ملخص الدرس

1 تعريف وخواص:

الدالة الأسية:

أظف إلى مطويتك

توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f' = f$ و $f(0) = 1$ نرمز إلى هذه الدالة بالر[illegible]
ونسميها الدالة الأسية النيبيرية

نتائج وخواص جبرية:

أظف إلى مطويتك

نتائج :

✍ $\exp(0) = 1$

✍ $\exp'(x) = \exp(x)$.

العدد e والترميز e^x :

العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية أي $e = \exp(1)$. تعطينا الحاسبة $e \approx 2.718281828$.

من أجل كل عدد صحيح نسبي n ، $\exp(n) = \exp(n \times 1) = [\exp(1)]^n$ ، لدينا إذن: من أجل كل عدد صحيح نسبي n، $\exp(n) = e^n$.

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي x، إلى $\exp(x)$ بِـ e^x .

خواص جبرية:

❶ $e^x \neq 0$ ❷ $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

❸ $e^{x+y} = e^x \times e^y$ ❹ $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$

❺ $e^{nx} = \left[e^x\right]^n$ ❻ $e^0 = 1$

❼ $e^x \succ 0$ من كل عدد حقيقي x ويمكن تعميمها إلى مايلي: $e^w \succ 0$.

❽ $e^x = e^y$ معناه $x = y$. $e^x \prec e^y$ معناه $x \prec y$. $e^x \succ e^y$ معناه $x \succ y$.

❾ $e^x = a$ معناه $x = \ln(a)$ مع a عدد حقيقي موجب تماما.

2 نهايات الدالة الأسية:

الحالة الخاصة	الحالة العامة
$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty$	$e^{+\infty}=+\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x}=0$	$e^{-\infty}=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x}}{x^{n}}=+\infty$.
$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^{x}}=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^{n}}{e^{x}}=0$.
$\lim\limits_{x\to-\infty} x.e^{x}=0$	$\lim\limits_{x\to-\infty} x^{n}.e^{x}=0$.
$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x}-1}{x}=1$ وأيضا $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{ax}-1}{x}=a$	$\lim\limits_{u\to0} \dfrac{e^{u}-1}{u}=1$.

إزالة حالات عدم التعيين في الدالة الأسية

حالة $(0)(\infty)$

لإزالتها ننشر (فك الأقواس)

ونستفيد من المبرهنة :

$$\lim_{x\to-\infty} x^{n}e^{x}=\begin{cases}0^{+} & : \text{n زوجي}\\ 0^{-} & : \text{n فردي}\end{cases}$$

مثال توضيحي:

حساب النهاية :

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{x}$

حالة عدم التعيين من الشكل $(-\infty)(0)$

$$f(x)=(x-1)e^{x}$$
$$=xe^{x}-e^{x}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0-0=0$$

حيث أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$

حالة $\dfrac{0}{0}$

نغير شكل الدالة f

ونستفيد من المبرهنة :

$$\lim_{x\to0}\frac{e^{x}-1}{x}=1$$

مثال توضيحي:

حساب النهاية : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-1}{3x}$

حالة عدم التعيين من الشكل $\dfrac{0}{0}$

$$f(x)=\frac{e^{2x}-1}{3x}$$
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{e^{2x}-1}{x}$$

نبعد بين x و 3 ثم نضرب البسط والمقام بالعدد (2)

$$f(x)=\frac{2}{3}\cdot\frac{e^{2x}-1}{2x}$$
$$\lim_{x\to0} f(x)=\frac{2}{3}(1)=\frac{2}{3}$$

حيث أن : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x}-1}{x}=1$

حالة $\dfrac{\infty}{\infty}$

نفرق الكسر إذا كان المقام حد واحد

نخرج عامل مشترك مناسب من البسط والمقام إذا كان المقام أكثر من حد

ونستفيد من المبرهنات : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}=0$

مثال توضيحي 1: حساب النهاية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}-1}{x}$

حالة عدم التعيين من الشكل $\dfrac{\infty}{\infty}$.

$$f(x)=\frac{e^{x}-1}{x}=\frac{e^{x}}{x}-\frac{1}{x}$$
$$\lim_{x\to0} f(x)=+\infty-0=+\infty$$

حيث أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$

مثال توضيحي 2: حساب النهاية :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{e^{x}-1}$

حالة عدم التعيين من الشكل $\dfrac{\infty}{\infty}$.

$f(x)=\dfrac{x-1}{e^{x}-1}$ ، نخرج x كعامل مشترك من البسط ، و e^{x} من المقام ، ومنه :

$$f(x)=\frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{e^{x}\left(1-\frac{1}{e^{x}}\right)}$$
$$=\frac{x}{e^{x}}\left[\frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{e^{x}}}\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0\left[\frac{1-0}{1-0}\right]=0$$

حيث أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}=0$

الحالة $+\infty-\infty$

إخراج عامل مشترك مناسب

عادة:

e^{x} عندما $x\to+\infty$

ويمكن e^{2x} أو e^{3x} أو ...

e^{-x} عندما $x\to-\infty$

ويمكن e^{-2x} أو ...

ونستفيد من المبرهنات :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x}=+\infty$,

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}=0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^{n}e^{x}=0 : n\succ0$

مثال توضيحي:

حساب النهاية : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}+x$

حالة عدم التعيين من الشكل $+\infty-\infty$.

$$f(x)=e^{-x}+x$$
$$=e^{-x}\left[1+\frac{x}{e^{-x}}\right]$$

(أخرجنا e^{-x} لأن $x\to-\infty$)

$$=e^{-x}\left[1+xe^{x}\right]$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty[1+0]=+\infty$$

حيث أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x}=0$

3 قانون الاشتقاق

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي: $f(x)=e^{u(x)}$.

اذا كانت u قابلة للاشتقاق على مجال I فإن f قابلة للاشتقاق ولدينا: $f'(x)=\left[e^{u(x)}\right]'=u'(x)\times e^{u(x)}$.

☞ **ملاحظة:**

تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب شكل الدالة المعطاة.

4 دراسة إشارة بعض العبارات الأسية:

أولا:

$\left[(u(x))\times e^{\triangle}\right]$ هنا الإشارة من إشارة الدالة $u(x)$.

ثانيا:

لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x+\beta}+b$ حيث a، b، α و β أعداد حقيقة مع $a.\alpha\neq 0$. نميز الحالات الأتية:

✔ إذا كان a و b موجبان فإن $a.e^{\alpha x+\beta}+b\succ 0$.

✔ إذا كان a و b سالبان فإن $a.e^{\alpha x+\beta}+b\prec 0$.

✔ إذا كان a و b مختلفان في الإشارة فإن للمعادلة $a.e^{\alpha x+\beta}+b=0$ حل وحيد x_0يمكن إيجاده بكل بساطة (ستتمرن على ذلك في التطبيقات) والإشارة تستنتج كما يلي:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$a.e^{\alpha x+\beta}+b$	عكس إشارة $a.\alpha$	0	نفس إشارة $a.\alpha$

ثالثا:

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x}+be^{x}+c$ نقوم بما يلي:

✔نضع $X=e^{x}$ فتصبح العبارة من الشكل: aX^2+bX+c.

✔ نحل المعادلة الأخيرة من الدرجة الثانية.

✔ نحل العبارة الأولى اعتماداً على حلول المعادلة الثانية.

✔ ندرس إشارة كل حد .

سلسلة التمارين

1 خواص الدالة الأسية (الخواص الجبرية – النهايات – الاشتقاقية)

تمرين 1 — نقاط

بسط العبارات التالية:

1. $(e^{x})^{3}\times e^{-4x}$
2. $\dfrac{e^{2x+1}}{e^{-x+1}}$
3. $\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{2x}}$

بين من أجل كل عدد حقيقي x مايلي:

1. $\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$
2. $e^{-x}-e^{-2x}=\dfrac{e^{x}-1}{e^{2x}}$

تمرين 2 — نقاط

ادرس إشارة العبارات الآتية:

1. $2e^{x+1}+1$
2. $-e^{x^{2}+2}-3$
3. $\frac{1}{2}e^{2x-1}-2$
4. $e^{2-x}-3$
5. $-4e^{x+1}+12$
6. $e^{2x}-7e^{x}+12$
7. $e^{2x}+e^{x}-6$
8. $e^{2x}-2e^{x}+3$
9. $(2x-1)e^{-x}+4e^{-x}$

تمرين 3 — نقاط

احسب نهايات الدوال التالية عند $+\infty$ و $-\infty$:

1. $e^{x}+x-1$
2. $e^{x}-x-4$
3. $(x-1)e^{x}+x+2$
4. $(x-1)e^{-x}+x-3$
5. $\dfrac{-e^{x}+3}{e^{x}+2}$
6. $\dfrac{x+2e^{x}-1}{4x}$
7. $\dfrac{x^{3}}{e^{x}+1}$
8. $\dfrac{x^{3}}{e^{-x}+1}$
9. $e^{2x}-xe^{x}+1$

تمرين 4 — نقاط

احسب مايلي:

1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{2e^{x}+3}{e^{x}-1}$
2. $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{2e^{x}+3}{e^{x}-1}$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{2x}-e^{x}$
4. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)$

5 $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$ 6 $\lim\limits_{x \overset{<}{\longrightarrow} 0} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

تمرين 5 نقاط ★☆☆☆

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس C_f . $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1 أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2 أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)]$. استنتج أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما .

تمرين 6 نقاط ★☆☆☆

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + e^{-x}$. C_f تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1 عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2 عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$.

3 بيّن أن المستقيم D الذي معادلته $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى C_f . أدرس وضعية C_f بالنسبة إلى D .

تمرين 7 نقاط ★☆☆☆

لتكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x} + 2x - 3$.

1 (ا) عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(ب) تحقق أنه من أجل كل حقيقي x ، $f(x) = e^{-x}(1 + 2xe^x - 3e^x)$.

(ج) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2 (ا) بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 3$ مستقيم مقارب للمنحنى C_f .

(ب) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم بالنسبة إلى المنحنى C_f.

تمرين 8 نقاط ★☆☆☆

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$

1 بيّن أنه من أجل كل حقيقي x ، $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$.

2 أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

تمرين 9 نقاط ★☆☆☆

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ نرمز إلى تمثيلها البياني في معلم

1. أحسب $f'(x)$ و بيّن أن $f'(x) = (1-x^2)e^{-x}$.
2. عيّن معادلة (T) مماس المنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
3. نريد دراسة وضعية C_f بالنسبة إلى المماس (T).

(ا) نضع $k(x) = x+1-e^x$. أحسب $k'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة k و إشارتها .

(ب) استنتج وضعية C_f بالنسبة إلى المماس (T).

تمرين 10 نقاط ★☆☆☆

احسب مشتق ونهايات الدالة f في كل حالة ممايلي:

1. $(2x+1)e^x-1$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
2. $x-(x+1)e^{-x}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
3. e^x-ex-1 $\quad D_f=\mathbb{R}$
4. $\dfrac{2x+2}{e^x+2}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
5. $\dfrac{x}{x+e^{-x}}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
6. $\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
7. $(2x-4)e^{\frac{1}{2}x}+2-x$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
8. $-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
9. $1-\frac{1}{2}x-\dfrac{2}{e^x+1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
10. $\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
11. $\dfrac{4e^x+2}{e^x+1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
12. $\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
13. $1-2x-e^{2x-2}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
14. $xe^{2x+2}-x+1$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
15. $2x+3-(x+1)e^x$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
16. $(x-1)e^x-1$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
17. $\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
18. $\dfrac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$ $\quad D_f=\mathbb{R}-1$
19. $\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$ $\quad D_f=\mathbb{R}^*$
20. $x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
21. $(-x-1)e^{-x}+1$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
22. $x+\dfrac{2}{1+e^x}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
23. $x-\dfrac{1}{e^x-1}$ $\quad D_f=\mathbb{R}^*$
24. $xe^{\frac{1}{x}}$ $\quad D_f=\mathbb{R}^*$
25. $x(1-e^x)^2$ $\quad D_f=\mathbb{R}$
26. $(x-2)^2e^x$ $\quad D_f=\mathbb{R}$

2 المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay$ و $y' = ay + b$

تمرين 11 نقاط

عين الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1. $y' = 2y$
2. $2y' - y = 0$
3. $y' + 3y = 2$
4. $3y' - 2y + 1 = 0$.

تمرين 12 نقاط

عين الحل f للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي:

1. $2y' + y = 0$ ، $f(\ln(4)) = 1$.
2. $y' - 3y = 0$، $f(0) = 1$.
3. $2y' + y = 1$، $f(-1) = 2$.
4. $\dfrac{\partial N(t)}{\partial t} = -\lambda N(t)$، $N(0) = N_0$.
5. $\dfrac{\partial i}{\partial t} + \dfrac{1}{\tau} i = \dfrac{E}{L}$، $i(0) = I_0$.

تمرين 13 نقاط

1. نعتبر المعادلة التفاضلية: $y' - 2y = 2x + 1$............(01)
2. اوجد دالة تآلفية f تكون حلا للمعادلة التفاضلية (01).
3. بوضع $y = z + f$. بين أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (01 فإن z حل للمعادلة التفاضلية (02).......$y' - 2y = 0$.
4. حل عندئذ المعادلة التفاضلية (02) ثم استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (01).

تمرين 14 نقاط

1. نعتبر المعادلة التفاضلية (01)..........$y' + 2y = 3e^{-3x}$.
2. بوضع $y = z - 3e^{-3x}$، اوجد المعادلة التفاضلية (02) التي تحققها الدالة z.
3. حل المعادلة التفاضلية (02). ثم استنتج حل للمعادلة التفاضلية (01).
4. عين الحل f للمعادلة (01) والذي يحقق $f(0) = \dfrac{3}{2}$.
5. تحقق أن الدالة f تكتب على الشكل: $f(x) = 3e^{-2x}(\dfrac{3}{2} - e^{-x})$.

6 ادرس تغيرات الدالة f ثم عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات.

7 احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f).

تمارين بكالوريا سابقة

1 نماذج بكالوريا

تمرين 1 نقاط

بكالوريا تونس 2014

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{x}+1}$.

(C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى بيانيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=-\dfrac{(2+e^{-x})}{(e^{x}+1)^2}$
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدولا لتغيراتها.
4. (ا) عين معادلة ل (T) المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ب) باستخدام جدول الاشارة التالي حدد الوضعية النسبية ل (C_f) و (T).

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)+\frac{3}{4}$		-	0	+	

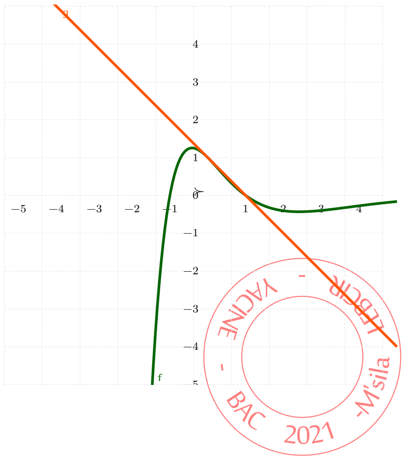
5. ارسم (T) و (C_f) على المجال $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

تمرين 2 نقاط

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

✍ الشكل المقابل هو (C_g) منحن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (1+ax^2)e^{bx}$.

بقراءة بيانية:



1. احسب $g(-1)$، $g(0)$ و $g'(0)$.
2. جد معادلة المماس ل (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
3. حل المعادلة $g(x) = 0$ وشكل جدول إشارة الدالة g.
4. بالاستعانة بالمعطيات السابقة تحقق أن : $g(x) = (1-x^2)e^{-x}$.

✍ f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x+1)^2e^{-x}$. (C_f) منحناها البياني في المعلم السابق.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. ثم اثبت أن $\lim\limits_{x\to+\infty} = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.
2. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
5. استنتج معادلة للماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
6. انشئ (T) و (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$.
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $f(x) = -m$.
8. k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب $k(x) = f(x^2) - 1$.
9. ادرس تغيرات الدالة k.

تمرين 3 نقاط ★★★★☆

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (2x+1)e^x - 1$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3 احسب $g(0)$ وحدد اشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1]$ ب: $f(x)=x.(1-e^{x})^{2}$. (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2 بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ مستقيم مقارب ل (C_f).

3 ادرس وضعية (C_f) بالنسبة ل (Δ).

4 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ لدينا : $f'(x)=(e^{x}=-1).g(x)$.

5 استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

6 اثبت أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين احداثياتها.

7 اكتب معادلة (T)المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

8 انشئ (Δ)، (T) و (C_f).

h الدالة المعرفة على $[-1;1]$ ب: $h(x)=x.(1-e^{|x|})^{2}$.

1 ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر. ماذا تستنتج؟

2 بين ان h دالة فردية. ثم استنتج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها.

3 انشئ منحن الدالة h في نفس المعلم السابق.

تمرين 4 نقاط ★★★☆☆

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^{*}$ كما يلي: $f(x)=x.e^{\frac{1}{x}}$.

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2 $\lim_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسر النتيجتين هندسيا.

3 (ا) برهن أن : $\lim_{|x|\to+\infty} x.\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)=1$ ، (يمكنك وضع $t=\frac{1}{x}$).

(ب) استنتج أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

4 احسب $f'(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5 ارسم (C_f).

6 g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ ب : $g(x)=f(x^{2})$.

✔ ادرس تغيرات الدالة g.

تمرين 5 نقاط

g دالة معرفة بالعبارة : $g(x)=2x-1-e^{-x}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$

2 برهن أن المستقيم ذو المعادلة $y=2x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) عند $+\infty$

3 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,73 \prec \alpha \prec 0,74$

4 إستنتج إشارة $g(x)$

5 أنشئ المنحنى (C_g)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$كما يلي : $f(x)=4x^3-3x^2+6(x+1)e^{-x}$

1 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x)=6xg(x)$

2 إستنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

3 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4 بين أن $f(\alpha)=4\alpha^3+9\alpha^2+6\alpha-6$

تمرين 6 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$

(ب) برهن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $f(-x)+f(x)=0$ ما ذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

2 أحسب نهايات الدالة f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$

3 أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4 بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها

5 استنتج أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا : $1-\frac{2}{e^x+1} \prec eq \frac{1}{2}x$

6 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

7 أنشيء المنحنى (C_f)

تمرين 7 نقاط ★★★★☆

g دالة معرفة بالعبارة : $g(x)=1-xe^{x}$

1 أدرس تغيرات الدالة g

2 أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $\alpha\in]0,5;0,6[$

3 استنتج إشارة $g(x)$

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1+x}{e^{x}+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1-\dfrac{(1+x)e^{x}}{e^{x}+1}$

2 أدرس تغيرات الدالة f بالإستعانة بالدالة g

3 عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)، ثم أنشئه.

تمرين 8 نقاط ★★★★☆

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 أدرس تغيرات الدالة f

2 بين أن النقطة $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3 عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A

4 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}-f(x)$

(ا) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x)=\dfrac{(e^{x}-1)^{2}}{4(1+e^{x})^{2}}$

(ب) إستنتج جدول تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$

(د) إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) والمماس (T) . ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)

5 أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

تمرين 9 نقاط ★★★★☆

g دالة معرفة على $]-\infty,4]$ بالعبارة : $g(x)=x-e^{-x}$

1 شكل جدول تغيرات الدالة g ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha\in\left]\dfrac{1}{2};1\right[$

2 استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty,4]$

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;4]$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1+x}{1+e^x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 تحقق أن $f'(x)=-\dfrac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$

2 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3 أثبت أن $f(\alpha)=\alpha$

4 (ا) نقبل أن المستقيم $(\Delta): y=x+1$ مقارب لـ (C_f)

(ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)، ثم أنشئ المنحنى (C_f)

تمرين 10 نقاط ★★★★☆

f دالة عددية معرفة على $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x-\dfrac{1-5e^x}{e^x}$

1 أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 عين العدد الحقيقي a حيث : $f(x)=5-x-ae^{-x}$

3 بين أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)

4 أدرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ)

5 شكل جدول تغيرات الدالة f

6 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $\alpha\in\left]-2;-\dfrac{3}{2}\right[$ و $\beta\in\left]\dfrac{9}{2};5\right[$، فسر النتيجة بيانيا

7 أنشئ المنحنى (C).

8 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=3-m$

9 اعتمادا على (C) أنشئ (C') المنحنى الممثل للدالة $g(x)=|f(x)|$

تمرين 11 نقاط ★★★★☆

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

1 أدرس تغيرات الدالة f

2 بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة

3 بين أن $A(0;1)$ مركز تناظر، ثم أنشئ (C_f)

4 g دالة عددية حيث $g(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$
أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ ثم استنتج رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)

5 ناقش بيانيا حسب قيم الوسي الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة : $(m-3)|e^x-1|=2e^x$

تمرين 12 نقاط ☆★★★★

g الدالة العددية المعرفة على$\mathbb{R}$بـ: $g(x)=(x+3)e^x-1$.

1 (ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

(ب) احسب احسب g' مشتق الدالةg،ثم استنتج تغيراتg

(ج) شكل جدول تغيراتg .

2 (ا) بين أنّ المعادلة:$g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha\in]-4;0[$.

(ب) استنتج حسب قيمx إشارة $g(x)$.

لتكنf الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x+2)e^x$ و(c_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أنّ المستقيم (D) الذي معادلته:$y=-x$هو مستقيم مقارب للمنحنى(c_f) بجوار$-\infty$.

ادرس وضعية(c_f)بالنسبة لـ(D).

2 بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=e^x\left(\frac{-x}{e^x}+(x+2)\right)$.

(ا) عين$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(ب) تحقق أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$:$f'(x)=g(x)$.

(ج) شكل جدول تغيراتf .

3 اكتب معادلة المماس(T)للمنحنى(c_f) عند النقطة ذات الفاصلة0 .

4 بين أنّ: $f(\alpha)=1-\alpha-\frac{1}{\alpha+3}$ ثم استنتج حصرا للعدد$f(\alpha)$.

5 ارسم(D)،(T)و(c_f) .

تمرين 13 نقاط ☆★★★★

g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-1+(-x+3)e^{-x+2}$.

1 ادرس اتجاه تغيرات g .ثم شكل جدول تغيراتها .

2 احسب : $g(2)$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ وذلك من أجل كل عدد حقيقي x من$\mathbb{R}$.

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+3+(x-2)\,e^{-x+2}$ وليكن (C_f)منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\ \vec{i};\ \vec{j}\right)$.

1 (ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $f'(x)$ ثم بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$.

(ج) شكل جدول تغيرات f.

2 بين أنّ المستقيم(Δ) ذوالمعادلة:$y=-x+3$هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى(C_f).ثم حدد وضعية (C_f)بالنسبة لـ (Δ).

3 اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياها .

4 بين أنّ المنحنى (C_f)يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلا تهما α وβ حيث : $\frac{3}{2}\prec\alpha\prec 1$ و $4\prec\beta\prec 3$.

5 ارسم كل من (Δ) و(C_f) .

6 ناقش بيانيا وذلك حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x\left(-1+e^{-x+2}\right)=m-3+2e^{-x+2}$.

7 h دالة عددية حيث : $h(x)=(|x|-2)\,e^{-|x|+2}+3-|x|$.

(ا) بين أنّ h دالة زوجية .

(ب) اشرح كيف يمكن رسم المنحنى الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C_f).ثم ارسمه في نفس المعلم و بلون مختلف.

تمرين 14 نقاط ★★★★☆

g دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-x+e^{-x}$

1 ادرس تغيرات g ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

2 بين أنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث $1,27\prec\alpha\prec 1,28$.

3 ادرس إشارة $g(x)$ على$\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2-x)(e^x-1)$.

1 أحسب$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 (ا) أحسب$f'(x)$ وبين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^x g(x)$

(ب) بين أن $f(\alpha)=\frac{(2-\alpha)^2}{\alpha-1}$ ثم عين قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد$f(\alpha)$.

(ج) شكل جدول تغيرات الدالةf.

3 (ا) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-2$ مقارب للمنحني (C) في جوار $-\infty$.

(ب) ادرس الوضعية النسبية لـ(C) و(D).

4 بين أن المنحني (C) يقبل مماسا (Δ) موازيا لـ(D) يطلب تعيين معادلة له.

5 (ا) أ- عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C) مع محور الفواصل.

(ب) أنشئ (Δ)، (D) و المنحني (C).

6 m وسيط حقيقي.ناقش حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x التالية: $(2-x)(e^x-1)-x=m$.

7 نعتبر الدالة h المعرفة على$\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(2-x^2)\left(e^{x^2}-1\right)$.

(ا) بين أن h هي مركب الدالة f متبوعة بدالة مرجعية يطلب تعيينها.

(ب) استنتج تغيرات الدالة h دون دراستها ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين 15 نقاط ★★★★☆

نعتبر الدالة fالمعرفة على$\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=-1+\frac{x-1}{x+1}e^x$ وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,)$.

1 أحسب نهايات f عند حدود مجموعة تعريفها.

2 (ا) بيّن أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ فإنّ : $f'(x)=\frac{x^2+1}{(x+1)^2}e^x$ ثم استنتج اتجاه تغيرات f.

(ب) شكل جدول تغيرات f.

3 (ا) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1\,;\,+\infty[$ و أنّ : $1.5\prec\alpha\prec1.6$.

(ب) تأكد أنّ : $e^\alpha=\frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ و أنّ $f(-\alpha)=0$.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي ترتيبها (-1) .

4 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .

5 m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x-1}{x+1}e^x=m$.

تمرين 16 نقاط ★★★★☆

1 لتكن الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$بالعبارة:

$$f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}\qquad m\in\mathbb{R}^*$$

نسمي (C_m) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $O;\vec{i},\vec{j}$.

(ا) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.

(ب) برهن أن المنحني (C_m) يقبل قيمتين حديتين يطلب تعيين فاصلتاهما.

(ج) عين مجموعة النقط Ω_m حيث $\Omega_m(1-m; f_m(1-m))$.

2 نضع $m=1$

(ا) برهن أن $\lim_{x\longrightarrow+\infty} x^2e^{-x}=0$.

(ب) ادرس تغيرات الدالة f_1.

(ج) اكتب معادلة ل (T) المماس ل (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة -1.

(د) ارسم كل من (T) و (C_1).

3 نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x)=(x+1)e^{-x}$.

(ا) ادرس تغيرات الدالة g.

(ب) ادرس وضعية (C_1) بالنسبة ل (C_g).

(ج) ارسم في نفس المعلم السابق (C_g).

تمرين 17 نقاط ★★★★☆

الجزء الأول:

لتكن (E) المعادلة التفاضلية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $y'-2y=2(e^{2x}-1)$

1 بين أن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $h(x)=2xe^{2x}+1$ حل للمعادلة التفاضلية (E).

2 بوضع $y=z+h$.
بين أن y حل ل(E) إذا وفقط إذا كانت z هي حل للمعادلة التفاضلية(E') المعرفة كما يلي $y'-2y=0$.

3 حل المعادلة (E') ثم عين حلول المعادلة (E).

4 عين g الحل الخاص ل (E) الذي ينعدم عند 0.

الجزء الثاني:

لتكن g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x)=(2x-1)e^{2x}+1$

1 أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدولا لتغيراتها.

2 عين إشارة g على $\mathbb{R}$.

3 (ا) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $1-g(x)\geqslant 0$.

(ب) فسر هندسيا النتيجة السابقة.

الجزء الثالث:

نعرف على $\mathbb{R}^*$ الدالة f كمايلي:

$$f(x)=\frac{e^{2x}-1}{x}$$

1 احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2 استنتج أن منحنى الدالة f يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيينه.

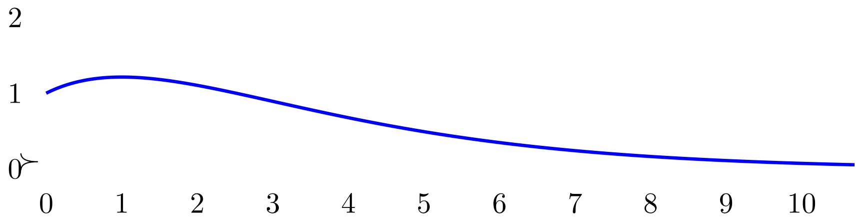
3 ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدولا لتغيراتها.

تمرين 18 نقاط ★★★★☆

الجزء الأول لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ ب: $f(x)=(ax+b)e^{-\frac{1}{2}x}$,

حيث a و b عددان حقيقيان. نقبل أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0\,;\,+\infty[$ ولتكن f' دالتها المشتقة.

يعطى منحناها البياني $\mathscr{C}_f$ في الشكل الموالي.



1 عين قيمة كل من $f(0)$ و $f'(1)$.

2 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي موجب x، $f'(x)=\left(-\frac{1}{2}ax-\frac{1}{2}b+a\right)e^{-\frac{1}{2}x}$.

3 حدد عندئذ قيمتي a و b.

الجزء الثاني

في باقي التمرين نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\,;\,+\infty[$ ب:

$f(x)=(x+1)e^{-\frac{1}{2}x}$.

1 (ا) برر أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $f(x)=2\left(\frac{\frac{1}{2}x}{e^{\frac{1}{2}x}}\right)+e^{-\frac{1}{2}x}$.

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$،

2 ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]0\,;\,+\infty[$ وشكل جدولا لتغيراتها.

3 بين أن المعادلة $f(x)=0,07$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0\,;\,+\infty[$.

4 اعط قيمة مقربة للوحدة ل α .

تمرين 19 نقاط ★★★★☆

2 نماذج خاصة بشعبتي تقني رياضي ورياضي فقط

تمرين 20 نقاط

لتكن الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f_k(x)=x+\frac{1-ke^{2x}}{1+ke^{2x}}$ حيث k عدد حقيقي موجب تماما.
نسمي (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . وحدة الطول هي $2cm$.

1. احسب نهايتي الدالة f_k عند كل من $-\inf$ و $+\infty$.

2. (ا) تحقق أن الدالة f_k هي حل للمعادلة التفاضلية: $y'=(y-x)^2$
(ب) بين الدالة المشتقة f'_k تنعدم من أجل عدد حقيقي وحيد α_k يطلب تعيينه.
(ج) عين اتجاه تغير الدالة f_k وشكل جدولا لتغيراتها.

3. لتكن A_k ذات الفاصلة α_k.
(ا) احسب ترتيبة النقطة A_k.
(ب) بين أن A_k نقطة انعطاف للمنحني (C_k).
(ج) بين أن النقط A_k تنتمي إلى نفس المستقيم عندما يمسح k المجال $]0;+\infty[$.

4. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي يمكن كتابة $f_k(x)$ على الشكلين التاليين:

$$f_k(x)=x-1+\frac{2}{1+ke^{2x}} \qquad f_k(x)=x+1-\frac{2ke^{2x}}{1+ke^{2x}}$$

(ب) استنتج أن (C_k) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) يطلب تعين معادلة لهما.
(ج) ادرس وضعية (C_k) بالنسبة لكل من (Δ_1)و(Δ_2).

5. بين أنه توجد نقطة وحيدة من (C_k) يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي 0.5.

6. عين قيمة k حتى يمر (C_k) من المبدأ.

7. أنشئ في نفس المعلم $(C_{\frac{1}{4}})$، (C_1) و (C_3).

تمرين 21 نقاط

I الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث K وسيط حقيقي.
ليكن $(\mathscr{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_K في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. بيّن أن كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما .

2 أحسب نهايتي الدالة f_K عند $-\infty$ و $+\infty$ . . (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K) .

3 أ) أحسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي K إتجاه تغير الدالة f_k .

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل K عدد حقيقي موجب تماما .

4 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C}_k)$ و $(\mathscr{C}_{k+1})$.

II f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$.

2 أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث : $-1,28\prec\alpha\prec-1,27$.

ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $|\frac{x+1}{e^x}|=|\frac{m+1}{e^m}|$ حلا وحيدا .

3 g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)+(x+1)e^{-2x}$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثم إستنتج دالة أصلية لـ g على $\mathbb{R}$.

ب) بإستعمال المكاملة بالتجزئة ، أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ ومحور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

تمرين 22 نقاط ★★★★★

(I)لتكن g_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g_n(x)=n(x+1)+e^x$. حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

1 ادرس تغيرات g_n ثم شكل جدولا لتغيراتها.

2 بين أن المعادلة $g_n(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α_n ثم تحقق أن $-2\prec\alpha_n\prec-1$.

3 استنتج حسب قيم x إشارة $g_n(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_n(x)=\frac{xe^x}{n+e^x}$.
وليكن (C_n) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1 بين أن جميع المنحنيات (c_n) تشمل نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

2 (ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)$.

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f_n(x)$. فسر النتيجة هندسيا.

3 (ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f_n(x)-x$. ماذا تستنتج؟

(ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_n) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

4 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'_n(x) = \frac{e^x g_n(x)}{(n+e^x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f_n وشكل جدولا لتغيراتها.

5 بين أن: $f_n(\alpha_n) = 1+\alpha_n$.

6 ادرس الوضع النسبي بين (C_n) و(C_{n+1}).

7 انشئ كل من (Δ) ،، (C_1)،(C_2) و(C_3).

3 بكالوريات جزائرية شعبة علوم تجريبية

تمرين 23 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2008 م01

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجل $]-2;+\infty[$ كمايلي: $f(x) = (ax+b)e^{-x}+1$ حيث a و b عددان حقيقيان.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 عين قيمتي a و b بحيث النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $g(x) = (-x-1)e^{-x}+1$.

و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1 بين أن $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة بيانيا (نذكر $\lim_{u\to-\infty} u.e^u = 0$).

2 ادرس تغيرات الدالة g, ثم أنشئ جدولا لتغيراتها.

3 بين أن المنحني (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.

4 اكتب معادلة المماس للمنحني (C_g) عند النقطة I.

5 انشئ (C_g).

لتكن الدالة k العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي: $k(x) = g(x^2)$.

– باستخدام مشتق دالة مركبة ادرس اتجاه تغير الدالة k, ثم شكل جدولا لتعيراتها.

تمرين 24 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2010 م02

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 (ا) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة .

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها .

3 (ا) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$.

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4 أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5 (ا) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α و β حيث : $\ln 2 \prec \alpha \prec 1$ و $-1.4 \prec \beta \prec -1.3$.

(ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

(ج) أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

تمرين 25 نقاط ☆★★★★

بكالوريا 2011 م11

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِ: $f(x)=e^x-ex-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 (ا) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $f'(x)$ ثمّ أدرس إشارتها.

(ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2 (ا) بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

(ب) أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$، تقبل في المجال $]1,75;1,76[$ حلا وحيدا α.

(د) أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;2]$.

تمرين 26 نقاط ☆★★★★

بكالوريا 2012 م02

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِ: $g(x)=1-xe^x$.

1 أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2 أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

3 (ا) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$

(ب) تحقق أنّ $0.5 \prec \alpha \prec 0.6$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2 لتكن f' مشتقة الدالة f . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;2]$ فإن : $f'(x)=-g(x)$.

3 استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4 بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

5 (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

6 (ا) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1.6 \prec x_1 \prec -1.5$ و $1.5 \prec x_2 \prec 1.6$.

(ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .

تمرين 27 نقاط ☆★★★★

بكالوريا 2013 م01

f الدالة المعرّفة على $]-\infty;1[$ بِـ : $f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C).

2 أحسب $f'(x)$ ، بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3 بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α. باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد α.

f(x)	x
0.037	0.20
0.016	0.21
−0.00[illegible]	[illegible]
−0.026	0.23
−0.048	0.24
−0.070	0.25

4 أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C)، ثمّ أرسم المنحني (C') الممثل للدالة $|f|$.

5 عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة.

g الدالة المعرّفة على $]-\infty;1[$ بِـ : $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1 أدرس تغيّرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2 (ا) تحقّق أنّ $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أنّ : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$.

(ب) إستنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

(ج) تحقّق من أنّ : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T).

تمرين 28 نقاط ☆☆☆☆☆

بكالوريا 2015 م01

g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$.

1. 1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثمّ تحقّق أنّ: $0,36 \prec \alpha \prec 0,37$.
3. إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. (ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$.
   (ب) إستنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$.
2. أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.
4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$.
5. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$.

تمرين 29 نقاط ☆☆☆☆☆

بكالوريا 2016 م02 الدورة الأولى

لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$.

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .
3. (ا) بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $-1.52 \prec \alpha \prec -1.51$.
   (ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. (ا) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$.
   (ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=-g(x)$.
   (ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ $f(\alpha)\approx 0.38$)

(د) عيّن دون حساب : $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2 (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(ج) بيّن أن المنحنى يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما .

(د) أرسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$.

(ه) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط x عدد و إشارة حلول المعادلة : على المجال . .

تمرين 30 نقاط ☆★★★★

بكالوريا 2016 م02 الدورة الثانية

g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x^2-x$.

1 (ا) أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، ثم أدرس إتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

(ب) بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $g'(x)\succ0$

(ج) أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و عند $-\infty$، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$.

3 إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x-x}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 (ا) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

(ب) بيّن أنّه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\frac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$ (حيث f' هي مشتق الدالة f) .

(ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 (ا) بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\frac{2}{\alpha-1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ ، ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

(ج) أنشئ المنحنى (C_f). (تعطى $f(\alpha)\approx0,29$)

تمرين 31 نقاط ☆★★★★

بكالوريا 2017 م02 الدورة العادية

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2-x^2e^{1-x}$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2 (ا) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$

(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

3 أكتب معادلة لـ(T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=1-xe^{1-x}$.

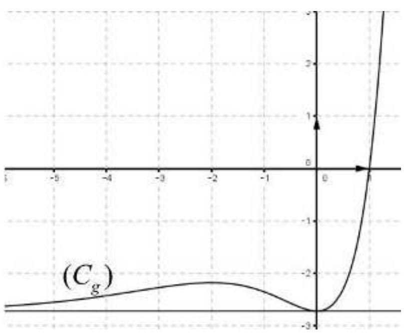
1 بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $h(x)\geqslant 0$ ، ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T).

2 بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,7<\alpha<-0,6$.

3 أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1;+\infty[$.

تمرين 32 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2017 م01 الدورة الاستثنائية



نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^2e^x-e$. (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 أحسب $g(1)$.

2 بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أحسب النهايات الآتية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2 بيّن أن المنحنى (γ) الذي معادلته $y=e^{-x}-2$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار ، ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (γ).

3 بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$، $f'(x)=\frac{-g(-x)}{x^2}$.

4 استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

5 بيّن كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) إنطلاقا من منحنى الدالة $x\mapsto e^x$، ثم أرسم بعناية كلا من (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق.

تمرين 33 نقاط ☆☆☆☆☆

بكالوريا 2018 م01

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

1 أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2 أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

3 بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في حلا وحيدا α حيث $-0.38 \prec \alpha \prec -0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x+1-xe^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$..

1 (ا) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(2x+1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $(\Delta): y=2x+1$.

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x)=g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها .

3 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4 أنشئ (Δ)،(T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\approx 0,8$).

5 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x=(1-m)e^{x}$

تمرين 34 نقاط ☆☆☆☆☆

بكالوريا 2019 م01

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. تؤخذ وحدة الطول $2cm$.

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرّفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=e^{x}-ex$ و $f(x)=e^{x}-\frac{1}{2}ex^{2}$

1 أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g.

ب) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية .

2 أدرس إتجاه تغيّر الدالة f .

3 أحسب كلاّ من $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4 أدرس الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5 أرسم على المجال $[0;2]$ المنحنين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (يعطى $e^{2}-2e\approx 2$)

6 أحسب بالسنتيمتر المربّع ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (C_f) و (C_g) .

7 h الدالة المعرّفة على المجال $[-2;2]$ كمايلي : $h(x)=\frac{1}{2}ex^2-e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بيّن أنّ h دالة زوجية .

ب) من أجل $x\in[0;2]$ أحسب $h(x)+f(x)$ ثمّ إستنتج كيفية رسم (Γ) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

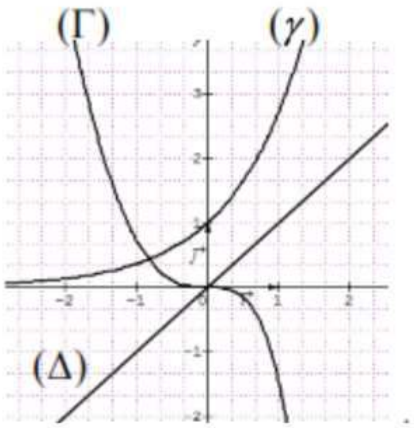
تمرين 35 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2020 م01

I) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=2x^2+$
$2x-2xe^2$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ و(γ) المنحنى الممثل للدالة $x\longmapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1 برر أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-x\succ 0$.

2 حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ علما أن $g(0)=0$.

II) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1 بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x)=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3 (ا) اكتب معادلة ل (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x)-(2x+1)=\frac{g(x)}{e^x-x}$

(ج) استنتج الوضع النسبي ل (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)؟

4 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$، ثم تحقق أن $-0.6\prec\alpha\prec-0.5$.

5 أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f)

4 بكالوريات جزائرية شعبة تقني رياضي

تمرين 36 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2009 م01

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أحسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2 أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3 (ا) بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ب) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

4 بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α حيث : $-1,7\prec\alpha\prec-1,6$

5 أرسم (C_f) من أجل $x\in\mathbb{R}$.

تمرين 37 ★★★★☆ نقاط

بكالوريا 2010 م01

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث : $f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$.

2 أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

3 بيّن أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها .

4 (ا) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+\frac{4}{3}$.
بيّن أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

(ب) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_0 و x_1 حيث : $0,9\prec x_0\prec0,91$ و $-1,66\prec x_1\prec-1,65$.

(ج) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$. فسّر النتيجة هندسيا .

(د) أرسم (D) ، (D') و (C_f) .

(ه) m عدد حقيقي ، (D_m) المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$.
ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

5 نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=[f(x)]^2$. أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

تمرين 38 ★★★★☆ نقاط

بكالوريا 2011 م02

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أدرس تغيرات الدالة f .

2 عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

3 بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف ω يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها .

4 لتكن g الدالة العددية المعرّفة على كما يلي : $g(x)=f(x)-x$.

(ا) أدرس تغيرات الدالة g .

(ب) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث : $2,7\prec\alpha\prec2,8$

5 (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$.

(ب) أرسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x$ و المنحنى (C_f) .

تمرين 39 نقاط

بكالوريا 2012 م01

g هي الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$.

1 أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $1,59\prec\alpha\prec1,60$.

3 استنتج إشارة $g(x)$.

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
(وحدة الطول $2cm$)

1 بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$.

2 (ا) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)}$

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) أحسب $f(1)$، ثم استنتج ، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3 (ا) بيّن أنّ $f(\alpha)=-1+\frac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرّف في السؤال 2 من الجزء الأول .

(ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

(ج) أرسم (C_f) .

4 ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقيm، عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x-2=(e^{x}-2x)(m+1)$

5 hهي الدالة المعرّفة على$\mathbb{R}$كما يلي : $h(x)=[f(x)]^{2}$.

(ا) أحسب$h'(x)$ بدلالة كل من$f(x)$ و$f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة$h'(x)$.

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالةh .

تمرين 40 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2013 م02

الدالةgمعرّفة على$\mathbb{R}$كما يلي : $g(x)=(x-1)e^{x}$.

1 أدرس تغيرات الدالة g.

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقيx: $1+(x-1)e^{x}\geqslant 0$.

f هي الدالة المعرّفة على$[0;+\infty[$كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{e^{x}-1}{x} & ; \ x\succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$.

1 (ا) بيّن أنf مستمرة على$[0;+\infty[$.

(ب) أحسب$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من$[0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1+(x-1)e^{x}}{x^{2}}$.

(ب) استنتج إتجاه تغير الدالةf ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

n عدد طبيعي حيث$n\geqslant 1$ ، f_n الدالة المعرّفة على$[0;+\infty[$ بـ : $f_n(x)=\frac{e^{x}-1}{x}+n\ln x$. (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس$\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أدرس إتجاه تغير الدالةf_n على المجال$[0;+\infty[$.

2 أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$.

3 أدرس الوضع النسبي للمنحنيين(C_n) و (C_{n+1}).

4 بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتةBيطلب تعيين إحداثياتها .

5 (ا) بيّن أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيدα_1من$]0,3;0,4[$ بحيث : $f_1(\alpha_1)=0$.

(ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعيnحيث$n\geqslant 1$فإن : $f_n(\alpha_1)\prec 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيدα_n من$]\alpha_1;1[$ بحيث$f_n(\alpha_n)=0$.

6 (ا) بالإعتماد على الجزء II، بيّن أنه ، من أجل كلxمن $]0;1]$: $\frac{e^{x}-1}{x}\leqslant e-1$.

(ب) استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعيnحيث$n\geqslant 1$: $\ln(\alpha_n)\geqslant\frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n\geqslant e^{\frac{1-e}{n}}$.

(ج) جد نهاية المتتالية (α_n) .

تمرين 41 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2015 م01

gالدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$كما يلي : $g(x)=(x+2)e^{x}-2$.

1 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2 أدرس اتجاه تغير الدالةgثم شكّل جدول تغيراتها .

3 أحسب$g(0)$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالةf المعرفة على R بـ : $f(x)=2x+3-(x+1)e^{x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1

2 بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3 (ا) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقيx يكون : $f'(x)=-g(x)$.

(ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) بيّن أن المستقيم(Δ) ذا المعادلة$y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى(C_f) عند$-\infty$.، ثم أدرس وضعية(C_f) بالنسبة للمستقيم(Δ) .

4 (ا) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين α وβ حيث : $0,92\prec\alpha\prec0,93$ و $-1,56\prec\beta\prec-1,55$.

(ب) أنشئ المستقيم(Δ)والمنحنى(C_f)على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

تمرين 42 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2019 م01

I) g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=(x+3)e^{x}+1$

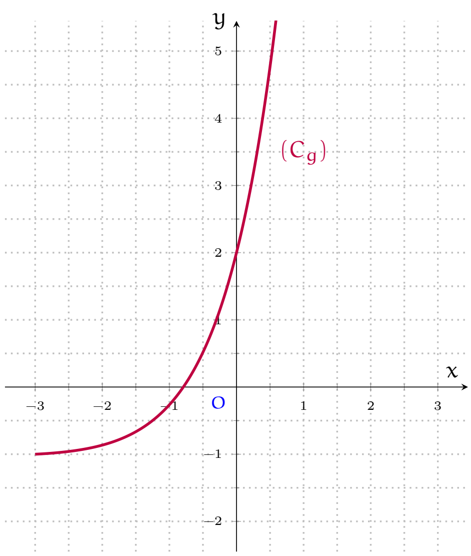
و (C_g) تمثيلهاالبياني كما هو مبين في الشكل .

بقراءة بيانية:

أ) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g(-\frac{1}{2})$.

ب) إستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;-\frac{1}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقّق أنّ : $-0.8\prec\alpha\prec-0.7$.

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.



II) f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)(e^{x}-1)$

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2 بيّن أنّه من كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم كّل جدول تغيرات الدالة f.

3 أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم إستنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ج) أكتب معادلة لـ (T): مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ).

4 أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx -0.7$)

5 أحسب $f(x)-g(x)$ ثم إستنتج دالة الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6 h الدّالّة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=|x|(e^{|x|-2}-1)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ) بيّن أنّ الدّالّة h زوجية.

ب) تأكد أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإنّ: $h(x)=f(x-2)+1$.

ج) إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

تمرين 43 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2019 م01

الدالة العددية f معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ ب: $f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (وحدة الطول $2cm$).

1 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $f'(x)=(1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$.

(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f.

(ج) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2 (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-\frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

3 بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4 بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5 ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f).

6 ليكن m وسيط حقيقي. عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

5 بكالوريات جزائرية شعبة رياضيات

تمرين 44 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2008 م02

I) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أدرس تغيرات الدالة f .

2 أ) بين أن C_f يقبل نقطة إنعطاف ω وأكتب معادلة لماس C_f عند النقطة ω .

ب) أثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .

3 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+3)\right]$.

ب) إستنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

4 أ) بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2.77;-2.76[$.

ب) أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم أرسم C_f و مستقيميه المقاربين.

II) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$. C_g منحنى دالة g.

1 أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=f(-x)$

ب) إستنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .

2 أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g).

تمرين 45 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2010 م01

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=(3-x)e^x-3$

1 أدرس تغيرات الدالة g.

2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والأخر α حيث : $2.82\prec\alpha\prec2.83$.

3 إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{e^x-1}\ ;x\neq0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 بين أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند $x_0=0$ ، أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O.

2 أ) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3e^{-x}=0$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x\neq 0$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^2g(x)}{(e^x-1)^2}$.

ج) تحقق أن: $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$، ثم عين حصرا له.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f.

3 أحسب $f(x)+x^3$ و إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$

بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^3\right]=0$ وفسر النتيجة هندسيا.

4 أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f).

تمرين 46 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2011 م01

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(3x+4)e^x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1 أ) أحسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن: $f^n(x)=(3x+3n+4)e^x$

حيث : f' ، f'' ، $\cdots$ ، f^n المشتقات المتتابعة للدالة f .

ب) إستنتج حل المعادلة التفاضلية : $y''=(3x+16)e^x$

2 أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها

3 أ) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $-\dfrac{10}{3}$.

ب) بيّن أن ω هي نقطة إنعطاف المنحنى (C_f)

ج) أرسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty;0]$.

4 أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، بإستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t\,dt$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\dfrac{4}{3}$

أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=-\dfrac{4}{3}$ ، $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

تمرين 47 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2012 م01

I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=2-xe^{x}$.

1 أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2 بيّن أنّ المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقق أنّ: $0,8\prec\alpha\prec 0,9$.

3 عيّن ،حسب قيم x ،إشارة $g(x)$.

II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2cm$)

1 بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ ، ثم فسر النتيجة الهندسية.

2 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$
ب) بيّن أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3 أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

4 أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$ ، ثّم إستنتج إتجاه تغير الدالة f .
ب) بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5 أرسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

6 ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $U_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leqslant U_n\leqslant\alpha$

2 بإستعمال (Δ) و (C_f) مثّل على محور الفواصل الحدود : U_0 ، U_1 و U_2 ، ثم خمّن إتجاه تغير (U_n) .

3 برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

تمرين 48 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2013 م02

I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^{2}-1)e^{-x}$

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.
ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها . (نأخذ: $g\left(1-\sqrt{2}\right)\approx-0,25$ و $g\left(1+\sqrt{2}\right)\approx 1,43$)

2 أ) بيّن أنّ المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقّق أنّ أحدهما معدوم و الآخر α ، حيث : $-0,8 \prec \alpha \prec -0,7$.

ب) إستنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة الطول 2cm)

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج) أدرس وظعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2 أ) بيّن أنّه ، من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. تأخذ : $(f(\alpha)\approx -0,9)$

3 أ) بيّن أنّ المنحى (C_f) يقبل مماسين ، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعين معادلة لكل منهما .

ب) مثّل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f) .

ج) ناقش بيانيا ، حسم قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$.

4 الدالة H معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$.

أ) بيّن أنّ: H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto (x+1)^2e^{-x}$.

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

III) (U_n) المتتلية العددية المعرّفة بـ: $u_0=\alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$
(تذكر أنّ العدد α يحقق : $g(\alpha)=0$)

1 برهن بالتراجع أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\leqslant u_n\leqslant \alpha$

2 بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة .

3 إستنتج أنّ (U_n) متقاربة ، ثمّ أحسب نهايتها .

تمرين 49 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2014 م01

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=(2-x)e^x-1$

1 أدرس تغيرات الدالة g

2 بيّن أنّ للمعادلة: $g(x)=0$ حلان α و β حيث : $-1,2 \prec \alpha \prec -1,1$ و $1,8 \prec \beta \prec 1,9$

3 إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسر النتيجتين هندسيا .

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و إستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4 أحسب $f(1)$ ثم أرسم المنحنى (C_f) .

5 λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

أ) أحسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث : $a(\lambda)=\int_1^{\lambda}[f(x)-1]\,dx$

ب) أحسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$

تمرين 50 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2015 م01

f الدالة المرفة بـ: $f(0)=0$ و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أدرس إستمرارية الدالة f عند 0 من اليسار .

2 أحسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ثنّفسر النتيجة هندسيا .

3 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

4 أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$.

ب) إستنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيّن معادلة له.

5 g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

أ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها .

6 أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$: $f(x) \succ x$.

ب) إستنتج وظعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أنشئ المنحنى (C_f).

7 (u_n) المتتالية العرّفة بـ: $u_0 = -3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 0$.

ب) حدّد إتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

ج) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

8 m عدد حقيقي . h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$

أ) أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m.

ب) بإستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

تمرين 51 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2016 م02

I) ϕ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\phi(x) = \left(x^2 - x + 1\right) e^{-x+1} - 1$

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} \phi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \phi(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة ϕ ثم شكّل جدول تغيّراتها .

2 بيّن أنّ المعادلة : $\phi(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلاّ α يختلف عن 1 ثم تحقّق أنّ: $2,79 \prec \alpha \prec 2,80$

3 إستنتج إشارة $\phi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f و g الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (2x-1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$.

(C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكل جدول تغيّراتها.

2 بيّن أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ، ثمّ جد معادلة له .

3 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

4 أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - g(x) = \dfrac{(2x-1)\phi(x)}{x^2-x+1}$.

ب) أدرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثمّ إستنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

ج) بإستعمال مكاملة بالتجزئة ، أحسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)dt$.

د) أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيّين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذيّن معادلتيهما : $x=1$ ، $x=2$.

(III

1 أحسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$.أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم .

2 برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $f^n(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]e^{1-x}$

3 (U_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كمايلي : $u_n=f^{(n)}(1)$.

أ) أحسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم K ، المجموع : u_k+u_{k+1}.

ب) إستنتج بدلالة n ، المجموع : $u_1+u_2+\cdots+u_{2n}$

تمرين 52 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2017 م01

نعتبر الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، إستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له .

ب) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

ثم إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

2 أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

3 h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي : $h(x)=x^2e^{-x+2}$.

أدرس إتجاه تغيّر الدالة h ثم إستنتج إشارة $h(x)$ حدّد عند ئذ و ظعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $]0;+\infty[$

.

4 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $]0;+\infty[$.

5 نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $(E)\cdots f(x)=m(x-2)$

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

6 g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

إعتمادا على السؤال رقم (1) ، شكّل جدول تغيّرات الدالة g .

تمرين 53 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2017 م02 الدورة الاستثنائية

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث : $\|\vec{i}\|=1cm$

I نعتبر الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=(x+1)^2e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني .

1 أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2 أدرس إتجاه تيغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

3 أثبّت أنّ المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيّين إحداثيهما ، أحسب $f(-2)$ ، ثم أرسم المنحى (C) .

II ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبّر الدّالة f_m المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_m(x)=(x^2+mx+1)e^{-x}$

وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1 أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة ω يطلب تعين إحداثيها .

2 أدرس إتجاه تغير الدّالة f_m و إستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حدّيتين يطلب تعيينهما .

3 M_n نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث : $x_m=1-m$.

أثبت أنّه عندما m يمسح $\mathbb{R}$ فإن : M_n تنتمي إلى منحن يطلب تعين معادلة له .

4 أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث : $m\neq2$ ، الوظعية النّسبية للمنحنيين (C) و (C_m) .

5 أحسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين

(C) و (C_3) و المستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$ ثمّ أحسب : $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}A(\alpha)$

تمرين 54 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2018 م02

I g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$

1 بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{(x+1)(2x^3+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$

و إستنتج إتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,9\prec\alpha\prec1$

و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$.

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{-\frac{1}{x}}-x\right)=-1$ (يمكن وضع $t=-\dfrac{1}{x}$) ثم إستنتج أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3 h الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\dfrac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و أدرس إتجاه تغير الدالة h و إستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$.

ب) تحقّق أن : $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم إستنتج الوظعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4 أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx 1,73$) .

5 (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث: $u_n=\dfrac{n}{n+1}f\left(\dfrac{1}{n}\right)-\dfrac{n^2}{n+1}$.

أ) أكتب u_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول u_1 .

ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n=\left(\frac{1}{2}f(0)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right)$$

تمرين 55 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2019 م02

I f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$ حيث K وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_K في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 بيّن أن كل المنحنيات $(\mathscr{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما .

2 أحسب نهايتي الدالة f_K عند $-\infty$ و $+\infty$ . . (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K) .

3 أ) أحسب $f_k'(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي K إتجاه تغير الدالة f_k .

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل K عدد حقيقي موجب تماما .

4 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C}_k)$ و $(\mathscr{C}_{k+1})$.

II f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$

نسمي $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$.

2 أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث : $1,28 \prec \alpha \prec -1,27$.

ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $\left|\frac{m+1}{e^m}\right|=\left|\frac{x+1}{e^x}\right|$ حلا وحيدا .

3 g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)+(x+1)e^{-2x}$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثم إستنتج دالة أصلية لـ g على $\mathbb{R}$.

ب) بإستعمال المكاملة بالتجزئة ، أحسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ ومحور الفواصل

و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

تمرين 56 نقاط ★★★★☆

بكالوريا 2020 م01

I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كمايلي: $g(x)=-2e^x$ و $h(x)=x(e^x+1)$.

حدد إشارة كل من $g(x)$ و$h(x)$ على المجال $]-\infty;0]$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty;0]$ ب: $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس .

1 (ا) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;0]$: $f'(x)=h(x)+g(x)$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0]$.

2 احسب $f(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق أن : $-1.5 \succ \alpha \succ -1.4$.

4 (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x \longmapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$.

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس الوضع النسبي بين المنحنيين (P) و (C_f).

(ج) أنشئ (P) ثم (C_f)على المجال $]-\infty;0]$

5 ليكن m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $|f(x)|=e^m$ في المجال $]-\infty;0]$