الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

موضوع رقم 01 (تحضيرا لبكالوريا 2021)

القسم: 3 علوم تجريبية + ت ر + ر

2020/10/15

اختبار في مادة: الرياضيات

الأستاذ سيدي عيسى

التمرين الأول:

حل في R المعادلات و المتراجحات التالية:

1) $(x+5)\times\left(\frac{x-1}{x}\right)\times\left(x^2+2\right)=0$

2) $\frac{2x+1}{x-3}=\frac{x}{x-1}$

3) $x^3-x^2+3x-3=0$

4) $(x+5)^2\times(x+2)^3\geq 0$

5) $\frac{-2}{x-1}\leq 0$

التمرين الثاني:

1) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-x+3\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x+3-\frac{1}{x+2}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^2-2x}{x+2}\right)$

$\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{x^2-2x}{(x+2)^2}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{x^2-2x}{x+2}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{x^3-2x-4}{x-2}\right)$

2) اوجد مشتقات الدوال التالية: $f(x)=x^3-x^2+3$ ، $g(x)=\frac{x^2-2x}{|x+2|}$ ، $h(x)=4x^2(3x-2)^3$

التمرين الثالث:

بين من أجل كل عدد حقيقي x ما يلي:

1) $\frac{1-2e^{-x}}{1+e^{-x}}=\frac{e^x-2}{e^x+1}$

2) $\frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1}+\frac{3e^x-1}{e^x+1}=2$

3) $\frac{3e^x}{e^x+1}=\frac{3}{e^{-x}+1}$

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=-x^3-2x+5$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في R

ـ تحقق من أن $1{,}3\leq\alpha\leq1{,}4$

ـ فسر النتيجة بيانيا ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

التمرين الخامس:

ـ احسب نهايات الدالة f في كل حالة:

1) $f(x)=\frac{e^x-1}{2e^x+1}$ ، عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) $f(x)=\frac{x^2 e^x}{e^x-x}$ ، عند $-\infty$ و عند $+\infty$

3) $f(x)=\frac{1}{x}\left(e^{3x}-1\right)$ عند 0

ـ اوجد عبارة $f'(x)$ في كل حالة:

1). $f(x)=xe^x$ 2) $f(x)=-x+\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$

3) $f(x)=\frac{e^x-1}{x}$ 4) $f(x)=\frac{x^2 e^x}{e^x-x}$

5) $f(x)=\left(x^2-1\right)e^{2x}$ 6) $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

التمرين السادس:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x)=x^3+6x+12$

1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على R.

2) أ . بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-1,48;-1,47[$.

ب . استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على: R بـ : $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ . بين أنه من أجل كل x من R : $f'(x)=\frac{x\,g(x)}{\left(x^2+2\right)^2}$

ب . استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) احسب نهايات الدالة $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-x+2\right]$ ثم استنتج معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ $\left(C_f\right)$

4) ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ) المستقيم المقارب المائل.

5) بين أن: $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) انشئ $\left(C_f\right)$ بدقة .

7) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=2m$ حلا واحدا.

8) نعتبر الدالة k المعرفة على R بـ : $k(x)=x-2$

. اشرح كيف يمكن رسم $\left(C_{f\circ k}\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$.

التمرين الأول:

جدول التغيرات الموالي هو لدالة u معرفة على $D_u=[-2;3]$

x	-2		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$+$	0	$-$	¦	$-$	0	$+$	¦	$+$	
$u(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3

1) عيّن إشارة $u(x)$.

2) تعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f=u^2$

أ) عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدوالة f

ب) عبّر عن $f'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$.

ج) استنتج جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;2\}$ بـ: $f(x)=\ln\left|\dfrac{x}{x-2}\right|$

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0;2\}$ لدينا: $f(2-x)+f(x)=0$

2) استنتج مركز تناظر للمنحن (C_f)

التمرين الثالث:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}$

1) ادرس تغيرات الدالة f .

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(-x)+f(x)=1$

- استنتج مركز تناظر للمنحني (C_f) .

التمرين الرابع:

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+\left(x^2+x-1\right)e^{-x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α محصور بين $-1{,}52$ و $-1{,}51$

4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

التمرين الخامس:

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث: $\left\|\vec{j}\right\|=1cm$; $\left\|\vec{i}\right\|=2cm$

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ مفسرا النتيجة بيانيا.

3) أ ـ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية: $x^2-2x\leq 0$

ب ـ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\left(x^2-2x\right)e^{1-x}$

ج ـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

د ـ اكتب معادلة للمماس (T) للمنحن $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=1-xe^{1-x}$

أ ـ ادرس اتجاه تغير الدالة h على $\mathbb{R}$ ثم استنتج أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $h(x)\geq 0$

ب ـ ادرس الوضعية النسبية للمماس (T) و المنحني $\left(C_f\right)$

5) بين أن المعادلة $\left(C_f\right)$ يقطع حاما محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1<\alpha<0$

6) انشئ المماس (T) و المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $\left[-1;+\infty\right[$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^2e^{1-x}=-m$

II) F دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=ax+\left(x^2+bx+c\right)e^{1-x}$

1) اوجد بدلالة الأعداد الحقيقية a ، b و c عبارة $F'(x)$

2) استنتج قيم الأعداد a ، b و c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $F'(x)=f(x)$

التمرين الأول:

ـ حل في $\mathbb{R}$ ما يلي:

1) $\ln(x-3)=0$ 2) $\ln x=-3$ 3) $\ln|1-x|=\ln 3$ 4) $\ln(e^x-3)=0$

5) $(\ln x-1)(e^x-2)=0$ 6) $\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)\le -1$ 7) $2\ln(x-3)=\ln 4$

8) $2(\ln x)^2-\ln x-1=0$ 9) $2(\ln x)^2-\ln x-1\le 0$ 10) $\ln|2x+1|+\ln|x-1|=\ln 2$

التمرين الثاني:

ـ اوجد مشتقات الدوال التالية:

1). $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ 2) $g(x)=x+5+6\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$ 3) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

4) $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+5x+6x\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)+6\ln(1-x)$ 5) $f(x)=x-\dfrac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

6) $f(x)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$ 7) $f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(\ln x-2)$ 8) $g(x)=-1+(x+1)e+2\ln(x+1)$

9) $f(x)=\dfrac{e}{x+1}+\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ 10) $g(x)=x^2+1-\ln x$ 11) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+x-1$

12) $f(x)=\dfrac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$ 13) $g(x)=2\left[-x+\ln(2x+1)\right]$ 14) $f(x)=\dfrac{2}{3}x+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

التمرين الثالث:

$\lim\limits_{*\to+\infty}\ln * = +\infty$ ، $\lim\limits_{*\to 0}\ln * = -\infty$ ، $\lim\limits_{*\to 0}\dfrac{\ln(*+1)}{*}=\lim\limits_{*\to 1}\dfrac{\ln *}{*-1}=1$ (العدد المشتق)

التزايد المقارن: $\lim\limits_{*\to+\infty}\dfrac{\ln *}{*}=0$ أو $\lim\limits_{*\to+\infty}\dfrac{\ln *}{(*)^n}=0$ ، $\lim\limits_{*\to 0}*\ln *=0$ أو $\lim\limits_{*\to 0}(*)^n\ln *=0$

1) $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$، عند $-\infty$ و عند 1 2) $f(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$ عند $+\infty$

3) $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{1+x\ln x}$ عند 0 و $+\infty$ 4) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+\ln x$ عند $+\infty$ ثم عند 2

التمرين الرابع:

ـ في كل حالة من الحالات التالية، عين الدالة الوحيدة f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

1) $f'=3f$ و $f(0)=1$

2) $f'=-f$ و $f(0)=1$

3) $f'=\frac{1}{2}f+\frac{3}{2}$ و $f(2)=-4$

التمرين الخامس:

1) حل في R المعادلتين التاليتين: $4^x+3\times 2^x+10=0$ ، $\log x=-4$

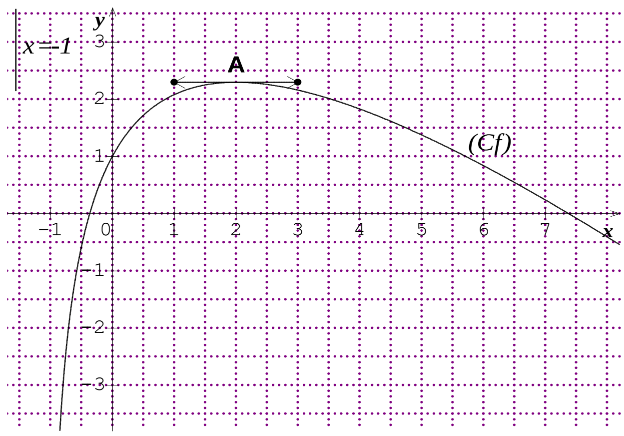
2) عين أصغر عدد طبيعي n في كل حالة: $2^n\geq 10^3$ ، $\left(\frac{1}{4}\right)^n\leq 10^{-2}$

3) ادرس على المجال $]-\infty;-1[$ اتجاه تغير الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$

4) ادرس على المجال $]-\infty;1[$ اتجاه تغير الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\log(1-x)$

التمرين السادس:

f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=ax+b+3\ln(x+1)$ حيث a و b عددان حقيقيان. (C_f) تمثيلها البياني في الشكل المقابل حيث يقبل في النقطة $A(2;-1+3\ln 3)$ مماسا أفقيا.



1) بقراءة بيانية:

أ ـ ضع تخمينا حول $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)$

ب ـ شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) باستعمال المعطيات المتوفرة اوجد a و b .

3) نضع: $f(x)=-x+1+3\ln(x+1)$

أ ـ تحقق من نتائج السؤال 1ـأ).

ب ـ عين النقطة B من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم الذي معادلته $y=x$ ،

ثم اكتب معادلة (T) .

4) استنتج بيانيا قيم العدد الحقيقي التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين موجبين تماما.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

موضوع رقم 04 تحضيرا للبكالوريا

الشعبة: 3 ع ت – 3 ت ر

2021/2020

المـادة: رياضيات

الأستاذ: سيدي عيسى

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+4}$ و (C_f) تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

1) أ ـ بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

ب ـ بين أنه إذا كان $0\le x<1$ فإن $0\le f(x)<1$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0=0$ و من أجل كل n من N: $u_{n+1}=\dfrac{2u_n+3}{u_n+4}$

أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N: $0\le u_n<1$

ب ـ بين أن المتتالية متزايدة تماما ثم بين أنها متقاربة ثم حسب في هذه الحالة $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+3}$

أ ـ اثبت أن (v_n) هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ ويطلب حساب حدها الأول v_0 .

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n .

ج ـ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ بطريقة ثانية.

التمرين الثاني:

I) g دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1) بين أن الدالة g متزايدة تماما علة المجال $]-1;+\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31<\alpha<0,32$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=(x+1)^2+\left(2-\ln(x+1)\right)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)$

2) اثبت أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x+1}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx 4,7$)

5) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=m^2$ حلين غير معدومين مختلفين في الإشارة.

التمرين الثالث:

(u_n)متتالية عددية معرفة على Nبـ: $u_0=2$ و من أجل كل n من N : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$

1) أ ـ مثل على محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية (u_n) مبينا خطوط الرسم وبدون حساب.

ب ـ بين أنه من أجل كل n من N: $-6\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية(u_n) متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

2) لتكن المتتالية (v_n)المعرفة على Nبـ: $v_n=u_n+\alpha$

أ ـ بين أنه من أجل كل n من N: $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n+\frac{1}{2}\alpha-3$

ب ـ عين العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية(v_n)هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

3) نضع: $\alpha=6$ أ ـ اكتب عبارة الحد العامv_nبدلالة n

ب ـ بين أن : $u_n=8\left(\frac{1}{2}\right)^n-6$ ثم احسب نهاية المتتالية(u_n) .

ج ـ عين أصغر عدد طبيعي n يحقق: $u_n\le 1$

التمرين الرابع:

I)لتكن الدالة gالمعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$

1) أحسب$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أحسب $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e+1;e^3+1]$

ثم عين حسب قيم x إش ارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

II)لتكن الدالة f المعرفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أثبت أن f فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها على المجال $]1;+\infty[$

5) اكتب معادلة للمماس (T_1) عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{2}$

6) اوجد معادلة (T_2) نظير (T_1) بالنسبة لمبدأ المعلم.

7) أنشئ (C_f) و (T_1)و (T_2) (يعطى $\alpha\approx 12,4$) على D_f

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x^2-1=e^{2x^2+mx}$

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $[0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{\frac{x}{e}}$

1) ادرس تغيرات الدالة f ثم عين نقط تقاطع (C_f) مع (Δ) (المنصف الأول).

2) لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على N^* حدها الأول $U_1=e^2$ و كل حدودها موجبة تماما و من اجل كل $n\succ 1$: $e(U_n)^2=U_{n-1}$

أ ـ برهن انه من اجل كل $n\in N^*$: $U_n\succ\frac{1}{e}$

ب ـ ادرس اتجاه تغير (U_n) . ـ ماذا تستنتج ؟ احسب $\lim U_n$

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $n\in N^*$ بـ : $V_n=\frac{1+\ln(U_n)}{2}$.

أ ـ برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

ب ـ اكتب V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ثم ادرس تقارب (U_n) .

4) احسب : $S=V_1+V_2+............+V_n$ و $P=U_1\times U_2\times..........\times U_n$

التمرين الثاني:

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 3 مرات متتالية. (القطعة فيها وجه F و ظهر P) .

1) أ ـ احسب احتمال الحصول على ثلاث أوجه .

ب ـ احسب احتمال الحصول على وجه في الرمية الثالثة .

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية عدد الأوجه المحصل عليه.

ـ اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ـ احسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

أ ـ تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$

ب ـ بين أن الدالة f فردية ثم أحسب نهايات الدالة f .

1) أ ـ بين أن: $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم شكل جدول التغيرات f على $\mathbb{R}^+$.

ج ـ استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $1-\frac{1}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$

2) بين أن : $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم فسر هندسيا هذه النتيجة .

3) أنشئ بدقة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنى (C_f).

4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0=1$ ، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

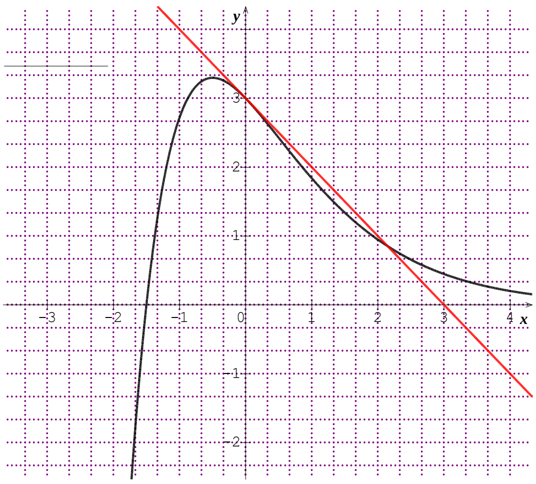
أ ـ بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n>0$

ب ـ تحقق باستعمال السؤال 2 ـ ج) أن : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة .

ج ـ بين أن: $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ حيث $n\in\mathbb{N}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع:

المنحني (C) في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=e^{-x}(ax+b)$



حيث a و b عددان حقيقيان . المنحني (C) يقبل عند النقطة التي فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ مماسا يوازي محور الفواصل ويقبل عند النقطة $A(0;3)$ مماسا (Δ) يمر بالنقطة $B(3;0)$

1) أ ـ بقراءة بيانية عين $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $f(0)$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

ب ـ أحسب $f'(0)$ ثم عين معادلة للمستقيم (Δ).

ج ـ أثبت أنه من أجل كل x من R: $f(x)=e^{-x}(2x+3)$

2) لتكن الدالة h المعرفة على R بـ: $h(x)=1-e^{-x}(2x+1)$

أ ـ أدرس تغيرات الدالة h .

ب ـ أثبت أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلان أحدهما معدوم والأخر α حيث: $1<\alpha<2$ ثم استنتج إشارة $h(x)$.

3) لتكن الدالة g المعرفة على R بـ: $g(x)=e^{-x}(2x+3)+x-3$

أ ـ أثبت أنه من أجل كل x من R : $g'(x)=h(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g . ($g(\alpha)=-0.6$)

ب ـ أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β ينتمي إلى المجال $]\alpha;+\infty[$ ثم تحقق أن: $2<\beta<3$

ج ـ استنتج إشارة $g(x)$ ثم حدد وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل:

1) قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق $9C_n^2 = 2C_{2n}^2$ هي: أ) 5 ب) 6 ج) 7

2) لدينا في صندوق n كرة بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ ـ عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون هو :

أ) $n^2 - n + 12$ ب) $\dfrac{n^2 - n + 12}{2}$ ج) $\dfrac{n^2 + n + 12}{2}$

ب ـ احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون هو :

أ) $\dfrac{8n}{n^2 + 7n + 12}$ ب) $\dfrac{4n}{n^2 + 7n + 12}$ ج) $\dfrac{n}{n^2 + 7n + 12}$

3) A و B حادثتان حيث: $P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,5$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0,35$

أ ـ $P(A \cap B) = 0,1$ ب ـ $P(A \cap B) = 0,25$ ج ـ المعطيات غير كافية

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين وكرة واحدة صفراء.

(الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية: A " كل كرة من لون معين " .

B " الكرات المسحوبة من نفس اللون " ، C " كل كرتين من نفس اللون "

2) ما احتمال سحب كرتين سوداوين على الأكثر؟

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

أ ـ عين قيم X ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب ـ احسب $P(|X| \leq 2)$

ج ـ احسب الإنحراف المعياري لـ X

4) نضيف n كرة صفراء إلى الصندوق. عين العدد الطبيعي n حتى يكون عدد عناصر A يساوي 504

التمرين الثالث:

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N: $u_{n+1}=\frac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N: $u_{n+1}=6-\frac{20}{u_n+3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N: $\frac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N: $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-u_n)$

ب ـ استنتج أنه من أجل كل n من N: $0\le 2-u_n\le\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R بـ: $g(x)=1-x+e^{x-2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطاب حساب النهايات).

2) استنتج أنه من أجل كل x من R لدينا: $g(x)\ge 0$

II) لتكن الدالة f معرفة على R بـ: $f(x)=x-1+xe^{2-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة هي: $1cm$)

1) أ ـ احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

ب ـ بين أن: $\lim_{x\to+\infty}xe^{2-x}=0$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.

ج ـ اثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

د ـ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

2) أ ـ بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{2-x}g(x)$

ب ـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج ـ بين أن النقطة $\omega(2;3)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

د ـ اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من المجال $]0,1\,;\,0,2[$ يحقق: $f(\alpha)=0$

4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) و المماس (T) و (Δ) .

5) أ ـ بين أن: $\alpha e^{2-\alpha}=1-\alpha$

ب ـ حل في R المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $e^{2-x}\ge\frac{1-\alpha}{\alpha}$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

موضوع رقم 07 تحضيرا للبكالوريا

الشعبة: 3 ع ت – 3 ت ر – 3 ر

2021/2020

المـادة: رياضيات

الأستاذ: سيدي عيسى

التمرين الأول:

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء مرقمة 1، 1، 2 و 4 بيضاء مرقمة 1، 1، 2، 3 . نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع. الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس.

1) أ ـ ما احتمال وقوع الحوادث التالية؟ A "الحصول على كرتين مختلفتين في اللون"

B "الحصول على كرتين مجموع رقميهما 3 " و $A \cap B$

ب ـ استنتج $p(A \cup B)$

2) ما احتمال سحب كرية تحمل رقما أوليا على الأقل ؟

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ ـ عين قيم X ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب ـ احسب $P\left(X^2-3X+2=0\right)$

ج ـ احسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=2$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=1+4u_n+\sqrt{1+4u_n}$

أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n>0$

ب ـ بين أن المتتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

2) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\sqrt{1+4u_n}$

أ ـ اوجد عبارة الحد العام u_n بدلالة v_n

ب ـ اثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $(v_{n+1})^2=4\left(v_n+\frac{1}{2}\right)^2$ ثم استنتج v_{n+1} بدلالة v_n

3) نضع $w_n=v_n+1$

أ ـ اثبت أن (w_n) هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول w_0 .

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n

4) أ ـ بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1}{4}\left(w_n^2-2w_n\right)$

ب ـ استنتج بدلالة n عبارة الحد العام u_n . هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ علل.

ج ـ احسب بدلالة n المجموع: $s_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x-1}-\ln|x-1|$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ ـ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $x=1$ مقارب للمنحنى (C_f) .

2) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f'(x)=\dfrac{-x}{(x-1)^2}$

ب ـ عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

4) أ ـ بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين أحدها مبدأ المعلم والأخرى فاصلتها α حيث $\alpha>1$.

ب ـ تحقق أن: $4,5<\alpha<4,6$

5) اثبت أن المحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما يساوي (-2)ثم اكتب معادلتيهما.

6) احسب $f(-6)$ ، $f(-1)$ ، $f(-4)$ و $f(6)$ ثم أنشئ (T_1)،(T_2) والمنحنى (C_f) .

7) m وسيط حقيقي. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$m(x-1)=2x^2-x-(x-1)\ln|x-1| \cdots\cdots\cdots\cdots (E)$$

أ ـ بين أن حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى مع المستقيم (D_m) ذا معادلة $y=-2x+m$.

ب ـ عين قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يقطع المنحنى (C_f) المستقيم (D_m) في نقطتين متمايزتين.

8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$

أ ـ بين أن الدالة h زوجية.

ب ـ اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم انشئه في نفس المعلم السابق.

Sidi aissa.M

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

موضوع رقم 08 تحضيرا للبكالوريا

الشعبة: 3 ع ت - 3 ت ر - 3 ر

2021/2020

المـادة: رياضيات

الأستاذ: سيدي عيسى

التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل.

1) الشكل المثلثي للعدد المركب $z=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}-\sqrt{6}i}$ هو:

أ - $z=\dfrac{1}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$ ب - $z=2\left(\cos\dfrac{7\pi}{12}+i\sin\dfrac{7\pi}{12}\right)$ ج - $z=\dfrac{1}{2}\left(\cos\dfrac{7\pi}{12}+i\sin\dfrac{7\pi}{12}\right)$

2) $z=x+iy$ حيث $x\in R$ و $y\in R^*$. مجموعة حلول المعادلة $|z|^2+(z+\bar{z})(z-\bar{z})=2+4yi$ هي:

أ - $\{1+i\,;-1+i\}$ ب - $\{1+i\,;1-i\}$ ج - $\{1+i\,;-1-i\}$

3) العدد المركب $z=\dfrac{a-b}{1+ab}$ حيث a و b عددان مركبان مختلفان حيث $|a|=|b|=1$ هو:

أ - تخيلي صرف ب - حقيقي سالب ج - حقيقي موجب

4) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق $|iz-3i|=|z|$ هي:

أ - دائرة مركزها المبدأ ونصف قطرها 3 ب - مجموعة خالية ج - محور القطعة $[OA]$ حيث $A(3;0)$

5) العدد المركب $(1+i)^{2020}$ يساوي: أ - 2^{1010} ب - -4^{505} ج - $4^{505}\times i$

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=0$ ، $u_1=1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+2}=\dfrac{2}{5}u_{n+1}-\dfrac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_{n+1}-\dfrac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$

1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{5}$ يطلب حساب حدها الأول v_0 .

2) بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول w_0.

3) اكتب بدلالة n عبارة كلا من v_n و w_n ثم استنتج أن: $u_n=\dfrac{n}{5^{n-1}}$

4) أ - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $0<u_{n+1}\le\dfrac{2}{5}u_n$ (يمكن البرهنة على أن: $u_{n+1}-\dfrac{2}{5}u_n\le 0$)

ب - بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $0<u_n\le\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:

يضم كيس خمس كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كريات حمراء مرقمة من 4 إلى 6 وكريتين خضراوين تحملان الرقمين 5 و 6 (الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في آن واحد.

1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية: A " الكريتان المسحوبتان تحملان رقمين أوليين " .

B " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون " ، C " الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين "

2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟

3) احسب $p(A \cap B)$ ثم استنتج $p(A \cup B)$

4) ما هو عدد الكريات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي120 ؟

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ : $f(x)=\ln\left[\left(x^2-x\right)^2\right]$

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$

2) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x من D_f إشارة العبارة: $A(x)=(4x-2)(x^2-x)$

3) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0;1\}$: $f'(x)=\dfrac{4x-2}{x^2-x}$

4) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0;1\}$: $(1-x)\in\mathbb{R}-\{0;1\}$ و $f(1-x)=f(x)$

ب ـ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

ج ـ شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

5) أ ـ حل في $]0;+\infty[\cup \left]\dfrac{1}{2};1\right[$ المعادلة $f(x)=0$.

ب ـ استنتج حلول المعادلة $f(x)=0$ على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج ـ استنتج إشارة $f(x)$ على D_f (يمكن الاستعانة بجدول التغيرات)

6) انشئ بدقة المنحنى (C_f) على $[-2;0[\cup]0;1[\cup]1;3]$.

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\left|x^2-x\right|=\sqrt{e^m}$

II) لتكن الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

1) عبر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g . (لا يطلب إيجاد عبارة $g(x)$)

3) شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}-\{0;1\}$.