النهايات

1- نهاية بعض الدوال المرجعية

الدالة مقلوب	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$	$\lim\limits_{\substack{>\\ x\to0}}\frac{1}{x}=+\infty$	$\lim\limits_{\substack{<\\ x\to0}}\frac{1}{x}=-\infty$
دالة جذرية	$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}}=0$	$\lim\limits_{\substack{>\\ x\to a}}\frac{1}{\sqrt{x-a}}=+\infty$	$\lim\limits_{\substack{<\\ x\to a}}\frac{1}{\sqrt{a-x}}=+\infty$
دالة $x\mapsto x^n$ حيث $n\in\mathbb{N}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}x^n=+\infty$	إذا كان n عدد زوجي $\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=+\infty$	إذا كان n عدد فردي $\lim\limits_{x\to-\infty}x^n=-\infty$	

2- حالات عدم التعيين وطرق إزالتها

حالات عدم التعيين	$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$0\times\infty$	$+\infty-\infty$
حالات يمكن تعيينها	$\frac{l}{\infty}=0$	$\frac{0}{\infty}=0$	$\frac{l}{0}=\infty$	$\frac{\infty}{0}=\infty$

طرق إزالة حالات عدم التعين

- ❖ نهاية دوال كثيرات الحدود عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$ ، نحسب نهاية الحد الأعلى (الأكبر) درجة.
- ❖ نهاية دوال الناطقة عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$ ، نحسب نهاية الحد الأعلى درجة في البسط على الحد الأعلى درجة في المقام.
- ❖ نهاية دوال جذرية عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0 ، في غالب الحالات نضرب ونقسم في المرافق.
- ❖ نهاية دوال عندما يؤول x إلى x_0 ، نستعمل التحليل أو العامل المشترك أو العدد لمشتق.

3- مبرهنات في النهايات:

f ؛ g و h دوال و l عدد حقيقي.

مبرهنة المقارنة

- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=+\infty$ وكان $f(x)\geq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$.
- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=-\infty$ وكان $f(x)\leq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=-\infty$.
- ❖ إذا كانت $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=0$ وكان $|f(x)-l|\leq g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=l$

مبرهنة الحصر

إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=l$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=l$

وإذا كان من أجل x كبير بالقدر الكافي $g(x)\leq f(x)\leq h(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=l$.

مبرهنة التركيب

a ، b و c تمثل أعددا حقيقية أو $+\infty$ أو $-\infty$. u ، v و f دوال حيث $f=v\circ u$.

إذا كانت $\lim\limits_{x\to a}u(x)=b$ وكانت $\lim\limits_{x\to b}v(x)=c$ فإن $\lim\limits_{x\to a}f(x)=c$

4- نهاية الدوال المثلثية:

$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{x^2}=\frac{1}{2}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos(x)}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin(\alpha\times x)}{\sin(\beta\times x)}=\frac{\alpha}{\beta}$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan(x)}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin(x)}{x}=1$