الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الجمعية الجزائرية لأولمبياد الرياضيات　　　　مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص

المسابقة التصفوية الأولى لأولمبياد الرياضيات العالمية 2022

التاريخ: 2022/04/23　　　　التوقيت: 03 ساعات

تمنح علامتان لكل تمرين ولا تعطى أي علامة لنتيجة دون تبرير أو حساب

التمرين 1:

ليكن N عددا طبيعيا مكونا من رقمين و $p(N)$ و $s(N)$ هما جداء ومجموع رقمي N على الترتيب فمثلا $p(23)=6$ و $s(23)=5$. نفرض أن $N=P(N)+s(N)$. ما هو عدد الأعداد N ؟

التمرين 2:

نفرض أن x ، y ، z أعداد حقيقية بحيث $xy=24$ ، $xz=48$ ، $yz=72$ ما هي قيمة $x+y+z$؟

التمرين 3:

a ، b ، c و d أعداد طبيعية غير معدومة ومتمايزة مثنى مثنى بحيث $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$

جد أصغر قيمة ممكنة لـ $a+b+c+d$.

التمرين 4:

A ، M ، O أعداد طبيعية بحيث $A+M+O=10$ ما هي أكبر قيمة ممكنة للعدد $AMO+AM+MO+OA$ ؟

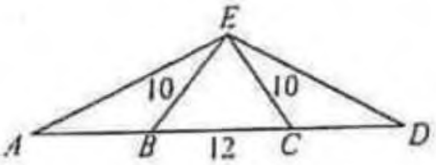
التمرين 5 :

جد خمسة أعداد طبيعية متمايزة وجميع مجاميعها مثنى مثنى هي: 17 ،20 ،28 ،14 ،42 ،36، 28 ، 39 ، 25، 31

التمرين 6 :

ما هو عدد المثلثات غير المتقايسة التي محيطها 7 وأقياس أضلاعها أعداد طبيعية؟

التمرين 7 :



في الشكل المقابل لدينا $AB=CD$ ، $BC=12$ ، $BE=CE=10$

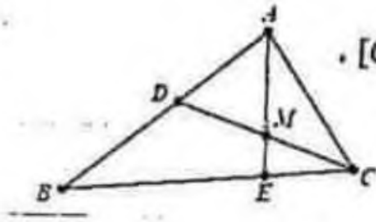
ومحيط المثلث AED ضعف محيط المثلث BEC جد الطول AB

التمرين 8 :

لتكن D نقطة داخل المثلث ABC بحيث (AD) منصف الزاوية $\angle A$ و $(AD)\perp(BD)$. M منتصف $[BC]$

إذا كان $AB=11$ و $AC=17$.جد قيمة DM .

التمرين 9 :



ABC مثلث . D نقطة من $[AB]$ بحيث $\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}=\frac{2}{3}$ ، M منتصف $[CD]$.

(AM) يقطع $[BC]$ في E . جد قيمة $\frac{CE}{BE}$

التمرين 10 :

ABC مثلث حيث $ABC = 2ACB$. D نقطة من $[BC]$ بحيث (AD) منصف الزاوية A .

اثبت أن $AC = AB + BD$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الجمعية الجزائرية لأولمبياد الرياضيات — مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص

حل المسابقة التصفوية الأولى لأولمبياد الرياضيات العالمية 2022

التاريخ: 2022/04/23 — التوقيت: 03 ساعات

التمرين 1: (2ن)

حل: لدينا $N=10a+b=ab+a+b$ ومنه $9a=ab$ ومنه $b=9$ و $a\in\{1,2,....,9\}$ ومنه عدد الأعداد N هو 9

التمرين 2: (2ن)

حل: لدينا $\frac{48}{z}=\frac{24}{y}=x$ و $z=2y$ ومنه $72=2y^2$ ومنه $y=6$ و $x=4$ و $z=12$

أو $xy.xz.yz=(xyz)^2=24.48.72=2^{10}.3^4$ ومنه $xyz=2^5.3^2$ و $x=\frac{xyz}{yz}=\frac{2^5.3^2}{2^3.3^2}=4$ و $y=6$ و $z=12$

وعليه $x+y+z=4+6+12=22$

التمرين 3: (2ن)

حل: نلاحظ أن $AMO+AM+MO+OA=(A+1)(M+1)(O+1)-(A+M+O)-1=pqr-11$ حيث

$p=A+1$ ، $q=M+1$ ، $r=O+1$ و $p+q+r=13$ وبدراسة مختلف الحالات الممكنة نجد أن أكبر قيمة لـ

pqr هي $4.4.5=80$ ومنه أكبر قيمة لـ $AMO+AM+MO+OA$ هي $80-11=69$

التمرين 4: (2ن)

حل: لدينا $\frac{1}{x}=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x(x+1)}$ ومنه $1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$ ومنه $a+b+c+d=24$

التمرين 5: (2ن)

حل: لتكن a ، b ، c ، d ، e هذه الأعداد حيث $e<d<c<b<a$ اذن

$$e+d+c+b+a=\frac{17+20+28+14+42+36+28+39+25+31}{4}=70$$

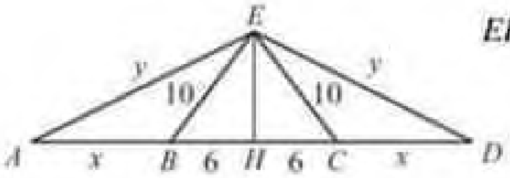
لدينا $a+b=42$ و $d+e=14$ ومنه $c=14$ ولدينا $a+c=39$ ومنه $a=25$ و $b=17$ وكذلك $e+c=17$ ومنه

$e=3$ و $d=11$

التمرين 6: (2ن)

حل: عدد المثلثات 2 وأقياس أضلاعها هي 1 ، 3 ، 3 و 2 ، 2 ، 3 (من المتباينة المثلثية)

التمرين 7 : (2ن)

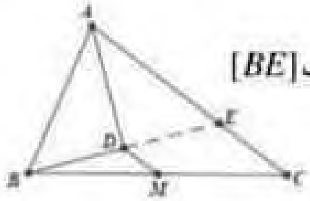


حل: لتكن H المسقط العمودي لـ E على (AB) لدينا $EH=\sqrt{10^2-6^2}=8$

نضع $AB=CD=x$ و $AE=ED=y$ ومنه $2x+2y+12=2\times 32$

أي $y=6-x$ ومنه $8^2+(x+6)^2=y^2=(26-x)^2$ ومنه $x=9$

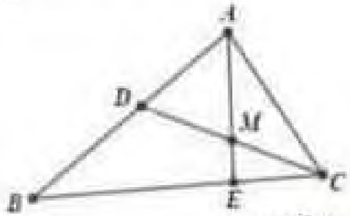
التمرين 8 : (2ن)



حل: نمدد (BD) فيقطع $[AC]$ في E . المثلث ABE متساوي الساقين ومنه D منتصف $[BE]$

وعليه $DM=\frac{1}{2}CE=3$ لأن $AE=AB=11$ و $CE=17-11=6$

التمرين 9 : (2ن)



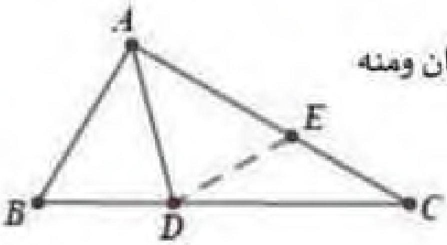
حل: نرمز $[AMB]$ إلى مساحة المثلث AMB

$$\frac{CE}{BE}=\frac{[AMC]}{[AMB]}=\frac{[AMD]}{[AMB]}=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AC}\times\frac{AC}{AB}=\frac{4}{9}$$

طريقة 2) مبرهنة طاليس . لتكن F نقطة من $[AE]$ بحيث $(DF)//(BC)$ فيكون

$$\frac{CE}{BE}=\frac{CE}{DF}.\frac{DF}{BE}=\frac{CM}{DM}.\frac{AD}{AB}=1.\frac{AD}{AC}.\frac{AC}{AB}=\frac{4}{9}$$

التمرين 10 : (2ن)



حل: لتكن E نقطة من $[AC]$ بحيث $AB=AE$ فالمثلثان ABD ، AED متقايسان ومنه

$AED=ABD=2C$ ولدينا $AED=C+CDE$ ومنه $C=CDE$ وعليه

$CE=DE=DB$ ومنه $AC=AE+CE=AB+BD$