الجمهوريّة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة
وزارة التّربية الوطنيّة

اللّجنة الجزائريّة لأولمبياد الرّياضيّات — مديريّة التّعليم الثّانوي العام والتّكنولوجي

السّبت 30 رجب 1437 هـ
الموافق لـ 7 ماي 2016م

امتحان التّرشيح للمرحلة الأولى من التّحضير لأولمبياد الرّياضيّات الدّولي

المستوى المتوسّط

تنبيه: هناك عشرة أسئلة، يقتصر حلّ التّلميذ في كلّ سؤال على كتابة النّاتج وهو عبارة عن عدد طبيعي. يمنع استعمال الآلة الحاسبة.

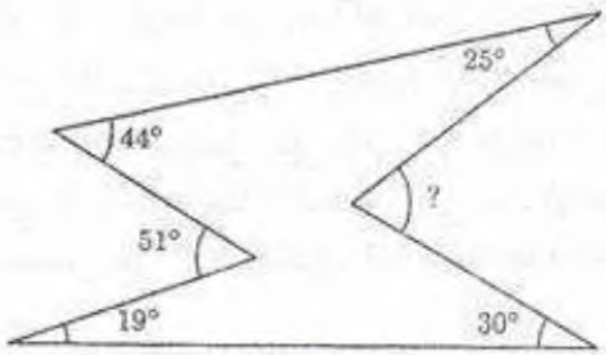
السّؤال 01 : العدد 2016 يكتب بأربعة أرقام ويحقّق الخاصّيّة التّالية: إذا قسمنا آخر رقمه 6 على أوّل رقمه 2 حصلنا على مجموع أرقامه الثّلاثة الأولى $\frac{6}{2} = 2+0+1$. ما هو أكبر عدد يكتب بأربعة أرقام ولديه نفس الخاصّيّة؟

السّؤال 02 : احسب العدد

$$\sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2017 + \sqrt{2016 \times 2018 + 1}}}}.$$

السّؤال 03 : ليكن m و n عددين طبيعيّين يحقّقان $mn = 2016$. ما هي أكبر قيمة ممكنة للمجموع $m+n$ ؟

السّؤال 04 : في الشّكل التّالي احسب قيس الزّاوية الّتي عليها نقطة استفهام:



السّؤال 05 : طبّقنا العمليّة التّالية على العددين 1962 و 2016 :
حسبنا الجداء $1962 \times 2016 = 3955392$ ثمّ جمعنا أرقام الجداء لنحصل على $3+9+5+5+3+9+2=36$.
إذا طبّقنا نفس العمليّة على العددين 8 و $88\cdots8$ وحصلنا على 2016 ، كم يوجد من 8 في كتابة العدد $88\cdots8$ ؟

السّؤال 06 : ليكن ABC مثلّثا قائما أطوال أضلاعه a ، b ، c تحقّق $a+b+c=22$ و $a^2+b^2+c^2=200$. احسب مساحة ABC.

السّؤال 07 : ليكن $ABCD$ مستطيلا أطوال أضلاعه $AB=58$ و $BC=42$. تمّ رسم دائرتين قطراهما $[AB]$ و $[CD]$. تتقاطع الدّائرتان في نقطتين P و Q. احسب الطّول PQ.

السّؤال 08 : نقول عن زوج (a,b) إنّه متّزن، حيث a,b عددان طبيعيّان كلاهما أقل من أو يساوي 30 ، إذا كان الفارق بينهما لا يتعدّى 2. فمثلا الأزواج الثّلاثة المختلفة $(28,30)$ ، $(30,28)$ ، $(23,23)$ متّزنة في حين أنّ الزّوجين $(14,11)$ ، $(21,26)$ غير متّزنين لأجل $14-11=3$ و $26-21=5$. كم توجد من أزواج متّزنة؟

السّؤال 09 : تحقّق الأعداد الطّبيعيّة $0 \leq a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_{10}$ العلاقة
$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}=100.$$
احسب مجموع أكبر وأصغر قيمتين ممكنتين للعدد a_{10}.

السّؤال 10 : اخترنا عددا صحيحا $n \geq 2$ ، ثمّ قمنا بالعمليّة التّالية: طرحنا من n أكبر قاسم له مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد n_1 ، طرحنا من n_1 أكبر قاسم لـ n_1 مختلف عنه فحصلنا على عدد جديد n_2 ، ثمّ كرّرنا العمليّة على n_2 ، وهكذا إلى أن نصل إلى 1.
فمثلا إذا اخترنا العدد 30 ، طرحنا منه 15 لنحصل على 15 ، ثمّ طرحنا 5 لنحصل على 10 ، ثمّ طرحنا 5 لنحصل على 5 ، ثمّ طرحنا 1 لنحصل على 4 ، ثمّ طرحنا 2 لنحصل على 2 ، ثمّ طرحنا 1 لنحصل على 1 ، فنكون قد طبّقنا هذه العمليّة 6 مرّات حتّى نحصل على 1.
إذا اخترنا العدد 17^{10} كم من مرّة سنطبّق هذه العمليّة حتّى نحصل على 1؟