الاشتقاقية

f دالة معرفة على مجال $\mathbb{I}$ من $\mathbb{R}$ a و h عددان حقيقيان من $\mathbb{I}$ مع $h \neq 0$ ، نقول ان الدالة f. تقبل الاشتقاق عند a إذا كان

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l, \quad l \in \mathbb{R}$$

(صيغة أخرى لقانون الإشتقاق $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$)

✍ التفسيرات الهندسية

- إذا كان $\lim_{h \to 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l$ الدالة f تقبل الاشتقاق عند a والمنحنى (C_f) يقبل مماس عند النقطة $A(a; f(a))$ معادلته : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'(a) = l$
- إذا كان
$$\lim_{h \overset{>}{\to} 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l_1$$
نقول أنّ الدالة f تقبل للاشتقاق على يمين a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f_d(a))$ نصف مماس معادلته: $y = f'_d(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'_d(a) = l_1$
- إذا كان
$$\lim_{h \overset{<}{\to} 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l_2$$
نقول أنّ الدالة f تقبل للاشتقاق على يسار a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f_g(a))$ نصف مماس معادلته: $y = f'_g(a)(x - a) + f(a)$ مع $f'_g(a) = l_2$
- إذا كان $f'_g(a) \neq f'_d(a)$ الدالة f لاتقبل الاشتقاق عند a والمنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصفي مماسين حيث A تسمى نقطة زاوية.
- اذا كان
$$\lim_{h \overset{<}{\underset{>}{\to}} 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = \pm\infty$$
الدالة f غير قابلة للاشتقاق على يسار (يمين) a والمنحنى (C_f) يقبل على يسار (يمين) النقطة $A(a; f(a))$ نصف مماس عمودي موجه نحو الاعلى (الأسفل) معادلته $x = a$

✍ المشتقات والعمليات على الدوال

f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على كل مجال $\mathbb{I}$ من $\mathbb{R}$ و $k \in \mathbb{R}$ مع $g \neq 0$ على $\mathbb{I}$

- $(f(ax+b))' = af'(ax+b)$
- $(f \circ g)'(x) = g'(x) \times f'\Big(g(x)\Big)$
- $(\sqrt{g})' = \dfrac{g'}{2\sqrt{g}}$
- $\Big((f(x))^n\Big)' = nf'(x)(f(x))^{n-1}$
- $\left(\dfrac{1}{(f(x))^n}\right)' = -\dfrac{nf'(x)}{(f(x))^{n+1}}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$

مفهوم الاستمرارية

تكون الدالة f مستمرة على مجال $\mathbb{I}$ عندما يمكن رسم منحناها البياني على هذا المجال دون رفع القلم (اليد)

مــلاحظات هامّة

- الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها
- الدوال كثيرات الحدود، $\cos$ ، $\sin$ مستمرة على $\mathbb{R}$
- الدوال الناطقة مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها

مبرهنة القيم المتوسّطة

إذا كانت f دالة مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[a; b]$ وكان $f(a) \times f(b) \prec 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $f(\alpha) = 0$ حيث $\alpha \in]a; b[$

✔ القيمة الحدّية:

إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند x_0 مغيرة اشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f .

✔ نقطة انعطاف:

نقول ان (C_f) يقبل النقطة $A(x_0; f(x_0))$ كنقطة انعطاف إذا تحققت إحدى الشروط التالية:

- المشتق الثاني $f''(x)$ ينعدم عند x_0 ويغير اشارته عندها
- المشتق الاول $f'(x)$ ينعدم عند x_0 ولا يغير اشارته عندها
- المماس عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ يخترق المنحنى (C_f)

✍ التّقريب التآلفي

f دالة معرفة على مجال مفتوح $\mathbb{I}$ من $\mathbb{R}$ إذا قبلت f الاشتقاق عند x_0 من $\mathbb{I}$ نكتب عندئذ:

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

نسمي $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ **التقريب التآلفي** للدالة f بجاور x_0

✍ دراسة وضعية منحنى ومستقيم

لدراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ندرس اشارة الفرق $f(x) - (ax + b)$

- إذا كان $f(x) - (ax + b) > 0$ فإنّ (C_f) فوق (Δ)
- إذا كان $f(x) - (ax + b) < 0$ فإنّ (C_f) تحت (Δ)
- من أجل $x_0 \in \mathcal{D}_f$ تحقّق:

$$f(x_0) - (ax_0 + b) = 0$$

فإنّ (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(x_0; f(x_0))$

التمرين الأول:

يعطى جدول التغيّرات دالة f كما يلي:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا موجبا α.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x^2+|x-1|$

1. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم h
$$\frac{f(1+h)-1}{h}=h+2+\frac{|h|}{h}$$
2. أدرس قابلية إشتقاق الدّالة f عند 1 ، وفسّر النتائج هندسيا.

التمرين الثالث:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$، ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-2x+1$ مماس لـ (C_f) عند النقطة $A(0,1)$.

1. حدّد $f(0)$ و $f'(0)$.
2. برّر وجود النّهاية $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}$.
3. أكتب معادلة المماس (Δ') عند النّقطة $B(1,-3)$ والذي يوازي (Δ).

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$

1. أحسب النّهايات عند أطراف مجال تعريف الدّالة f ، ثمّ فسّر النّتائج هندسيا.
2. بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $\pm\infty$.
3. أحسب $f'(x)$ ، ثمّ أدرس إشارتها، استنتج عندئذ اتّجاه تغيّر الدّالة f.
4. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f.
5. بيّن أنّ النّقطة $\omega(1;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)
6. أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التّالية
$$x^2-(1+m)x+1+m=0$$

التمرين الخامس:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$، وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

– عيّن العددين الحقيقيين a و b حتّى يمر (C) بالنّقطة $A(0.3)$ ويقبل في هذه النّقطة مماسا معامل توجيهه 4.

II) نضع $a=4$ و $b=3$

1. عيّن العددين α و β بحيث يكون $f(x)=\alpha+\frac{\beta}{x^2+1}$.
2. أدرس تغيّرات الدّالة f.
3. أدرس وضعية (C) بالنّسبة للمستقيم $(\Delta):\ y=4x+3$.
4. أثبت أن (C) يقبل ثلاث نقط انعطاف يطلب تعيينها.
5. بيّن أنّ النّقطة $A(0;3)$ مركز تناظر للمنحنى (C).
6. أثبت أن (C) يقبل مماسين معامل توجيههما 2.
7. أنشيء المنحنى (C)
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة: $f(x)=4x+m$

التمرين السادس:

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$$g(x)=x^3-3x-4$$

1. أدرس تغيرات الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]2,19;2,20[$
3. ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

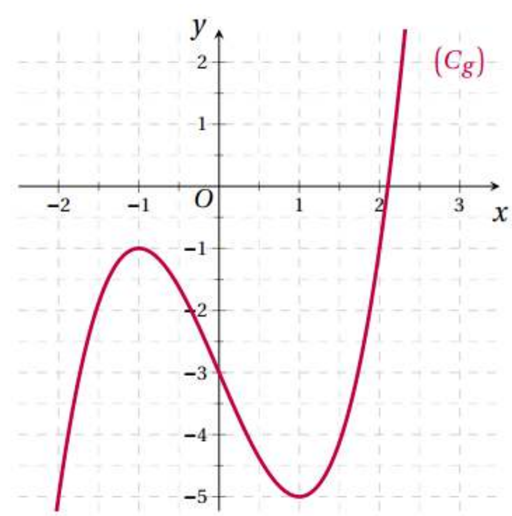
الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي :
$$f(x)=\frac{x^3+2x^2}{x^2-1}-2$$
(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $(\mathcal{D}_f)$ ، $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
3. بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{3(\alpha+2)}{\alpha^2-1}$، ثمّ اتسنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب 10^{-1}.
4. ا) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) (C_f) بجوار $\pm\infty$
   ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ثمّ ارسمهما
5. استنتج في نفس المعلم رسم (C_h) المنحنى الممثّل للدّالة h المعرّفة على $(\mathcal{D}_f)$ بالعبارة $h(x) = f(|x|)$

التمرين السابع:

I) يمثل الشكل المقابل التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = ax^3 + bx + c$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية



1. باستعمال (C_g) عيّن كلا من a ، b و c. ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.
2. بيّن أنّ المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث $\alpha \in \left]2; \dfrac{5}{2}\right[$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$$

(C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

1. تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، $f'(x) = \dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$.

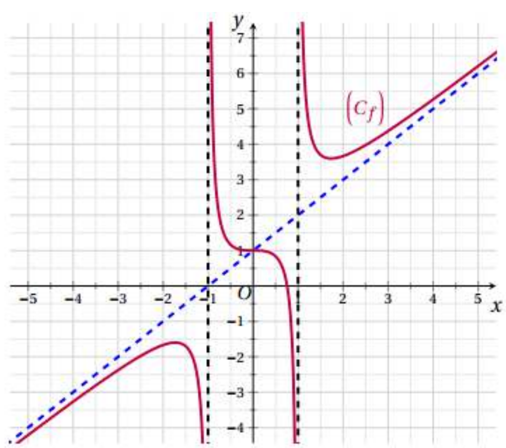
2. عيّن دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \left(\dfrac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}\right)$ ، وفسّر النّتيجة هندسيا.
3. أحسب نهايات الدّالة f عندد حدود مجال تعريفها.
4. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f.
5. بيّن أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
6. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $\pm\infty$ ثمّ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) و ارسمها في نفس المعلم.

التمرين الثامن:

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ كما في الشّكل المقابل :



1. ا) بقراءة بيانية أحسب النّهايات التّالية $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to -1 \\ <}} f(x)$.
   ب) عيّن معادلات المسقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).
2. أحسب $f'(x)$ ثم أدرس اتّجاه تغير الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.
3. من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ أحسب $f(-x) + f(x)$، ماذا تستنتج؟
4. نعتبر الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $g(x) = f(|x|)$.
   ا) أدرس قابلية الإشتقاق عند القيمة 0.
   ب) تحقّق أن g دالة زوجية، اشرح كيف يتم الإستعانة بـ (C_f) لرسم (C_g) وارسمهما في نفس المعلم.
   ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول العادلة ذات المجهول الحقيقي x التّالية: $g(x) = |m|$.

التمرين التاسع:

ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ في معلم متعامد ومتجانس $(O\vec{i},\vec{j})$

حيث:
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3x^2+2x-1}{1-2x}, & x\leq 0\\ 2x-\dfrac{1}{(x+1)^2}, & x>0\end{cases}$$

1. أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ، وفسّر النتيجة هندسيا.
2. أدرس تغيرات الدالة f.
3. بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $x_1=-1$ و x_2 حيث: $0<x_2<1$ ثم أرسم المنحنى (C_f).
4. لتكن g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:
$$g(x)=\frac{3x^2-2|x|-1}{2|x|+1}$$
   ا) بيّن أن g دالة زوجية.
   ب) باستعمال الدراسة السابقة ،أنشئ (C_g) بيان الدالة g في معلم آخر.
   ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:
$$3x^2-m|x|-m=0$$

التمرين العاشر:

نعتبر f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$f(x)=x\sqrt{|x^2-4|}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب $f(x)+f(-x)$ واستنتج خاصة مميزة للمنحنى (C_f)
2. أحسب $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}$ ماذا تستنتج؟
3. أدرس تغيرات الدالة f.
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $(x_0,\sqrt{3})$
5. أثبت أنّ (C_f) يقبل ثلاث نقط انعطاف يطلب تعيينها.
6. أرسم (C_f) والمماس (T).
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=-2x-m$
8. لتكن g دالة عددية حيث: $g(x)=|f(x)|$ وَ (C_g) تمثيلها البياني.
   ا) بيّن أنّ g دالّة زوجية، ماذا تستنتج؟
   ب) استنتج ممّا سبق طريقة رسم (C_g) ثمّ ارسمه في نفس المعلم.

التمرين الحادي عشر (خاص بشعبة الرّياضيات):

f دالة عددية معرفة في المجال $]-\pi;\pi[$ حيث:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos(x)}{\sin(x)}, & x\neq 0\\ f(0)=0.\end{cases}$$

، (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أثبت أنّ الدّالة f مستمرة عند 0.
2. هل الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0
3. بيّن أنّ f دالة فردية، ثم أثبت أنّ: $f(x+2\pi)=f(x)$ ماذا تستنتج؟
4. أدرس تغيّرات الدالة f.
5. أثبت أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.
6. عيّن إحداثيي النقطة A التي يكون فيها المماس لـ (C_f) موازيًا للمُنصّف الأوّل.
7. نعرّف في المجال $]0;\pi[$ الدالة g حيث: $g(x)=f(x)-x$
   – أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α في المجال $\left]\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right[$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.
8. أرسم بدقة البيان (C_f).

التمرين الثاني عشر:

لتكن f الدّالة عددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ والمعرفة بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}+|x+1|$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

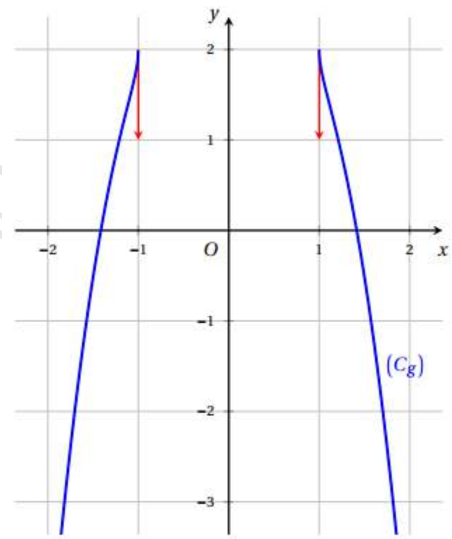
1. ا) أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
   ب) أحسب عبارة الدالة المشتقة $f'(x)$ وأدرس إشارتها.
2. ا) شكّل جدول تغيرات الدالة f.
   ب) بيّن أنّ المستقيمين: $(\Delta):y=x+1$ و $(\Delta'):y=-x-1$ مقاربين للمنحنى (C_f).
   ج) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيمين (Δ) و (Δ').
3. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α على المجال $]-1;1[$ وأعط حصرًا لـ α سعته 10^{-1}
4. أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') و (C_f)
5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية:
$$(x^2-1)(|x+1|-m)+x=0$$

التمرين الثالث عشر:

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$

بـ: $g(x)=2-x^2\sqrt{x^2-1}$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المقابل:



1. أحسب $g(\sqrt{2})$ و $g(-\sqrt{2})$
2. بقراءة بيانية :
   - ا) عيّن : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} g(x)$
   - ب) هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟
   - ج) هل الدالة g قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين ؟ برّر .
   - د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{2\sqrt{x^2-1}}{x}-x+1$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. ا) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 من اليمين وعند القيمة -1 من اليسار. فسّر النتائج بيانيا.
   - ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
   - ج) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta):\ y=-x+3$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ والمستقيم $(\Delta'):\ y=-x-1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$
2. بيّن أنّه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$:
$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}$$
3. أنشئ جدول تغيرات الدالة f.
4. بيّن أنّ النّقطة $I(0,1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f).

التمرين الرابع عشر:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-3x-4$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدًا α حيث $2<\alpha<2,25$.
3. عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2+1}{x^2-1}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.
2. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
3. أدرس تغيّرات الدّالة f وشكّل جدول تغيراتها.
4. برهن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
5. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)
6. بيّن أنّ: $f(\alpha)=1+\dfrac{3\alpha+6}{\alpha^2-1}$ ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$ بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α' حيث $-1,5<\alpha'<-1,25$.
7. أرسم (C_f) و (Δ).
8. k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{\alpha'\}$ بـ: $k(x)=\dfrac{1}{f(x)}$
   - أدرس تغيرات الدالة k ثم أرسم منحناها البياني.
9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة: $f(x)=|m-1|$.

(خاص بشعبة الرياضيات)

10. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m حلول المعادلة: $f(\cos(\theta))=\dfrac{1}{m}$ حيث $0\le\theta\le2\pi$
11. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط θ حلول المعادلة: $f(x)=\sin(\theta)$

التمرين الخامس عشر:

I) f_m الدّالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}-\{m\}$ بـ: $f_m(x)=\dfrac{mx^2-8}{x-m}$ حيث $m\in\mathbb{R}$ و (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m.

1. أحسب $f'_m x$.
2. عيّن مجموعة قيم m بحيث لا تقبل الدالة f_m أيّة قيمة حدية.
3. عيّن مجموعة قيم m بحيث (C_m) يقبل مماسًا في النّقطة ذات الفاصلة 2 معامل توجيهه 3.
4. بيّن أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يُطلب تعيينها.

II) نضع في هذه الحالة $m = 1$.

1. أدرس تغيرات الدالة f_1.
2. ا) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث: $f_1(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$
   ب) استنتج أن المنحنى (C_1) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيينه ثم أدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_1).
   ج) أثبت أنّ النّقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_1)
3. أنشئ (Δ) و (C_1).
4. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي α عدد وإشارة حلول المعادلة : $y = x + \alpha$.

III)

لتكن الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = \dfrac{x^2 - 8}{|x| - 1}$

1. أدرس قابيلة اشتقاق الدالة g عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم فسّر النتيجة هندسيا.
2. بيّن أنّ g دالة زوجية ،ماذا تستنتج؟
3. اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_g) للدالة g باستعمال المنحنى (C_1) ثم أنشئ (C_g)

التمرين السّادس عشر (خاص بشعبة الرّياضيات):

لتكن f الدالة العددية المعرّفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x}$$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $\dfrac{1}{2}$ ، وفسّر النّتيجة هندسيا.
2. أدرس تغيّرات الدّالة f والفروع اللانهائية لـ (C_f) منحنى الدالة f.
3. أثبت أنّه من أجل كلّ x من $]1;2[$ فإنّ: $|f'(x)| < 1$.
4. ا) برهن أنّه من أجل كل x من $]1;2[$: $f''(x) = \dfrac{3x^2 - 6x + 2}{x^3\sqrt{(2x-1)^3}}$
   ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.
5. أرسم بدقة البيان (C_f)
6. ا) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية :
   $$x + \sqrt{2x-1} - mx = 0$$
   ب) نضع : $\theta \in [0; \pi]$
   – استنتج حلول المعادلة ذات المجهول θ المعرّفة بـ
   $$\sin(\theta) + \sqrt{2\sin(\theta) - 1} - m\sin(\theta) = 0$$
7. لتكن الدالة العددية g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:
   $g(x) = \dfrac{x - \sqrt{2x-1}}{x}$.
   ا) استنتج كيف نرسم البيان (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_g).
   ب) لتكن (S) مجموعة النقط ذات المعادلة:
   $x^2y^2 - 2x^2y + x^2 - 2x + 1 = 0$.
   • أثبت أنّ: $(S) = (C_f) \cup (C_g)$ ثم أرسم المجموعة (S).