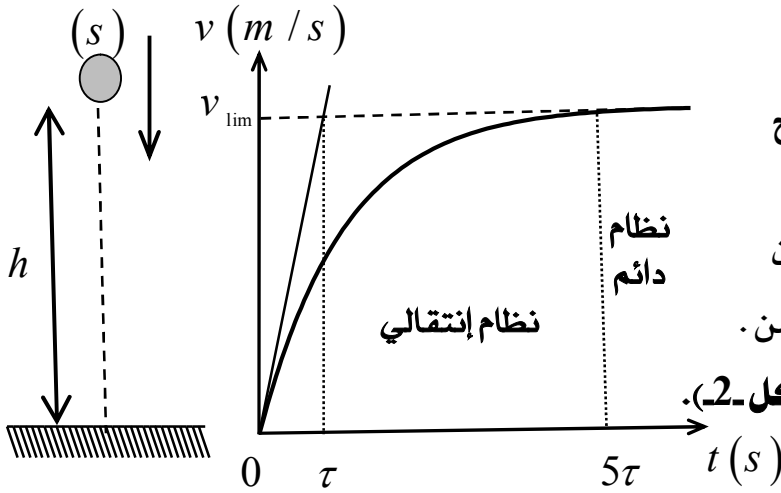


تطور جملة ميكانيكية

BAC 2023

السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء

BAC 2023



I- الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي :

يسقط جسم صلب (S) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة ابتدائية (الشكل-1).

بواسطة تجهيز خاص مزود ببرمجية رسم البيانات نحصل على بيان سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن.

خلال سقوطه $v = f(t)$ كما يوضحه (الشكل-2).

الشكل -1-

الشكل -2-

تحليل بيان السرعة

من بيان الشكل -2- نستنتج أن سقوط الجسم في الهواء يمر بمرحتين (نظامين) هما :

- **النظام الإنتقالي :** $t \in [0 - 5\tau]s$ تزداد فيه السرعة بشكل رتيب حتى تصل إلى

السرعة الحدية v_{lim} .

- **النظام الدائم :** $t > 5\tau$ تثبت فيه السرعة عند القيمة الحدية v_{lim} .

ملاحظة : v_{lim} السرعة الحدية (ثابتة $v_l = Cte$).

τ ثابت الزمن (الزمن المميز للحركة) يمثل بيانيا فاصلة نقطة تقاطع المماس عند

$t = 0$ مع المستقيم المقارب الأفقي.

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

القوى المطبقة على الجسم أثناء سقوطه الشاقولي

قوة الإحتكاك \vec{f}

هي قوة شاقولية معاكسة لجهة الحركة تزداد شدتها بزيادة السرعة شدتها

$$K'v^2 = f = Kv$$

K و K' ثابتا الإحتكاك

v السرعة ب $m.s^{-1}$

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$

كل جسم مغمور في مائع يخضع لدافعة أرخميدس تساوي ثقل المائع المزاح

$$\Pi = \rho_f v g$$

ρ_f الكتلة الحجمية للمائع

v حجم الجسم أو المائع المزاح

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

قوة الثقل \vec{P}

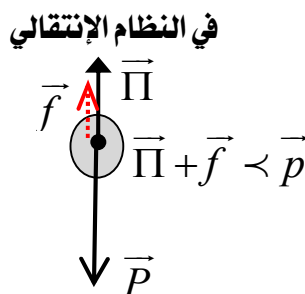
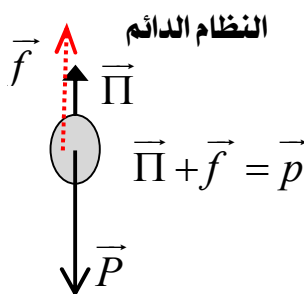
عبارتها $p = mg$ وهي قوة شاقولية نحو الأسفل شدتها ثابتة

حيث :

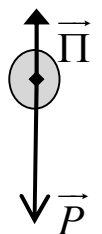
m كتلة الجملة ب kg

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

تمثيل القوى كيفيا أثناء سقوط الجسم

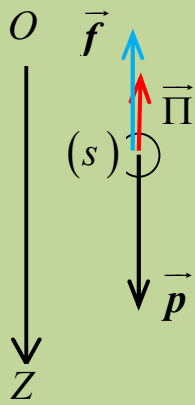


مرحلة الإنطلاق



الدراسة النظرية للسقوط الشاقولي (الحقيقي):

تمثيل القوى المؤثرة



القوى الخارجية المؤثرة على جملة، أثناء سقوطها شاقوليا هي:
قوة الثقل \vec{p} ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الاحتكاك \vec{f}

المعادلة التفاضلية للسرعة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (s)) في المرجع السطحي الأرضي

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m \vec{a}_G$$

الذي نعتبره عطالي نجد:

$$p - \Pi - f = m a_G \dots (1)$$

1. في حالة السرعات الصغيرة يكون $f = K.v$:

$$m.g - \rho.V.g - K.v = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

V حجم الجسم
 v سرعة الجسم
 ρ_f الكثافة الحجمية للمائع
 ρ_s الكثافة الحجمية للجسم

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

بالتبسيط نجد: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$ (أي $1/\rho_s$)

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

ثابت الزمن المميز للحركة τ	عبارة التسارع الابتدائي a_0	عبارة السرعة الحدية v_l
<p>بالاعتماد على التحليل البعدي للمقدار $\frac{m}{K}$ نجد:</p> $\frac{[m]}{[K]} = \frac{[m]}{[f]} = \frac{[m][v]}{[f]}$ $\frac{[m]}{[K]} = \frac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}} = T$ <p>ومنه: وحدة الثابت $\frac{m}{K}$ من وحدة الزمن، ويرمز له ب τ</p> <p>أي: $\tau = \frac{m}{K}$</p>	<p>لما $t = 0$ تكون: السرعة معدومة أي: $v = 0$ ومن المعادلة التفاضلية نكتب:</p> $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ <p>نجد: $\left. \frac{dv}{dt} \right _0 = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$</p> <p>أو: $a_0 = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$</p> <p>أي: $a_0 = \frac{g}{m} (m - \rho_f V)$</p> <p>بيانيا: a_0 يمثل ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ $t=0$</p>	<p>في النظام الدائم ($v = v_l = Cte$) أي: $\frac{dv}{dt} = 0$</p> <p>ومنه: $\frac{K}{m}v_l = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$</p> <p>إذن: $v_l = \frac{g.m}{K} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$</p> <p>بيانيا: v_l تمثل نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي عند t_f لبيان السرعة $v = f(t)$</p>
الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية	الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

ملاحظة: في حالة السرعات الكبيرة $f = K.v^2$

وبنفس الخطوات نحصل على المعادلة التفاضلية: $\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

$$v_l = \sqrt{\frac{g}{K} (m - \rho_f V)} \quad \text{أو} \quad v_l = \sqrt{\frac{g.m}{K} \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$$

وعبارة السرعة الحدية v_l :