ملخصات مفيدة قبل البكالوريا

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

المراجعة النهائية

★ قواعد الحساب ★

① الجداءات الشهيرة

الجداءات الشهيرة من الدرجة الثانية	الجداءات الشهيرة من الدرجة الثالثة
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

② حل المعادلات من الدرجة الثانية

	حساب المميز $\Delta=b^2-4ac$		
	إذا كان : $\Delta>0$	إذا كان : $\Delta=0$	إذا كان : $\Delta<0$
حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $a\neq 0$	المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ وَ $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	المعادلة تقبل حل مضاعف هو : $x_0=\dfrac{-b}{2a}$	المعادلة لا تقبل حلول
تحليل ax^2+bx+c	$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$	$ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$	لا يمكن تحليل ax^2+bx+c
إشارة ax^2+bx+c	$-\infty$ ... x_1 ... x_2 ... $+\infty$ إشارة a ، 0 ، إشارة $(-a)$ ، 0 ، إشارة a	$-\infty$ ... x_0 ... $+\infty$ إشارة a ، 0 ، إشارة a	$-\infty$ ... $+\infty$ إشارة a

③ خواص القيمة المطلقة

إذا كان x وَ y عددان حقيقيان فإن :

$\lvert x\rvert\geq 0$	$\lvert -x\rvert=\lvert x\rvert$	$\sqrt{x^2}=\lvert x\rvert$
$\lvert x\times y\rvert=\lvert x\rvert\times\lvert y\rvert$	$\left\lvert\dfrac{x}{y}\right\rvert=\dfrac{\lvert x\rvert}{\lvert y\rvert}$ مع $y\neq 0$	$\lvert x+y\rvert\leq\lvert x\rvert+\lvert y\rvert$
$\lvert x\rvert=\begin{cases}x & ;\ x\geq 0\\ -x & ;\ x\leq 0\end{cases}$	$\lvert x+a\rvert=\begin{cases}x+a & ;\ x\geq -a\\ -x-a & ;\ x\leq -a\end{cases}$	$\lvert x-a\rvert=\begin{cases}x-a & ;\ x\geq a\\ -x+a & ;\ x\leq a\end{cases}$
إذا كان $\lvert x\rvert\leq a$ فإن $-a\leq x\leq a$	إذا كان $\lvert x\rvert\geq a$ فإن $x\geq a$ أو $x\leq -a$	

④ قواعد الحصر

لتكن a ، b ، c ، d أعداد حقيقية موجبة تماماً .

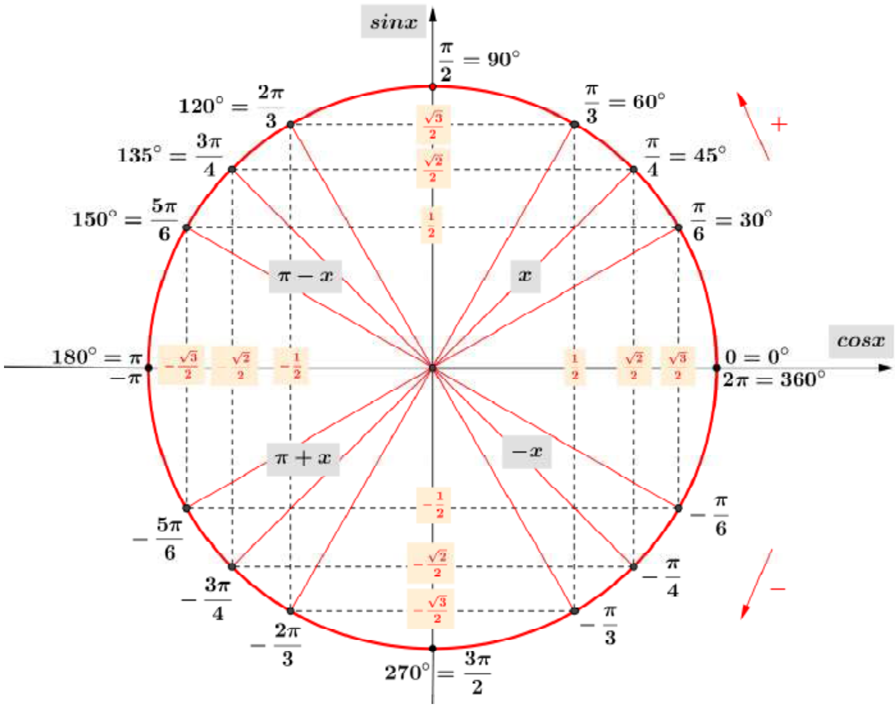
	خاصية الـ			
	جمع	طرح	ضرب	قسمة
$a \le x \le b$ $c \le y \le d$	$a+c \le x+y \le b+d$	$a-d \le x-y \le b-c$	$a \times c \le x \times y \le b \times d$	$\frac{a}{d} \le \frac{x}{y} \le \frac{b}{c}$

⑤ الدائرة المثلثية وَ حساب المثلثات

x عدد حقيقي :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

$\begin{cases} -1 \le \cos x \le 1 \\ -1 \le \sin x \le 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases}$	$\cos^2 x + \sin^2 = 1$ $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\begin{cases} \cos(x \pm 2k\pi) = \cos x \\ \sin(x \pm 2k\pi) = \sin x \end{cases}$



★ النهايات ★

① نهايات بعض الدوال المرجعية

الدالة مقلوب	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0^-$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0^+$	$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\frac{1}{x}=-\infty$	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{1}{x}=+\infty$
الدالة جذر	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}=0^+$	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}a}\frac{1}{\sqrt{x-a}}=+\infty$	$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}a}\frac{1}{\sqrt{a-x}}=+\infty$
الدالة x^n $n\in\mathbb{N}^*$	$\lim\limits_{x\to+\infty}x^n=+\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=+\infty$ مع n زوجي	$\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=-\infty$ مع n فردي	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x^n}=0$

② حالات عدم التعيين وطرق إزالتها

حالات عدم التعيين	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$0\times\infty$	$+\infty-\infty$
حالات يمكن التعيين	$\frac{\ell}{0}=\infty$	$\frac{\infty}{0}=\infty$	$\frac{\ell}{\infty}=0$	$\frac{0}{\infty}=0$
طرق الإزالة	بالنسبة لدوال كثيرات الحدود عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى (الأكبر) درجة بالنسبة لدوال ناطقة عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى درجة في البسط وَ المقام بالنسبة لدوال جذرية عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0 في معظم الحالات نضرب وَ نقسم في المرافق عندما x يؤول إلى x_0 نستعمل الجداءات الشهيرة أو التحليل أو العامل المشترك			

③ مبرهنات في النهايات

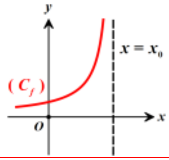
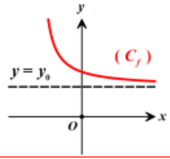
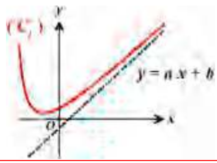
مبرهنة التركيب	نعتبر u، v وَ f ثلاث دوال حيث $f=v\circ u$ ، وَ لتكن a، b وَ c أعداد حقيقية إما منتهية أو $+\infty$ أو $-\infty$ إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}u(x)=b$ وَ $\lim\limits_{x\to b}v(x)=c$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=c$
مبرهنة الحصر	إذا كان : $g(x)\le f(x)\le h(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\ell$ وَ $\lim\limits_{x\to a}h(x)=\ell$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\ell$
مبرهنات المقارنة	إذا كان : $f(x)\ge g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=+\infty$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=+\infty$ إذا كان : $f(x)\le g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=-\infty$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=-\infty$ إذا كان : $\left\|f(x)-\ell\right\|\le g(x)$ حيث : $\lim\limits_{x\to a}g(x)=0$ فإن : $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\ell$

④ نهايات الدوال المثلثية

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin\alpha x}{\sin\beta x}=\frac{\alpha}{\beta}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$

★ المستقيمات المقاربة ★

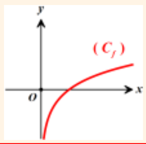
لتكن f دالة عددية وَ $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

النهاية	التفسير الهندسي	التمثيل البياني
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ أو $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$ أو	$\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=x_0$	
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$	$\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y=y_0$ بجوار $+\infty$ أو $-\infty$	
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$	$\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ بجوار $+\infty$ أو $-\infty$	

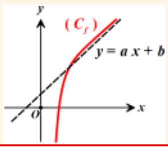
إذا كانت : $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\pm\infty$

نقول احتمال وجود مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ ، ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

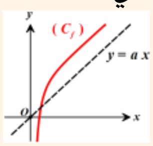
- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ← $\left(C_f\right)$ يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه $(x'x)$



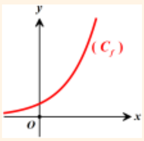
- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a \quad (a\neq 0)$ ← ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]$
  - $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]=b$ ← $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=ax+b$ بجوار ∞



  - $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]=\infty$ ← $\left(C_f\right)$ يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه المستقيم الذي معادلته $y=ax$



- $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\pm\infty$ ← $\left(C_f\right)$ يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه $(y'y)$



★ الاستمرارية وَ مبرهنة القيم المتوسطة ★

لتكن f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$ يشمل العدد الحقيقي a .

① الاستمرارية

استمرارية الدالة f عند a	$\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)=\ell$ حيث $\ell\in\mathbb{R}$	
استمرارية الدالة f على يمين a	$\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a} f(x)=f(a)=\ell_1$ حيث $\ell_1\in\mathbb{R}$	إذا كان $\ell_1=\ell_2$ فإن f مستمرة عند a
استمرارية الدالة f على يسار a	$\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}a} f(x)=f(a)=\ell_2$ حيث $\ell_2\in\mathbb{R}$	

② صورة مجال بواسطة دالة مستمرة

	f دالة متزايدة تماماً على I	f دالة متناقصة تماماً على I
المجال I	$f(I)$	$f(I)$
$[a;b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$
$[a;b[$	$\left[f(a);\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}b} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}b} f(x);f(a)\right]$
$]a;b]$	$\left]\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a} f(x);f(b)\right]$	$\left[f(b);\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a} f(x)\right[$
$]a;b[$	$\left]\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a} f(x);\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}b} f(x)\right[$	$\left]\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}b} f(x);\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a} f(x)\right[$

③ مبرهنة القيم المتوسطة

مبرهنة ❶	إذا كانت f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ وَ كان العدد الحقيقي k محصور بين $f(a)$ وَ $f(b)$ فإن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلاً على الأقل في المجال $]a;b[$
مبرهنة ❷	إذا كانت f دالة مستمرة وَ رتيبة تماماً على المجال $[a;b]$ وَ كان العدد الحقيقي k محصور بين $f(a)$ وَ $f(b)$ فإن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]a;b[$
مبرهنة ❸	إذا كانت f دالة مستمرة على المجال $[a;b]$ وَ كان $f(a)\times f(b)<0$ فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي α محصور بين a وَ b بحيث $f(\alpha)=0$.
مبرهنة ❹	إذا كانت f دالة مستمرة وَ رتيبة تماماً على المجال $[a;b]$ وَ كان $f(a)\times f(b)<0$ فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]a;b[$

★ الاشتقاقية ★

لتكن f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$ وَ a عدد من D_f .

① الاشتقاقية

قابلية اشتقاق الدالة f عند a	$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$	
قابلية اشتقاق الدالة f على يمين a	$\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_d(a)$	إذا كان $f'_d(a)=f'_g(a)$ فإن f قابلة للاشتقاق عند a
قابلية اشتقاق الدالة f على يسار a	$\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'_g(a)$	

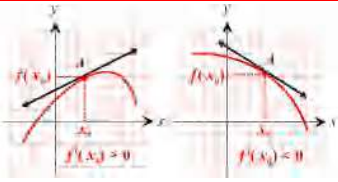
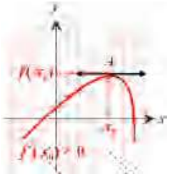
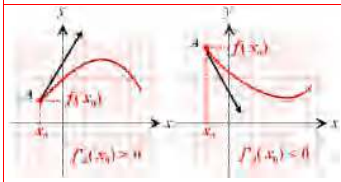
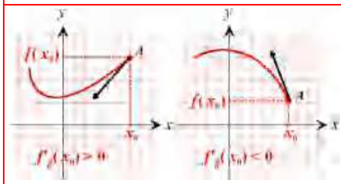
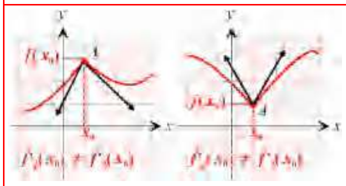
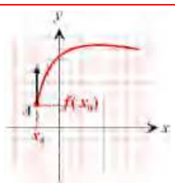
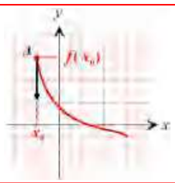
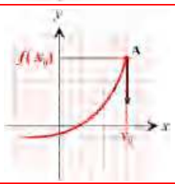
② مشتقات الدوال المألوفة

مجال قابلية الاشتقاق	$f'(x)$	$f(x)$
$\mathbb{R}$	0	a حيث $a\in\mathbb{R}$
$\mathbb{R}$	1	x
$\mathbb{R}$	a	$a\,x$
$\mathbb{R}$	$n.x^{n-1}$	x^n حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$
$\mathbb{R}^*$	$\dfrac{-1}{x^2}$	$\dfrac{1}{x}$
$\mathbb{R}^*$	$\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$\dfrac{1}{x^n}$ حيث $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$
$]0;+\infty[$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$
$\mathbb{R}$	$-\sin x$	$\cos x$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$\sin x$
$\mathbb{R}$	$-a\sin(a\,x+b)$	$\cos(a\,x+b)$
$\mathbb{R}$	$a\cos(a\,x+b)$	$\sin(a\,x+b)$

③ المشتقات وَ العمليات على الدوال

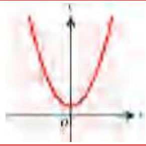
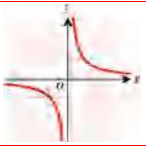
الدالة	$u\pm v$	$a\,u$	$u\times v$	$\dfrac{1}{v}$	$\dfrac{u}{v}$	$\sqrt{u}$	u^n	$u\circ v$
الدالة المشتقة	$u'\pm v'$	$a\,u'$	$u'v-v'u$	$-\dfrac{v'}{v^2}$	$\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$	$\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$	$n\times u^{n-1}\times u'$ $n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	$v'.u'(v)$

④ التفسيرات الهندسية للاشتقاقية

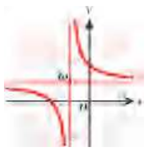
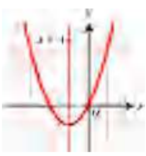
النهاية	الاستنتاج	التفسير الهندسي
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)=a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ مماساً معادلته: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$	f تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)=0$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ مماساً موازي لمحور الفواصل معادلته: $y=f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\underset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a$	f تقبل الاشتقاق على يمين x_0 و $f'_d(x_0)=a$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y=f'_d(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\underset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=b$	f تقبل الاشتقاق على يسار x_0 و $f'_g(x_0)=b$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس معادلته: $y=f'_g(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 
$\lim\limits_{x\underset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\neq\lim\limits_{x\underset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$	f لا تقبل الاشتقاق عند x_0 و $f'_g(x_0)\neq f'_d(x_0)$	(C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصفي مماسين حيث A تسمى نقطة زاوية . 
$\lim\limits_{x\underset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\underset{>}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	(C_f) يقبل على يمين النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\underset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأسفل معادلته $x=x_0$. 
$\lim\limits_{x\underset{<}{\to}x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	(C_f) يقبل على يسار النقطة $A(x_0;f(x_0))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الأعلى معادلته $x=x_0$. 

★ شفعية دالة - مركز تناظر وَ محور تناظر ★

① شفعية دالة

	التعريف	التفسير الهندسي	التمثيل البياني
الدالة الزوجية	f دالة زوجية يعني من أجل كل : $x \in D_f$ وَ $-x \in D_f$ فإن : $f(-x) = f(x)$	(C_f) يقبل محور التراتيب كمحور تناظر	
الدالة الفردية	f دالة فردية يعني من أجل كل : $x \in D_f$ وَ $-x \in D_f$ فإن : $f(-x) = -f(x)$	(C_f) يقبل مبدأ المعلم O كمركز تناظر	

② مركز تناظر وَ محور تناظر دالة

	التعريف	التمثيل البياني
مركز تناظر	$\omega(\alpha;\beta)$ مركز تناظر لـ (C_f) يعني من أجل كل $x \in D_f$ وَ $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن : $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$	
محور تناظر	$x = \alpha$ محور تناظر لـ (C_f) يعني من أجل كل $x \in D_f$ وَ $(2\alpha - x) \in D_f$ فإن : $f(2\alpha - x) = f(x)$	

★ الوضع النسبي بين منحنى و مستقيم ★

(C_f) التمثيل البياني للدالة f وَ (Δ) مستقيم ذو المعادلة $y = ax + b$.

إشارة الفرق $f(x) - y$	الوضعية النسبية
$f(x) - y > 0$	(C_f) يقع فوق (Δ)
$f(x) - y < 0$	(C_f) يقع تحت (Δ)
$f(x) - y = 0$	(C_f) وَ (Δ) يتقاطعان

★ إنشاء منحنى باستعمال منحنى آخر معلوم ★

ليكن (C_f) وَ (C_g) منحنيين للدالتين f وَ g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

الدالة	التمثيل البياني
$f(x)=g(x)+b$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $b\vec{j}$
$f(x)=g(x+a)$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $-a\vec{i}$
$f(x)=g(x+a)+b$	(C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-a;b)$
$f(x)=-g(x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل
$f(x)=g(-x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة لمحور التراتيب
$f(x)=-g(-x)$	المنحنيين (C_f) وَ (C_g) متناظران بالنسبة إلى مبدأ المعلم
$f(x)=g(\lvert x\rvert)$	▪ إذا كان $x\geq 0$ فإن $f(x)=g(x)$ منه (C_f) ينطبق على (C_g) ▪ إذا كان $x\leq 0$ فإن $f(x)=g(-x)$ منه (C_f) هو نظير (C_g) المرسوم في المجال الموجب بالنسبة لمحور التراتيب (f دالة زوجية)
$f(x)=\lvert g(x)\rvert$	▪ إذا كان $g(x)\geq 0$ فإن $f(x)=g(x)$ منه (C_f) ينطبق على (C_g) ▪ إذا كان $g(x)\leq 0$ فإن $f(x)=-g(x)$ منه (C_f) نظير (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل

★ المناقشة البيانية ★

ليكن (C_f) منى الدالة f وَ (Δ) مستقيم مائل (مماس أو مستقيم مقارب) معادلته $y=ax+b$.

المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية ($m\in\mathbb{R}$)
$f(x)=m$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل
$f(x)=ax+m$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لـ (Δ)
$f(x)=mx+b$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الدورانية حول النقطة $(0;b)$
$f(x)=m^2$ أو $f(x)=\lvert m\rvert$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل ($y=m^2$ أو $y=\lvert m\rvert$) لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الأعلى
$f(x)=f(m)$	حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل معادلتها $y=f(m)$

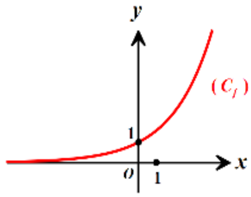
ملاحظات :
- نقول أن للمعادلة حل موجب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يمين محور التراتيب .
- نقول أن للمعادلة حل سالب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يسار محور التراتيب .
- نقول أن للمعادلة حل مضاعف إذا كانت نقطة التقاطع هي نقطة المماس .

★ الدالة الأسية وَ الدالة اللوغاريتمية ★

الدالة الأسية

1- تعريف :
الدالة الأسيّة f هي الدالة الوحيدة ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وَ تحقق : $f'=f$ وَ $f(0)=1$

و نكتب : $f(x)=\exp(x)$ أو $f(x)=e^x$



2- خواص الدالة الأسية :
ليكن x ، y من $\mathbb{R}$ و n عدد صحيح نسبي :

- $e^0=1$ وَ $e^1=e\approx 2,71$
- $e^{x+y}=e^x.e^y$ ، $e^{x-y}=\dfrac{e^x}{e^y}$
- $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ ، $e^{nx}=\left(e^x\right)^n$
- إذا كان : $e^x=e^y$ فإن : $x=y$
- إذا كان : $e^x>e^y$ فإن : $x>y$

3- مجموعة تعريف الدّالة الأسية :
$f(x)=e^{u(x)}$ ، الدالة f معرفة إذا كانت u معرفة

4- مشتقة الدّالة الأسية :
$f(x)=e^{u(x)}$ منه : $f'(x)=u'(x)\times e^{u(x)}$

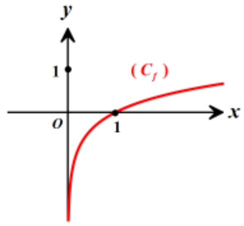
5- النهايات الشهيرة :
$$\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty \quad ، \quad \lim_{x\to-\infty} e^x=0^+ \quad ، \quad \lim_{x\to-\infty} xe^x=0^-$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}=+\infty \quad ، \quad \lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty} x^n e^x=0 \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n}=+\infty \text{ مع } n>0$$

الدال اللوغاريتمية

1- تعريف :
نسمي " الدالة اللوغارتمية النبيرية " الدالة التي نرمز لها بـ " ln " و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ وَ نكتب : $f(x)=\ln x$



2- خواص الدالة اللوغاريتمية النبيرية :
ليكن x وَ y من $]0;+\infty[$ و n عدد صحيح نسبي :

- $\ln 1=0$ ، $\ln e=1$
- $\ln(x.y)=\ln x+\ln y$ ، $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right)=\ln x-\ln y$
- $\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)=-\ln x$ ، $\ln x^n=n\ln x$
- إذا كان : $\ln x=\ln y$ فإن : $x=y$
- إذا كان : $\ln x\succ\ln y$ فإن : $x>y$
- $\ln x>0$ يعني $x>1$ و $\ln x<0$ يعني $0<x<1$

3- مجموعة تعريف الدّالة اللوغاريتمية :
$f(x)=\ln u(x)$ ، الدالة f معرفة إذا كانت : $u(x)>0$

4- مشتقة الدّالة اللوغاريتمية :
$f(x)=\ln u(x)$ منه : $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)>0$

$f(x)=\ln|u(x)|$ منه: $f'(x)=\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ مع $u(x)\neq0$

5- النهايات الشهيرة :
$$\lim_{x\to+\infty} \ln x=+\infty \quad ، \quad \lim_{x\to0^+} \ln x=-\infty \quad ، \quad \lim_{x\to0^+} x\ln x=0^-$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}=0 \quad ، \quad \lim_{x\to0} \frac{\ln(x+1)}{x}=1 \quad ، \quad \lim_{x\to1} \frac{\ln x}{x-1}=1$$

$$\lim_{x\to0^+} x^n\ln x=0^- \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n}=0 \text{ مع } n>0 \text{ .}$$

$\ln e^x=x$ مع $x\in\mathbb{R}$ ، $e^{\ln x}=x$ مع $x\in\mathbb{R}_+^*$