الأول عدد الرسائل هو 10، إذن:

$3 \times 10 = 30 DA$ المبلغ حسب العرض الأول هو

$1.5 \times 10 + 30 = 45 DA$ المبلغ حسب العرض الثاني هو

لمعرفة عدد الرسائل في العمود الثاني نقوم بقسمة 45 على 3 فنحصل على $15 \div 3 = 5$ ، بعد ذلك نقوم بحساب المبلغ بالعرض الثاني.

لمعرفة عدد الرسائل في العمود الثالث نقوم بطرح 30 من 90 ثم نقسم الناتج على 1.5 فنحصل على $(90 - 30) \div 1.5 = 40$ ، بعد ذلك نقوم بحساب المبلغ بالعرض الأول.

٢ التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :

x يمثل عدد الرسائل و y_1 المبلغ حسب العرض الأول، إذن:

$$y_1 = 3x$$

x يمثل عدد الرسائل و y_2 المبلغ حسب العرض الثاني، إذن:

$$y_2 = 1.5x + 30$$

٣ التمثيل البياني للدالتين f و g :

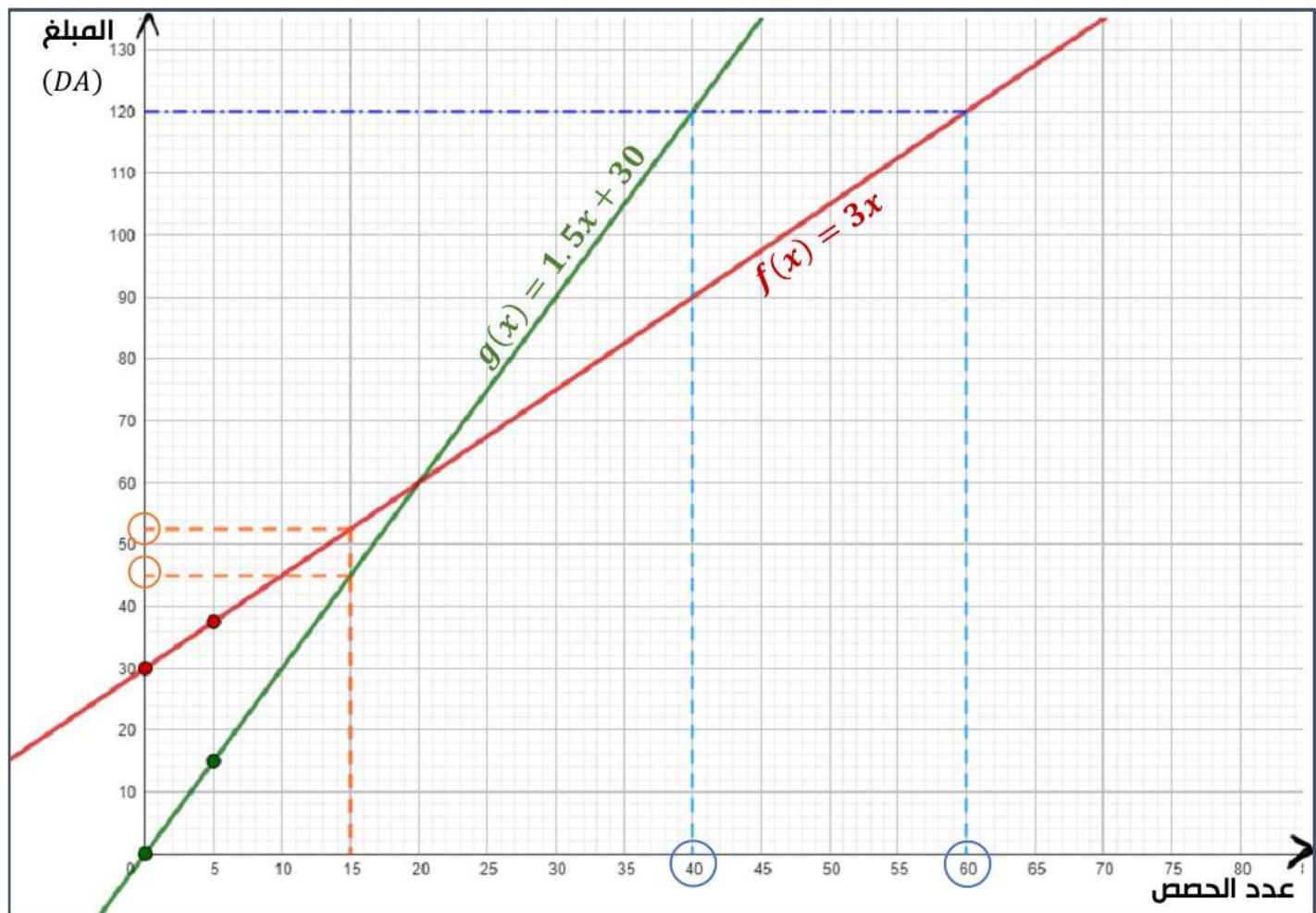
نلاحظ أن x هو عدد الرسائل والدالتين f و g هما المبلغ المدفوع حسب عدد الرسائل بالعرضين الأول والثاني على الترتيب.

- بالتسهيرة الأولى $x = 3x$

ملاحظة: يمكن استخدام نقطة تقاطع التمثيلين والتي تمثل تساوي العرضين لتفسير الاختيارين السابقين لكل من زينب وكريم.

[الطريقة: رسم مستقيم عمودي معادلته $15 = x$, بعد ذلك نقطة التقاطع مع التمثيلين البيانيين للدالتين نسقطهما على محور التراتيب لمعرفة المبلغ المقابل ل 15 رسالة لكل عرض]

التمثيل البياني:



حل الوضعية 03

$f(x) = 10x$ - بالتسهير الأولى

x	0	50
$f(x)$	0	500

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$f(0) = 10 \times 0 = 0$$

$$f(50) = 10 \times 50 = 500$$

$g(x) = 8x + 500$ - بالتسهير الثانية

x	0	50
$g(x)$	500	900

عليك اختيار عددين مناسبين من أجل تسهيل الحساب:

$$g(0) = 8 \times 0 + 500 = 500$$

$$g(50) = 8 \times 50 + 500 = 900$$

$$f(x) = g(x) \quad \text{حل المعادلة} \quad ④$$

$$f(x) = g(x)$$

$$10x = 8x + 500$$

$$10x - 8x = 500$$

$$2x = 500$$

$$x = \frac{500}{2} = 250$$

يمثل الحل نقطة تقاطع المنحنيين ويمثل عدد الجرائد المشترأة بالصيغتين معاً.

إتمام الجدول: ①

350	100	50	عدد الجرائد
3500	1000	500	الصيغة الأولى
3300	1300	900	الصيغة الثانية

في العمود الأول عدد الجرائد هو 50، إذن:

$$10 \times 50 = 500 \text{ DA}$$

$$8 \times 50 + 500 = 900 \text{ DA}$$

لمعرفة عدد الجرائد في العمود الثاني نقوم بقسمة 1000 على 10 فنحصل على $1000 \div 10 = 100$ ، بعد ذلك نقوم بحساب المبلغ بالعرض الثاني.

لمعرفة عدد الجرائد في العمود الثالث نقوم بطرح 500 من 3300 ثم نقسم الناتج على 8 فنحصل على:

$$(3300 - 500) \div 8 = 350$$

بعد ذلك نقوم بحساب المبلغ بالعرض الأول.

② التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

x يمثل عدد الجرائد و $f(x)$ المبلغ حسب العرض الأول، إذن:

$$f(x) = 10x$$

x يمثل عدد الجرائد و $g(x)$ المبلغ حسب العرض الثاني، إذن:

$$g(x) = 8x + 500$$

③ التمثيل البياني للدالتيين f و g :

نلاحظ أن x هو عدد الجرائد والدالتيين f و g هما المبلغ المدفوع حسب عدد الجرائد بالعرضين الأول والثاني على الترتيب.

5 تحديد الصيغة الأفضل:

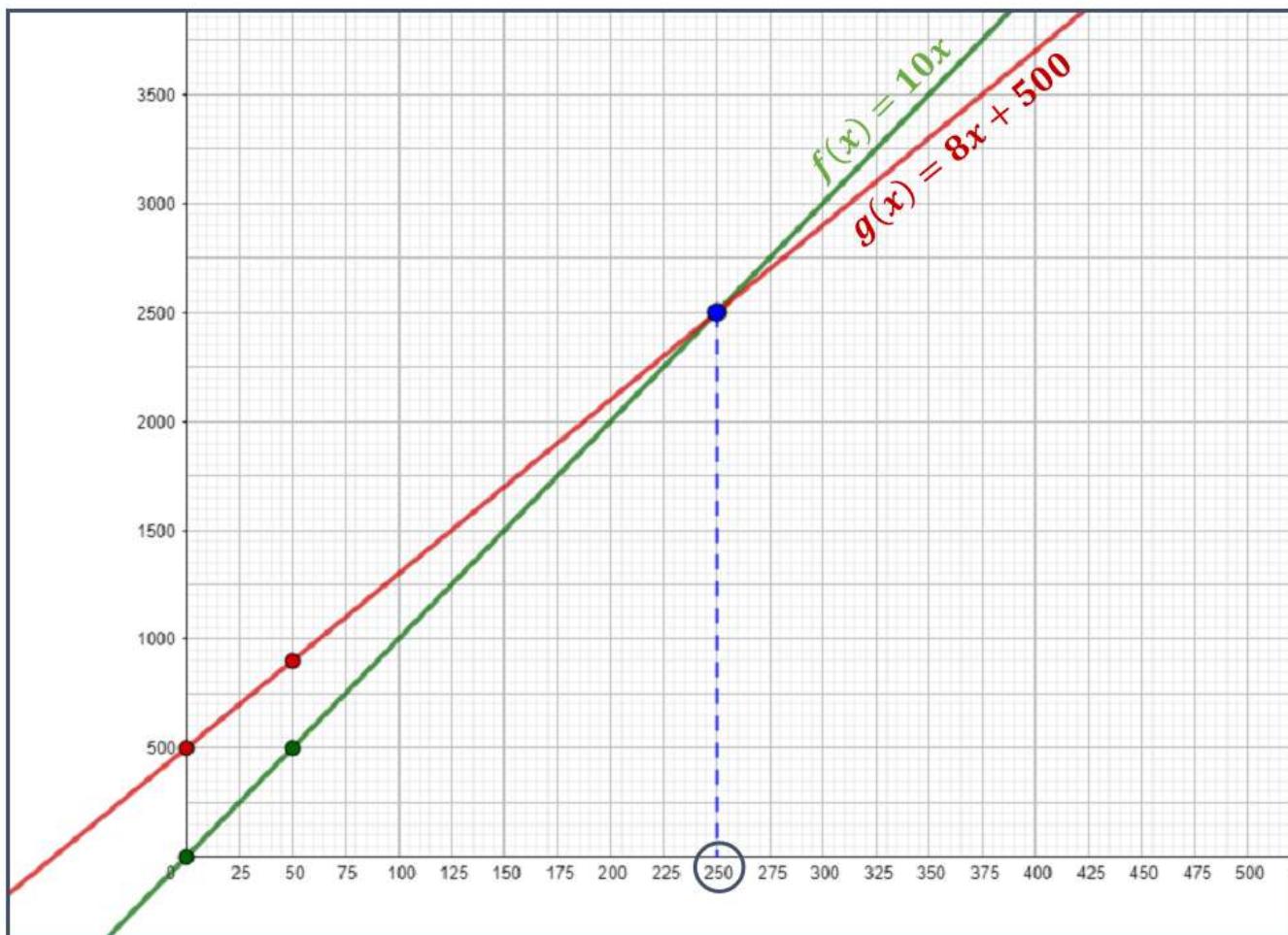
■ عند اقتناء 270 جريدة:
بالصيغة الأولى:
 $f(270) = 10 \times 270 = 2700 \text{ DA}$
بالصيغة الثانية:
 $g(270) = 8 \times 270 + 500 = 2660 \text{ DA}$

◀ إذن الصيغة الثانية أفضل لاقتناء 270 جريدة.

■ عند اقتناء 150 جريدة:
بالصيغة الأولى:
 $f(150) = 10 \times 150 = 1500 \text{ DA}$
بالصيغة الثانية:
 $g(150) = 8 \times 150 + 500 = 1700 \text{ DA}$

◀ إذن الصيغة الأولى أفضل لاقتناء 150 جريدة.

التمثيل البياني



ملاحظة: يمكن استعمال المنهج البياني لتحديد الصيغة الأفضل في الحالتين.

حل الوضعية 04

$$P_{الحديقة} = 240 \text{ m}$$

اذن عدد الأعمدة هو 20 عمود لأن:

$$240 \div PGCD(84; 36) = 240 \div 12 = 20$$

وعليه يصبح عدد المصابيح هو 40 مصباح. (لكل عمود مصباحين)

③ حساب التكلفة الإجمالية:

◀ الثمن الكلي للأعمدة:

$$35\,000 \times 20 = 700\,000 \text{ DA}$$

◀ الثمن الكلي للمصابيح:

$$765\,000 - (700\,000 + 25\,000) = 40\,000 \text{ DA}$$

◀ ثمن المصباح الواحد:

$$40\,000 \div 40 = 1\,000 \text{ DA}$$

ثمن المصباح الواحد هو 1\,000 DA.

خطوات انجاز الوضعية:

- حساب $PGCD(84; 36)$ لمعرفة المسافة بين كل عمودين.

- تعين عدد الأعمدة بقسمة المحيط على القاسم المشترك الأكبر.

- حساب التكلفة الإجمالية.

① حساب $PGCD(84; 36)$

$$84 = 36 \times 2 + 12$$

$$36 = 12 \times 3 + 00$$

المسافة بين كل عمودين متتاليين هي 12 m.

② تعين عدد الأعمدة:

$$P_{الحديقة} = 2 \times (\text{العرض} + \text{الطول})$$

$$P_{الحديقة} = (84 + 36) \times 2$$

مصدر: صفحة مبادرة للرياضيات