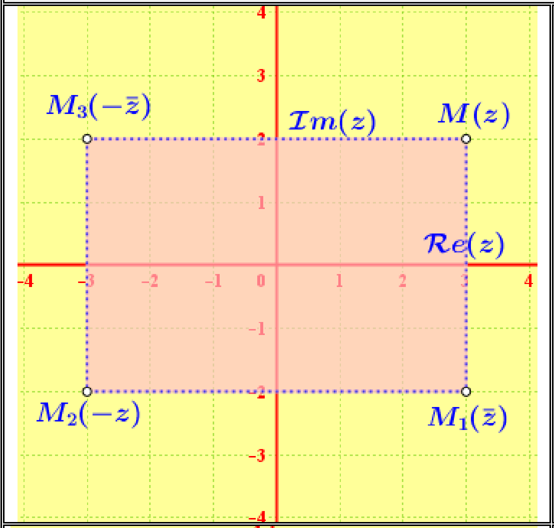
M صورة العدد المركب Z حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R})$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$				
$Z\in\mathbb{R}$	$\Leftrightarrow$	$M\in(xx')$		
$Z\in\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in(xx')-\{O\}$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in\mathbb{R}_+$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,\vec{u})$		
$Z\in\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,\vec{u})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in\mathbb{R}_-$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,-\vec{u})$		
$Z\in\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,-\vec{u})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=(2k+1)\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}$	$\Leftrightarrow$	$M\in(yy')$		
$Z\in i\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in(yy')-\{O\}$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}_+$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,\vec{v})$		
$Z\in i\mathbb{R}_+^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,\vec{v})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$
$Z\in i\mathbb{R}_-$	$\Leftrightarrow$	$M\in[O,-\vec{v})$		
$Z\in i\mathbb{R}_-^*$	$\Leftrightarrow$	$M\in]O,-\vec{v})$	$\Leftrightarrow$	$arg(z)=\frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

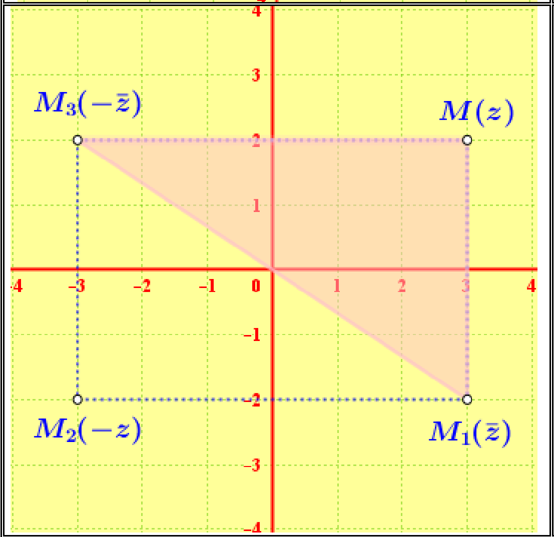
M صورة العدد المركب Z حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R})$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$			
$M_1(-Z)$	$M\xrightarrow{S_O}M_1$	M_1 نظيرة M بالنسبة لمبدأ المعلم	$arg(z_1)=(\theta+\pi)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_2(iZ)$	$M\xrightarrow{R(O,\frac{\pi}{2})}M_2$	M_2صورة M بالدوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$	$arg(z_2)=\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_3(-iZ)$	$M\xrightarrow{R(O,\frac{\pi}{2})}M_3$	M_3صورة M بالدوران مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$	$arg(z_3)=\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_4(\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(xx')}M_4$	M_4 نظيرة M بالنسبة لمحور الفواصل	$arg(z_4)=(-\theta)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_5(-\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(yy')}M_5$	M_5 نظيرة M بالنسبة لمحور التراتيب	$arg(z_5)=(\pi-\theta)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_6(i\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(y=x)}M_6$	M_6 نظيرة M بالنسة لمنصف الربع الاول	$arg(z_6)=\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$
$M_7(-i\bar{Z})$	$M\xrightarrow{S(y=-x)}M_7$	M_7 نظيرة M بالنسة لمنصف الربع الثاني	$arg(z_7)=\left(-\theta-\frac{\pi}{2}\right)+2k'\pi\ /\ k'\in\mathbb{Z}$

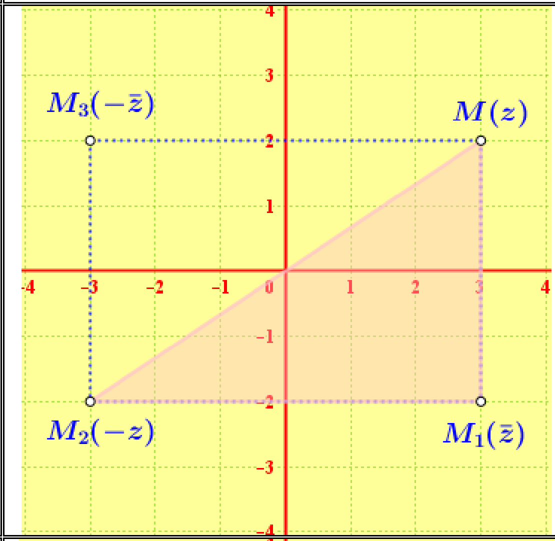
1- في حالة $\Re e(z) \neq \Im m(z)$

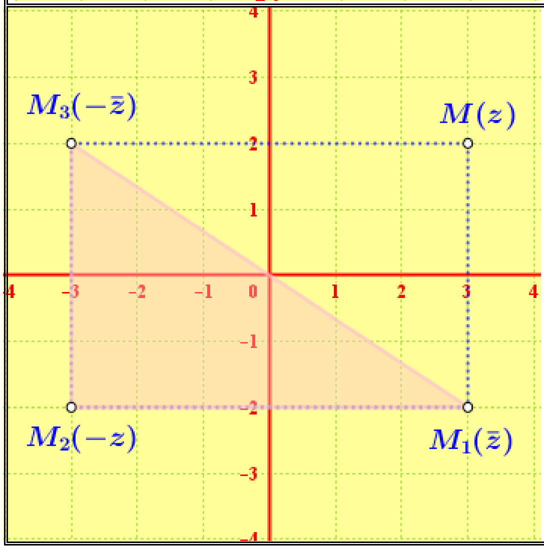


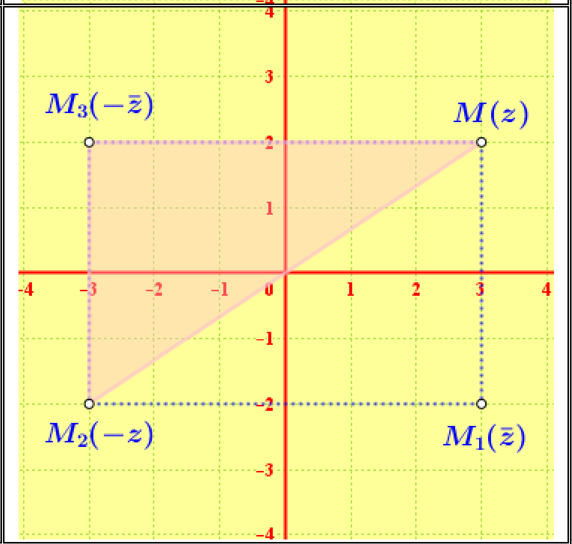
فان

- الرباعي $M\,M_1M_2M_3$ مستطيلا .
- المثلث $M\,M_1M_2$ قائم في M_1
- المثلث $M\,M_1M_3$ قائم في M
- المثلث $M\,M_3M_2$ قائم في M_3
- المثلث $M_3M_2M_1$ قائم في M_2





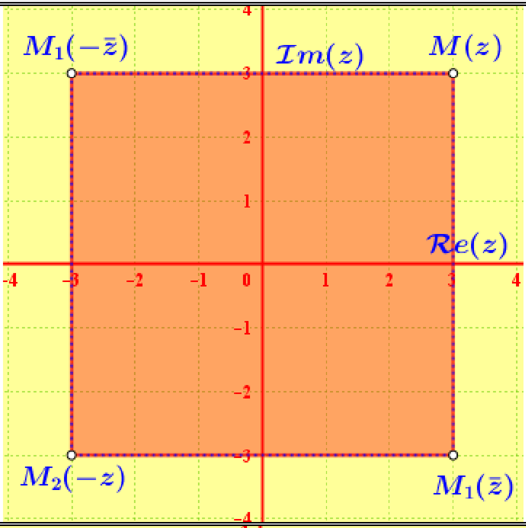


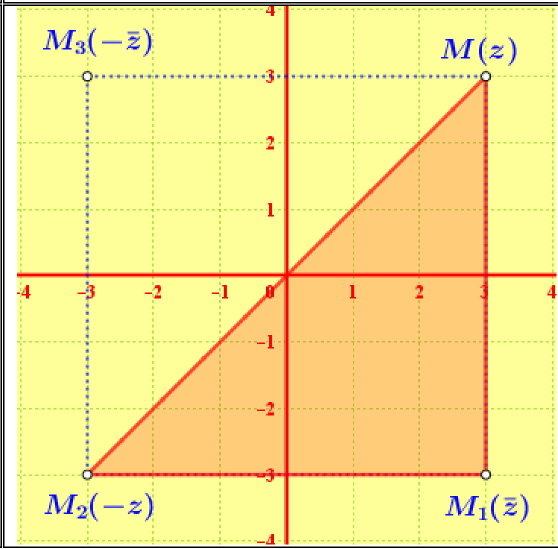


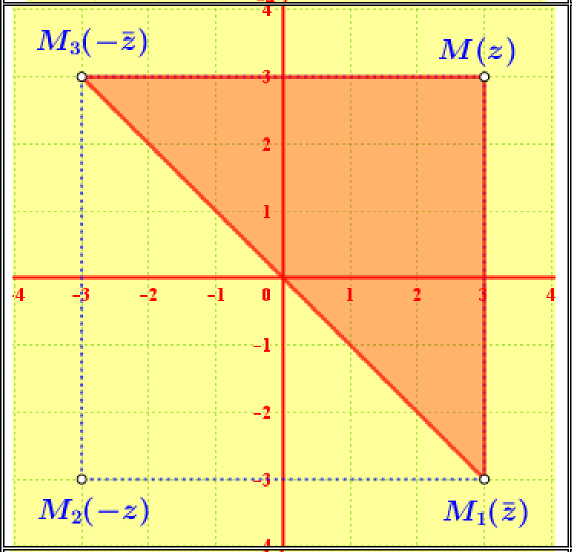
2- في حالة $\Re e(z)=\Im m(z)$

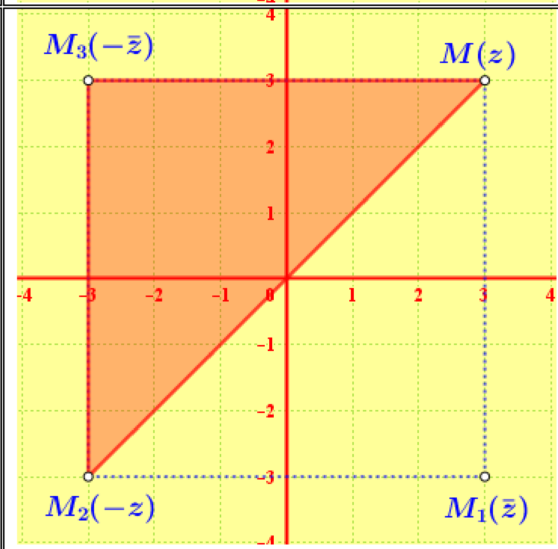
فان

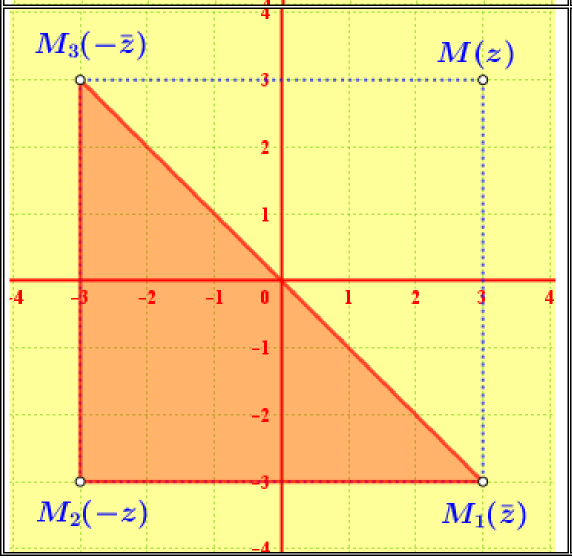
- الرباعي $M\,M_1M_2M_3$ مربعا .
- المثلثات $M\,M_1M_2$ ، $M\,M_1M_3$ ، $M\,M_3M_2$ و $M_3M_2M_1$ قائمة و متساوية الساقين في كل من M_1 ، M ، M_3 وM_2 على الترتيب

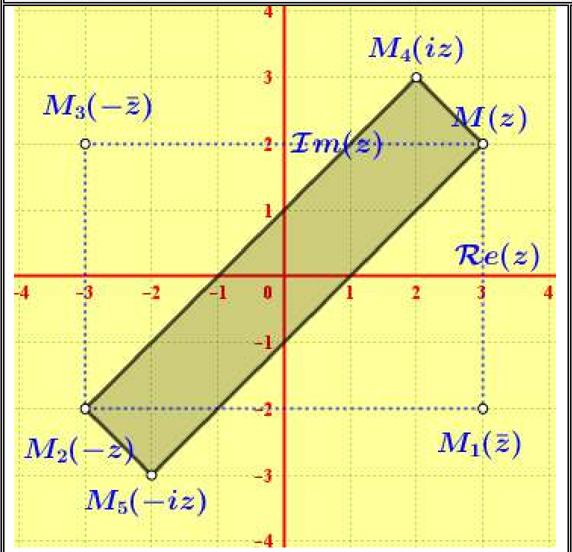
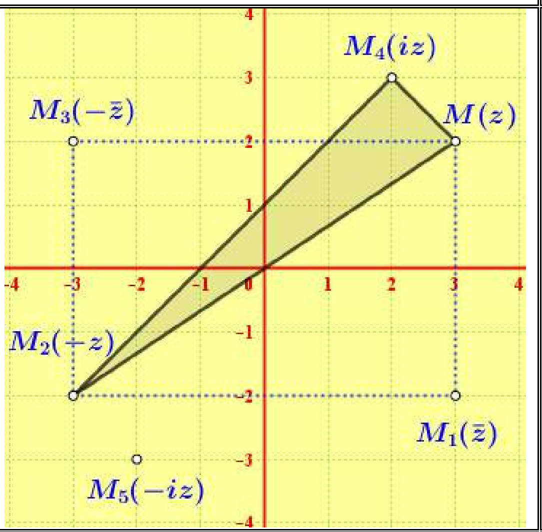
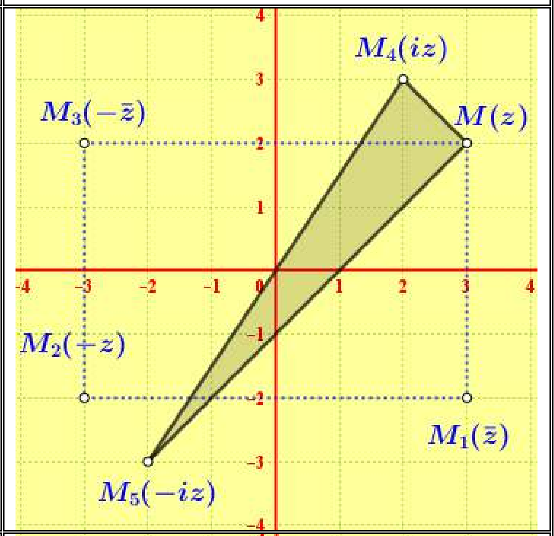
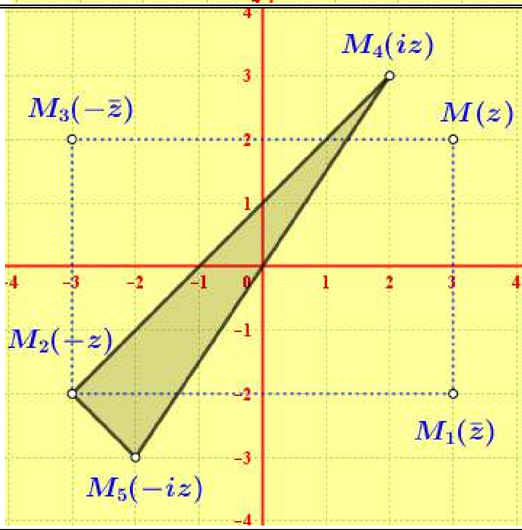
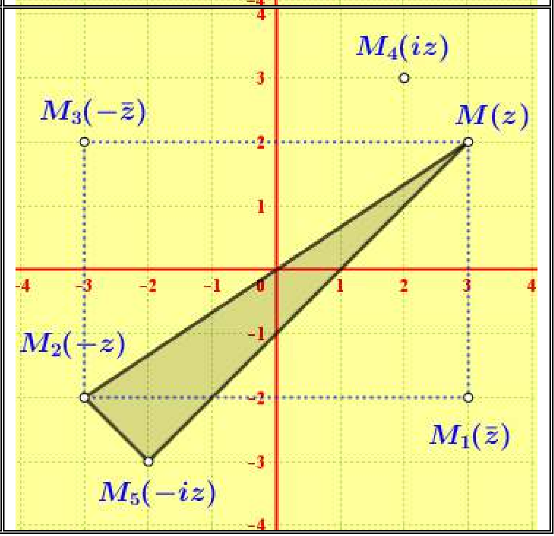










3- في حالة $\Re e(z) \neq \Im m(z)$	
	فان - الرباعي $M M_5M_2M_4$ مستطيلا - المثلثات $M_4M M_5$ ، $M M_4M_2$ $M M_5M_2$ و $M_4M_2M_5$ قائمة في كل من M ، M_4 ، M_5 و M_2 على الترتيب
	
	

4- في حالة من اجل كل $z \in \mathbb{C}^*$

فان

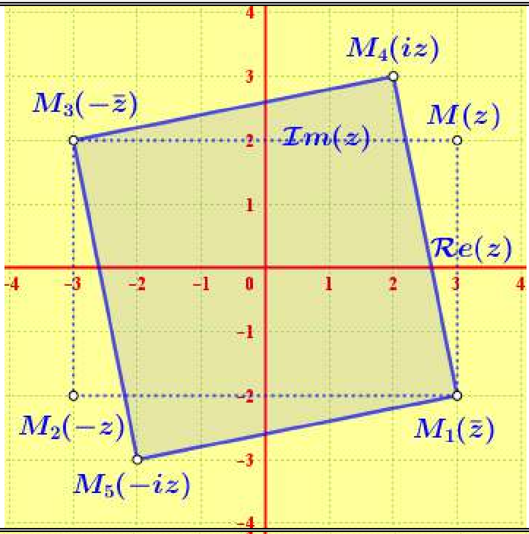
- الرباعي $M_1M_5M_3M_4$ مربعا .
- المثلثات $M_1M_4M_3$ ، $M_4M_3M_5$

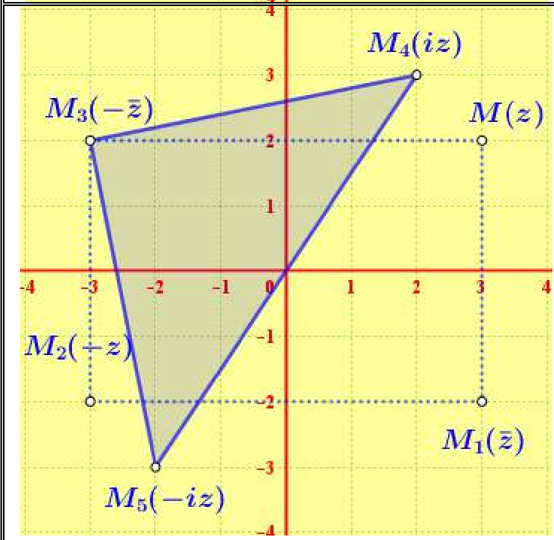
$M_4M_1M_5$ و $M_3M_5M_1$

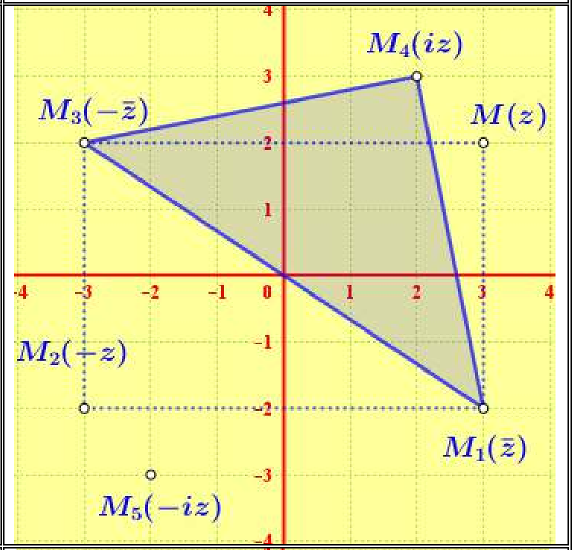
قائمة و متساوية الساقين

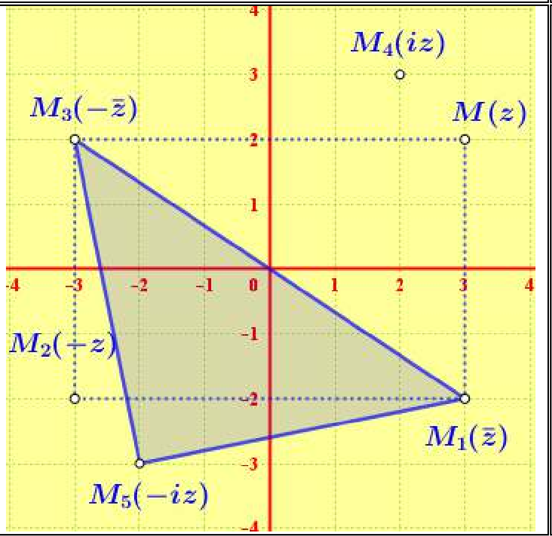
في كل من M_4 ، M_3 ، M_1 و M_5

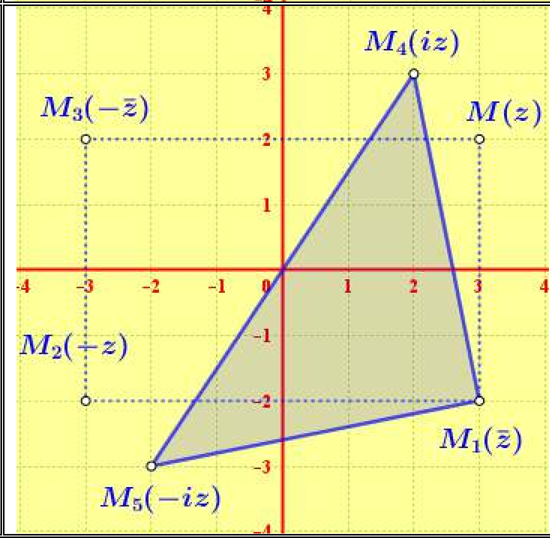
على الترتيب









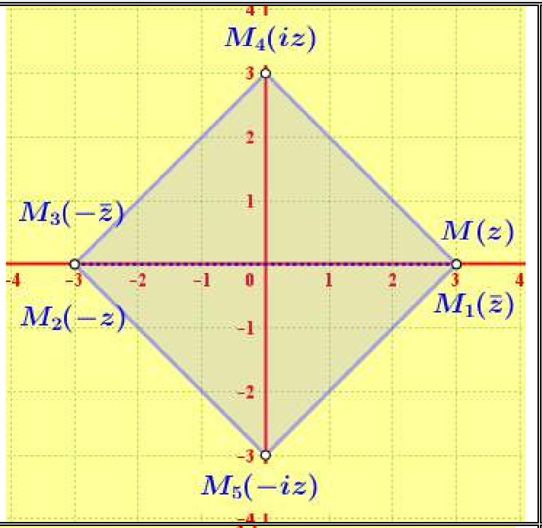


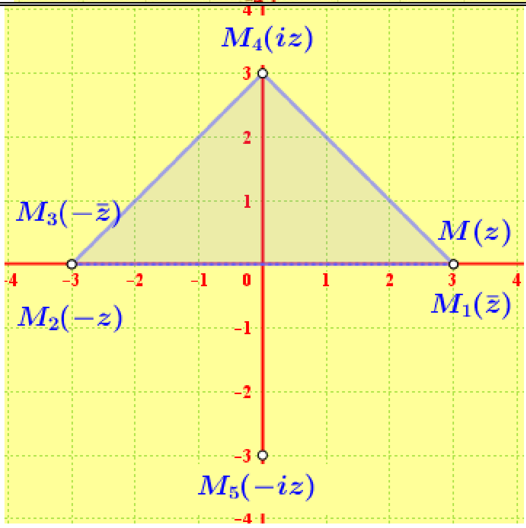
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

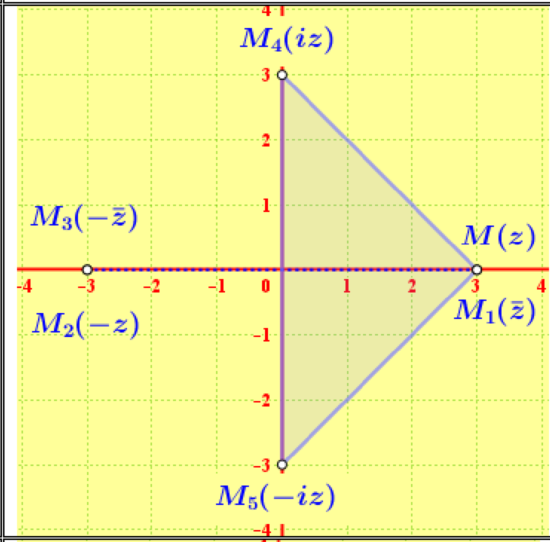
5- في حالة $\Im m(z)=0$

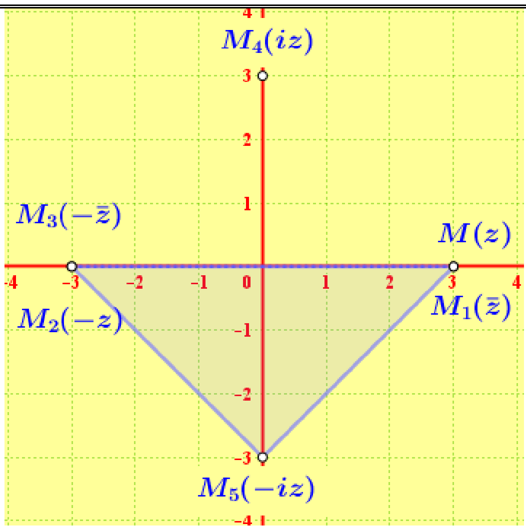
فان

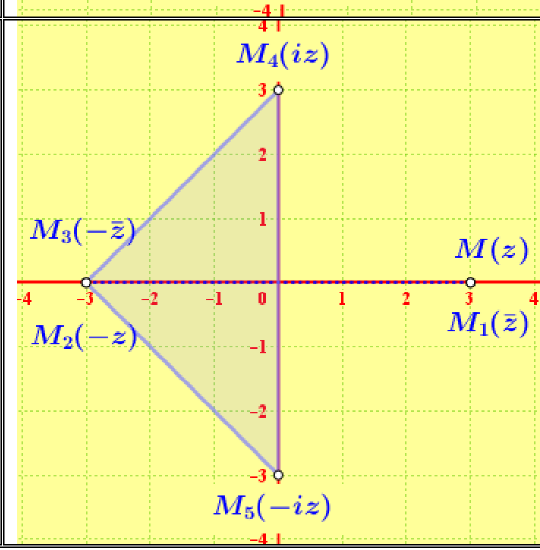
- الرباعي $M\ M_5M_2M_4$ مربعا .
- المثلثات $M_4M\ M_5$ ، $M\ M_4M_2$ و $M_4M_2M_5$ و $M\ M_5M_2$ قائمة و متساوية الساقين في كل من M ، M_4 ، M_2 وM_5 على الترتيب







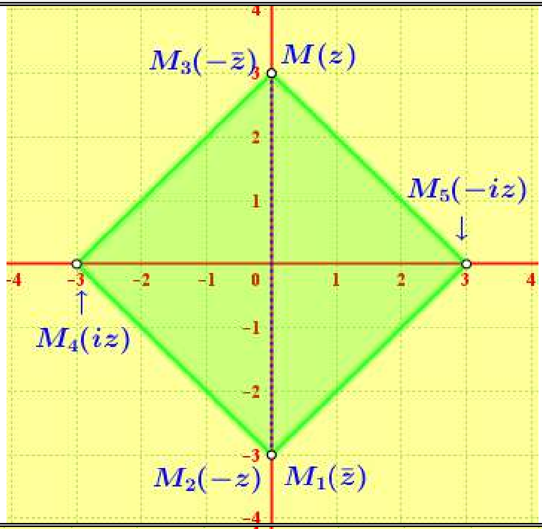


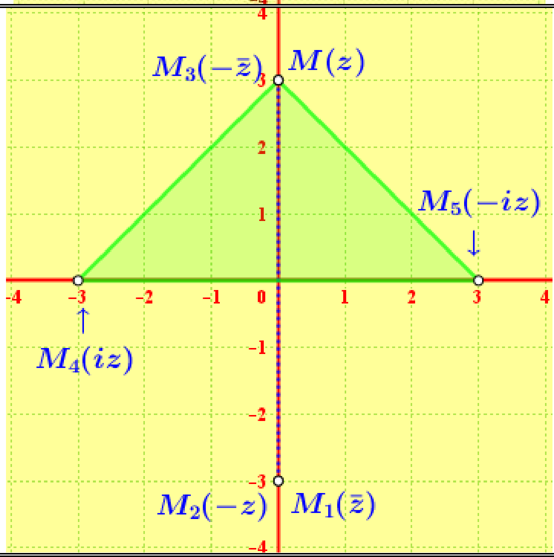


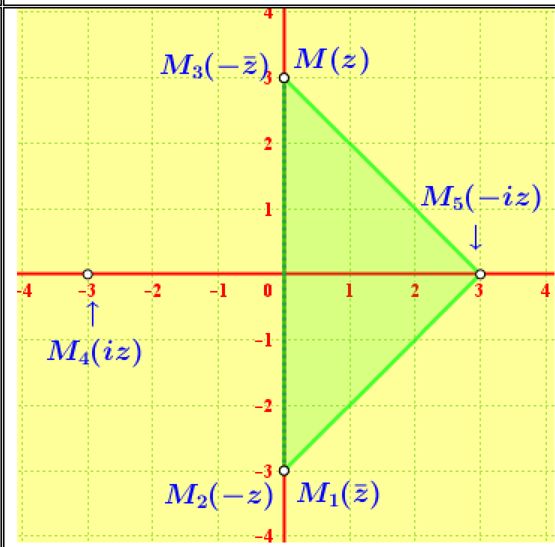
٦- في حالة $\Re e(z)=0$

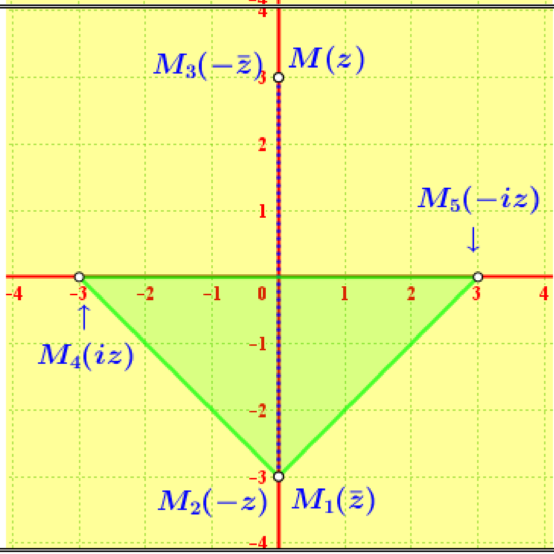
فان

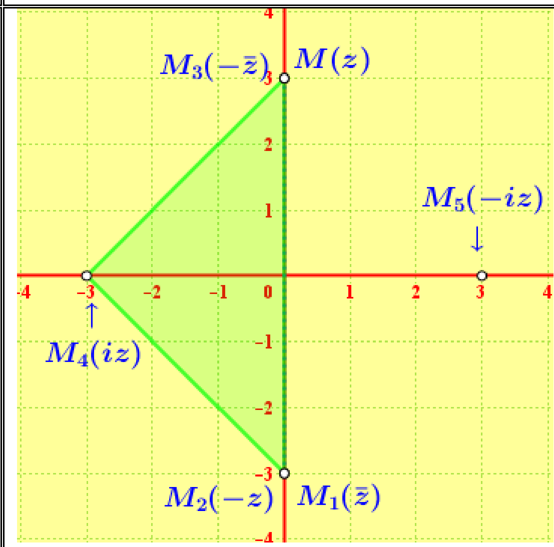
- الرباعي $M M_5 M_1 M_4$ مربعا .
- المثلثات $M M_5 M_1$ ، $M_5 M M_4$
$M M_4 M_1$ و $M_5 M_1 M_4$
قائمة و متساوية الساقين
في كل من M_5 ، M ، M_4 وM_1
على الترتيب











Z عدد مركب غير معدوم و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}$ و n عدد طبيعي				
$Z^n\in\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in\mathbb{R}^*_+$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in\mathbb{R}^*_-$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=(2k(+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=(2k'+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}^*$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}^*_+$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$Z^n\in i\mathbb{R}^*_-$	$\Leftrightarrow$	$arg(z^n)=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow$	$n\theta=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

M صورة العدد المركب $Z\neq 0$ حيث $(Z=x+iy)$ و $(x,y\in\mathbb{R}^*)$ في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و بفرض ان $arg(z)=\theta+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}$		
$M\in(xx')$	$\Rightarrow$	$\theta=k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,\vec{u})$	$\Rightarrow$	$\theta=2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,-\vec{u})$	$\Rightarrow$	$\theta=(2k'+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(yy')$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,\vec{v})$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+2k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in[O,-\vec{v})$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{2}+(2k'+1)\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_1)$ $(\Delta_1): y=x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{4}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_2)$ $(\Delta_2): y=-x$	$\Rightarrow$	$\theta=3\frac{\pi}{4}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_3)$ $(\Delta_3): y=\sqrt{3}\,x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{3}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_4)$ $(\Delta_4): y=-\sqrt{3}\,x$	$\Rightarrow$	$\theta=4\frac{\pi}{3}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_5)$ $(\Delta_5): y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=\frac{\pi}{6}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$
$M\in(\Delta_6)$ $(\Delta_6): y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$	$\Rightarrow$	$\theta=7\frac{\pi}{6}+k'\pi \,/\, k'\in\mathbb{Z}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

الشكل الجبري لعدد مركب

$Z \in \mathbb{C}$ و $x, y \in \mathbb{R}$

$Z = \boxed{x} + i\,\boxed{y}$

الجزء الحقيقي: $\mathfrak{Re}(z)$

الجزء التخيلي: $\mathfrak{Im}(z)$

مصطلحات

z حقيقي $Z \in \mathbb{R}$	فان	$\mathfrak{Im}(z) = 0$
z تخيلي صرف $Z \in i\mathbb{R}$	فان	$\mathfrak{Re}(z) = 0$
z معدوم $Z = 0$	فان	$\mathfrak{Re}(z) = 0 = \mathfrak{Im}(z)$

القوة الطبيعية للعدد المركب i

من اجل كل	$n = 4k+3$	$n = 4k+2$	$n = 4k+1$	$n = 4k$	n
$k \in \mathbb{N}$	$-i$	-1	i	1	i^n

مرافق عدد مركب

$Z \in \mathbb{C}$ و من اجل كل $x, y \in \mathbb{R}$

$Z = x \boxed{+} i\,y$ مرافقه $\overline{Z} = x \boxed{-} i\,y$

خواص

- $\overline{\overline{z}} = z$
- $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- $\overline{z_1 \times z_2} = \overline{z_1} \times \overline{z_2}$
- $\overline{\left(\dfrac{1}{z_2}\right)} = \dfrac{1}{\overline{z_2}} \quad / \; z_2 \neq 0$
- $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)} = \dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \quad / \; z_2 \neq 0$
- $\overline{\left(z^n\right)} = \left(\overline{z}\right)^n \quad / \; n \in \mathbb{Z}$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

نتائج

$Z \in \mathbb{C}$ و من اجل كل $x, y \in \mathbb{R}$

$Z = x + i\,y$

- $Z \times \overline{Z} = x^2 + y^2$
- $Z + \overline{Z} = 2\mathfrak{Re}(z) = 2x$
- $Z - \overline{Z} = 2i\;\mathfrak{Im}(z) = 2i\,y$
- Z حقيقي $\Leftrightarrow \quad \overline{Z} = Z$
- Z تخيلي صرف $\Leftrightarrow \quad \overline{Z} = -Z$
- $\overline{i} = -i$
- $\overline{\left(\dfrac{1}{i}\right)} = \dfrac{1}{\overline{i}} = i$

طويلة عدد مركب

z عدد مركب حيث : $z = x + i\,y$

(x و y عددان حقيقيان).

نسمي طويلة العدد المركب z العدد الحقيقي الموجب

الذي نرمز له $|z|$ حيث $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$|z| = \sqrt{(\Re e(z))^2 + (\Im m(z))^2}$$

ملاحظات:

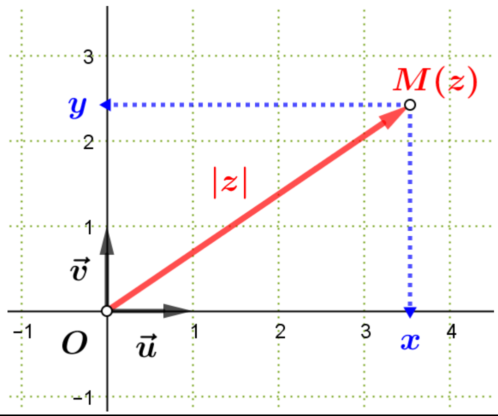
- إذا كان z عددا حقيقيا فأن طويلة z هي القيمة المطلقة للعدد z .
- $|z| = 0$ يعني $z = 0$
- $|z|^2 = x^2 + y^2$

التفسير الهندسي لطويلة عدد مركب

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

z عدد مركب حيث $z = x + i\,y$

إذا كانت M صورة z فأن $OM = |z|$



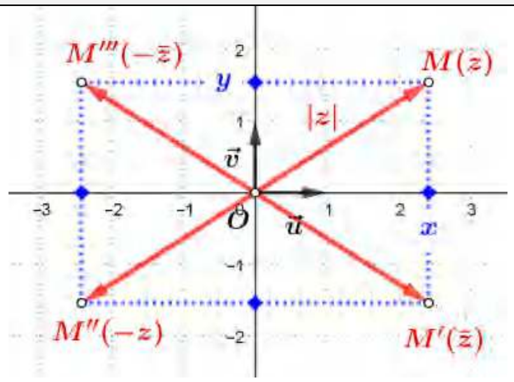
طويلة عدد مركب

خواص : من أجل كل عددين مركبين z و z' .

- $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$
- $\left|\dfrac{1}{z'}\right| = \dfrac{1}{|z'|}$ / $z' \neq 0$
- $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$ $z' \neq 0$
- $|z^n| = |z|^n$ / $n \in \mathbb{Z}$
- $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ (المتباينة المثلثية)

نتائج هامة

- $|z| = \sqrt{z.\overline{z}}$ • $|z| = 1 \Leftrightarrow \overline{z} = \dfrac{1}{z}$
- $|z|^2 = z.\overline{z} = (\Re e(z))^2 + (\Im m(z))^2$
- $AB = |z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A|$



نتائج :

- $|z| = |\overline{z}| = |-z| = |-\overline{z}|$
- $|i| = |-i| = 1$
- $|z| = |i\,\overline{z}| = |-iz| = |-i\,\overline{z}|$
- $|z| = 1 \Leftrightarrow \overline{z} = \dfrac{1}{z} \Leftrightarrow z = \dfrac{1}{\overline{z}}$
- $\mathcal{S}_{OMM'} = \mathcal{S}_{OM'M''} = \mathcal{S}_{OM''M'''}$ $= \mathcal{S}_{OMM'''} = |\Re e(z) \times \Im m(z)|$
- $\mathcal{S}_{MM'M''M'''} = 4|\Re e(z) \times \Im m(z)|$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .

1- $r \in \mathbb{R}$ و $M(z) \in (\Gamma_1)$

حيث

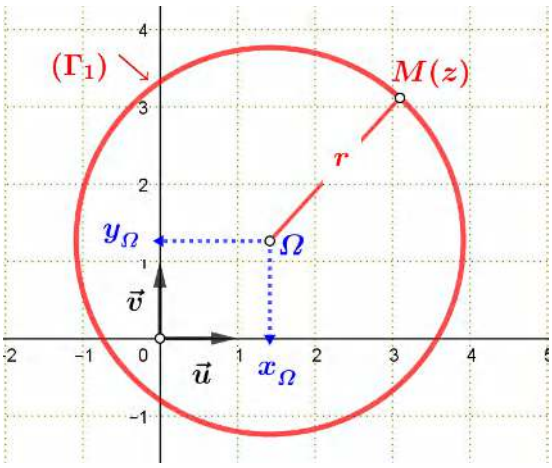
$$|z - z_\Omega| = r \Leftrightarrow \Omega M = r$$

أ- في حالة $r < 0$ فإن $(\Gamma_1) = \varnothing$

ii- في حالة $r = 0$ فإن $(\Gamma_1) = \{\Omega\}$

iii - في حالة $r > 0$

فإن (Γ_1) هي الدائرة التي:
- مركزها Ω
- نصف قطرها r



2- $M(z) \in (\Gamma_2)$

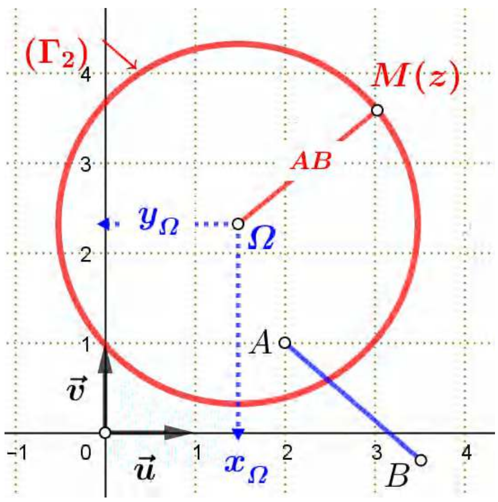
حيث

$$|z - z_\Omega| = |z_B - z_A|$$

$$\Updownarrow$$

$$\Omega M = AB$$

ومنه (Γ_2) هي الدائرة التي:
- مركزها Ω
- نصف قطرها AB



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .

3- $\alpha \in \mathbb{R}$ و $M(z) \in (\Gamma_3)$

حيث

$$|z - z_\Omega|^2 = \alpha \Leftrightarrow (z - z_\Omega)\left(\overline{z - z_\Omega}\right) = \alpha$$

$$\Updownarrow$$

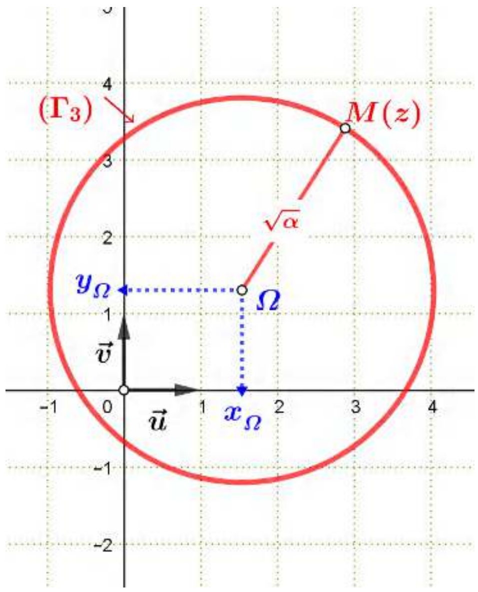
$$\Omega M^2 = \alpha$$

أ- في حالة $\alpha < 0$ فان $(\Gamma_3) = \varnothing$

ii- في حالة $\alpha = 0$ فان $(\Gamma_3) = \{\Omega\}$

iii - في حالة $\alpha > 0$

فان (Γ_3) هي الدائرة التي : $\begin{cases} \text{مركزها} & \Omega \\ \text{نصف قطرها} & \sqrt{\alpha} \end{cases}$



4- $M(z) \in (\Gamma_4)$

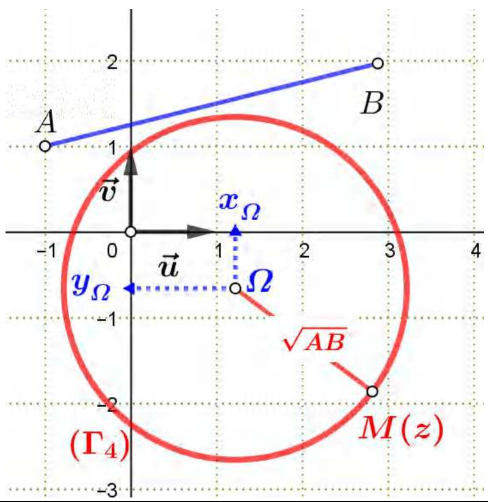
حيث

$$(z - z_\Omega)\left(\overline{z - z_\Omega}\right) = |z_B - z_A|$$

$$\Updownarrow$$

$$\Omega M^2 = AB$$

ومنه (Γ_4) هي الدائرة التي : $\begin{cases} \text{مركزها} & \Omega \\ \text{نصف قطرها} & \sqrt{AB} \end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

M صورة العدد المركب z

5- $r\in\mathbb{R}$ و $M\left(z\right)\in\left(\Gamma_5\right)$
حيث

$$\left|z-z_{\Omega}\right|\leq r\Leftrightarrow\ \Omega M\leq r$$

i- في حالة $r<0$ فإن $\left(\Gamma_5\right)=\varnothing$

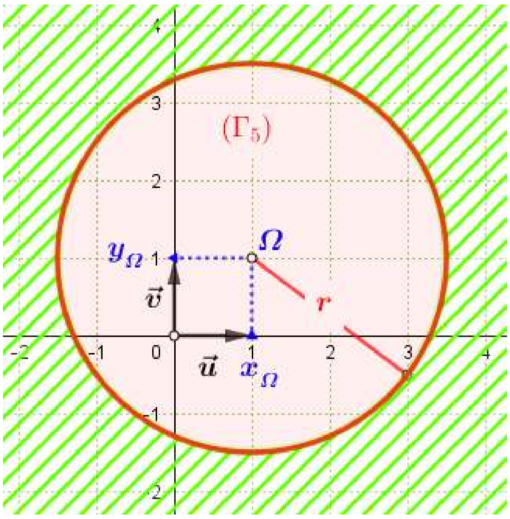
ii- في حالة $r=0$ فإن $\left(\Gamma_5\right)=\left\{\Omega\right\}$

iii - في حالة $r>0$

فإن $\left(\Gamma_5\right)$ هي نقط القرص المغلق

المحدد بالدائرة التي مركزها Ω

نصف قطرها r



6- $r\in\mathbb{R}$ و $M\left(z\right)\in\left(\Gamma_6\right)$
حيث

$$\left|z-z_{\Omega}\right|\geq r\Leftrightarrow\ \Omega M\geq r$$

i- في حالة $r<0$ فإن $\left(\Gamma_6\right)=\varnothing$

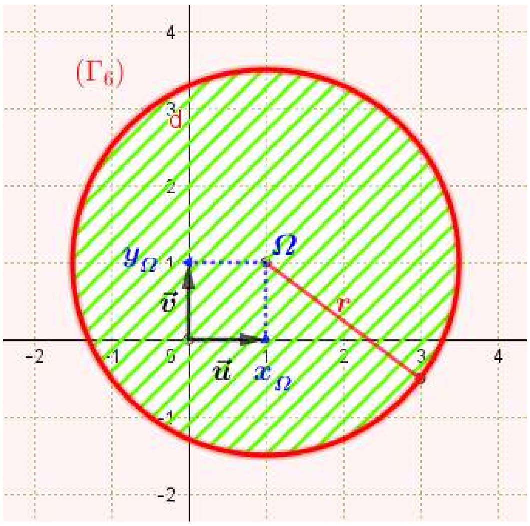
ii- في حالة $r=0$ فإن $\left(\Gamma_6\right)=\left\{\Omega\right\}$

iii - في حالة $r>0$

فإن $\left(\Gamma_6\right)$ هي نقط خارج القرص المفتوح

المحدد بالدائرة التي مركزها Ω

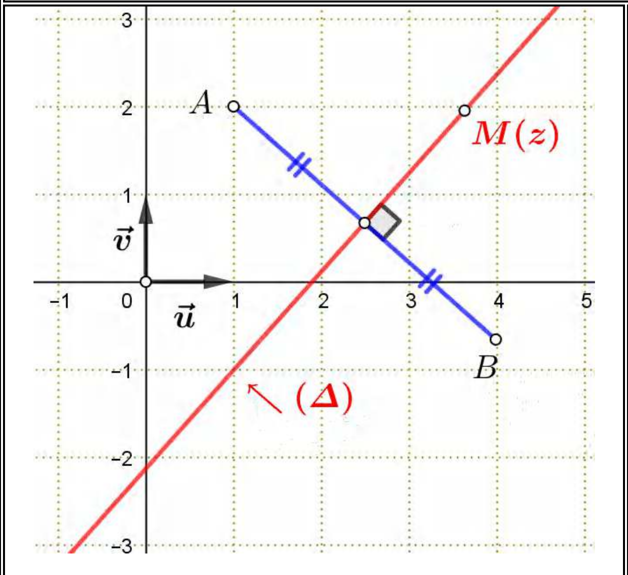
نصف قطرها r



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال الطويلة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z ، z_A و z_B لواحق النقط M ، A و B على الترتيب .



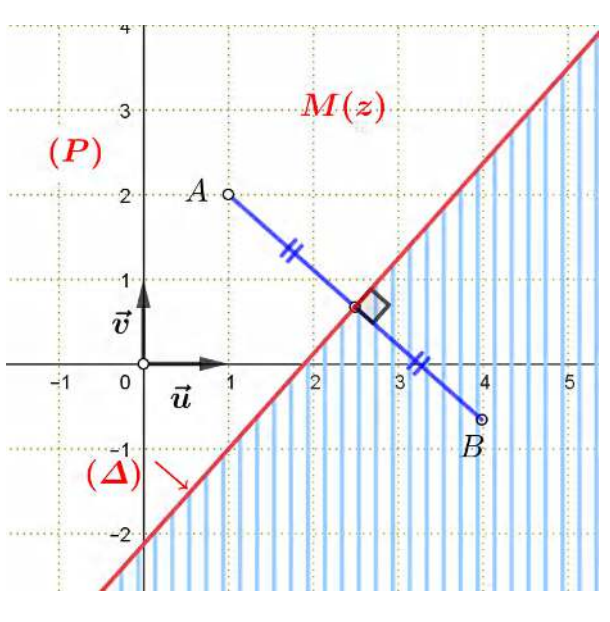
-7 $M(z)\in(\Delta)$

حيث

$$MA = MB \Leftrightarrow \begin{cases} |z-z_A| = |z-z_B| \\ \text{أو} \\ \left|\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right| = 1 \end{cases}$$

فان (Δ) هي

مجموعة نقط محور القطعة $[AB]$



-8 $M(z)\in(P)$

حيث

$$MA \leq MB \Leftrightarrow \begin{cases} |z-z_A| \leq |z-z_B| \\ \text{أو} \\ \left|\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right| \leq 1 \end{cases}$$

ومنه (P) هي مجموعة نقط نصف المستوي المحدد بالمستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$

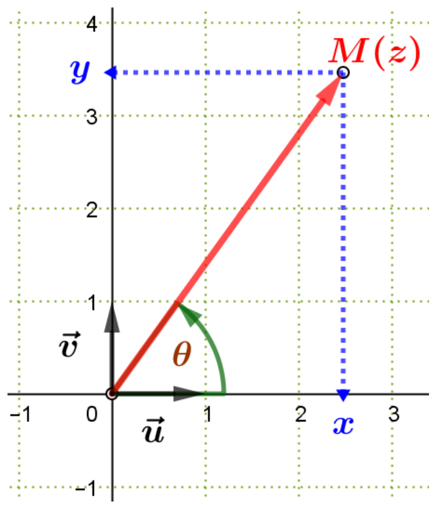
و يشمل النقطة A .

عمدة عدد مركب غير معدوم

z عدد مركب غير معدوم حيث: $z = x + i\,y$ (x و y عددان حقيقيان).

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامدو متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن M صورة z .

نسمي عمدة العدد المركب z و نرمز $\arg\ z$ كل قيس بالرديان للزاوية الموجهة $(\vec{u},\overrightarrow{OM})$.



ملاحظات:

- كل عدد مركب غير معدوم z له عدد غير منته من العمد.
- إذا كان θ عمدة لـ z

فأن $k \in \mathbb{Z}$ $\theta + 2k\pi$ عمدة لـ z .

و نكتب $\arg\ z \equiv \theta\ 2\pi$

- A و B نقطتان لاحقتاهما z_A و z_B على الترتيب.

$\arg(z_B - z_A) = (\vec{u};\overrightarrow{AB})$.

عمدة عدد مركب غير معدوم

خواص

z و z' عددان مركبان غير معدومين

- $arg(z \times z') = arg(z) + arg(z')$
- $arg\left(\dfrac{1}{z'}\right) = -arg(z')$
- $arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z')$
- $arg(z^n) = n \times arg(z) \quad / n \in \mathbb{Z}$

نتائج

- $arg(\alpha.i) = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \alpha > 0)$
- $arg(\alpha.i) = \left(-\dfrac{\pi}{2} \vee \dfrac{3\pi}{2}\right) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \alpha < 0)$
- $arg(\alpha.z) = (-\pi \vee \pi) + arg(z) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \alpha < 0)$
- $arg(\alpha.\bar{z}) = -arg(z) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \alpha > 0)$
- $arg(\alpha.\bar{z}) = (-\pi \vee \pi) - arg(z) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \alpha < 0)$
- $arg(\beta i.z) = \dfrac{\pi}{2} + arg(z) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \beta > 0)$
- $arg(\beta i.\bar{z}) = \dfrac{\pi}{2} - arg(z) + 2k\pi \,/\, (k \in \mathbb{Z}, \beta > 0)$

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

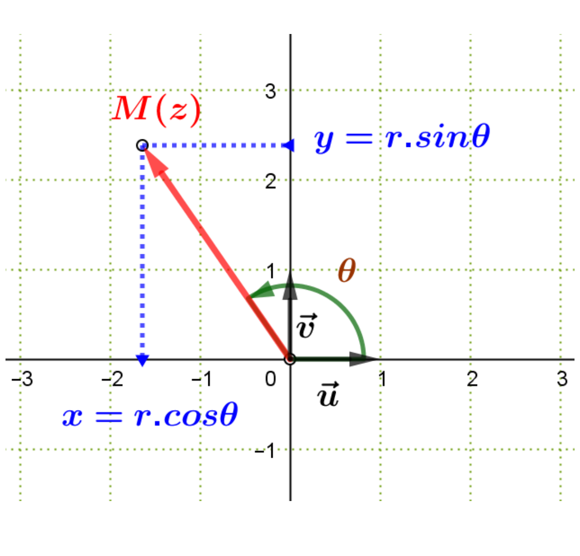
تعلم نقطة M بأحداثييها الديكارتية $x;y$ أو بأحداثييها القطبية $r;\theta$.

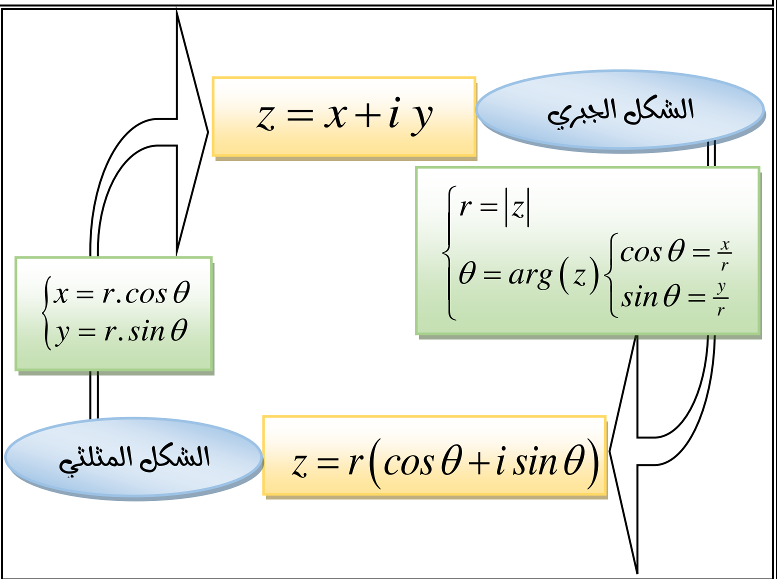
حيث $OM=r$ و $(\vec{u},\overrightarrow{OM})=\theta$ ، و لدينا $x=r\cos\theta$ و $y=r\sin\theta$.

تعريف : z عدد مركب غير معدوم .

العدد z يكتب على الشكل $z=r\ \cos\ \theta\ +i\sin\ \theta$

حيث : $r=|z|$ و $\theta=\arg\ z$ هذا الشكل يسمى الشكل المثلثي لِـ z .





إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

نتائج

من أجل كل عددين مركبين z و z' غير معدومين

حيث $z=r(cos\theta+isin\theta)=[r,\theta]$ و $z'=r'(cos\theta'+isin\theta')=[r',\theta']$ فان

- $z.z'=rr'[cos(\theta+\theta')+i\,sin(\theta+\theta')]=[rr',(\theta+\theta)]$
- $\frac{1}{z'}=\frac{1}{r'}[cos(-\theta')+i\,sin(-\theta')]=\left[\frac{1}{r'},(-\theta')\right]$
- $\frac{z}{z'}=\frac{r}{r'}[cos(\theta-\theta')+i\,sin(\theta-\theta')]=\left[\frac{1}{r'},(\theta-\theta')\right]$
- $z^n=r^n[cos(n\theta)+i\,sin(n\theta)]=[r^n,(n\theta)]\quad /(n\in\mathbb{Z})$
- $\overline{z}=r[cos(-\theta)+i\,sin(-\theta)]=[r,(-\theta)]$
- $i\,z=r[-sin(\theta)+i\,cos(\theta)]=r\left[cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+i\,sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]=\left[r,\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]$
- $-z=r[-cos(\theta)-i\,sin(\theta)]=r[cos(\pi+\theta)+i\,sin(\pi+\theta)]=[r,(\pi+\theta)]$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-1 $\quad M(z)\in(\Delta)$

حيث

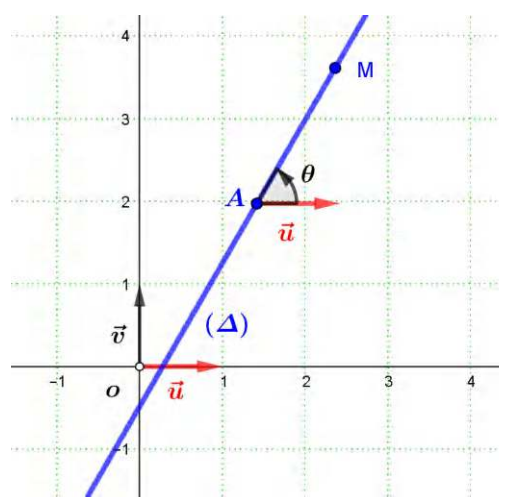
$$\left[\, z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[\; k\in\mathbb{R} \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 & ;M=A \\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+\lambda\pi \;\;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي يشمل

النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $\quad M(z)\in(\Delta)$

حيث

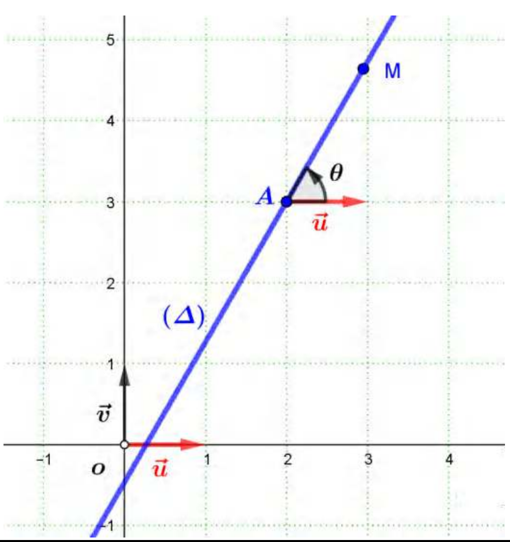
$$\left[\; k\in\mathbb{R} \;\;;\quad z=2+3i+k\,e^{i\frac{\pi}{3}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 & ;M=A(2;3) \\ k\in\mathbb{R}^* & ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{3}+\lambda\pi \;\;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي يشمل

النقطة $A(2;3)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ أو $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{4\pi}{3}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-2 $M(z)\in(\Delta')$

حيث

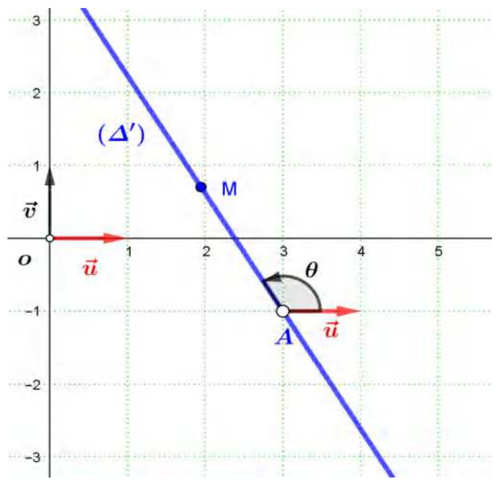
$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[\ k\in\mathbb{R}^* \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 & ;M\neq A \\ k\in\mathbb{R}^* & ;(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\theta+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ) هي مجموعة نقط المستقيم الذي لايشمل

النقطة A و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\theta$ أو $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta')$

حيث

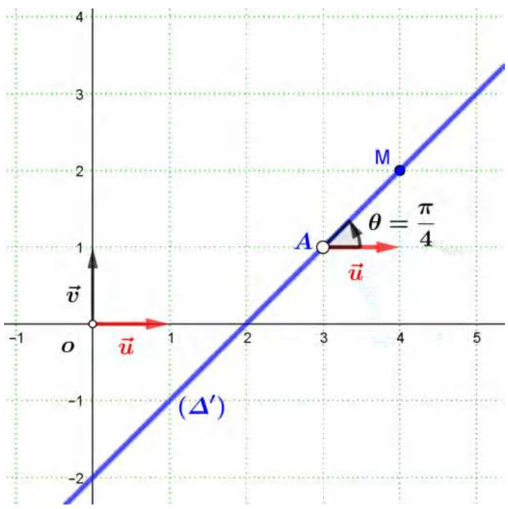
$$\left[\ k\in\mathbb{R}\ ;\quad z=3+i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 & ;M\neq A(3;1) \\ k\in\mathbb{R}^* & ;(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\dfrac{\pi}{4}+\lambda\pi\ /\ \lambda\in\mathbb{Z} \end{cases}$$

فان (Δ') هي مجموعة نقط المستقيم الذي لا يشمل

النقطة $A(3;1)$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\dfrac{\pi}{4}$ أو $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=5\dfrac{\pi}{4}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-3 $M(z)\in(\Delta_1)$

حيث

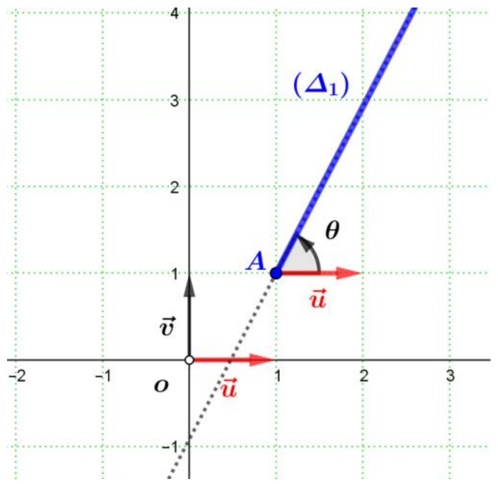
$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_+ \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \quad ; \quad M=A \\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\theta+2\lambda\pi \ / \ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_1) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة A و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_1)$

حيث

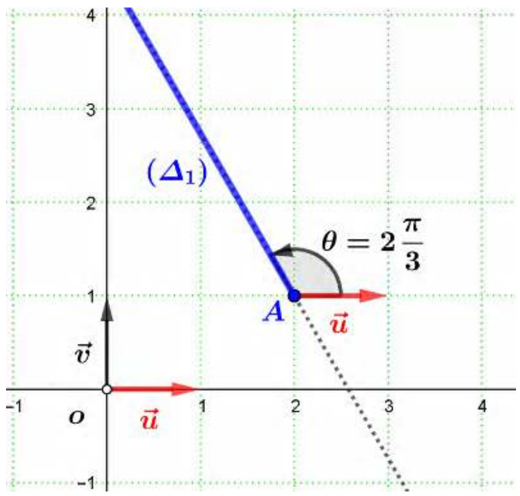
$$\left[k\in\mathbb{R}_+ \ ; \quad z=1+2i+k\,e^{i\frac{2\pi}{3}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \quad ; \quad M=A(2;1) \\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;(\vec{u};\overrightarrow{AM})=\dfrac{2\pi}{3}+2\lambda\pi \ / \ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_1) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة $A(2;1)$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM})=2\dfrac{\pi}{3}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

4- $M(z)\in(\Delta_2)$

حيث

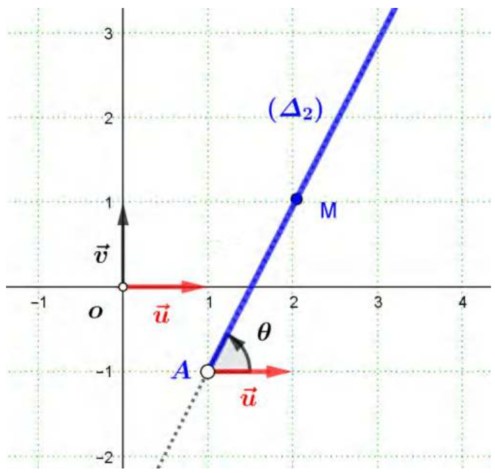
$$\left[\, z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_+^*\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A \\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta+2\lambda\pi \ \ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_2) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $(AM]$

الذي لايشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_2)$

حيث

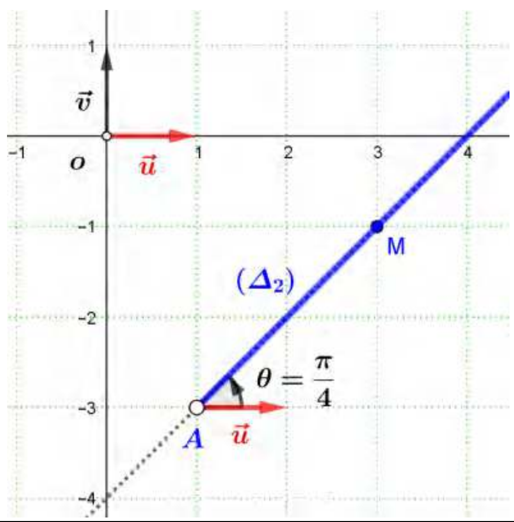
$$\left[\ k\in\mathbb{R}_+^* \quad ; \quad z=1-3i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A(1;-3) \\ k\in\mathbb{R}_+^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}+2\lambda\pi \ \ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_2) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $(AM]$

الذي لايشمل النقطة $A(1;-3)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{\pi}{4}$



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة
المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.   العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.
حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-5 $M(z)\in(\Delta_3)$

حيث

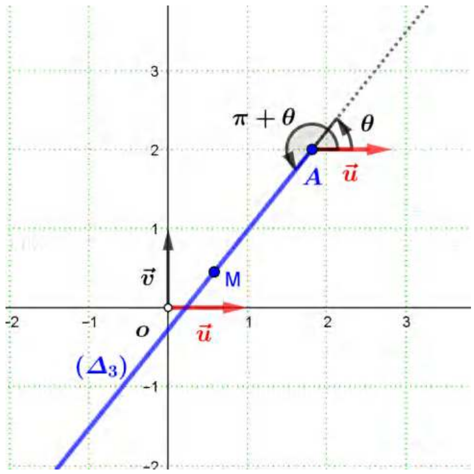
$$\left[z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_- \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \quad ; \quad M=A \\ k\in\mathbb{R}_-^* \;;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=(\pi+\theta)+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_3)هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_3)$

حيث

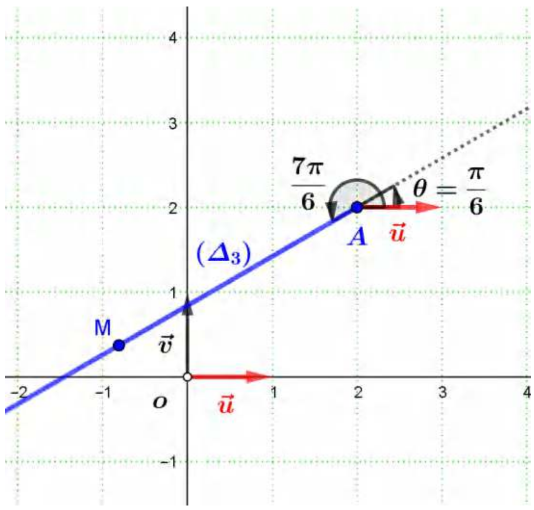
$$\left[k\in\mathbb{R}_- \;;\; z=2+2i+k\,e^{i\frac{\pi}{6}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k=0 \quad ; \quad M=A(2;2) \\ k\in\mathbb{R}_-^* \;;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{7\pi}{6}+2\lambda\pi \;/\; \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_3) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $[AM)$

الذي يشمل النقطة $A(2;2)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{7\pi}{6}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

6- $M(z)\in(\Delta_4)$

حيث

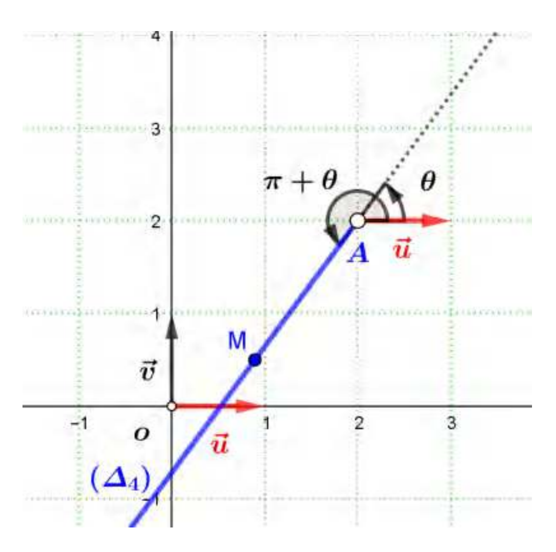
$$\left[\, z-z_A=k\,e^{i\theta}\right]\Leftrightarrow\left[k\in\mathbb{R}_-^* \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A \\ k\in\mathbb{R}_-^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=(\pi+\theta)+2\lambda\pi \ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_4) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $]AM)$

الذي لا يشمل النقطة A و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\pi+\theta$



مثال : $M(z)\in(\Delta_4)$

حيث

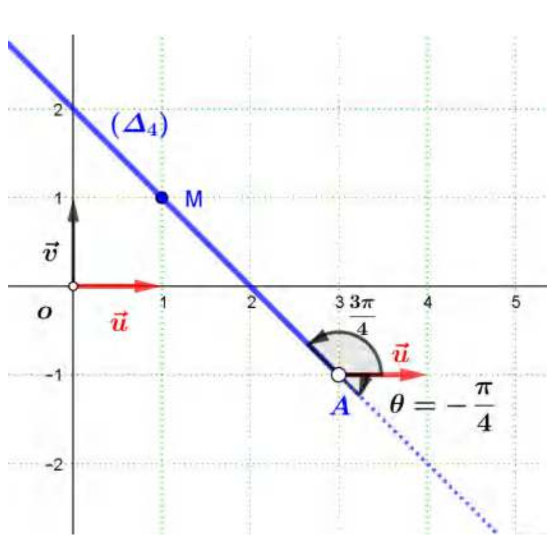
$$\left[\quad k\in\mathbb{R}_-^* \quad ; \quad z=3-i+k\,e^{-i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} k\neq 0 \quad ; \quad M\neq A(3;-1) \\ k\in\mathbb{R}_-^* \ ;\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{3\pi}{4}+2\lambda\pi \ /\ \lambda\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

فان (Δ_4) هي مجموعة نقط نصف المستقيم $]AM)$

الذي يشمل النقطة $A(3;-1)$ و $\left(\vec{u};\overrightarrow{AM}\right)=\dfrac{3\pi}{4}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-7

$$M(z)\in(\Delta_1'')$$

حيث

$$\left[\ k\in[k_1;k_2]\ \text{و}\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

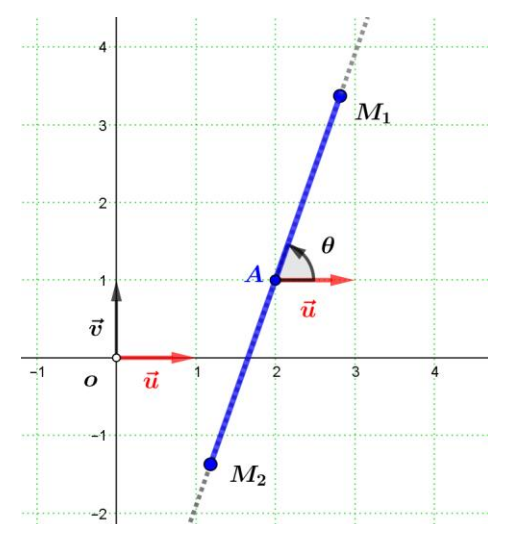
$$M\in[M_1M_2]$$

ح ي ث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)\ \text{و}\ M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_1'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

في حالة $(k=0)\in[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\in[M_1M_2]$



مثال ـ

$$M(z)\in(\Delta_1'')$$

حيث

$$\left[\ k\in\left[-3\sqrt{2};2\sqrt{2}\right];\ z=1+2i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

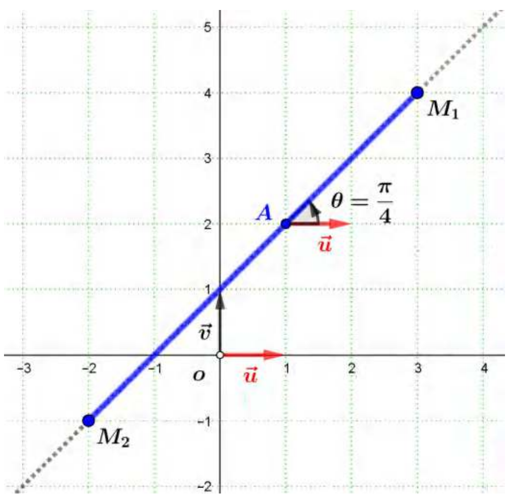
$$M\in[M_1M_2]$$

ح ي ث

$$M_1(z_1=-2-i)\quad ;\quad M_2(z_2=3+4i)$$

فان (Δ_1'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

بما ان $(k=0)\in\left[-3\sqrt{2}\,;\,2\sqrt{2}\right]$ **فان** $A(1;2)\in[M_1M_2]$



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-8 $$M(z)\in(\Delta_2'')$$

حيث

$$\left[\ k\in[k_1;k_2] \text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$$

$$\Updownarrow$$

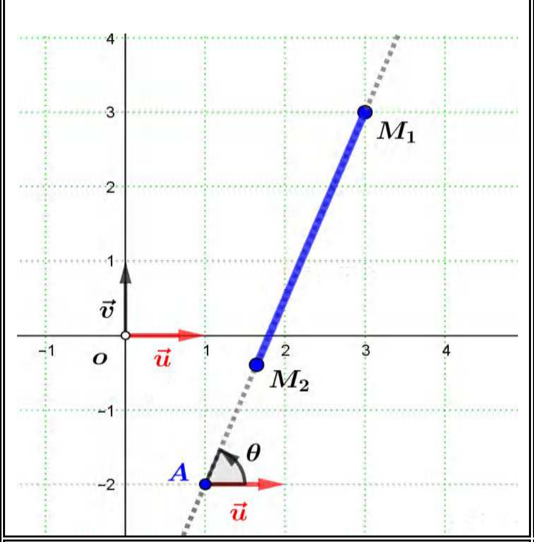
$$M\in[M_1M_2]$$

حيث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right) \text{ و } M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_2'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

- في حالة $(k=0)\notin[k_1;\,k_2]$ فان $A\notin[M_1M_2]$



مثال ـ $$M(z)\in(\Delta_2'')$$

حيث

$$\left[\ k\in[2;6]\,;\ z=3-i+k\,e^{i\frac{2\pi}{3}}\right]$$

$$\Updownarrow$$

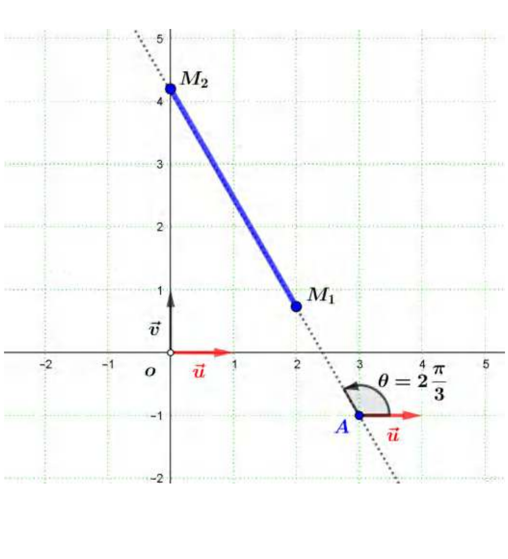
$$M\in[M_1M_2]$$

حيث

$$M_1\left(z_1=2+\left(-1+\sqrt{3}\right)i\right);\,M_2\left(z_2=\left(-1+3\sqrt{3}\right)i\right)$$

فان (Δ_2'') هي مجموعة نقط القطعة المستقيم $[M_1M_2]$

بما ان $(k=0)\notin[2;\,6]$ **فان** $A(3;-1)\notin[M_1M_2]$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

٩- $M(z)\in(\Delta_1''')$

حيث

$$\left[\ k\in\left]k_1;k_2\right[\text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

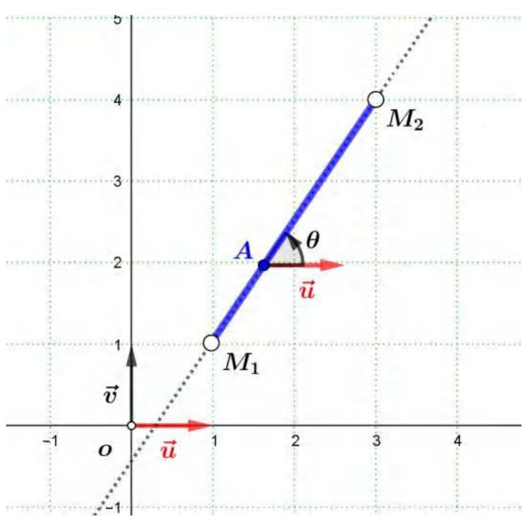
حيث

$$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right) \text{ و } M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$$

فان (Δ_1''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

في حالة $(k=0)\in[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\in\left]M_1M_2\right[$



مثال - $M(z)\in(\Delta_1''')$

حيث

$$\left[\ k\in\left]-2;3\right[\quad z=2+i+k\,e^{i\frac{\pi}{2}}\ \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$$

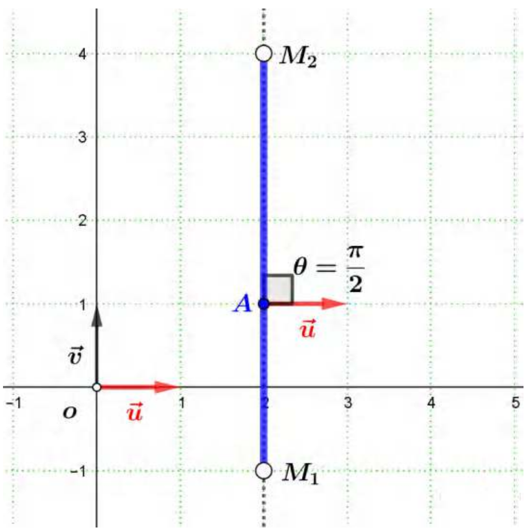
حيث

$$M_1\left(z_1=2-i\right)\ M_2\,;\left(z_2=2+4i\right)$$

فان (Δ_1''') هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

بما ان $(k=0)\in[-2;3]$ فان $A(2;1)\in\left]M_1M_2\right[$



مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الاولى : k حقيقي متغير و θ حقيقي ثابت

-10 $M(z)\in(\Delta_2{}''')$

حيث

$\left[\ k\in]k_1;k_2[\ و\ z=z_A+k\,e^{i\theta}\right]$

$\Updownarrow$

$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$

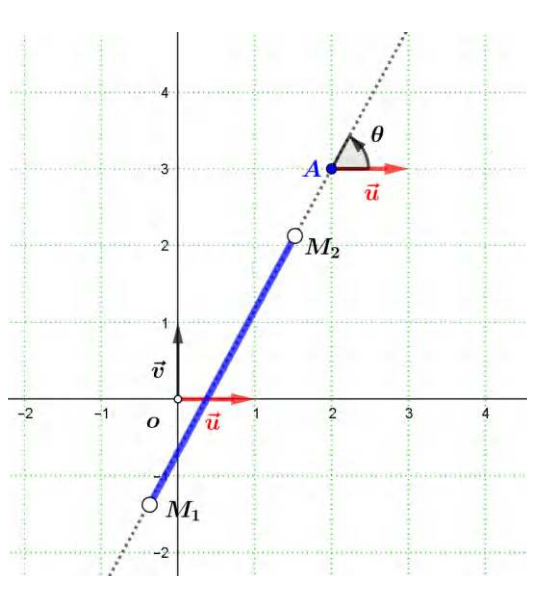
حيث

$M_1\left(z_1=z_A+k_1\,e^{i\theta}\right)$ و $M_2\left(z_2=z_A+k_2\,e^{i\theta}\right)$

فان $(\Delta_2{}''')$ هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

في حالة $(k=0)\notin[k_1\,;\,k_2]$ فان $A\notin]M_1M_2[$



مثال - $M(z)\in(\Delta_2{}''')$

حيث

$\left[\ k\in]1;5[\quad z=4+2i+k\,e^{i\pi}\right]$

$\Updownarrow$

$M\in[M_1M_2]/\{M_1,M_2\}$

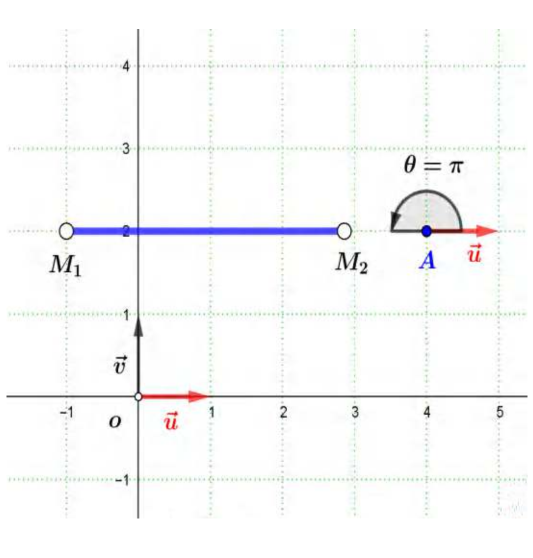
حيث

$M_1(z_1=3+2i)\ \ M_2\,;(z_2=-1+2i)$

فان $(\Delta_2{}''')$ هي مجموعة نقط القطعة

المستقيم $[M_1M_2]$ ماعدا النقطتين M_1 و M_2

بما ان $(k=0)\notin[1;5]$ فان $A(4;2)\notin]M_1M_2[$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-1 $M(z)\in(\Gamma)$

حيث

$$\left[\;|z-z_A|=|k|\;\right]\Leftarrow\left[\;\theta\in\mathbb{R}\text{ و } z=z_A+k\,e^{i\theta}\;\right]$$

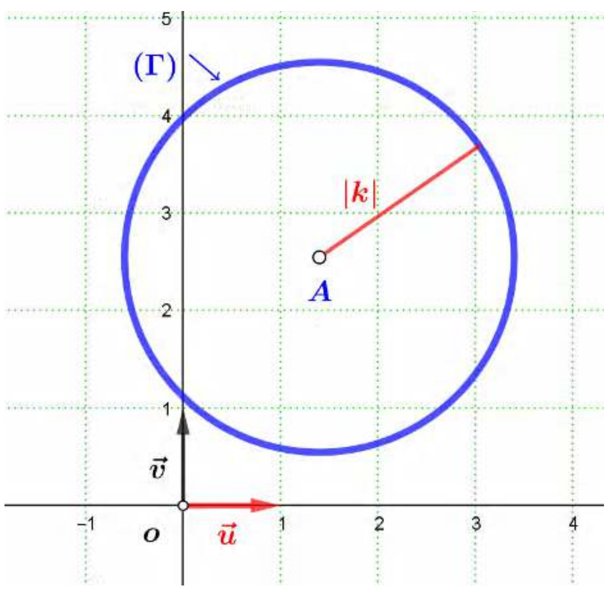
$$\Downarrow$$

$$AM=|k|\Rightarrow\begin{cases}k=0 & ;M=A\\ k\in\mathbb{R}^* & ;M\in(C)_{(A,r=|k|)}\end{cases}$$

- في حالة $k=0$ فان $(\Gamma)=\{A\}$

- في حالة $k\in\mathbb{R}^*$ فان (Γ) هي الدائرة

التي: مركزها A ، نصف قطرها $|k|$



مثال $M(z)\in(\Gamma)$

حيث

$$\left[\;\theta\in\mathbb{R}\;;\;z=1+2i+3e^{i\theta}\;\right]$$

$$\Updownarrow$$

$$\left[\;z-(1+2i)=3e^{i\theta}\;\right]$$

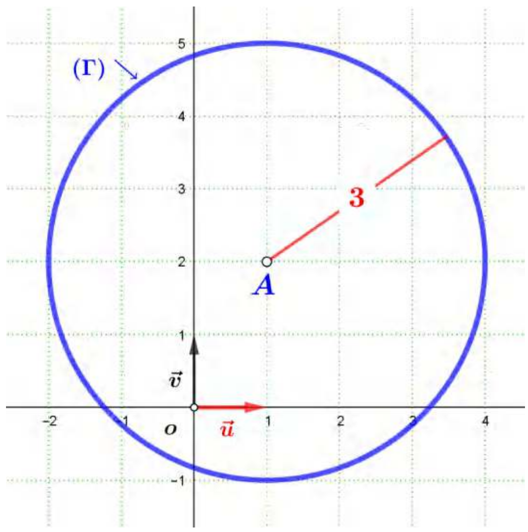
$$\Downarrow$$

$$\left|\;z-(1+2i)\right|=3$$

$$\Updownarrow$$

$$AM=3\;\;/\;A(z_A=1+2i)$$

ومنه (Γ) هي الدائرة التي: مركزها A ، نصف قطرها 3



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

-2 $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

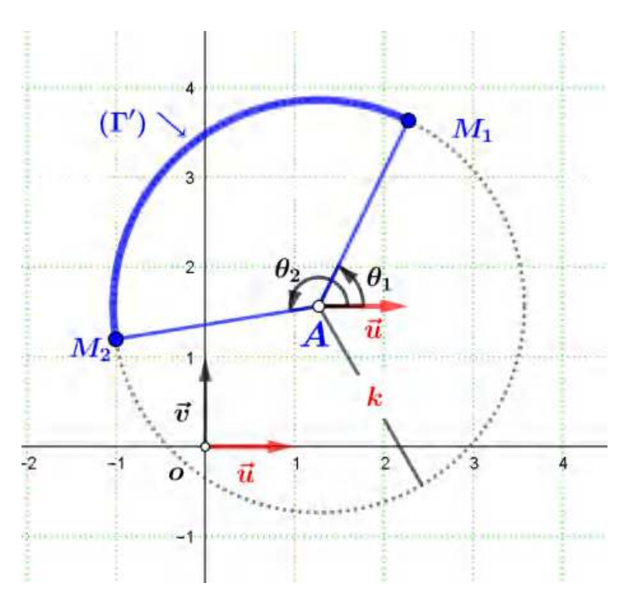
$$z = z_A + ke^{i\theta} \ / \begin{cases} \theta \in [\theta_1 ; \theta_2] \\ 0<\theta_2-\theta_1<2\pi \\ k\in\mathbb{R}_+^* \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \ / \begin{cases} M_1\left(z_1 = z_A + ke^{i\theta_1}\right) \\ M_2\left(z_2 = z_A + ke^{i\theta_2}\right) \end{cases}$$

فان (Γ) هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها } A \\ \text{نصف قطرها } k \end{cases}$



مثال $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

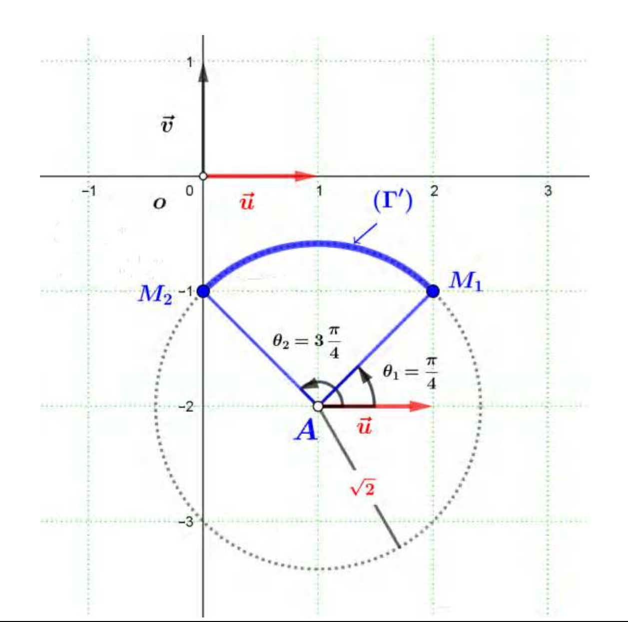
$$z = 1-2i+\sqrt{2}\,e^{i\theta} \ / \begin{cases} \theta \in \left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right] \\ \frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \ / \begin{cases} M_1\left(z_1 = 2-i\right) \\ M_2\left(z_2 = -i\right) \end{cases}$$

فان (Γ') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها } A(1;-2) \\ \text{نصف قطرها } \sqrt{2} \end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

3- $M(z)\in(\Gamma'')$

حيث

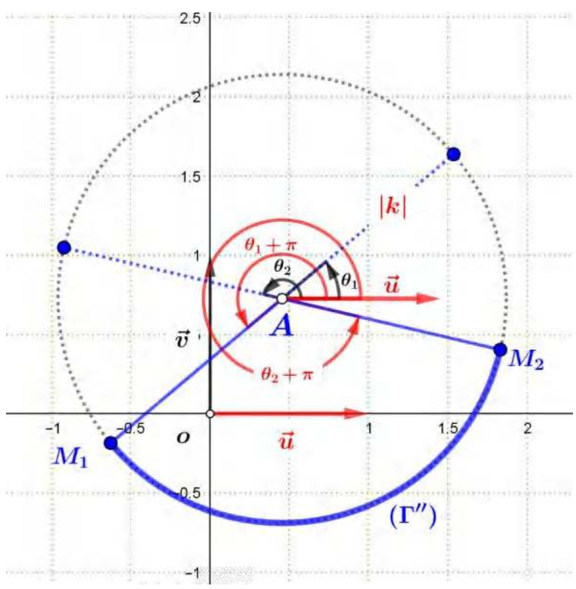
$$z = z_A + ke^{i\theta} \quad / \begin{cases} \theta \in [\theta_1 ; \theta_2] \\ 0 < \theta_2 - \theta_1 < 2\pi \\ k \in \mathbb{R}_-^* \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \quad / \begin{cases} M_1\left(z_1 = z_A - ke^{i(\pi+\theta_1)}\right) \\ M_2\left(z_2 = z_A - ke^{i(\pi+\theta_2)}\right) \end{cases}$$

فان (Γ'') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها} & A \\ \text{نصف قطرها} & |k| \end{cases}$



مثال $M(z)\in(\Gamma')$

حيث

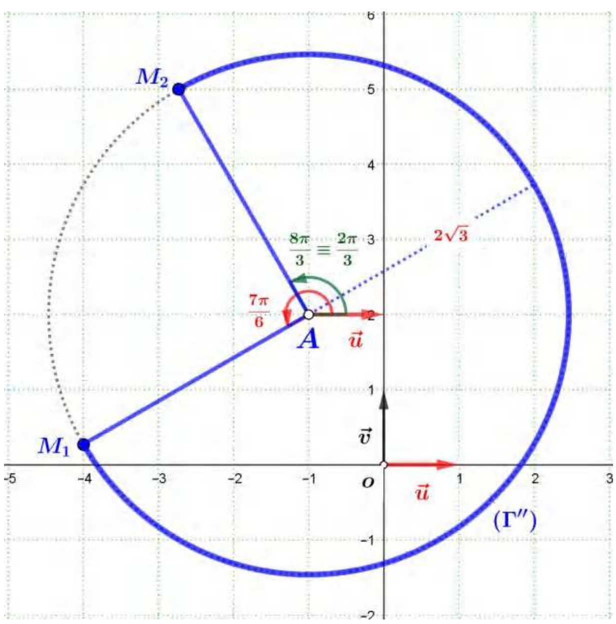
$$z = -1 + 2i - 2\sqrt{3}\,e^{i\theta} \quad / \begin{cases} \theta \in \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{3}\right] \\ \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \quad / \begin{cases} M_1\left(z_1 = -4 + \left(2-\sqrt{3}\right)i\right) \\ M_2\left(z_2 = \left(-1-\sqrt{3}\right) + 5i\right) \end{cases}$$

فان (Γ'') هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

من الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها} & A(-1;2) \\ \text{نصف قطرها} & 2\sqrt{3} \end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

4- $M(z)\in(\mathscr{C})$

حيث

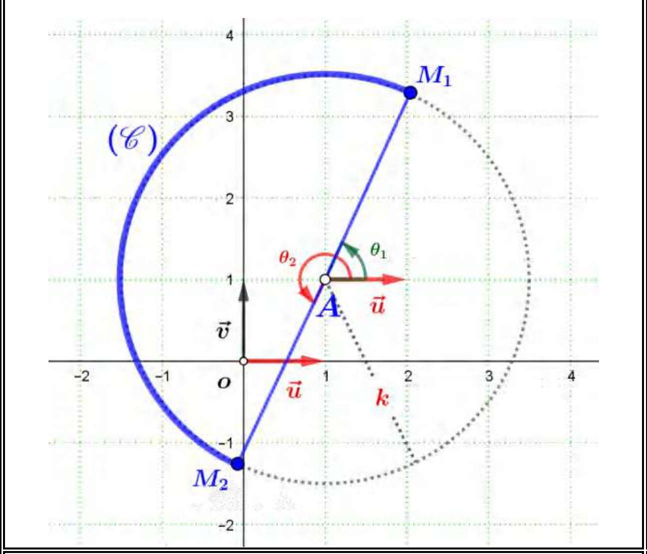
$$z = z_A + ke^{i\theta} \ \ / \begin{cases} \theta \in [\theta_1 ; \theta_2] \\ \theta_2 - \theta_1 = \pi \\ k \in \mathbb{R}_+^* \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \ \ / \begin{cases} M_1\left(z_1 = z_A + ke^{i\theta_1}\right) \\ M_2\left(z_2 = z_A + ke^{i\theta_2}\right) \end{cases}$$

فان $(\mathscr{C})$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها} & A \\ \text{نصف قطرها} & k \end{cases}$



مثال $M(z)\in(\mathscr{C})$

حيث

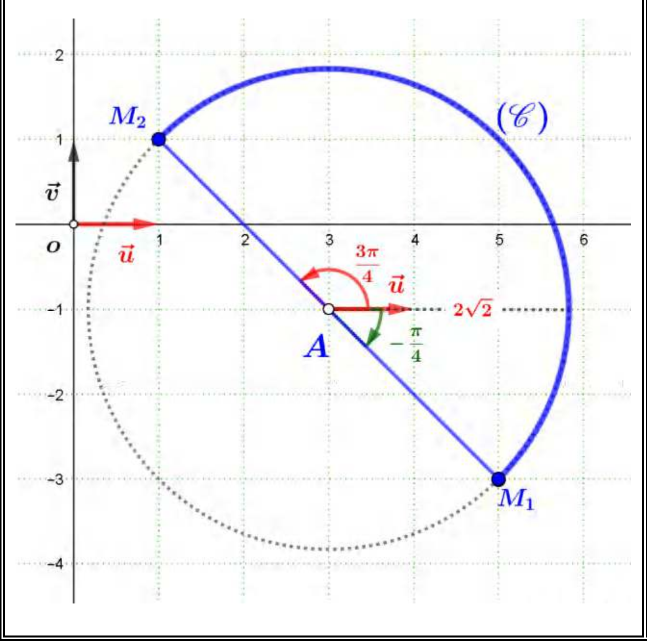
$$z = 3 - i + 2\sqrt{2}\,e^{i\theta} \ \ / \begin{cases} \theta \in \left[-\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\right] \\ \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \pi \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M \in M_1M_2 \ \ / \begin{cases} M_1\left(z_1 = 5 - 3i\right) \\ M_2\left(z_2 = 1 + i\right) \end{cases}$$

فان $(\mathscr{C})$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها} & A(3;-1) \\ \text{نصف قطرها} & 2\sqrt{2} \end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مجموعة النقط في المستوي المركب باستعمال العمدة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

العددين المركبين z و z_A لواحق النقطتين M و A على الترتيب . θ و k عددين حقيقيين.

حالة الثانية : k حقيقي معلوم وثابت و θ حقيقي متغير

5- $M(z)\in(\mathscr{C}')$

حيث

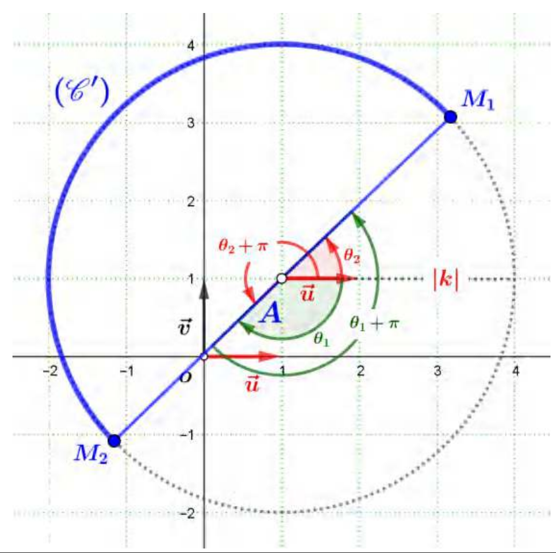
$$z = z_A + ke^{i\theta} \;/\; \begin{cases} \theta\in[\theta_1\,;\,\theta_2] \\ \theta_2-\theta_1=\pi \\ k\in\mathbb{R}_-^* \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases} M_1\left(z_1 = z_A - ke^{i(\pi+\theta_1)}\right) \\ M_2\left(z_2 = z_A - ke^{i(\pi+\theta_2)}\right) \end{cases}$$

فان $(\mathscr{C}')$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها } A \\ \text{نصف قطرها } k \end{cases}$



مثال $M(z)\in(\mathscr{C}')$

حيث

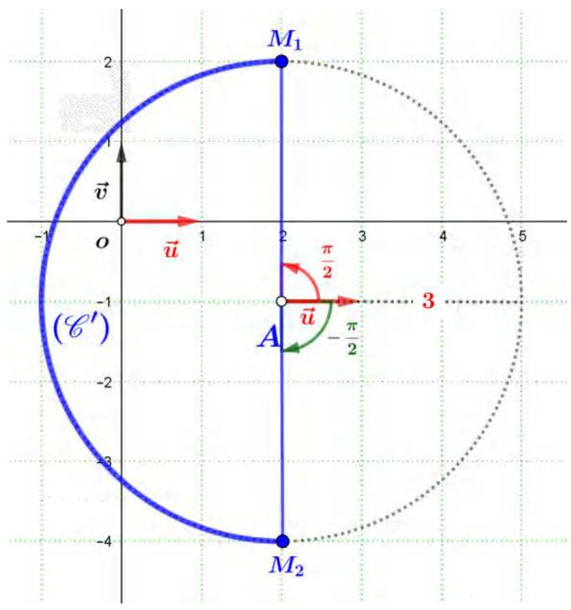
$$z = 2-i-3e^{i\theta} \;/\; \begin{cases} \theta\in\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{\pi}{2}\right] \\ \frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$M\in M_1M_2 \;/\; \begin{cases} M_1\left(z_1 = 2+2i\right) \\ M_2\left(z_2 = 2-4i\right) \end{cases}$$

فان $(\mathscr{C}')$ هي القوس M_1M_2 في الاتجاه المباشر

و تمثل نصف الدائرة التي $\begin{cases} \text{مركزها } A(2;-1) \\ \text{نصف قطرها } 3 \end{cases}$



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم

تعريف : العدد المركب الذي طويلته 1 و θ عمدة له يكتب $e^{i\theta}$ حيث $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$
هذا الترميز يسمى ترميز أولر.

تعريف : العدد المركب z غير المعدوم الذي طويلته r و θ عمدة له يكتب $z=re^{i\theta}$
هذه الكتابة تسمى الشكل الأسي للعدد المركب z .

خواص

θ و θ' عددان حقيقيان.

- $e^{i\,\theta+\theta'}=e^{i\theta}\cdot e^{i\theta'}$
- $\dfrac{1}{e^{i\theta'}}=e^{-i\,\theta'}$
- $\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}=e^{i\,\theta-\theta'}$
- $\overline{e^{i\theta}}=e^{-i\theta}$

z و z' من $\mathbb{C}^*$ حيث $z=re^{i\theta}$ و $z'=r'e^{i\theta'}$ فإن

- $z.z'=r.r'e^{i(\theta+\theta')}$
- $\dfrac{1}{z'}=\dfrac{1}{r'}.e^{-i\theta'}$
- $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{r}{r'}e^{i(\theta-\theta')}$
- $\overline{z}=r.e^{-i\,\theta}$

نتائج

- $e^{i0}=e^{i\,2\pi}=e^{i(2k\pi)}=1$
- $e^{i\pi}=e^{-i\,\pi}=e^{i(2k+1)\pi}=-1$
- $e^{i\frac{\pi}{2}}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+2k\pi\right)}=i$
- $e^{-i\frac{\pi}{2}}=e^{i\frac{3\pi}{2}}=e^{i\left(\frac{\pi}{2}+(2k+1)\pi\right)}=-i$

دستور موافر

z عدد مركب طويلته r و θ عمدة له
من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم

لدينا: $\left(e^{i\theta}\right)^n=e^{in\theta}$

و $\left(re^{i\theta}\right)^n=r^ne^{in\theta}$

قوانين أولر

$$\begin{cases}e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta\\ e^{-i\theta}=\cos\theta-i\sin\theta\end{cases}\qquad \begin{cases}\cos\theta=\dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\\ \sin\theta=\dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}\end{cases}$$

$$\begin{cases}e^{in\theta}=\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)\\ e^{-in\theta}=\cos(n\theta)-i\sin(n\theta)\end{cases}\qquad \begin{cases}\cos(n\theta)=\dfrac{e^{in\theta}+e^{-in\theta}}{2}\\ \sin(n\theta)=\dfrac{e^{in\theta}-e^{-in\theta}}{2i}\end{cases}$$

- $1+e^{i\theta}=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right).e^{i\frac{\theta}{2}}$
- $1-e^{i\theta}=2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right).e^{i\left(\frac{\theta-\pi}{2}\right)}$
- $e^{i\theta_1}+e^{i\theta_2}=e^{i\left(\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)}\left[e^{i\left(\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\right)}+e^{i\left(\frac{\theta_2-\theta_1}{2}\right)}\right]$

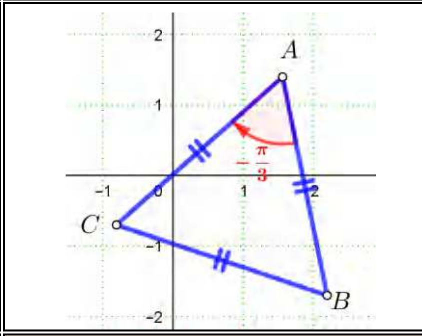
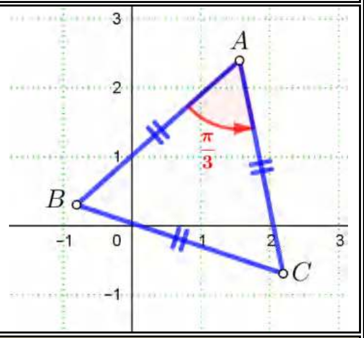
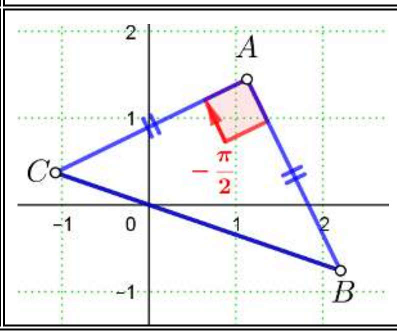
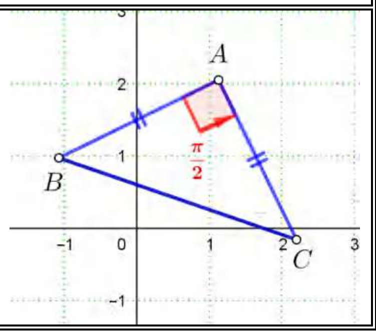
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة المثلث ABC إنطلاقا من طويلة و عمدة العدد المركب $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

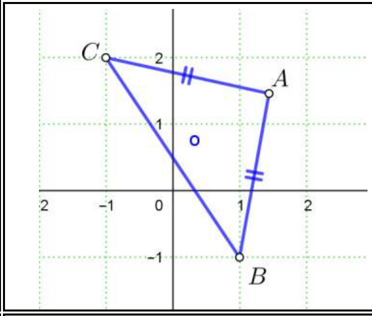
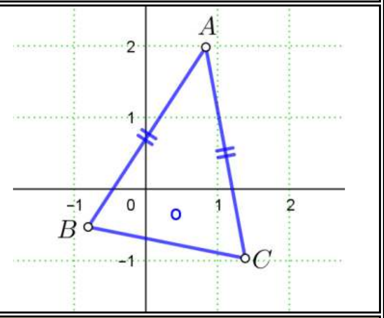
الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_C لواحق النقط A ، B و C على الترتيب .

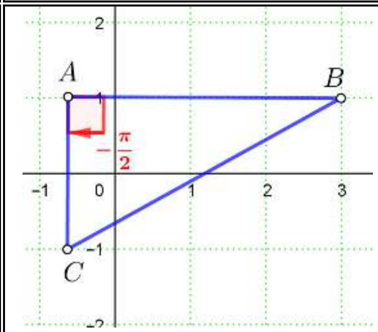
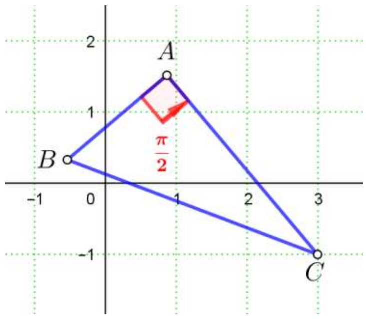
نعلم ان $|L|=\dfrac{AC}{AB}$ و $arg(L)=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})+2k\pi \;/\; k\in\mathbb{Z}$

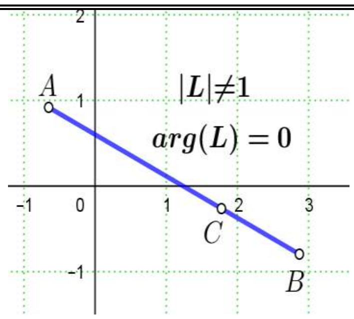
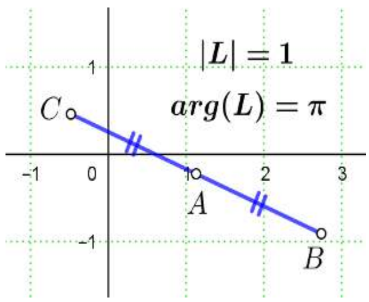
فان المثلث ABC	و كان $arg(L)$	إذا كان $\|L\|$
متقايس الاضلاع	$\dfrac{\pi}{3}$ و $-\dfrac{\pi}{3}$	1
 	$L=e^{i\frac{\pi}{3}}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ $L=e^{-i\frac{\pi}{3}}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$	
فان المثلث ABC	و كان $arg(L)$	إذا كان $\|L\|$
متساوي الساقين و قائم في النقطة A	$\dfrac{\pi}{2}$ و $-\dfrac{\pi}{2}$	1
 	$L=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$ $L=e^{-i\frac{\pi}{2}}=-i$	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إذا كان $\|L\|$	و كان $arg(L)$	فان المثلث ABC
1	تختلف عن كل من $-\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{3}$ ، $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ ، 0 و π	متساوي الساقين رأسه الأساسي A  

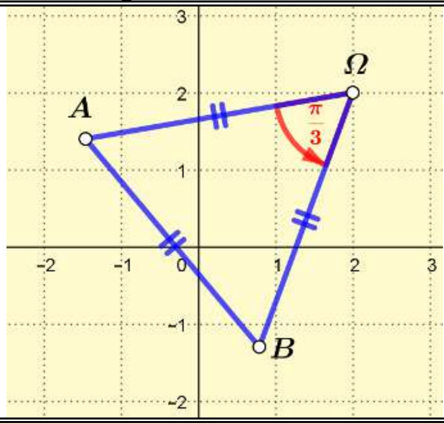
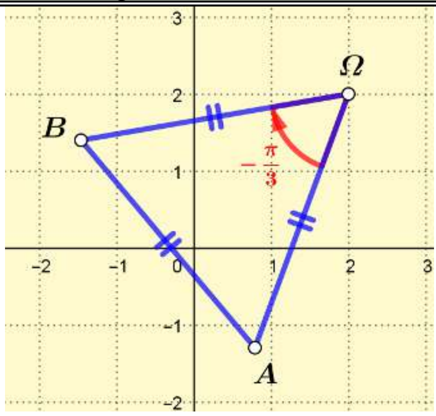
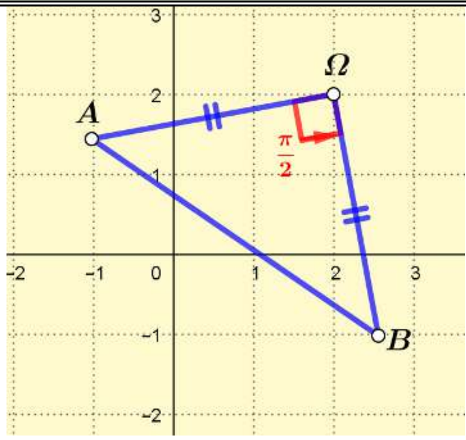
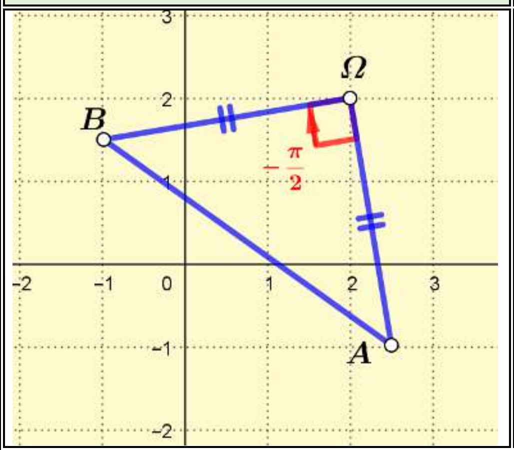
إذا كان $\|L\|$	و كان $arg(L)$	فان المثلث ABC
يختلف عن 1	$-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$	قائم في النقطة A
$\begin{cases} L=\lambda e^{i\frac{\pi}{2}}=\lambda i \\ \lambda\in\mathbb{R}^*-\{-1,1\} \end{cases}$		 

إذا كان $\|L\|$	و كان $arg(L)$	فان المثلث ABC
$\mathbb{R}_+^*$	$k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$	مسطح (النقط A ، B و C في استقامية)
$\begin{cases} L=\lambda \\ \lambda\in\mathbb{R}^*-\{1\} \end{cases}$		 

طبيعة المثلث ABC باستعمال الـــــــــــدوران

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{r\left(\Omega;\frac{\pi}{3}\right)}B(z_B)$	إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{r\left(\Omega;-\frac{\pi}{3}\right)}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متقايس الاضلاع	فان المثلث $A\Omega B$ متقايس الاضلاع
	
إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{r\left(\Omega;\frac{\pi}{2}\right)}B(z_B)$	إذا كانت $A(z_A)\xrightarrow{r\left(\Omega;-\frac{\pi}{2}\right)}B(z_B)$
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في Ω	فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في Ω
	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

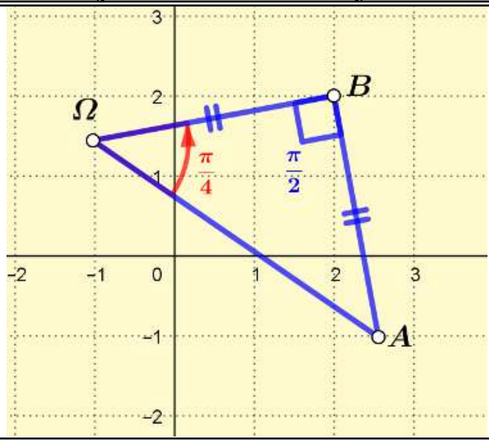
المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\pi}{4}\right)}B(z_B)$$

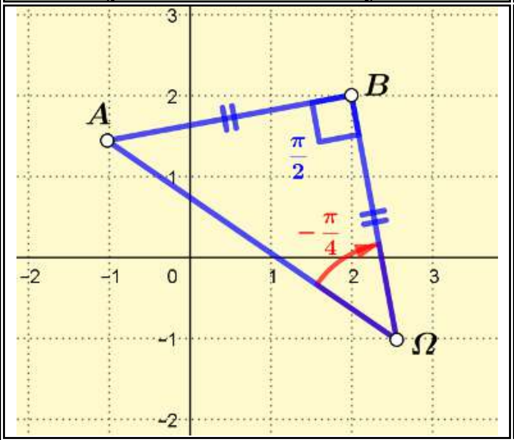
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في B



إذا كانت

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\pi}{4}\right)}B(z_B)$$

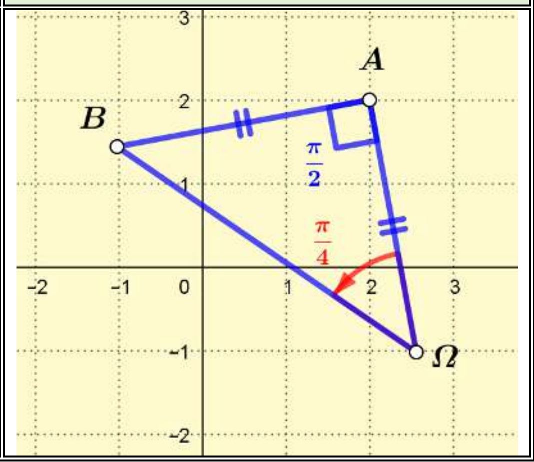
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في B



إذا كانت

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;\sqrt{2};\frac{\pi}{4}\right)}B(z_B)$$

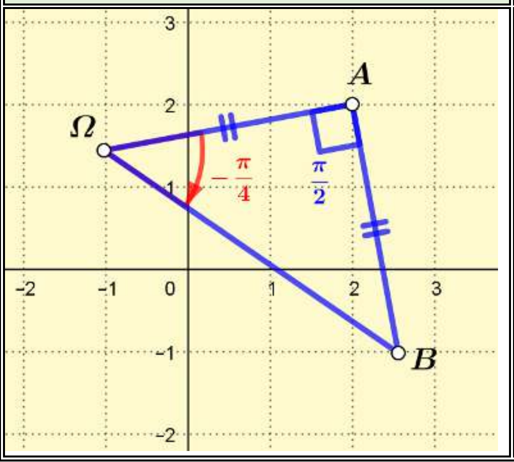
فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في A



إذا كانت

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;\sqrt{2};-\frac{\pi}{4}\right)}B(z_B)$$

فان المثلث $A\Omega B$ متساوي الساقين وقائم في A

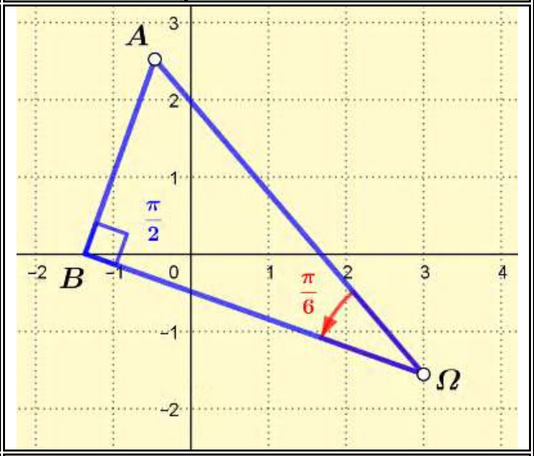
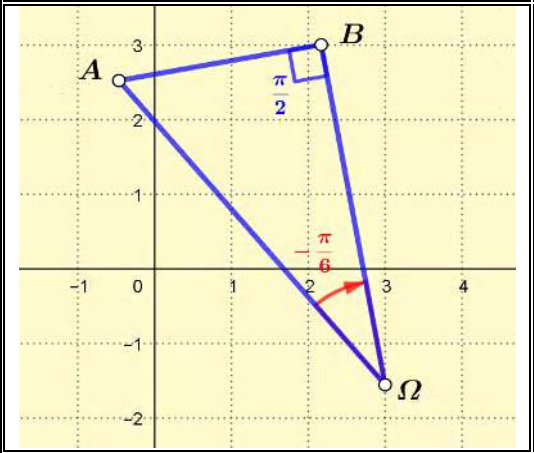
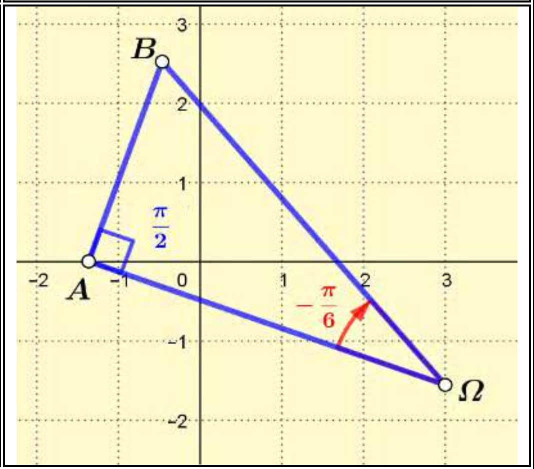
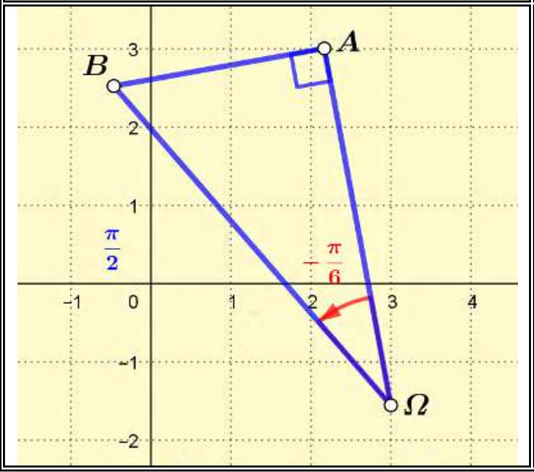


إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت $A\left(z_A\right)\xrightarrow{S\left(\Omega;\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\pi}{6}\right)}B\left(z_B\right)$	إذا كانت $A\left(z_A\right)\xrightarrow{S\left(\Omega;\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{\pi}{6}\right)}B\left(z_B\right)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في B
	
إذا كانت $A\left(z_A\right)\xrightarrow{S\left(\Omega;2\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{\pi}{6}\right)}B\left(z_B\right)$	إذا كانت $A\left(z_A\right)\xrightarrow{S\left(\Omega;2\frac{\sqrt{3}}{3};-\frac{\pi}{6}\right)}B\left(z_B\right)$
فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A	فان المثلث $A\Omega B$ قـــــــائم في A
	

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

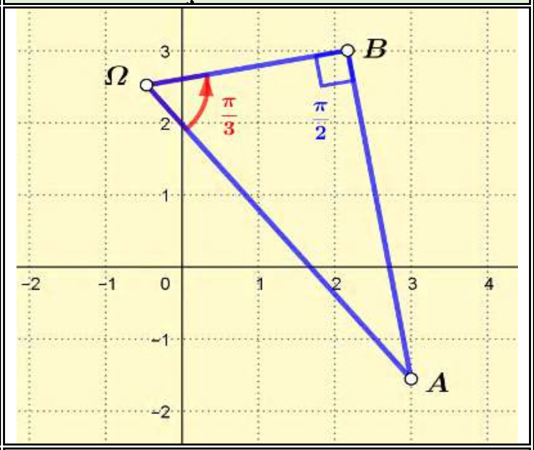
الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت

$$A\left(z_A\right)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{1}{2};\frac{\pi}{3}\right)}}B\left(z_B\right)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــــــــائم في B

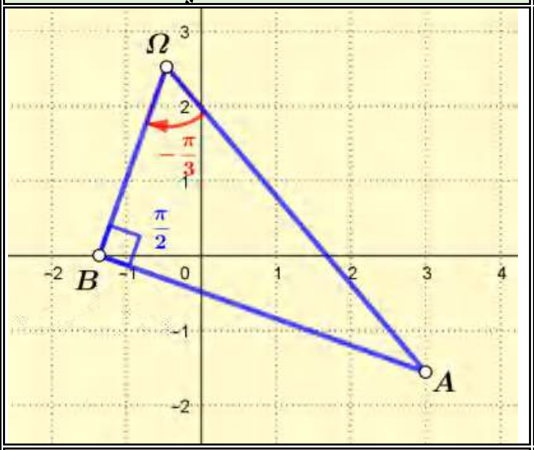


إذا كانت

$$A\left(z_A\right)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;\frac{1}{2};-\frac{\pi}{3}\right)}}B\left(z_B\right)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــــــــائم في B

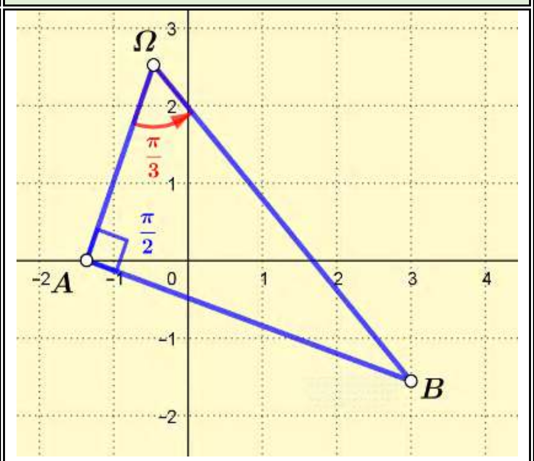


إذا كانت

$$A\left(z_A\right)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;2;\frac{\pi}{3}\right)}}B\left(z_B\right)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــــــــائم في A

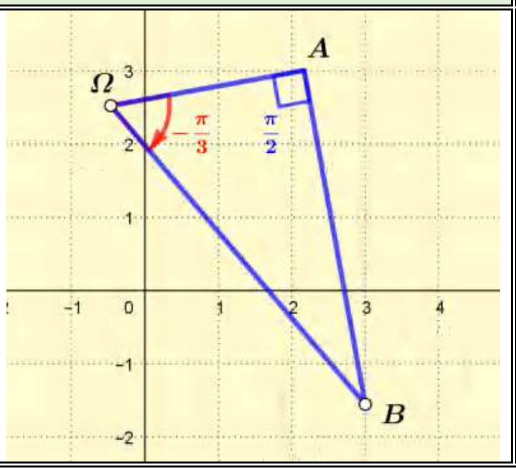


إذا كانت

$$A\left(z_A\right)\xrightarrow{S_{\left(\Omega;2;-\frac{\pi}{3}\right)}}B\left(z_B\right)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــــــــائم في A



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة المثلث ABC باستعمال التشابه المباشر أو الدوران

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

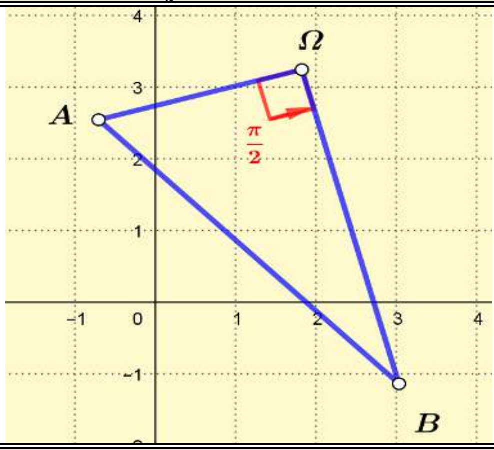
الاعداد المركبة z_A ، z_B و z_Ω لواحق النقط A ، B و Ω على الترتيب .

إذا كانت $k\neq 1$ و

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;k;\frac{\pi}{2}\right)}B(z_B)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــائم في Ω

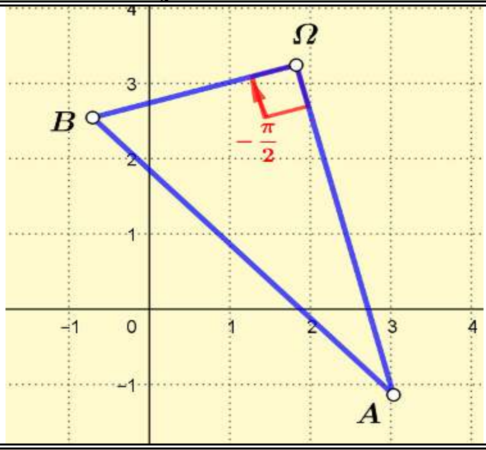


إذا كانت $k\neq 1$ و

$$A(z_A)\xrightarrow{S\left(\Omega;k;-\frac{\pi}{2}\right)}B(z_B)$$

فان المثلث $A\Omega B$

قـــــائم في Ω

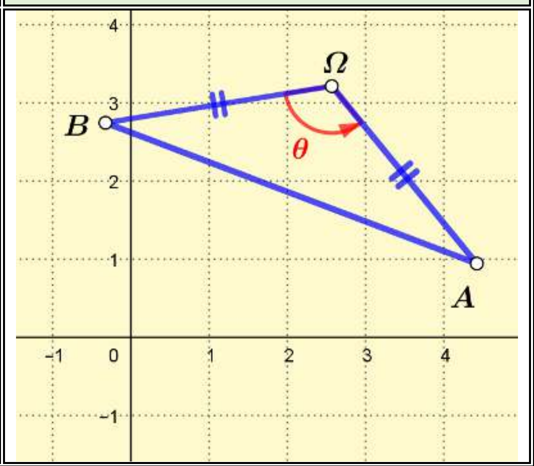


إذا كانت $\theta\notin\left\{\pm\frac{\pi}{2},\pm\frac{\pi}{3},k\pi\right\}$ و

$$A(z_A)\xrightarrow{r(\Omega;\,\theta)}B(z_B)$$

فان المثلث $A\Omega B$

متساوي الساقين رأسه الأساسي Ω

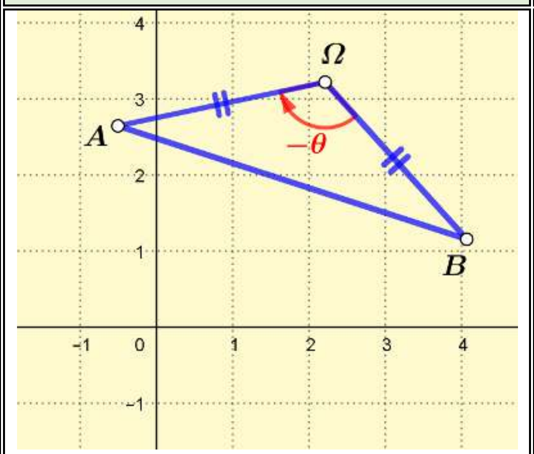


إذا كانت $\theta\notin\left\{\pm\frac{\pi}{2},\pm\frac{\pi}{3},k\pi\right\}$ و

$$A(z_A)\xrightarrow{r(\Omega;\,\theta)}B(z_B)$$

فان المثلث $A\Omega B$

متساوي الساقين رأسه الأساسي Ω



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

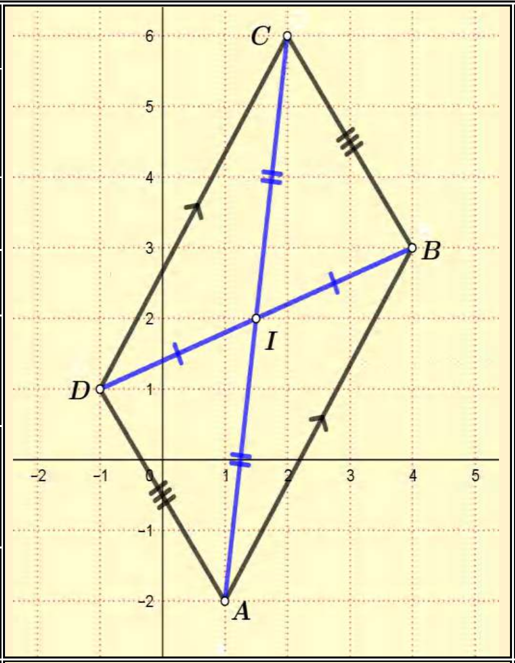
الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

احد الشروط التالية محققة

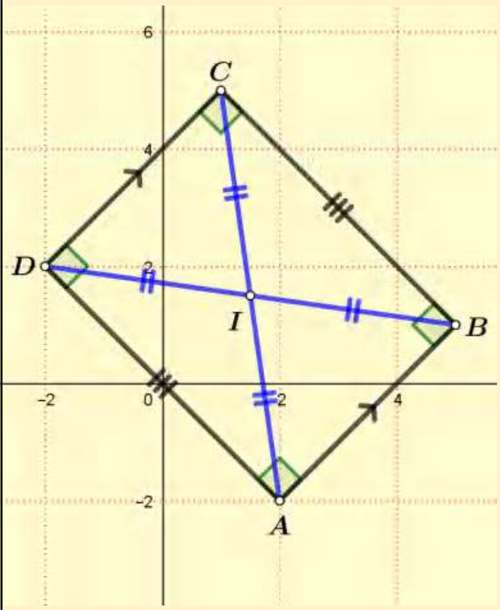
القطران متناصفان	$z_A + z_C = z_B + z_D$
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	$z_B - z_A = z_C - z_D$
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$	$z_D - z_A = z_C - z_B$
$\left\lvert \frac{z_C - z_D}{z_B - z_A} \right\rvert = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_D}{z_B - z_A}\right) = 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$	
$\left\lvert \frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \right\rvert = 1$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = (2k+1)\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$	
C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$	$C = t_{\overrightarrow{AB}}(D)$



الرباعي $ABCD$ مستطيل

احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان و متساويان	$z_A + z_C = z_B + z_D$ و $\lvert z_C - z_A\rvert = \lvert z_B - z_D\rvert$
القطران متناصفان وضلعان متتاليين متعامدان	$z_A + z_C = z_B + z_D$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$
ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوزيان وضلعان متتالين متعامدان	$z_B - z_A = z_C - z_D$ و $\arg\left(\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$
$\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{z_B + z_D}{2} = z_I$ و $B = r_{(I,\theta)}(A)$ مع $\theta \neq \frac{\pi}{2}$	
$z_B - z_A = z_C - z_D$ و $D = S_{\left(A,k,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$ مع $k \neq 1$	
$z_A + z_C = z_B + z_D$ و $D = S_{\left(A,k,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$ مع $k \neq 1$	



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

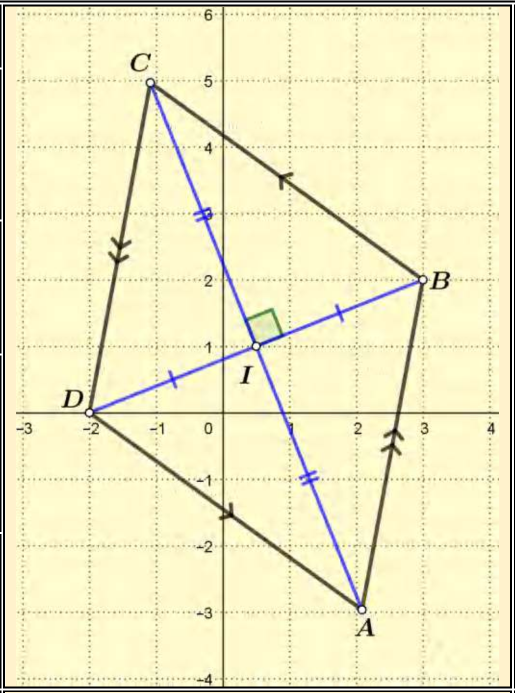
الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي $ABCD$ معين

احد الشروط التالية محققة

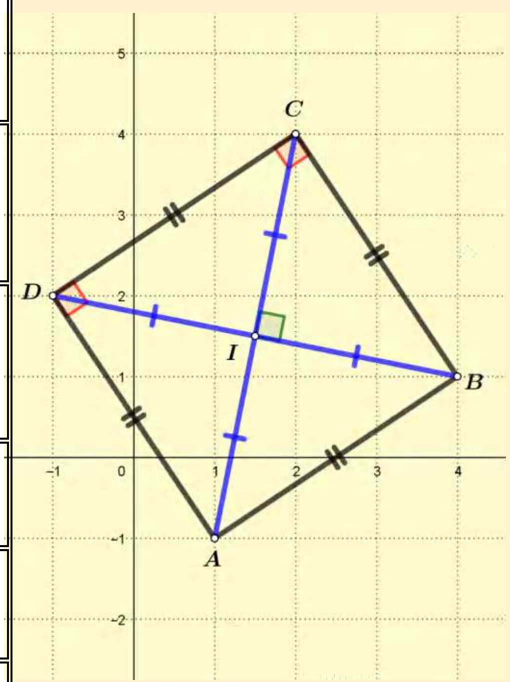
القطران متناصفان و متعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ $\arg\left(\frac{z_D-z_B}{z_C-z_A}\right)=\frac{\pi}{2}$
$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ وضلعان متتالين متقايسان	$z_B-z_A=z_C-z_D$ $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_A\rvert$
$\frac{z_A+z_C}{2}=\frac{z_B+z_D}{2}=z_I$ و $B=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$ و $D=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(C)$ مع $k\neq 1$	
$B=S_{\left(I,k,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$ (المثلث AIB قائم في I) و $D=\sigma_I(B)$ و $C=\sigma_I(A)$	



الرباعي $ABCD$ مربع

احد الشروط التالية محققة

القطران متناصفان و متساويان ومتعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ $\left(\frac{z_D-z_B}{z_C-z_A}\right)=i$
القطران متناصفان وضلعان متتالين متقايسان ومتعامدان	$z_A+z_C=z_B+z_D$ و $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$
ضلعان متقابلان متقايسان وحاملاهما متوزيان وضلعان متتالين متقايسان ومتعامدان	$z_B-z_A=z_C-z_D$ و $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$
$\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)=i$ و $C=\sigma_I(A)$	
$\left(\frac{z_B-z_I}{z_A-z_I}\right)=i$ و $C=\sigma_I(A)$ $D=\sigma_I(B)$	
$B=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(A)$ و $C=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(B)$ و $D=r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}(C)$	



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

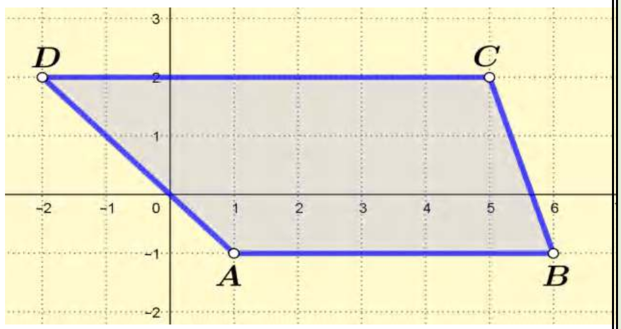
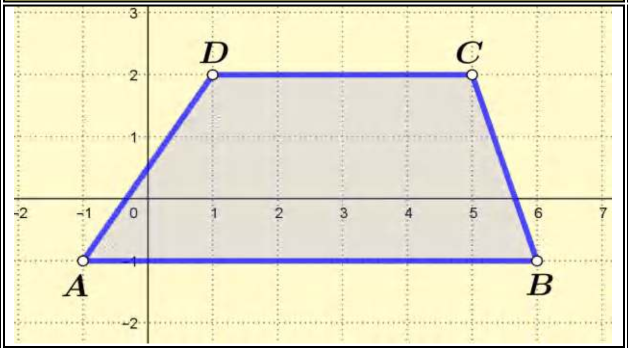
حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي ABCD شبه منحرف

إذا كـــــــان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

أو $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_D} = k$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

أو $D(z_D) \xrightarrow{h(\Omega,k)} A(z_A)$ و $C(z_C) \xrightarrow{h(\Omega,k)} B(z_B)$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

$0 < k < 1$	$k > 1$
	

الرباعي ABCD شبه منحرف متساوي الساقين

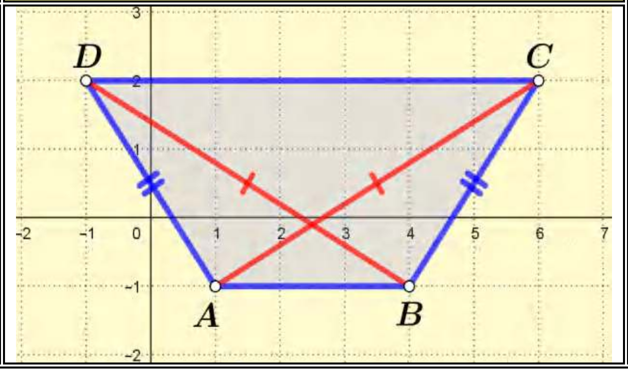
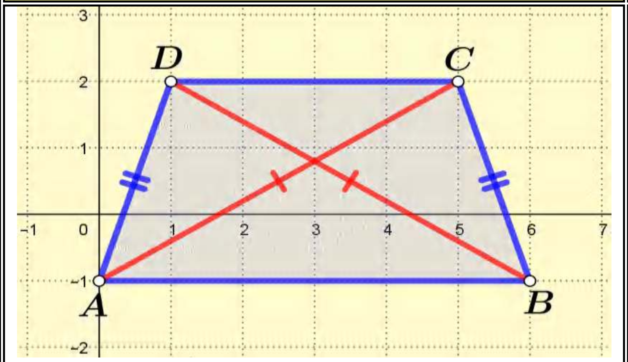
إذا كـــــــان $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$ و ($AC = BD$ أو $AD = BC$)

أو $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_D} = k$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

و ($|z_A - z_C| = |z_D - z_B|$ أو $|z_D - z_A| = |z_C - z_B|$)

أو $D(z_D) \xrightarrow{h(\Omega,k)} A(z_A)$ و $C(z_C) \xrightarrow{h(\Omega,k)} B(z_B)$ مع $k \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

و $A(z_A) \xrightarrow[\theta \neq k\pi]{r(\Omega,\theta)} B(z_B)$

$0 < k < 1$	$k > 1$
	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة الرباعي $ABCD$

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .

حيث النقط ليست في إستقامية

الرباعي $ABCD$ شبه منحرف قائم في A

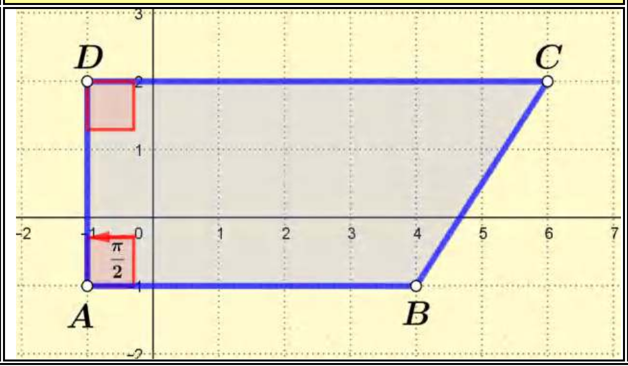
إذا كـــــان $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{DC}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ و $(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0)$ أي $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AD}$)

أو $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_D}=k$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$ و $\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\beta i \,/\, \beta\in\mathbb{R}_+^*$

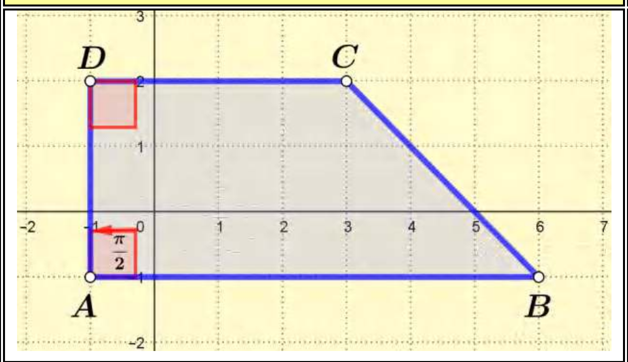
أو $D(z_D)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}A(z_A)$ و $C(z_C)\xrightarrow{h_{(\Omega,k)}}B(z_B)$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*-\{1\}$

و $D(z_D)\xrightarrow{S_{\left(A,\lambda,\frac{\pi}{2}\right)}}B(z_B)$ مع $\lambda\in\mathbb{R}_+^*$

$0<k<1$



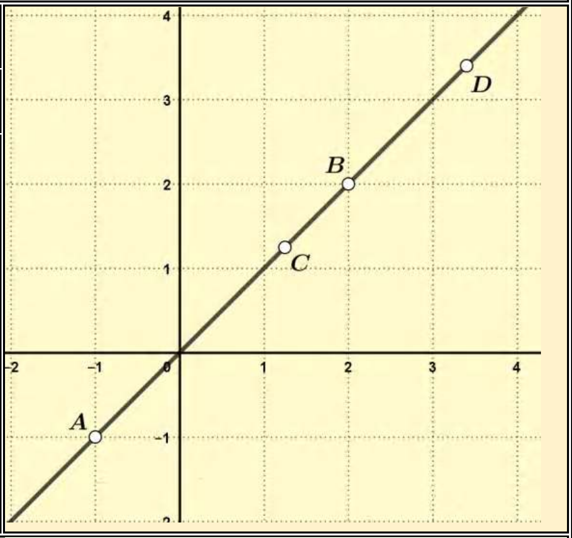
$k>1$



استقامية أربعة نقط او انتماؤها لنفس الدائرة

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

الاعداد المركبة z_A ، z_B ، z_C و z_D لواحق النقط A ، B ، C و D على الترتيب .



النقط A ، B ، C و D في استقامية

تحقيق الشرط التالية

$$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=k\pi \ / \ k\in\mathbb{Z}$$

و

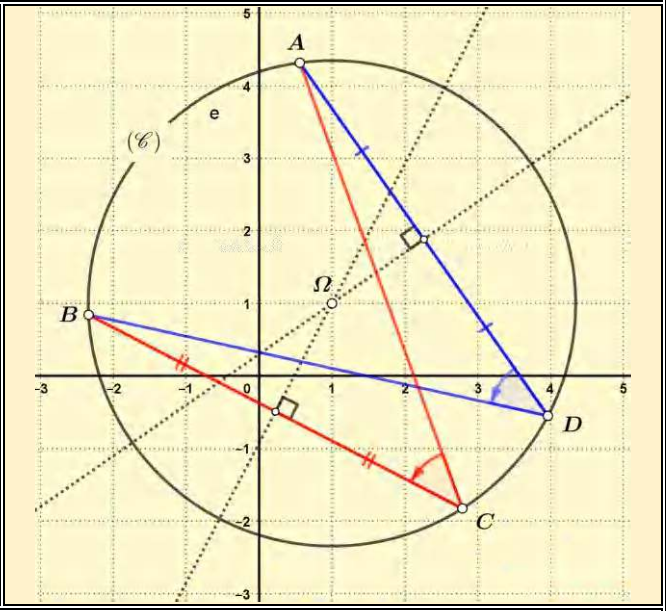
$$\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right)=k\pi \ / \ k\in\mathbb{Z}$$

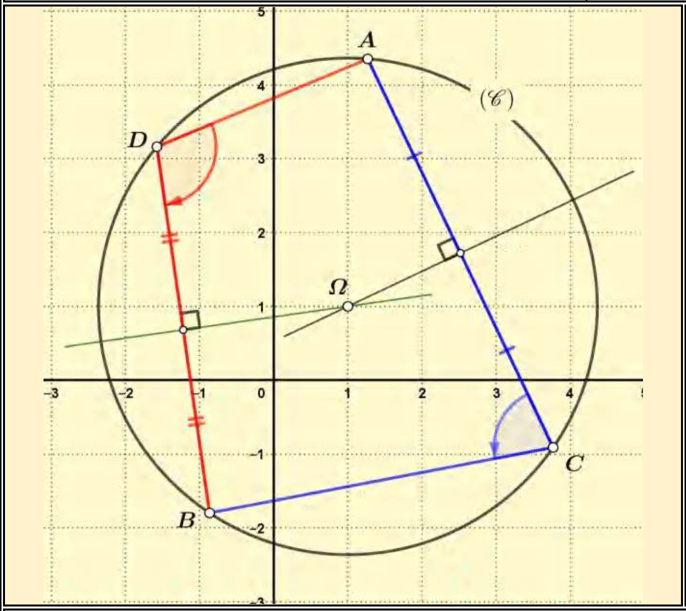
$$\left(\frac{z_C-z_B}{z_C-z_A}\right)=a \ / \ a\in\mathbb{R}^*$$

و

$$\left(\frac{z_D-z_B}{z_D-z_A}\right)=b \ / \ b\in\mathbb{R}^*$$

النقط A ، B ، C و D تنتمي الى نفس الدائرة





تحقيق الشرط التالية

$$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}\right)+k\pi \ / \ k\in\mathbb{Z}$$

أي

$$\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)-\arg\left(\frac{z_B-z_D}{z_A-z_D}\right)=k\pi \ / \ k\in\mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)/\left(\frac{z_B-z_D}{z_A-z_D}\right)=\lambda \ / \ \lambda\in\mathbb{R}^*$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

تساوي عددين مركبين (في شكليهما الجبري)

مبرهنة: يكون عددان مركبان z و z' متساويين
إذا و فقط إذا كان لهما نفس الطويلة، نفس الجزء الحقيقي و نفس الجزء التخيلي.

$z = z'$ معناه $\begin{cases} |z| = |z'| \\ \Re e(z) = \Re e(z') \\ \Im m(z) = \Im m(z') \end{cases}$

الجذران التربيعيان لعدد مركب

تعريف: عدد مركب .
يسمى حل المعادلة $z^2 = \omega$ في المجموعة $\mathbb{C}$ الجذرين التربيعيين للعدد ω .

نتيجة1: (الجذران التربيعيان على الشكل الجبري)

ω عدد مركب معلوم وغير معدوم حيث $\omega = a + ib$ و z عدد مركب حيث $z = x + iy$

z جذرا تربيعيا للعدد ω فان $z^2 = \omega \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x^2 + y^2 = |\omega| = \sqrt{a^2 + b^2} \\ x^2 - y^2 = a \end{cases} \\ 2xy = b \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} x = \sqrt{\frac{|\omega| + a}{2}} \text{ و } x = -\sqrt{\frac{|\omega| + a}{2}} \\ y = \sqrt{\frac{|\omega| - a}{2}} \text{ و } y = -\sqrt{\frac{|\omega| - a}{2}} \end{cases}$ و في حالة :

$b > 0$ فان x و y من نفس الاشارة

$b < 0$ فان x و y مختلفين في الاشارة

ومنه الجذران التربيعيان $z_1 = x + iy$ و $z_2 = -z_1$

تساوي عددين مركبين (في شكليهما المثلثي)

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

مبرهنة: يكون عددان مركبان z و z' متساويين
إذا و فقط إذا كان لهما نفس الطويلة، و عمدتان متوافقتان بترديد 2π .

$z = z'$ معناه $\begin{cases} |z| = |z'| \\ arg(z') = arg(z) + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

نتيجة2: (الجذران التربيعيان على الشكل المثلثي)

ω عدد مركب معلوم وغير معدوم حيث $\omega = \rho(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

و z عدد مركب حيث $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

z جذرا تربيعيا للعدد ω فان: $\begin{cases} |z^2| = |\omega| \\ arg(z^2) = arg(\omega) + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^2 = \rho \\ 2\theta = \alpha + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

ومنه $\begin{cases} r = \sqrt{\rho} \\ \theta = \frac{\alpha}{2} + k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ومنه الجذران التربيعيان: $\begin{cases} z_1 = \sqrt{\rho}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right] \\ z_2 = \sqrt{\rho}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right)\right] = -z_1 \end{cases}$

حل معادلات من الدرجة الثانية بمعاملات حقيقية

نعتبر المعادلة $(1) \rightarrow az^2+bz+c=0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية مع $a\neq 0$

نحسب المميز $\Delta=b^2-4ac$

في حالة $\Delta\in\mathbb{R}_+$	في حالة $\Delta\in\mathbb{R}_-^*$
المعادلة (1) تقبل حلين حقيقيين $z_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$; $z_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	المعادلة (1) تقبل حلين مركبين مترافقين $z_1=\dfrac{-b-i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$; $z_2=\overline{z_1}=\dfrac{-b+i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}$

حل معادلات من الدرجة الثانية بمعاملات مركبة

نعتبر المعادلة $(2) \rightarrow az^2+bz+c=0$ حيث a ، b و c أعداد مركبة مع $a\neq 0$

نحسب المميز $\Delta=b^2-4ac$

في حالة $\Delta\in\mathbb{R}_+$	في حالة $\Delta\in\mathbb{R}_-^*$	في حالة $\Delta\in\mathbb{C}-\mathbb{R}$
المعادلة (2) تقبل حلين حقيقيين $\begin{cases} z_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\end{cases}$	المعادلة (2) تقبل حلين مركبين $\begin{cases} z_1=\dfrac{-b-i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b+i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}\end{cases}$	المعادلة (2) تقبل حلين مركبين $\begin{cases} z_1=\dfrac{-b-\delta}{2a} \\ z_2=\dfrac{-b+\delta}{2a}\end{cases}$ حيث δ أحد الجذرين التربيعيين لـ Δ

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

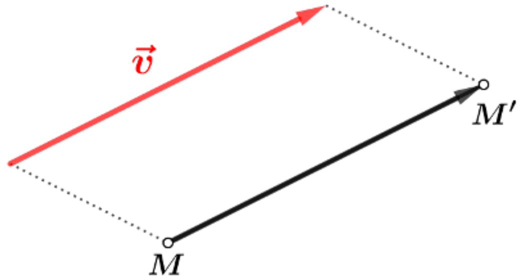
التحويلات النقطية

1 – الانســـــحـــاب $t_{\vec{v}}$

- Translation -

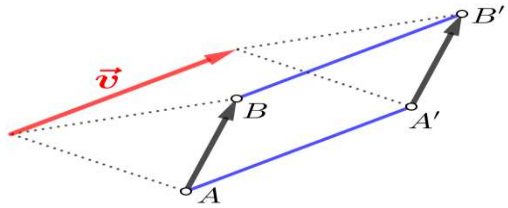
شعاع السحب هو $\vec{v}(\alpha;\beta)$

$M \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M'$ حيث $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$



الخاصية المميزة

$\begin{cases} A \xrightarrow{t_{\vec{v}}} A' \\ B \xrightarrow{t_{\vec{v}}} B' \end{cases}$ فإن $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $t_{\vec{v}}^{-1} = t_{-\vec{v}}$.
- تقايس : $A'B' = AB$.
- $\vec{v} \neq \vec{0}$ لاتوجد نقاط صامدة .

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\vec{v} = \vec{0}$ فإن $t_{\vec{v}} = I_{(P)}$

أي التحويل الحيادى أو الطابق .

التركيب

- $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}} = t_{(\vec{v}+\vec{u})}$
- $\underbrace{t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{v}} \circ \cdots \circ t_{\vec{v}}}_{n \text{ مرة}} = t_{\vec{v}}^{n} = t_{(n\vec{v})}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$$M(x;y) \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M(x';y')$$

$$\begin{cases} x' = x + \alpha \\ y' = y + \beta \end{cases}$$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$$M(z) \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M(z')$$

$$z' = z + z_{\vec{v}}$$

$$z' = z + \alpha + \beta i$$

ملاحظات على التحويل : الانسحاب يحافظ على كل من

- الاستقامية – التوازي – التعامد – الزوايا و إتجاهاها – المرجح – الاشكال –
- الاطوال – المساحات –

إعداد الأستاذ : إبراهيم وعلي حسين

ꕥ التحويلات النقطية ꕥ

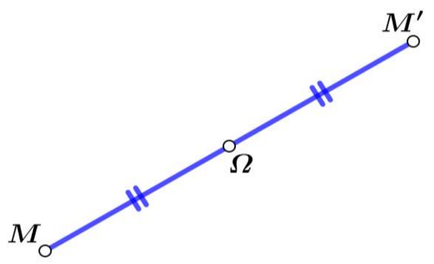
2 – التناظر المركزي σ_Ω

– Symétrie centrale –

مركز التناظر هي النقطة $\Omega(x_0\,;y_0)$

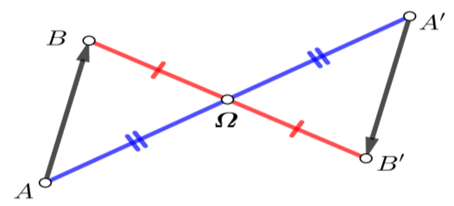
$M \xrightarrow{\sigma_\Omega} M'$ حيث $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$

Ω منتصف القطعة $[MM']$



الخاصية المميزة

$\begin{cases} A \xrightarrow{\sigma_\Omega} A' \\ B \xrightarrow{\sigma_\Omega} B' \end{cases}$ فان $\overrightarrow{A'B'} = -\overrightarrow{AB}$



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $\sigma_\Omega^{-1} = \sigma_\Omega$.(تضامني)
- تقايسي : $A'B' = AB$.
- Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة .

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\Omega = O$

يسمي تناظر بالنسبة للمبدأ المعلم .

التركيب

- $\sigma_{\Omega_2} \circ \sigma_{\Omega_1} = t_{2\overrightarrow{\Omega_1\Omega_2}}$
- $\underbrace{\sigma_\Omega \circ \sigma_\Omega \circ \cdots \circ \sigma_\Omega}_{n \text{ مرة}} = \begin{cases} I_{(P)} \,/\, n & \text{ي} \\ \sigma_\Omega \,/\, n & \text{ـي} \end{cases}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(x';y')$$

$$\begin{cases} x' = -x + 2x_0 \\ y' = -y + 2y_0 \end{cases}$$

– عندما $\Omega = O$

$$M(x;y) \xrightarrow{\sigma_O} M(x';y')$$

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$$M(z) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(z')$$

$$z' - z_\Omega = -(z - z_\Omega)$$

$$z' = -z + 2z_\Omega$$

$$M(z) \xrightarrow{\sigma_\Omega} M(z')$$

$$z' = -z$$

ملاحظات على التحويل : التناظر المركزي يحافظ على كل من

– الاستقامية – التوازي – التعامد – الزوايا و إتجاهاها – المرجع – الاشكال – الاطوال – المساحات –

إعداد الأستاذ : إبراهيم وعلي حسين

ꕥ التحويلات النقطية ꕥ

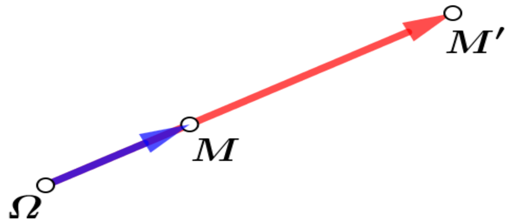
3 - التـحـاكـي $h_{(\Omega,k)}$

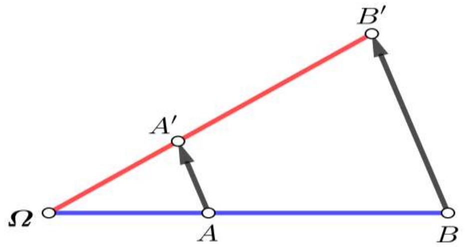
- Homothétie -

مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و نسبته $k\in\mathbb{R}^*$

$M \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} M'$ حيث $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$

النقط Ω، M و M' في إستقامية



الخاصية المميزة	خواص التحويل
$\begin{cases} A \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} A' \\ B \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} B' \end{cases}$ فان $\overrightarrow{A'B'} = k\,\overrightarrow{AB}$ 	- تقابلي . - تحويله العكسي $h^{-1}_{(\Omega,k)} = h_{\left(\Omega,\frac{1}{k}\right)}$ - ليس تقايس $A'B' = \lvert k\rvert AB$ مع $(k\neq\pm1)$ - Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة $(k\neq1)$

حالات خاصة للتحويل	التركيب
- عندما $k=1$ فان $h_{(\Omega,1)} = I_{(\pi)}$ - عندما $k=-1$ فان $h_{(\Omega,-1)} = \sigma_\Omega$	- $h_{(\Omega,k_1)}\circ h_{(\Omega,k_2)} = h_{(\Omega,k_1\times k_2)}$ - $\underbrace{h_{(\Omega,k)}\circ h_{(\Omega,k)}\circ\cdots\circ h_{(\Omega,k)}}_{\text{مرة}\, n} = h^{n}_{(\Omega,k)} = h_{(\Omega,k^n)}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب
$M(x;y) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = k\,x + (1-k)\,x_0 \\ y' = k\,y + (1-k)\,y_0 \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{h_{(\Omega,k)}} M(z')$ $z' - z_\Omega = k\,(z - z_\Omega)$ $z' = k\,z + (1-k)\,z_\Omega$
-عندما $\Omega = O$: $M(x;y) \xrightarrow{h_{(O,k)}} M(x';y')$ $\begin{cases} x' = k\,x \\ y' = k\,y \end{cases}$	$M(z) \xrightarrow{h_{(O,k)}} M(z')$ $z' = k\,z$

ملاحظات على التحويل: التحاكي يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجح -

- الاشكال لكن : في حالة $\lvert k\rvert<1$ (تصغير) - في حالة $\lvert k\rvert>1$ (تكبير) -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

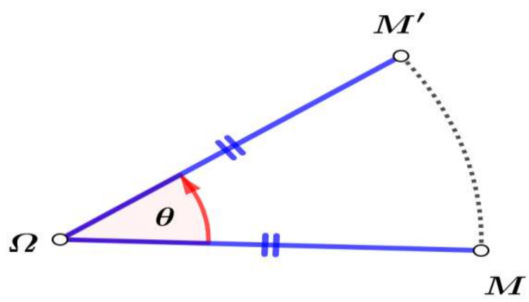
التحويلات النقطية

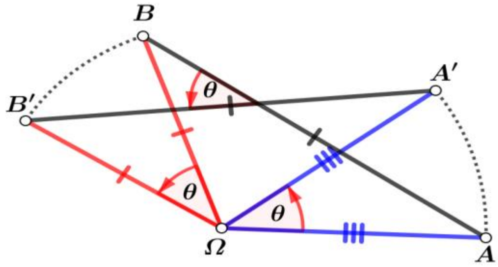
4 - الـــــــــدوران $r_{(\Omega,\theta)}$

- Rotation -

مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و زاويته $\theta\in\mathbb{R}$

$M \xrightarrow{r_{(\Omega,k)}} M'$ حيث $\begin{cases}\Omega M=\Omega M'\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta+2\lambda\pi\end{cases}$



الخاصية المميزة	خواص التحويل
$\begin{cases}A\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}A'\\ B\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}B'\end{cases}$ فان $\begin{cases}A'B'=AB\\ \left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$ 	- تقابلي . - تحويله العكسي $r^{-1}_{(\Omega,\theta)}=r_{(\Omega,-\theta)}$ - تقايس $A'B'=AB$ - Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة

حالات خاصة للتحويل	التركيب
- عندما $\theta=2\lambda\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $r_{(\Omega,\theta)}=I_{(P)}$ - عندما $\theta=(2\lambda+1)\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $r_{(\Omega,\theta)}=\sigma_\Omega$	- $r_{(\Omega,\theta_1)}\circ r_{(\Omega,\theta_2)}=r_{(\Omega,\theta_1+\theta_2)}$ - $\underbrace{r_{(\Omega,\theta)}\circ r_{(\Omega,\theta)}\circ\cdots\circ r_{(\Omega,\theta)}}_{n\text{ مرة}}=r^n_{(\Omega,\theta)}=r_{(\Omega,n\theta)}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب
$M(x;y)\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'-x_0=(x-x_0)\cos\theta-(y-y_0)\sin\theta\\ y'-y_0=(x-x_0)\sin\theta+(y-y_0)\cos\theta\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{r_{(\Omega,\theta)}}M(z')$ $z'-z_\Omega=e^{i\theta}(z-z_\Omega)$ $z'=e^{i\theta}z+(1-e^{i\theta})z_\Omega$
- عندما $\Omega=O$: $M(x;y)\xrightarrow{r_{(O,\theta)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=x\cos\theta-y\sin\theta\\ y'=x\sin\theta+y\cos\theta\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{r_{(O,\theta)}}M(z')$ $z'=e^{i\theta}z$

ملاحظات على التحويل: الدوران يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجع - الاشكال - الاطوال - المساحات -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

❧ التحويلات النقطية ☙

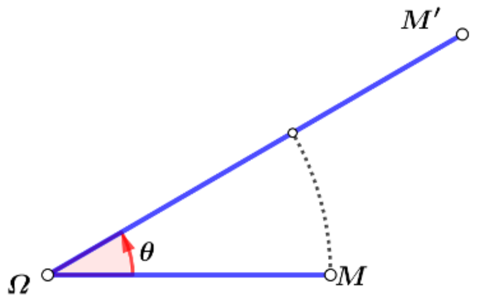
5 - التشابه المباشر $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}$

- Similitude directe -

مركزه $\Omega(x_0\,;y_0)$ و زاويته $\theta\in\mathbb{R}$

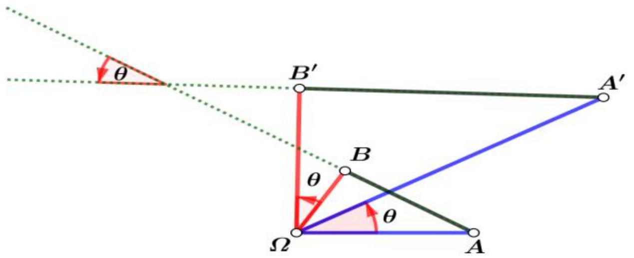
ونسبته $k\in\mathbb{R}_+^*$

$M \xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}} M'$ حيث $\begin{cases}\Omega M' = k\,\Omega M\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)=\theta+2\lambda\pi\end{cases}$



الخاصية المميزة

$\begin{cases}A \xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}} A'\\ B \xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}} B'\end{cases}$ فان $\begin{cases}A'B' = k\,AB\\ \left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$



خواص التحويل

- تقابلي .
- تحويله العكسي $\mathcal{S}^{-1}{}_{(\Omega,k,\theta)}=\mathcal{S}_{\left(\Omega,\frac{1}{k},-\theta\right)}$
- ليس تقايس لان $A'B'=k\,AB$ مع $k\neq1$
- Ω هي النقطة الصامدة الوحيدة

حالات خاصة للتحويل

- عندما $\theta=2\lambda\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=h_{(\Omega,k)}$
- عندما $\theta=(2\lambda+1)\pi\,/\,\lambda\in\mathbb{Z}$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=h_{(\Omega,-k)}$
- عندما $k=1$ فان $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=r_{(\Omega,\theta)}$

التركيب

- $\mathcal{S}_{(\Omega,k_1,\theta_1)}\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k_2,\theta_2)}=\mathcal{S}_{(\Omega,k_1k_2,\theta_1+\theta_2)}$
- $\underbrace{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}\circ\cdots\circ\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}_{n\text{ مرة}}=\mathcal{S}_{(\Omega,k^n,n\theta)}$
- $\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}=r_{(\Omega,\theta)}\circ h_{(\Omega,k)}=h_{(\Omega,k)}\circ r_{(\Omega,\theta)}$
- $r_{(\Omega,\theta)}\circ h_{(\Omega,k)}=\begin{cases}\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)} & /\,k>0\\ \mathcal{S}_{(\Omega,-k,\pi+\theta)} & /\,k<0\end{cases}$

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي

$$M(x;y)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}M(x';y')$$

$$\begin{cases}x'-x_0=k\left[(x-x_0)\cos\theta-(y-y_0)\sin\theta\right]\\ y'-y_0=k\left[(x-x_0)\sin\theta+(y-y_0)\cos\theta\right]\end{cases}$$

-عندما $\Omega=O$:

$$M(x;y)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(O,k,\theta)}}M(x';y')$$

$$\begin{cases}x'=k(x\cos\theta-y\sin\theta)\\ y'=k(x\sin\theta+y\cos\theta)\end{cases}$$

عبارة التحويل في المستوي المركب

$$M(z)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(\Omega,k,\theta)}}M(z')$$

$$z'-z_\Omega=k\,e^{i\theta}(z-z_\Omega)$$

$$z'=k\,e^{i\theta}z+\left(1-k\,e^{i\theta}\right)z_\Omega$$

$$M(z)\xrightarrow{\mathcal{S}_{(O,k,\theta)}}M(z')$$

$$z'=k\,e^{i\theta}z$$

ملاحظات على التحويل: التشابه المباشر يحافظ على كل من

- الاستقامية - التوازي - التعامد - الزوايا و إتجاهها - المرجح -
- الاشكال لكن : في حالة $0<k<1$ (تصغير) - في حالة $k>1$ (تكبير) -

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة التحويل T

$M(z) \xrightarrow{T} M'(z')$ حيث $z' = az + b$ مع $a,b,c \in \mathbb{C}$ و $a \neq 0$

$M(z) \xrightarrow{T} M'(z')$

$z' = az + b$

$a \in \mathbb{R}^*$

- **$a = 1$**
  - **$b = 0$**: T هو تحويل حيادي أو تحويل مطابق
  - **$b \neq 0$**: T هو إنسحاب لاحقة شعاع السحب $\vec{v}$: $z_{\vec{v}} = b$
- **$a = -1$**: T هو تناظر مركزي لاحقة مركزه $z_\Omega = \dfrac{b}{2}$
- **$a \neq \pm 1$**: T هو تحاكي نسبته $k = a$ ولاحقة مركزه $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$

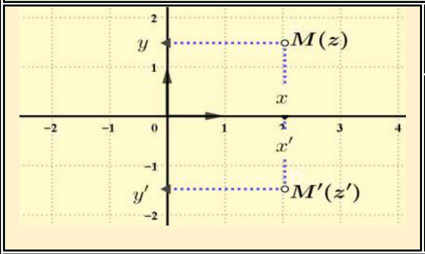
$a \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$

- **$|a| = 1$**: T هو دوران زاويته $\theta = arg(a)$ ولاحقة مركزه $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$
- **$|a| \neq 1$**: T هو تشابه مباشر نسبته $k = |a|$ زاويته $\theta = arg(a)$ ولاحقة مركزه $z_\Omega = \dfrac{b}{1-a}$

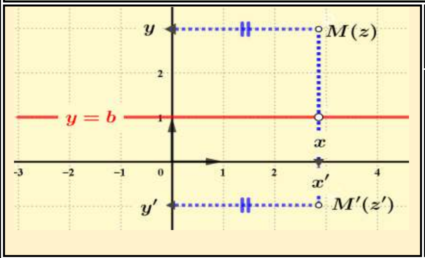
إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

التناظرات التعامدية الشهيرة

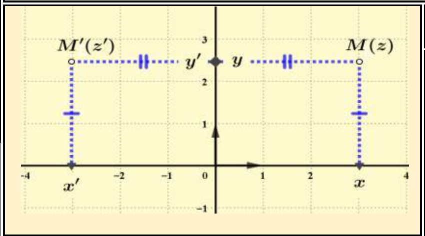
التناظر بالنسبة لمحور الفواصل

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(xx')}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=x\\ y'=-y\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(xx')}}M(z')$ $Z'=\overline{Z}$	

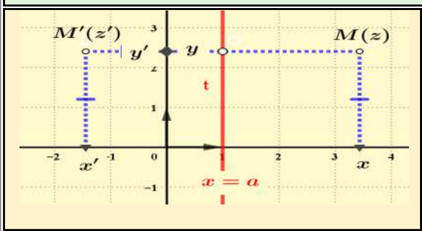
التناظر بالنسبة لمستقيم موازي لمحور الفواصل

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(y=b)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=x\\ y'=-y+2b\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(y=b)}}M(z')$ $Z'=\overline{Z}+2ib$	

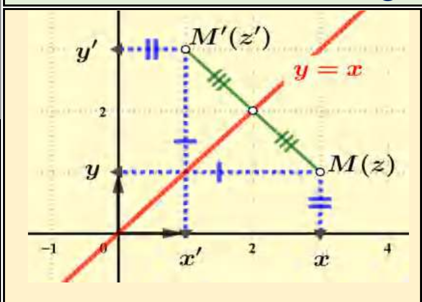
التناظر بالنسبة لمحور التراتيب

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(yy')}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=-x\\ y'=y\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(yy')}}M(z')$ $Z'=-\overline{Z}$	

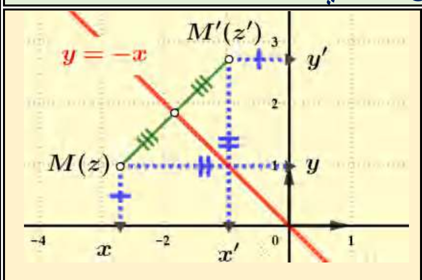
التناظر بالنسبة لمستقيم موازي لمحور التراتيب

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(x=a)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=-x+2a\\ y'=y\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(x=a)}}M(z')$ $Z'=-\overline{Z}+2a$	

التناظر بالنسبة لمنصف الربع الأول (y = x)

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(y=x)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=y\\ y'=x\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(y=x)}}M(z')$ $Z'=i\,\overline{Z}$	

التناظر بالنسبة لمنصف الربع الثاني (y = - x)

العبارة التحليلية في المستوي التآلفي	عبارة التحويل في المستوي المركب	
$M(x;y)\xrightarrow{\sigma_{(y=-x)}}M(x';y')$ $\begin{cases}x'=-y\\ y'=-x\end{cases}$	$M(z)\xrightarrow{\sigma_{(y=-x)}}M(z')$ $Z'=-i\,\overline{Z}$	

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

طبيعة التحويل T

$$M(z) \xrightarrow{T} M'(z')$$

حـ يـ ث

$$z' = az + b$$

علما أن

$$\begin{cases} A \xrightarrow{T} B \\ C \xrightarrow{T} D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = T(A) \\ D = T(C) \end{cases}$$

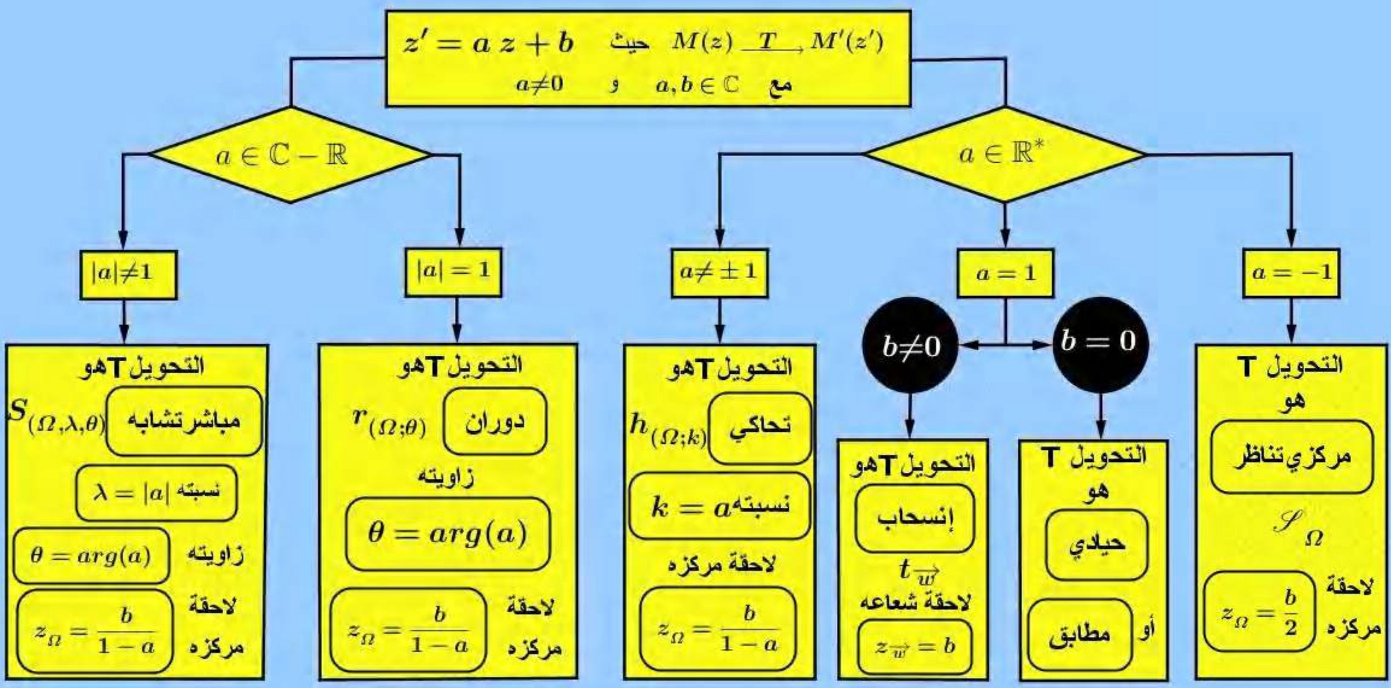
فان

$$\begin{cases} z_B = a\,z_A + b \\ z_D = a\,z_C + b \end{cases}$$

و بذلك

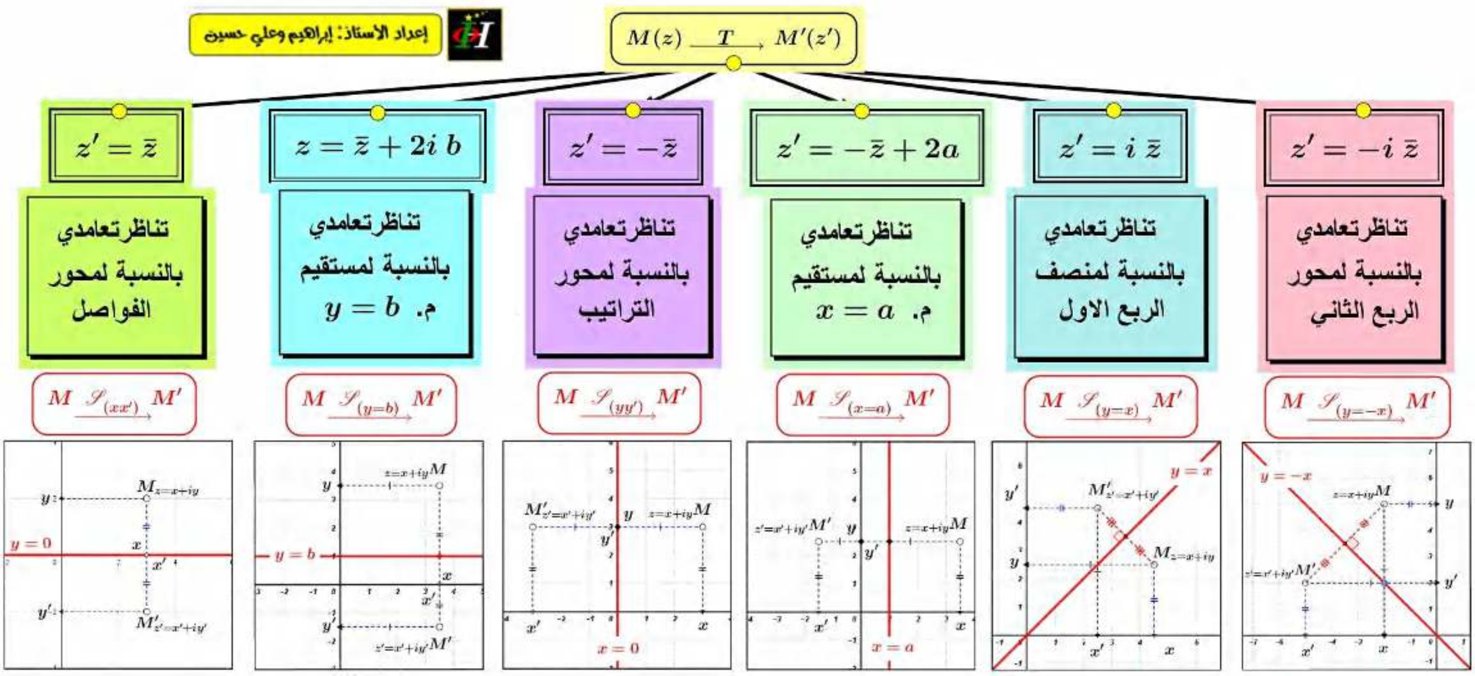
$$\begin{cases} a = \dfrac{z_D - z_B}{z_C - z_A} \\ b = z_B - a\,z_A \end{cases}$$

يحدد طبيعة التحويل انطلاق من طبيعة العدد a



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين



التحاكي

موضع مركز تحاكي بالنسبة لنقطة وصورتها

$A \xrightarrow{h_{(C,k)}} B$ مع $A \neq B$

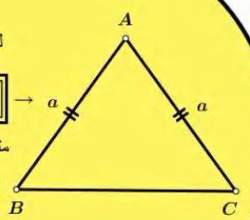
$\overrightarrow{CB} = k\,\overrightarrow{CA}$ و منه $\overrightarrow{BC} = \dfrac{k}{k-1}\overrightarrow{BA}$ حيث $k \in \mathbb{R}^* - \{1\}$

$k > 1$	$k < 0$	$0 < k < 1$
فان	فان	فان
$\dfrac{k}{k-1} > 1$	$0 < \dfrac{k}{k-1} < 1$	$\dfrac{k}{k-1} < 0$

$C \in]A; -\overrightarrow{AB})$	$C \in]AB[$	$C \in]B; \overrightarrow{AB})$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

لدينا المثلث ABC متساوى الساقين رأسه الاساسي النقطة A



إذا كان $D = t_{\overrightarrow{CA}}(B) \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$

أو $D = t_{\overrightarrow{CB}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$

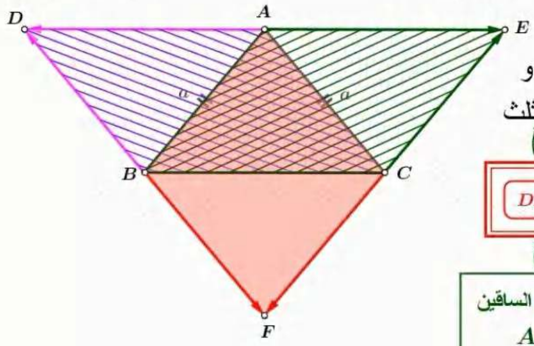
إذا كان $E = t_{\overrightarrow{BA}}(C) \Leftrightarrow \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$

أو $E = t_{\overrightarrow{BC}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC}$

إذا كان $F = t_{\overrightarrow{AC}}(B) \Leftrightarrow \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$

أو $F = t_{\overrightarrow{AB}}(C) \Leftrightarrow \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$

فان الرباعي $ABCE$ متوازي اضلاع فان الرباعي $ACBD$ متوازي اضلاع

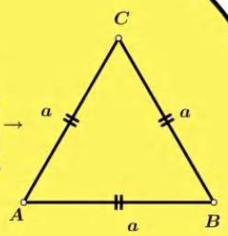


و المثلث DEF متساوي الساقين في A

فان الرباعي $ACFB$ معين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

لدينا المثلث ABC متقايس الاضلاع



إذا كان $D = t_{\overrightarrow{BA}}(C) \Leftrightarrow \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

أو $D = t_{\overrightarrow{BC}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

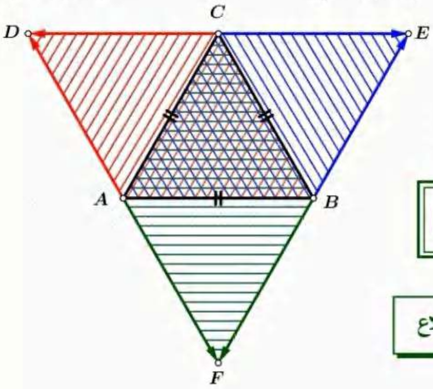
إذا كان $E = t_{\overrightarrow{AB}}(C) \Leftrightarrow \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$

أو $E = t_{\overrightarrow{AC}}(B) \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$

إذا كان $F = t_{\overrightarrow{CA}}(B) \Leftrightarrow \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$

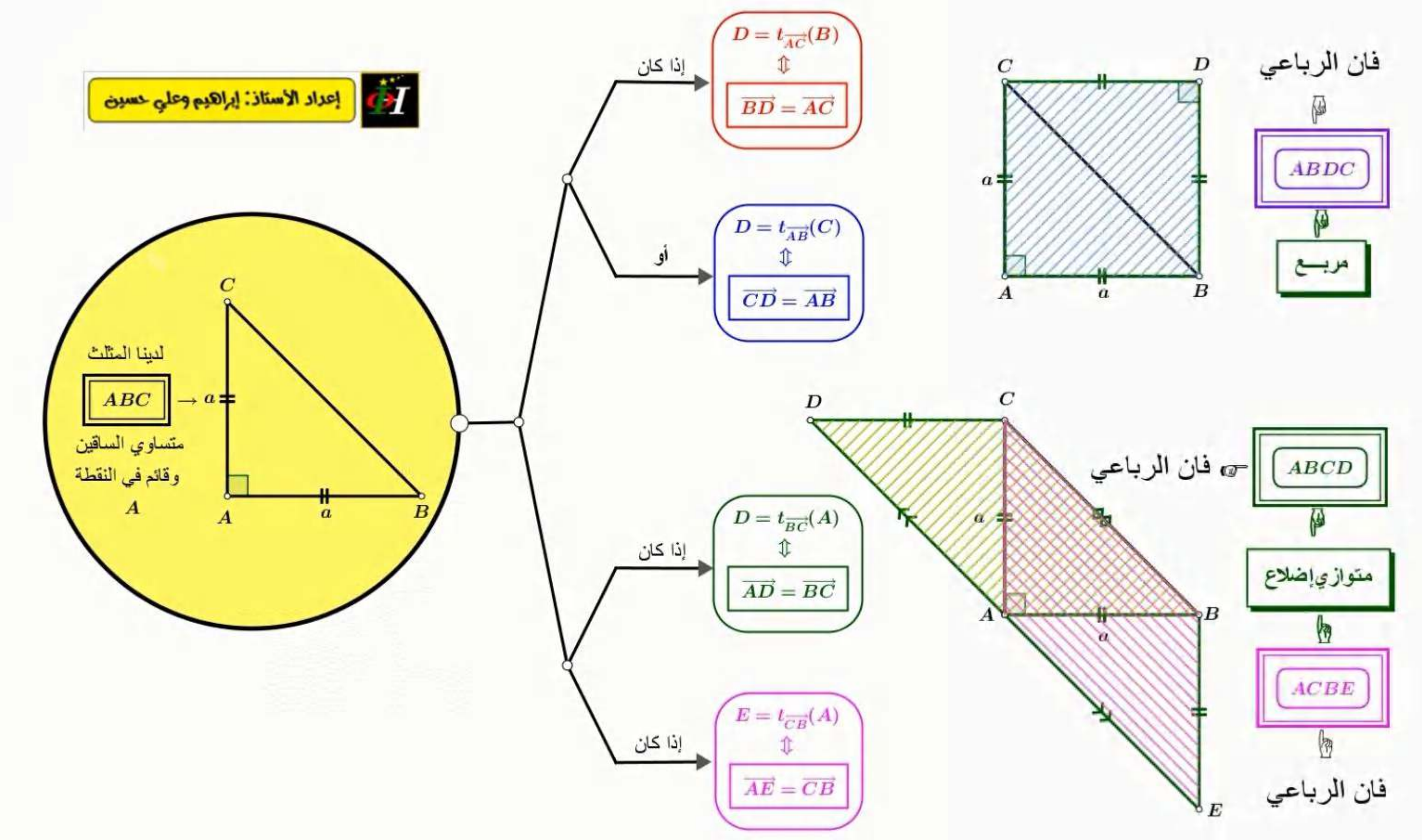
أو $F = t_{\overrightarrow{CB}}(A) \Leftrightarrow \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{CA}$

فان الرباعي $ABEC$ معين فان الرباعي $ABCD$ معين

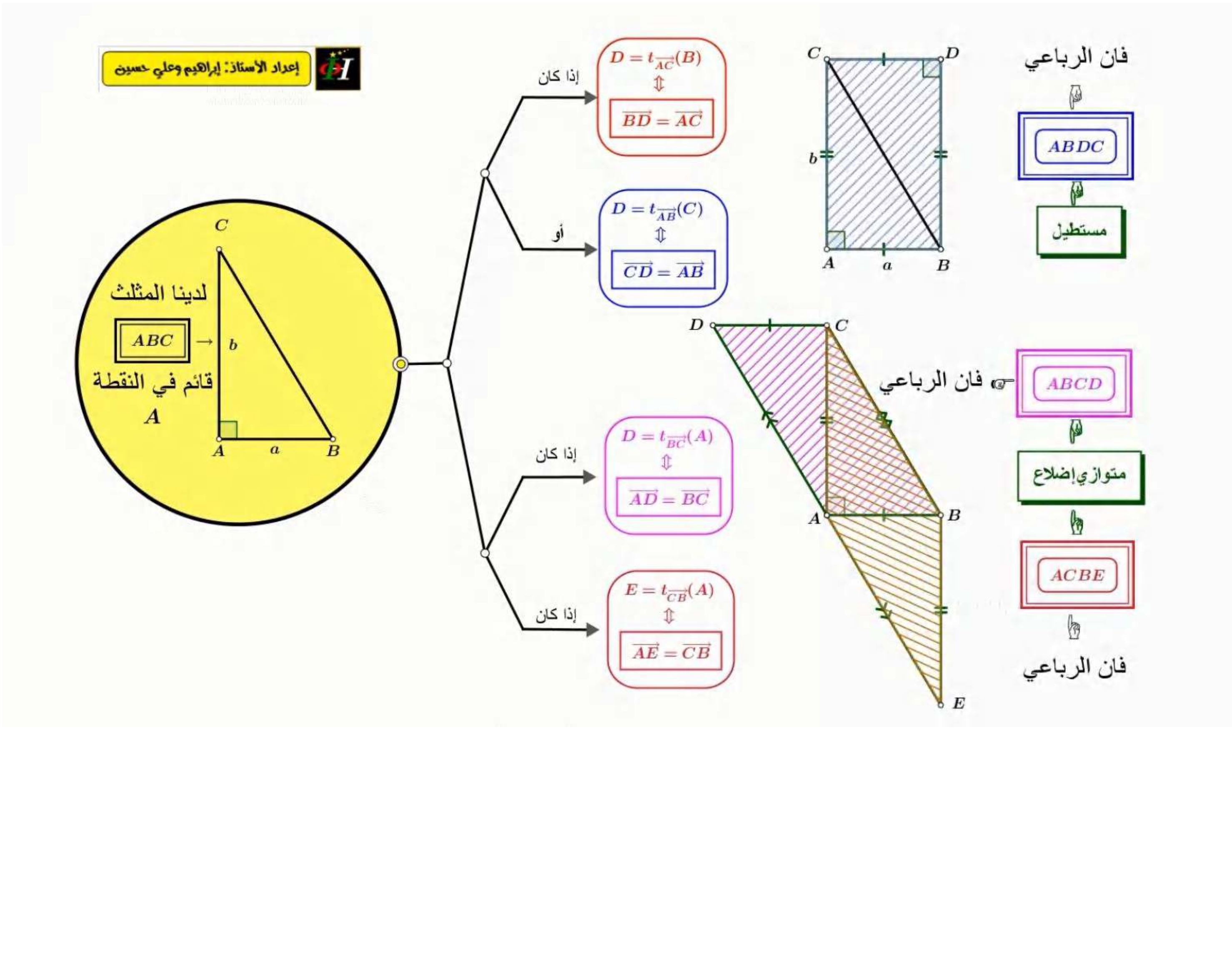


و المثلث DEF متقايس الاضلاع

فان الرباعي $ACBF$ معين



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين
لدينا المثلث
ABC
متساوي الساقين
وقائم في النقطة
A
إذا كان
$D = t_{\overrightarrow{AC}}(B)$
⇕
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$
أو
$D = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$
⇕
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$
فان الرباعي
ABDC
مربــع
إذا كان
$D = t_{\overrightarrow{BC}}(A)$
⇕
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
إذا كان
$E = t_{\overrightarrow{CB}}(A)$
⇕
$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$
فان الرباعي
ABCD
متوازي إضلاع
ACBE
فان الرباعي



إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين
لدينا المثلث
ABC
قائم في النقطة
A
إذا كان
$D = t_{\overrightarrow{AC}}(B)$
⇕
$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$
أو
$D = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$
⇕
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$
فان الرباعي
ABDC
مستطيل
إذا كان
$D = t_{\overrightarrow{BC}}(A)$
⇕
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
إذا كان
$E = t_{\overrightarrow{CB}}(A)$
⇕
$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$
فان الرباعي
ABCD
متوازي إضلاع
ACBE
فان الرباعي

المعادلات المثلثية البسيطة

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + 2k'\pi \;/\; k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ f(x) = -g(x) + 2k'\pi \;/\; k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \end{cases}$$

$$\sin x = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} x = \beta + 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ x = (\pi - \beta) + 2k'\pi \;/\; k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ f(x) = (\pi - g(x)) + 2k'\pi \;/\; k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \end{cases}$$

$$\cos x = \sin \alpha \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + 2k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ x = \left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + 2k'\pi \;/\; k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\tan x = \tan \delta \Leftrightarrow (x = \delta + k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} \tan f(x) = \tan g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi \;/\; k \in \mathbb{Z} \\ x \in \mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g \\ f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k'\pi \;\; ; \;\; g(x) \neq \frac{\pi}{2} + \pi k'' \quad / \; k', k'' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

$$\cos x = a \quad \rightarrow (1)$$

في حالة :

$\Downarrow$

$a \in]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

فان

$S_{(1)} = \varnothing$

في حالة :

$\Downarrow$

$a \in [-1 ; 1]$

فان

فانه يوجد على الأقل

عددحقيقي αحيث

$\cos \alpha = a$

فان

$$(1) \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + 2k'\pi \,/\, k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$\sin x = b \quad \leftarrow (2)$

في حالة :

$\Downarrow$

$b \in]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

فان

$S_{(2)} = \varnothing$

في حالة :

$\Downarrow$

$b \in [-1 ; 1]$

فان

فانه يوجد على الأقل

عددحقيقي β حيث

$\sin \beta = b$

فان

$\sin x = \sin \beta \Leftrightarrow (2)$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} x = \beta + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \\ x = (\pi - \beta) + 2k'\pi \,/\, k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

المعادلات المثلثية الشهيرة

$$(\cos x = 1) \Leftrightarrow (x = 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z})$$

$$(\cos x = 0) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\cos x = -1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x = \pi + 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}) \\ (x = -\pi + 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}) \end{array}\right.$$

$$(\cos x = -\sin x) \Leftrightarrow \left(x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\sin x = 0) \Leftrightarrow (x = 2\,k\,\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z})$$

$$(\sin x = 1) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\sin x = -1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right) \\ \left(x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right) \end{array}\right.$$

$$(\cos x = \sin x) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right)$$

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

$$(\tan x = 1) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right)$$

$$(\tan x = 0) \Leftrightarrow (x = k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z})$$

$$(\tan x = -1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right) \\ \left(x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad / \; k \in \mathbb{Z}\right) \end{array}\right.$$

بعض العلاقات المثلثية

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

إعداد الأستاذ: إبراهيم وعلي حسين

$$\alpha \in \mathbb{R}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} -1 \leq \cos \alpha \leq 1 \\ 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \\ -1 \leq \sin \alpha \leq 1 \\ 0 \leq \sin^2 \alpha \leq 1 \end{array}\right\} / \ \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \quad ; \quad \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \ ; \ \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \tfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \tfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \tfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \tfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\alpha \in \mathbb{R} \ ; \ \beta \in \mathbb{R}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$