دروس الدعم والتفوق في مادة الرياضيات - إعداد: الأستاذ حليلات عمار

الجزائـــــــــــــــر غرب

دفاتر التكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

السنة الثالثة ثانوي شعبة الرياضيات و تقني رياضي و العلوم التجريبية

Bac 2022

# الدفتر 03

## المحور : الدوال العددية لمتغير حقيقي

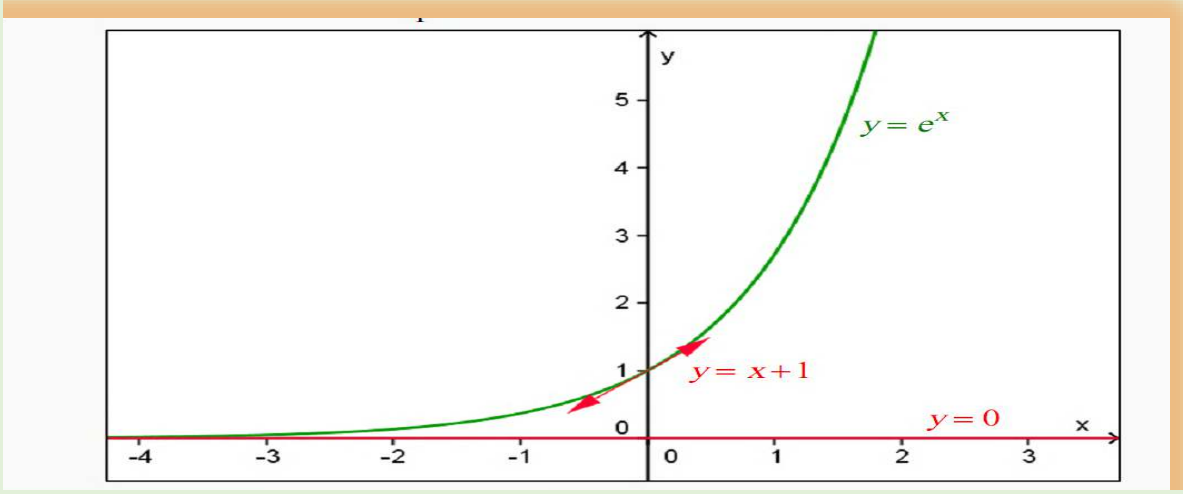
## الدالة الأسية النيبيرية exp

$$x \longrightarrow e^{x}$$

1/ ملخص شامل للدرس

2/ تمارين للتمكن من أساسيات الدرس

3/ نحو البكالوريا : امتحانات وبكالوريات وطنية وأجنبية




إعداد: الأستاذ حليلات عمار مكون ثانوي في مادة الرياضيات

النجاح علم و هندسة

بسم الله الرحمان الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على سيدنا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين

المقدمة

**بداية نتوجه إلى خالقنا بالحمد والثناء الذي وفقنا إلى تحقيق هذا العمل بكل ما وهبنا من قوة العقل والإرادة.**

وبتوفيق من الله وحده ، يسرني أن أضع هذا العمل المتواضع بين أيدي تلاميذنا الأعزاء و زملائنا الأساتذة الكرام ،راجيا أن يجدوا فيه ما يعينهم للاختيار تمارين ونماذج امتحانات وملخصات شاملة للدروس وقسمتها إلى دفاتر، كل دفتر مكون من :

الدفتر

- ملخص شامل ومتجدد للدرس
- تمارين هادفة للتمكن من الدرس
- نحو البكالوريا :نماذج امتحانات وبكالوريات وطنية و أجنبية

**ووصيتي** :-إعادة الدرس والتمكن من المعارف والكفاءات

- المحاولة ثم المحاولة في التمارين ومراجعة الأستاذ في التصحيح

-**<u>الجزء نحو البكالوريا</u>** هام جدا اجتهد في حل جميع النماذج فهي تجعلك تكتسب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

-الملخص اجتهدت أن يكون شامل ومرجعي للطالب

- -صممت التمارين والتداريب وفقا للمناهج الجديدة لوزارة التربية الوطنية و اخترت التمارين من الكتاب المدرسي ونماذج بكالوريات وطنية وأجنبية .

**ونسعى إلى الوصول بالتلميذ إلى تحقيق الأهداف التالية:**

1-اكتساب معارف صحيحة والتدريب على الاستدلال المنطقي والتحرير الرياضي للوصول إلى النتائج المستهدفة

2-اختبار مكتسباته من خلال تمارين هادفة

3-اكتساب كفاءة عالية ومميزة لمعالجة امتحان البكالوريا

رغم كل ما بذل من جهد ــ لا يخلو هذا العمل من بعض النقائص و الهفوات ، نسعد جدا بكل ملاحظة ونأخذها بعين الاعتبار في الطبعة القادمة.

**أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح والدي الطاهرة وإلى روح والدتي الطاهرة تغمدهما الله برحمته الواسعة و اسكنهما فسيح جنانه ولأفراد أسرتي وكل إخواني ولأسرة التربية الوطنية بالجزائر الحبيبة التي أعطتنا الكثير ونأمل أن نسدي لها ولو قليلا مما تستحقه جزائرنا العظيمة**

دروس الدعم للتمكن والتفوق في مادة الرياضيات –الجزائر- غرب -0662209337

دفاترالتكوين في الرياضيات والاستعداد الجيد للتفوق في شهادة البكالوريا

المستوى : ثالثة ثانوي — السنة الدراسية: 2021-2022 — إعداد الأستاذ حليلات عمار

الشعبة :علوم تجريبية+ رياضيات + تقني رياضي

# 1-ملخص هام وشامل لدرس الدالة الأسية النيبيرية

**1.مسألة :** تتم نمذجة العديد من الظواهر الفيزيائية ( مثلا ظاهرة النشاط الإشعاعي ) و البيولوجية والاقتصادية و غيرها باستخدام دالة $f$ متناسبة مع دالتها المشتقة $f'$ . **سوف نهتم هنا بدالة من هذا النوع و هي دالة تساوي دالتها المشتقة. هل توجد دالة $f$ معرفة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرطين التاليين :**

$$f' = f \quad \text{و} \quad f(0)=1$$

أ) **دراسة بعض الخواص الجبرية لها :**

1) ليكن $y$ عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة $i$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $i(x)=\dfrac{f(x+y)}{f(x)}$

- بين أن $i$ دالة ثابتة على $\mathbb{R}$ و أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $i(x)=f(y)$.
- استنتج أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ و من أجل كل $y$ من $f(x+y)=f(x)f(y)$

2) استنتج من الخاصية السابقة :

- من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)f(-x)=1$
- من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ و من أجل كل $y$ من $\mathbb{R}$، $f(x-y)=\dfrac{f(x)}{f(y)}$
- من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)\succ 0$
- من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، و من أجل كل $n$ من $\mathbb{Q}$، $f(nx)=[f(x)]^n$

بوضع $f(1)=e$ استنتج أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{Q}$، $f(n)=e^n$

ب) **الإقتراب من الدستور الصريح بدلالة المتغير:** من أجل $h$ قريب من 0 و باستعمال التقريب التآلفي نجد : $f(h)\approx 1+h$ ثم نتوصل بشكل عام ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ نجد $f(nh)\approx(1+h)^n$ و بوضع $x=nh$ أي $h=\dfrac{x}{n}$ ( كلما كان $n$ كبير يكون $h$ قريب من 0) عندئذ نجد

من اجل $n$ كبير يكون $f(x)\approx\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$ ويبرهن أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n=e^x$

## 2.مبرهنة وتعريف

توجد دالة وحيدة $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $f'=f$ و $f(0)=1$.
نرمز إلى هذه الدالة بالرمز" $\exp$ " و نسميها الدالة الآسية ( النيبيرية ).
و لكل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f(x)=e^x$ حيث: $e\simeq 2,718281.......$

## 3.الخواص الجبرية ( قواعد الحساب )

انطلاقا من الخاصية الأساسية ينتج :

| من أجل كل عددين حقيقيين $x$ و $y$ ومن أجل كل عدد ناطق $n$ | |
|---|---|
| خ1 $e^x.e^y=e^{x+y}$ ( الخاصية الأساسية ) | خ4 $\dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$ |
| خ2 $e^0=1$ ، $e^1=e$ | خ5 $\left(e^x\right)^n=e^{nx}$ |
| خ3 $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ | خ6 $e^x\succ 0$ |

خ7 لكل عدد حقيقي $x$ : $\left(e^x\right)'=e^x$ و $e^x\succ 0$ ومنه نستنتج أن :الدالة الآسية النيبيرية متزايدة تماما و بالتالي تحافظ على الترتيب ومنه : –من أجل كل عددين حقيقيين $a$ و $b$

$$\begin{cases} e^a\succ e^b \text{ يكافئ } a\succ b \\ e^a\prec e^b \text{ يكافئ } a\prec b \\ e^a=e^b \text{ يكافئ } a=b \end{cases}$$

## 4.دراسة التغيرات و التمثيل البياني للدالة : $x\to e^x$ :

– مجموعة التعريف : $D=\left]-\infty;+\infty\right[$

**- النهايات :** – نبرهن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$

لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=e^x-x$ و من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $h'(x)=e^x-1$ ، ندرس إشارة $e^x-1$ نجد :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| إشارة : $e^x-1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

ومنه نستنتج جدول تغيرات الدالة $h$ كما يلي :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

ومن الجدول نستنتج أن لكل عدد حقيقي $x$ يكون : $h(x)\geq 1$ و منه $e^x - x \geq 1$ ينتج أن : $e^x \geq x+1$

و لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$ و حسب مبرهنة المقارنة نستنتج ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

نتيجة : $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty}$

- نبرهن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ ، بوضع : $t=-x$ ومنه $x=-t$

لما $x\to-\infty$ فإن $t\to+\infty$ و بالتالي : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = \lim\limits_{t\to+\infty} e^{-t} = \lim\limits_{t\to+\infty}\frac{1}{e^t}=0$

لأن : $\left(e^t \underset{t\to+\infty}{\longrightarrow} +\infty\right)$

نتيجة : $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0}$

ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل مقارب بجوار $-\infty$

- **اتجاه التغير و جدول التغيرات** : لكل عدد حقيقي $x$ : $\left(e^x\right)'=e^x$ و $e^x \succ 0$

ومنه نستنتج: أن الدالة الآسية النيبيرية متزايدة تماما

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\exp'(x)$ | | | | $+$ | | | |
| $e^x$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $e$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

❖ **نحسب النهاية** : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=?$

لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$ و من أجل كل عدد حقيقي $x$ ،

$h'(x)=e^x-x$ ، $h''(x)=e^x-1$ ومنه :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h'(x)$ | | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |
| | إشارة $h'(x)$ موجبة | | | | |
| $h(x)$ | | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

ومنه لكل $x \succ 0$ يكون $h(x) \succ 1$

ومنه ينتج $e^x - \frac{1}{2}x^2 \succ 1$ و بالتالي :

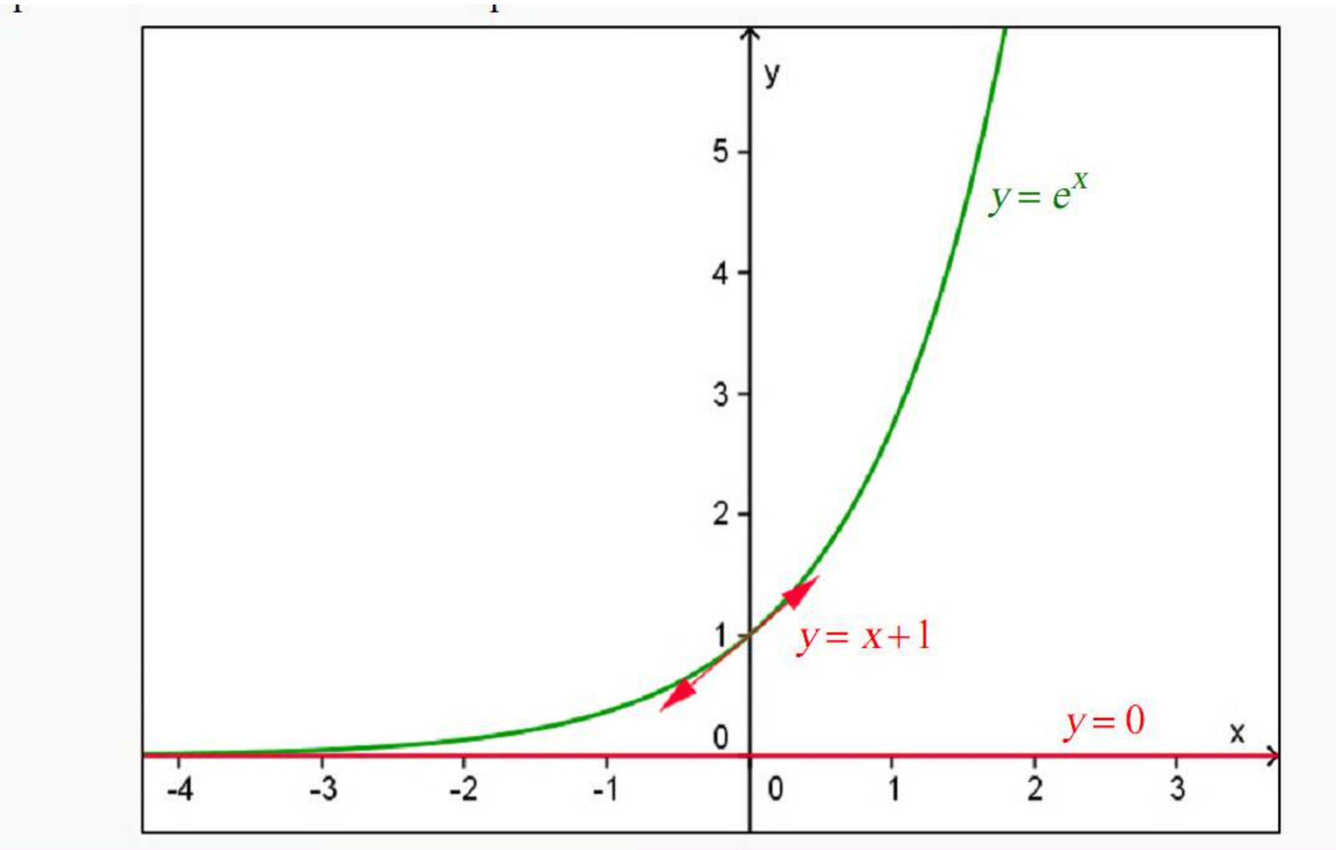
$$\frac{e^x}{x} \succ \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$$

ولدينا : $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{x}\right) = +\infty$

وحسب مبرهنة المقارنة نجد :

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x} = +\infty}$$

**نتيجة :** ومنه المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل فرعا مكافئا باتجاه محور التراتيب بجوار $+\infty$




**ملاحظة :** ركز مع التمثيل البياني و بقراءة بيانية أعد بعض النتائج السابقة : الإشارة ، النهايات ، اتجاه التغير

## 5.تتمات للدرس :

### 1-5: نهايات شهيرة (مرجعية )

❖ من الفقرة السابقة برهنا على النهايات التالية و التي تؤخذ وتستعمل مباشرة في التعامل مع رفع حالات عدم التعيين في التمارين و يستحسن معرفة البراهين لها و فهمها جيد :

$\boxed{\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty}$ و $\boxed{\lim_{x\to-\infty} e^x = 0}$

$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty}$ يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي $n$ يمكن وضع: $x = nt$ $\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty}$

❖ كذلك نبرهن على النهايتين و التي تؤخذ و تستعمل مباشرة

• $\boxed{\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0}$ برهان : بوضع $x = -z$ لما $x \to -\infty$ فإن $z \to +\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x = \lim_{z\to+\infty} -ze^{-z} = \lim_{z\to+\infty} -\frac{z}{e^z} = -\lim_{z\to+\infty} \frac{1}{\left(\frac{e^z}{z}\right)} = 0$$

$+\infty$

يبرهن التعميم لكل عدد طبيعي $n$ يمكن وضع: $x = nt$ $\boxed{\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0}$

$\boxed{\lim_{x\to0} \frac{e^x - 1}{x} = 1}$ من تعريف العدد المشتق لدينا:

$\lim_{x\to0} \frac{exp(0+x) - \exp(0)}{x} = \exp'(0) = 1$ إذن

$\lim_{x\to0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ نتيجة: الدالة $x \mapsto 1+x$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة $x \mapsto e^x$ بجوار 0.

### 2-5: دراسة الدالة المركبة $\exp\circ u$

$$\exp\circ u : \quad x \xrightarrow{\quad} u(x) \xrightarrow{\quad} e^{u(x)}$$

$\exp\circ u$

مجموعة التعريف:من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_u$ تكون الدالة $\exp\circ u$ معرفة و عليه $D_{\exp\circ u} = D_u$

**- النهايات**: انطلاقا من نهايات الدالة الآسية و استمراريتها ينتج :

$$x \to x_0\,(\infty) \to \begin{cases} u(x) \to +\infty \;\;,\;\; e^{u(x)} \to +\infty \\ u(x) \to -\infty \;\;,\;\; e^{u(x)} \to 0 \\ u(x) \to l \;\;,\;\; e^{u(x)} \to e^{l} \end{cases}$$

**- الاشتقاق :** إذا كان الدالة $u$ تقبل الاشتقاق على المجال $I$ فإن الدالة المركبة $\exp o u$ تقبل الاشتقاق على المجال $I$ ولدينا :لكل عدد حقيقي $x$ من

$$\boxed{\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x).e^{u(x)}}$$

**خاصية:** إذا كانت $u$ دالة معرفة على مجال $I$ فإن للدالتين $u$ و $\exp \circ u$ نفس اتجاه التغيرات على المجال $I$.

## 3-5: المعادلة $e^{x} = a$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي

❖ إذا كان $a \le 0$ المعادلة $e^{x} = a$ لا تقبل حلا في $\mathbb{R}$

❖ إذا كان $a \succ 0$ المعادلة $e^{x} = a$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R}$ ( بتوظيف مبرهنة القيم المتوسطة ) .

نسمي هذا الحل بــ اللوغاريتم النيبيري للعدد $a$ و نرمز له بــ $\ln a$: ومنه :

$$\boxed{\begin{pmatrix} e^{x} = a \\ a \succ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (x = \ln a)}$$

ينتج : $\boxed{e^{\ln a} = a}$

**نستنتج ما يلي**: 1- دالة اللوغاريتم النيبيري $\ln$ الدالة العكسية للدالة الأسية $\exp$

لدينا :1 $e^{0} = 1$ ومنه $\ln 1 = 0$ ، $e^{1} = e$ ومنه $\ln e = 1$

2-لكل $x \in \mathbb{R}$ : $\ln e^{x} = x$ و لكل $x \succ 0$ : $e^{\ln x} = x$

### ملاحظة : إشارة العبارة $ae^{\alpha x} + b$:

- اذا كان $a$ و $b$ من **نفس الإشارة** فإن العبارة $ae^{\alpha x} + b$ لها نفس إشارة $a$ و $b$
- اذا كان $a$ و $b$ **مختلفين في الإشارة** فإن المعادلة $ae^{\alpha x} + b = 0$ تقبل حل وحيد $x_0$ يمكن تعيينه وتكون إشارة العبارة كما يلي :

| $x$ | $-\infty$ | | $x_0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| إشارة: $ae^{\alpha x} + b$ | | عكس إشارة $\alpha a$ | 0 | نفس إشارة $\alpha a$ | |

## 4-5: المعادلة التفاضلية : $y' = ay + b$

**فكرة عن المعادلات التفاضلية :** معادلة تفاضلية هي معادلة:

1. المجهول فيها دالة غالبا ما نرمز إليها بالرمز $y$ ، $z$ أو حرف آخر.
2. تظهر فيها بعض مشتقات $y$ ( المشتقة الأولى $y'$ أو مشتقات من رتبة أكبر $y''$ ... ).
3. نسمي حلا لمعادلة تفاضلية $(E)$ في مجال $I$ كل دالة $\varphi$ تحقق $(E)$ في $I$.

**حل المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هو تعيين كل الدوال $f$ القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و التي تحقق من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x) = af(x) + b$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان مع $a \neq 0$.**

**ملاحظة:** العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: $\frac{dy}{dx} = ay + b$

**مبرهنة(1):** $a$ عدد حقيقي غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية $y' = ay$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax}$ حيث $C$ عدد حقيقي، ثابت كيفي،

**برهان :** نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E)$ $y' = ay$ حيث $a \neq 0$

الوجود : نثبت أن الدوال $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ب: $f(x) = Ce^{ax}$ حيث $C$ ثابت حقيقي حل للمعادلة $(E)$

الوحدانية : نعتبر $f$ حل للمعادلة $(E)$و لنثبت أن الدالة $g$ المعرفة كما يلي: $g(x) = \frac{f(x)}{e^{ax}}$ ثابتة ، مستقلة عن المتغير $x$ .

**مبرهنة(2):** $a$ و $b$ عددان حقيقيان مع $a$ غير معدوم. الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ هي الدوال $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$ حيث $C$ عدد حقيقي ثابت كيفي.

**برهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E)$ $y' = ay + b$ حيث $a \neq 0$

$y' = ay + b = a\left(y + \frac{b}{a}\right)$ بوضع $z = y + \frac{b}{a}$ تصبح المعادلة $(E)$ مكافئة لـ : $z' = az$ ومنه

$z = Ce^{ax}$ عندئذ نستنتج أن : $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

$$y = \underbrace{Ce^{ax}}_{\text{الحل العام للمعادلة تفاضلية } y'=ay} + \underbrace{\frac{-b}{a}}_{\text{حل خاص للمعادلة } (E)}$$

خاصية :من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية $(x_0; y_0)$، المعادلة التفاضلية $y' = ay + b$ مع $a \neq 0$ تقبل حلا وحيدا $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ و تحقق الشرط: $f(x_0) = y_0$ .

**تطبيق(1):** نعتبر المعادلة التفاضلية $(1)$ $2y'+y=1$

1. حل المعادلة $(1)$,
2. عين الحل $f$ للمعادلة $(1)$ بحيث $f(-1)=2$.
3. أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني.

**تطبيق (2):** حل المعادلة التفاضلية المرفقة بالشرط الابتدائي : $\begin{cases} \dfrac{dN}{dt}=-\lambda N \\ N(0)=N_0 \end{cases}$

**تطبيق (3):** إذا كانت المعادلة التفاضلية للدارة $RC$ هي : $\dfrac{du}{dt}+\dfrac{1}{RC}u-\dfrac{E}{RC}=0$

أثبت أن حلها من الشكل التالي ( بطريقتين ) $u(t)=E(1-e^{-t/RC})$

## 5-5: دوال تحول المجموع إلى جداء

**مبرهنة(3):** الدوال غير المعدومة $f$ و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث:

من أجل كل عددين حقيقيين $x$ و $y$، $f(x+y)=f(x)f(y)$

هي الدوال $x\mapsto e^{kx}$ حيث $k$ عدد حقيقي.

**برهان:** • لتكن $f$ دالة غير معدومة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: من أجل كل $x$، $y$ من $\mathbb{R}$،

$$f(x+y)=f(x)f(y)$$

بأخذ $x=0$ و $y=0$ نحصل على $f(0)=[f(0)]^2$ أي $f(0)[1-f(0)]=0$ أي $f(0)=0$ أو $f(0)=1$.

إذا كان $f(0)=0$ فإن من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)=f(x+0)=f(x)f(0)=f(x)\times 0=0$ مما يعني أن $f$ معدومة و هذا مرفوض و بالتالي $f(0)=1$.

من أجل كل $y$ ثابت، لدينا من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x+y)=f(x)f(y)$. باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى $x$ نحصل على: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f'(x+y)=f'(x)f(y)$ . من أجل $x=0$ لدينا:

$$f'(y)=f'(0)f(y)$$

بوضع $k=f'(0)$ يكون لدينا من أجل كل $y$ من $\mathbb{R}$، $f'(y)=kf(y)$. إذن $f'=kf$ و $f(0)=1$

و منه حسب المبرهنة السابقة لدينا من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$، $f(x)=e^{kx}$.

• **عكسيا:** لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بِ $f(x)=e^{kx}$. باستعمال الخواص الجبرية للدالة الأسية نحصل على:من أجل كل عددين حقيقيين $x$ و $y$، $f(x+y)=e^{k(x+y)}=e^{kx+ky}=e^{kx}\times e^{ky}=f(x)f(y)$

# 2-تمارين للتمرن وللتمكن من الكفاءات الأساسية للدرس

## التمرين 01

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: 1/ $e^x-1=0$ ، 2/ $2e^x+3=0$

، 3/ $e^{2x}+e^x-6=0$ ، 4/ $e^{2x+1}-(e^x)^3=0$

5/ $e^x+3e^{-x}-4=0$ ، 6) $e^{3x}+3e^{2x}-e^x-3=0$

## التمرين 02

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: 1) $e^x-1\succ 0$ ، 2) $e^{x^2}>\left(e^3\right)^4e^{-x}$

3) $\left(e^x+3\right)\left(2-e^x\right)\geq 0$ ، 4) $2e^{2x}-5e^x+2\prec 0$

## التمرين 03

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

وليكن $(C_f)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 -بين أن الدالة $f$ فردية.

2 -احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و وفسّر بيانيا النتائج المحصل عليه

3 – ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

4 -بين أن للمنحنى $(C_f)$ مماسا $(T)$ معامل توجيهه $\frac{1}{2}$ ، اكتب معادلة $(T)$.

5 -ارسم $(T)$ و $(C_f)$.

6- لتكن الدالة $h$ المعرفة على بـــ: $h(x)=\dfrac{|e^x-1|}{e^x+1}$ $(C_h)$ تمثيلها البياني

– اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.ثم باستخدام المنحنى $(C_f)$ ، ارسم المنحني $(C_h)$

7- . بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f(2x)=\dfrac{2f(x)}{1+[f(x)]^2}$

## التمرين 04

احسب النهايات التالية ، باختيار طريقة مناسبة :

( الرجوع لنهاية مرجعية ، تبديل المتغير ، تعريف العدد المشتق )

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-x^2-3x+4\right)$ ، 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x+3-xe^{-x}\right)$ ، 3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-1}{2e^x+1}$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x^3+2x^2\right)e^{-x+1}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2e^{-x+1}-x-1}{x-1}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}(1+x)e^{-x}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2-x^2e^{1-x}\right)$ ، 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$ ، 9) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+3)e^x-e^{2x}$ ، 10) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

11) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{1-x}-x^2+1\right)$ ، 12) $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^2-1)e^{3x-1}$ ، 13) $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^{-x}-x^2+3)$



اعداد الأستاذ
حليلات عمار

# 3-تمارين للتدريب على دراسة الدوال الأسيـــــة

## التمرين 05

$f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفـــــة بـــ: $f(x)=\dfrac{2e^x}{e^x-1}$

وليكن $(C_f)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ عيّن $D$ أكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة $f$

2/ ادرس تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}^*$ وفسر النهايات بيانيا

3/ بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$ وارسم المنحنى $(C_f)$

4/ لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــــ: $h(x)=\dfrac{2e^x}{|e^x-1|}$ تمثيلها البياني $(C_h)$

أ- اكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.ثم باستخدام المنحنى $(C_f)$ ، ارسم المنحنى $(C_h)$

ب- ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد إشارة حلـول المعادلة

$(m-3)|e^x-1|=2e^x$

## التمرين 06

$f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفـــــة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=xe^{\frac{-x}{2}}$

وليكن $(C_f)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا

2- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس $T$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4- ارسم $T$ و $(C_f)$.

5-لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــــ: $h(x)=-|x|e^{\frac{-|x|}{2}}$ تمثيلها البياني $(C_h)$

-ادرس شفعية الدالة $h$ ثم باستخدام المنحنى $(C_f)$ ، ارسم المنحنى $(C_h)$

## التمرين 07

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=e^x-\dfrac{1}{x+1}$ ،

$(C_f)$ المنحنى البياني للدالة $f$ في المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ .

1. احسب النهايات للدالة $f$ عند حدود مجموعة التعريف..

2. بين ان الدالة $f$ متزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-e^x)$ . ماذا تستنتج ؟

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و $(\gamma)$ منحنى الدالة $x\mapsto e^x$

4- اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة التي فاصلتها 0 يطلب تعين احداثياتها .

5- أنشئ المماس $(T)$ والمنحنى $(\gamma)$ والمنحنى $(C_f)$ .

## التمرين 08

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

وليكن $(C_f)$ المنحنى البياني للدالة $f$ في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- ادرس تغيرات الدالة $f$

ب- استنتج ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف وحيدة يطلب تعيين احداثياتها .

2- بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة : $y=2x-2$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ ، محددا الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

3- بين انه يوجد حلا وحيدا $\alpha$ للمعادلة : $f(\alpha)=0$ حيث $\alpha$ ينتمي الى المجال $]1.\ln 4[$ .

4- ليكن $(T)$ المستقيم ذي المعادلة : $y=2x+\beta$ مع $\beta\in\mathbb{R}$ .

أ- عين $\beta$ حتى يكون $(T)$ مماس للمنحنى $(C_f)$ عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

5- ارسم $(\Delta)$ و $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ .

6- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من اجلها المعادلة: $f(x)=2x+m$ تقبل حلان مختلفان في الإشارة .

## التمرين 09

$I)$ $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$كما يلي : $g(x)=1+(1-x)e^{x}$

1- أدرس تغيرات الدالة $g$

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,27<\alpha<1,28$

3- إستنتج إشارة $g(x)$

$II)$ $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2+\dfrac{x}{e^{x}+1}$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- بين أن الدالة $f$تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$

2- أدرس تغيرات الدالة $f$

3- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمزله بالرمز $(\Delta)$

- أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$

4- برهن أن : $f(\alpha)=\alpha+1$ - أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

5- أحسب $f(-2)$ و $f(-3)$ بتقريب $10^{-2}$ و ماذا تستنتج ؟ - أنشئ $(C_f)$

6- ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط $m$ ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$ .

7- $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=f(-|x|)$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني

- بين أن الدالة $h$ زوجية ثم ارسم $(C_h)$ مستعينا بالمنحنى $(C_f)$

## التمرين 10

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$

$(C)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) ادرس تغيرات الدالة $f$. 2) احسب $f(-x)+f(x)$ وماذا تستنتج ؟

3) عين معادلة المماس $T$ للمنحني $(C)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}-f(x)$

أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=\frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $g$. ج) استنتج إشارة $g$ على $\mathbb{R}$.

د) استنتج الوضعية النسبية للمنحني $(C)$ و المستقيم $T$

5) ارسم $T$ و $(C)$.

6) $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f\left(x^2\right)$ ( عبارة $h(x)$ غير مطلوبة )

– ادرس تغيرات الدالة $h$ ثم شكل جدول تغيراتها ثم ارسم المنحني $C_h$

## التمرين 11

I) $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=x+1+e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة $g$.

2. بيّن أن للمعادلة: $g(x)=0$ حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-1.3;-1.2[$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{(ax+b)e^x}{e^x+1}$

$(\gamma)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

– عيّن قيمتي $a$ و $b$ بحيث المنحني $(\gamma)$ يقبل مماسا $(D)$ عند المبدأ $O$ معادلته : $y=\frac{1}{2}x$

نفرض في ما يلي: $a=1\ ,b=0$

1) بيّن ان : $f'(x)=\frac{e^x.g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج تغيرات $f$

2) بيّن أن: $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$

3) ادرس وضعية المنحني $(\gamma)$ بالنسبة للمستقيم $(D)$.

4) بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحني $(\gamma)$ في جوار $+\infty$

5) ادرس وضعية المنحني $(\gamma)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

6) ارسم $(\Delta)$ و $(D)$ و $(\gamma)$

7) $m$ وسيط حقيقي ،ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$



اعداد الأستاذ
حليلات عمار

## التمرين 12

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$

$a$ ، $b$ و $c$ أعداد حقيقية . $(C)$ هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) عين $a$ ، $b$ و $c$ بحيث المنحني $(C)$ يشمل النقطة $O$ و الدالة المشتقة $f'$ تنعدم من أجل $x=\ln\frac{3}{4}$ و المستقيم الذي معادلته $y=1$ مستقيم مقارب للمنحني $(C)$.

2) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=2e^{2x}-3e^{x}+1$

أ)ادرس اتجاه تغير $f$ و شكل جدول تغيراتها.

ب)حدد نقط تقاطع المنحني $(C)$ مع حامل محور الفواصل.

ج) عين معادلة المماس للمنحني $(C)$ عند النقطة التي فاصلتها $0$.

د) ارسم $(C)$ في المجال $]-\infty;1]$ .

## التمرين 13

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x-\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$

$(C_f)$ المنحني الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1.أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(x)=x-1+\frac{2}{e^{x}+1}$ و $f(x)=x+1-\frac{2e^{x}}{e^{x}+1}$

ب- احسب نهايات الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ج- بين أن المستقيمين $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ اللذين معادلتاهما على الترتيب $y=x+1$ وَ $y=x-1$ مقاربان لـ $(C_f)$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$. ثم حدد وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$.

2.أ- بين أن الدالة $f$ فردية. ب- ادرس تغيرات الدالة $f$

3.نقبل أن المستقيم $T$ ذا المعادلة: $y=\frac{1}{2}x$ ، مماس للمنحني $(C_f)$ في نقطة فاصلتها $x_0$

- احسب $x_0$

4. هل توجد مماسات لـ $(C_f)$ توازي المستقيم $(\Delta_1)$؟

5.بيّن أنه توجد نقطة انعطاف وحيدة للمنحني $(C_f)$ يطلب تعيينها.

6.ارسم المستقيمين المقاربين و المماس $T$ ثم المنحني $(C_f)$.

7. عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+2m-1$ حلا وحيدا

8. $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=-x+1-\frac{2}{e^{x}+1}$ . $(C_g)$ منحني الدالة $g$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن : $g(x)=f(-x)$

بـــ-استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول $(C_f)$ إلى $(C_g)$ - أنشئ في نفس المعلم السابق $(C_g)$



اعداد الأستاذ
حليلات عمار

## التمرين 14

1/ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[0\,;1]$ :

$$1+x+\frac{x^2}{2}\leq e^x\leq 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

2/ نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $[0\,;+\infty[$ كما يلي:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{e^x-1} & x\succ 0\\ f(0)=1 \end{cases}$$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد و متجانس

أ- ادرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند القيمة 0.

ب- ادرس إشارة الدالة $g:[0\,;+\infty]\to\mathbb{R}: x\to e^x-1-xe^x$

جـ - ادرس تغيرات الدالة $f$ . د- ارسم المنحنى $(C_f)$.

## التمرين 15

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـــ: $f(x)=\dfrac{3e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

وليكن $C_f$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

1) عيّن العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ بحيث من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم

$$f(x)=\alpha+\frac{\beta e^{2x}}{e^{2x}-1}$$

2) ادرس تغيرات الدالة $f$

3) بيّن أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى $C_f$ ثم ارسم المنحنى $C_f$

4) بيّن ان المنحنى $C_f$ يقبل مماسين ميل كل منهما $-6$ عند نقطتين من $C_f$ يطلب تعيين هاتين النقطتين

5)ارسم المنحنى $C_f$.

## التمرين 16

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $[0\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$

ليكن $(C_f)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

1- احسب النهاية: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

2- بين ان المستقيم $(D)$ الذي معادلته: $y=2x-2$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$

3- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(D)$.

4- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0\,;+\infty[$ : $f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$

ب) أثبت انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ و $x\succ 0$ أنه $f'(x)\succ 0$

5- ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند القيمة 0 وفسر النتيجة بيانيا .

6- شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

7- ارسم المستقيم $(D)$ و المنحنى $(C_f)$

8- عيّن النقطة $A$ من $(C_f)$ التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم $(D)$

## التمرين 17

**الجزء الأول:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-(x+1)e^{-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ . ( لا يطلب حساب النهايات ) .

2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ .

**الجزء الثاني:** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-2+(x+2)e^{-x}$ .

نسمي $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-2)\right]$ فسر هندسيا النتيجة.

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x-2$

4) أ . بين أنه مهما كان العدد الحقيقي $x$ فإن: $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5) اثبت أن للمنحنى $(C_f)$ نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيينها.

6) بين أن للمنحنى $(C_f)$ مماسا $(T)$ معامل توجيهه 1، اكتب معادلة $(T)$.

7) ارسم $(\Delta)$،$(T)$ و $(C_f)$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة وحلول المعادلة: $(x+2)e^{-x}-2-m=0$

9) $h$ دالة معرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي $h(x)=|f(x)|$. اشرح كيف يتم رسم $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم ارسم $(C_h)$

## التمرين 18

الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{e^x-1}$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1–أ–احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$ .فسّر النتيجتين هندسيا .

ب– احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2–أ– بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

ب–تحقق انه من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم ، فإن : $f(x)=2x-2+\dfrac{e^x}{e^x-1}$ ، ثم

استنتج أنّ المستقيم $(\Delta')$ ذا المعادلة $y=2x-2$ ، مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ .

3–-استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

4– مثل بيانيا كلا من $\Delta$ و $\Delta'$ و $(\mathcal{C}_f)$ .

5– أ– هل توجد مماسات للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ توازي $\Delta$ ؟

ب–ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $f(x)=2x+m$

**التمرين 19**

لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــالعبارة:

$$f(x)=-x+1+e^{2x}-e^{x}$$

$(C)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) ادرس تغيرات الدالة $f$

2) بيّن ان $(C)$ يقبل مستقيما مقاربا $(\Delta)$ يطلب إعطاء معادلته.

3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C)$ و $(\Delta)$ .

4) أ- $x_0$ عدد حقيقي ، نعتبر $(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة ذات الفاصلة $x_0$.

عيّن $x_0$ حتى يكون $(T)$ موازيا لــ $(\Delta)$ ، اكتب عندئذ معادلة لــ $(T)$.

ب- بيّن ان المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها.

ج- ارسم $(T)$ و $(C)$ في نفس المعلم .

5) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد نقط تقاطع المنحنى $(C)$ مع المستقيم الذي معادلته $(T_m)$ الذي معادلته : $y=-x+m$

**التمرين 20**

I ) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2\left(1-e^{-x}\right)-x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر $\alpha$ حيث :

$$\ln 4\prec\alpha\prec\ln 6$$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1-e^{x}}{x^{2}}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ- أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{x}}{x^{2}}=+\infty$ اعتمادا على النهاية : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^{t}}{t}=+\infty$ .

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ ثم فسّر النتائج هندسيا

3) أ- تحقق أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha(\alpha-2)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب- بيّن أن $f$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ و أنه لكل $x\in\mathbb{R}^*$ : $f'(x)=\dfrac{e^{x}.g(x)}{x^{3}}$

جــ - ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.

4) أنشئ المنحنى $(C_f)$ في المجالين $]-\infty;0[\cup]0;5]$

# 4-المعادلات التفاضلية

## التمرين 21

1) عيّن الحل العام للمعادلات التفاضلية الآتية :

أ) $y'=2y$ ، ب) $2y'-y=0$ ،

جـ) $y'+3y=2$ ، د) $3y'-2y+1=0$

2) عيّن الحل الخاص $f$ للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي :

أ) $y'-3y=0$ و $f(0)=1$ ب) $2y'+y=1$ و $f(-1)=2$ ،

## التمرين 22

نعتبر الدالة $m$ المعرفة على $[0;+\infty[$ التي ترفق بالعدد $t$ ، العدد $m(t)$ حيث $m(t)$ هي كتلة الملح بالغرام المحتوة في محلول ملحي ( ماء +ملح) عند اللحظة $t$ بالدقائق

نقبل أن الدالة $m$ هي حل للمعادلة التفاضلية : $(E): 5y'+y=0$ و أن الشرط الابتدائي هو : $m(0)=300$ .

1.حل المعادلة $(E)$ ثم عيّن العدد $t_0$ بحيث يكون : $m(t_0)=150$

3.نقبل انه لا يمكن الكشف عن وجود الملح خلال اللحظة $t$ إلا إذا كان $m(t)\leq 10^{-2}$ - ابتداء من أية لحظة يكون ممكنا الكشف عن وجود الملح ؟

## التمرين 23

نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y'-2y=2x+1$

1.أوجد دالة $f$ تآلفية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y=z+f$ ، بيّن أنه إذا كان $y$ حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن $z$ حل للمعادلة التفاضلية : $z'-2z=0...(2)$

3.حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

## التمرين 24

نعتبر المعادلة التفاضلية (1) : $y'+2y=3x^2-1$

1.أوجد دالة $f$ كثير حدود من الدرجة الثانية تكون حلا للمعادلة التفاضلية (1).

2. بوضع : $y=z+f$ ، بيّن أنه إذا كان $y$ حل للمعادلة التفاضلية (1) فإن $z$ حل للمعادلة التفاضلية : $z'+2z=0...(2)$

3.حل عندئذ المعادلة التفاضلية (2) ثم أستنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (1)

## التمرين 25

يقوم عالم مختص في البيكتيريا بملاحظة نمو مجتمع بكتيري في وسط مغلق ، يقدر العدد الإبتدائي لهذا المجتمع بـ 100 بكتيريا و القدرة الإستيعابية العظمى هي 1000 بكتيريا. لتكن $N(t)$ عدد البكتيريا في اللحظة $t$ ( معبر عنها بالساعات ) .

الملاحظات المستخلصة قادتنا إلى نمذجة هذه الحالة بمعادلة تفاضلية : $N'(t)=0.07N(t)\left(1-10^{-3}N(t)\right)$

نضع : $P(t)=\dfrac{1}{N(t)}$ مع $N(t)\neq 0$

1-بيّن أن الدالة $P$ تحقق المعادلة التفاضلية : $P'=-0.07P+7\times 10^{-5}$

2-استنتج عبارة $P(t)$ ثم $N(t)$ بدلالة $t$ و ماهو عدد البكتريا بعد 40 ساعة ؟

1- ماهو الوقت اللازم حتى يصبح عدد البكتريا يمثل 80% من الإستيعابية العظمى لهذا الوسط ؟

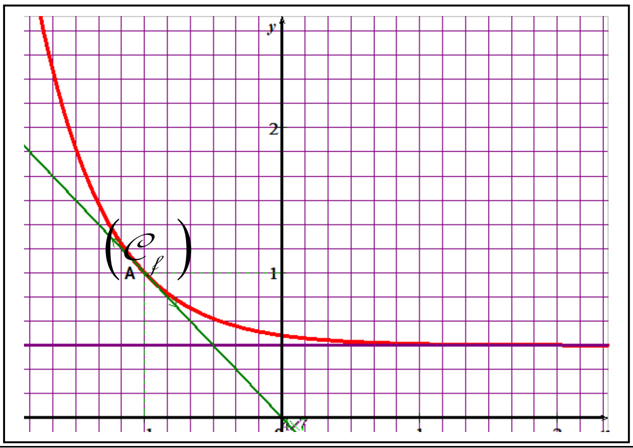


إعداد الأستاذ
حليلات عمار

## التمرين 26

لتكن المعادلة التفاضلية $E$ : $y'=ay+b$ حيث $a\in\mathbb{R}^*$ و $b\in\mathbb{R}$

ولتكن الدالة $f$ الحل الخاص لها المعرف بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ كما يلي :




1- عين بيانيا : أ) $f(-1)$

ب) العدد المشتق $f'(-1)$

جـ) نهاية الدالة عند $+\infty$

2- استنتج عبارة الدالة $f$.

## التمرين 27

نعتبر المعادلة التفاضلية التي يحققها التناقص الإشعاعي لعينة مشعة :

$\frac{dN}{dt}+\lambda N=0$ حيث $N$ دالة ترفق بكل عدد $t$ عدد الأنوية المتبقية في العينة المشعة.

و $N_0$ عدد الأنوية في اللحظة $t=0$ و $\lambda$ ثابت النشاط الإشعاعي ( ثابت التفكك )

1/ بيّن أن : $N(t)=N_0.e^{-\lambda t}$

2/ اوجد علاقة بين ثابت الزمن $\tau$ و ثابت النشاط الإشعاعي $\lambda$

3/ بيّن أن : $N(t=\tau)=0,37N_0$

4/ بيّن أن زمن نصف العمر $t_{1/2}$ تعطى بالعلاقة التالية: $t_{1/2}=\tau\ln 2$

## التمرين 28

***Bac S Antilles-Guyane juin 2008***

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

**الجزء الأول**: نعتبر المعادلة التفاضلية $(E)$ : $y'+2y=3e^{-3x}$

1. حل المعادلة التفاضلية $(E')$ : $y'+2y=0$

2. استنتج أن الدالة $h$ المعرفة بـــ $h(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}$ حل للمعادلة التفاضلية $(E')$

3. تحقق أن الدالة $g$ المعرفة بـــ $g(x)=-3e^{-3x}$ حل للمعادلة التفاضلية $(E)$

4. حل المعادلة $(E)$ و تحقق ان $f$ حل للمعادلة التفاضلية $(E)$

**الجزء الثاني** : وليكن $C_f$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. تحقق أنه : $f(x)=3e^{-2x}\left(\frac{3}{2}-e^{-x}\right)$

2. احسب نهايات الدالة $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$

3. ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول التغيرات للدالة $f$

4. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني $C_f$ مع محوري الإحداثيات

5. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحني $C_f$.

# 5-نحو البكالوريا :التدريب على حل تمارين بكالوريات وطنية و أجنبية و تجريبية

## التدريب 01

**( بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2021 )**

**I.** الدالة العددية $g$ على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-5+e^{x-1}$

1) بين ان الدالة $g$ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

2) أ. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.71<\alpha<1.72$ .

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب $x$ إشارة $g(x)$

**II.** الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1+(-x^2-2x+3)e^{1-x}$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[0;+\infty[$ : $f'(x)=g(x)e^{1-x}$

ب. استنتج ان الدالة $f$ متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$ .

جـ. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

2) بين ان المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ$(C)$ ثم ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة الى $(\Delta)$

3) بين أن $(C)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ$(\Delta)$ في نقطة $A$ يطلب تعيين فاصلتها ( لا يطلب كتابة معادلة $(T)$ ) .

4) أ. بين أن $(C)$ يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $\left(1+\sqrt{6}\right)$ .

ب. ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و$(C)$ (نأخذ : $f(\alpha)\simeq1.1$ ، $f\left(\sqrt{5}\right)\simeq1.4$ و $\left(f\left(1+\sqrt{6}\right)\right)\simeq3.1$ .

5) الدالة العددية $h$ معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $h(x)=-x+1+\left(-x^2+2x+3\right)e^{1+x}$

$(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق .

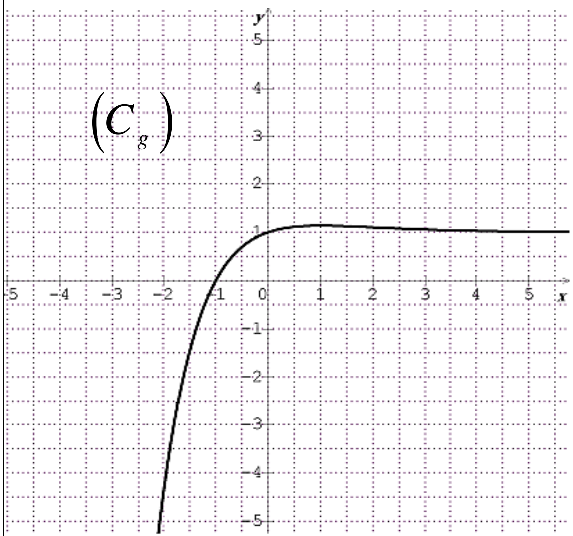
أ. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0]$ : $h(x)=f(-x)$ .

ب. اشرح كيفية رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C)$ ثم ارسمه .

## التدريب 02

## ( بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2021 )

**I.** الدالة العددية $g$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{-x-1}$ ، $(C_g)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$( الشكل المقابل )




1) احسب $g(-1)$ .

2) بقراءة بيانية ، حدد حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ .

**II.** الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=x-(x+1)e^{-x-1}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم :

$$f(x)=x\left[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}\right]$$

ثم احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج ان الدالة $f$ متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ. احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب. ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$

جـ. بين ان $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له .

4) أ. بين أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ حيث :

$0.3<\alpha<0.4$ و $-1.9<\beta<-1.8$

ب. ارسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ ثم ارسم المنحنى $(C_f)$ على المجال $[-2;+\infty[$.

5) الدالة العددية $h$ معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x)=-|x|+(|x|-1)e^{|x|-1}$ .

$(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ. بين أن الدالة $h$ زوجية .

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[-2;0]$ : $h(x)=f(x)$

جـ. اشرح كيف يمكن رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثم ارسمه .



إعداد الأستاذ
حليلات عمار

## التدريب 03

### ( بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2021 )

الدالة العددية $g$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-3)e^x+3$ .

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ يحقق : $1.53<\alpha<1.54$ .

ب. احسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$ .

**II.** الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x+1+(x^2-2x-1)e^x$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج ان $f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;\alpha]$ .

جـ. شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3) أ. بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=3x+1$ مقارب مائل لـ $(C)$ عند $-\infty$ .

ب. ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

جـ. بين أن $(C)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\beta$ تحقق : $2.03<\beta<2.04$ .

د. بين ان $(C)$ يقبل مماسين $(T)$ و $(T')$ موازيين لـ $(\Delta)$. ( لا يطلب كتابة معادلة لـ $(T)$ و $(T')$ )

4) ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ ، $(T')$ و $(C)$ على $]-\infty;1+\sqrt{2}]$ ( نأخذ : $\alpha\simeq1.53$ ، $f(\alpha)\simeq-2.3$ ، $f(\sqrt{3})\simeq-2.1$ و $f(-\sqrt{3})\simeq-3.2$ )

5) الدالة العددية $h$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f[\ln(x)]$

أ. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$

**ب.** ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ ثم شكل جدول تغيراتها .

## التدريب 04

### ( بكالوريا شعبة رياضيات دورة جوان 2020 )

الدالتان العدديتان $g$ و $h$ معرفتان على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g(x)=-2e^x$

و $h(x)=x(e^x+1)$

حدد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$ .

**II.** الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $]-\infty;0]$ بـ: $f(x)=(x-3)e^x+\frac{1}{2}x^2$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ. بين انه من اجل كل $x$ من المجال $]-\infty;0]$ : $f'(x)=h(x)+g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$ .

2) احسب $f(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-\infty;0]$ ثم تحقق أن:
$-1.5<\alpha<-1.4$ .

4) $(P)$ هو التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto\frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty;0]$ .

أ. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x^2\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(P)$ و $(C_f)$ .

ج. أنشئ $(P)$ ثم المنحنى $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0]$.

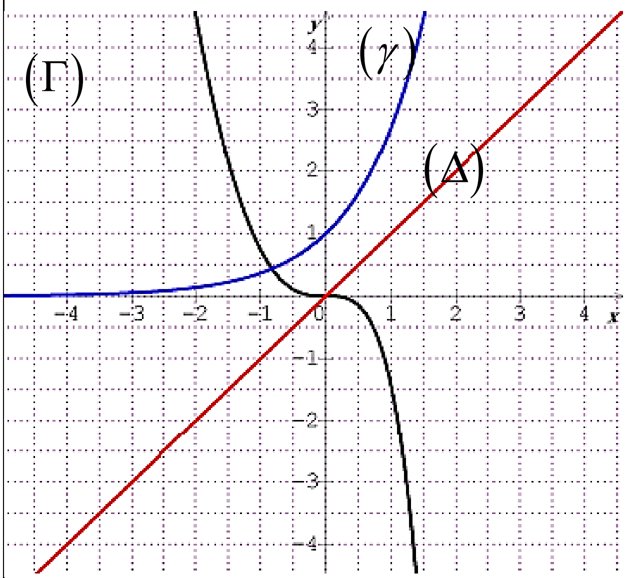
5) ليكن $m$ وسيطا حقيقيا ، ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة : $|f(x)|=e^m$ في $]-\infty;0]$

## التدريب 05

**( بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2020 )**

**I.** المستوي منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

في الشكل المرفق ، $(\Gamma)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$g(x)=2x^2+2x-2xe^x$ $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة : $y=x$ و $(\gamma)$ المنحنى الممثل للدالة : $x\mapsto e^x$ .




**بقراءة بيانية :**

**1)** برر أنه من اجل كل عدد حقيقي $x$ :
$e^x-x>0$ .

**2)** حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي $x$ اشارة $g(x)$ علما أن $g(0)=0$ .

**II.** الدالة العددية $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x}$$ .

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم السابق .

**1)** بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا .

**2)** أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ يكون : $f'(x)=\dfrac{2e^{x}(1-x)}{(e^{x}-x)^{2}}$ .

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**3)** أ. اكتب معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $A$ ذات الفاصلة 0 .

ب. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ يكون : $f(x)-(2x+1)=\dfrac{g(x)}{e^{x}-x}$ .

ج. استنتج الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(T)$ على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة $A$ بالنسبة الى $(C_f)$ ؟

**4)** بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق أن : $-0.6<\alpha<-0.5$ .

**5)** أنشئ المماس $(T)$ و المستقيمين المقاربين ثم المنحنى $(C_f)$ .

## ( بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2020 )

## التدريب 06

الدالة العددية $f$ معرفة على المجال $[-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-1+\frac{1}{4}(2e^{-x}-1)^{2}$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ( وحدة الطول $2cm$ ) .

1) أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $[-1;+\infty[$ :

$f'(x)=(1+e^{-x})(2e^{-x}+1)$ .

ب. ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ .

ج. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

2) أ. بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة : $y=x-\dfrac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

ب. ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى المستقيم $(\Delta)$.

3) بين ان المنحنى البياني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له .

4) بين ان المنحنى البياني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

5) ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ والمنحنى البياني $(C_f)$.

6) ليكن $m$ وسيطا حقيقيا . عين مجموعة قيم $m$ التي من اجلها تقبل المعادلة : $f(x)=x+m$ حلين مختلفين .

## التدريب 07

## ( بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة جوان 2019 )

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ . تؤخذ وحدة الطول $2cm$ ، $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ التمثيلان البيانيان للدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على كما يلي:

$$f\left(x\right)=e^{x}-\frac{1}{2}ex^{2} \quad \text{و} \quad g\left(x\right)=e^{x}-ex$$

1) أ- ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ .

ب- استنتج إشارة $g\left(x\right)$ حسب قيم $x$ الحقيقية .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ .

3) احسب كلا من $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ على $\mathbb{R}$ .

5) ارسم على المجال $\left[0;2\right]$ المنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ في نفس المعلم $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$. ( يعطى $e^{2}-2e\approx 2$ )

6) احسب بالسنتمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$

7) $h$ الدالة المعرفة على المجال $\left[-2;2\right]$ كما يلي : $h(x)=\frac{1}{2}ex^{2}-e^{|x|}$ وليكن $\left(\Gamma\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق .

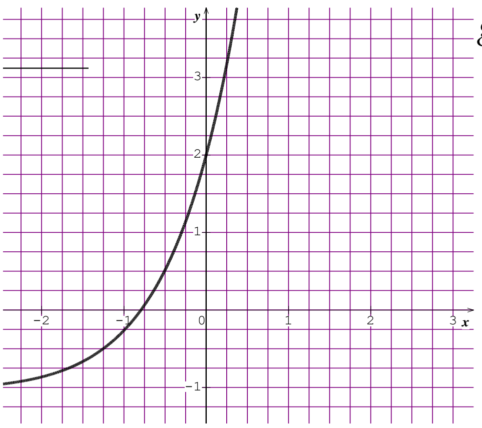
أ) بين ان $h$ دالة زوجية .

ب)من اجل $x\in\left[0;2\right]$ احسب $h\left(x\right)+f\left(x\right)$ ثم استنتج كيفية رسم $\left(\Gamma\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم ارسمه .

## التدريب 08

## ( بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2019 )

**I.** $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g\left(x\right)=\left(x+3\right)e^{x}-1$ و $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل : بقراءة البيانية




أ) حدد إشارة $g\left(-1\right)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$ .

ب) استنتج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$ بحيث $g\left(\alpha\right)=0$ ثم تحقق أن : $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

ج) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$



إعداد الأستاذ
حليلات عمار

**.II** $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x+2)(e^x-1)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) بين انه من كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ ثم استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

ج) اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ الموازي للمستقيم $(\Delta)$.

4) ارسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $]-\infty;1]$ ( يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$ )

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

6) $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=|x|(e^{|x|-2}-1)+1$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) بين ان الدالة $h$ زوجية .

ب) تأكد أنه من اجل كل $x$ من المجال $[0;+\infty[$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$ .

ج) اشرح كيف يمكن رسم $(C_h)$ على المجال $[-3;3]$ .

## (بكالوريا شعبة الرياضيات دورة جوان 2019 )

## التدريب 09

I) $f_k$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x)=(x+1)^2e^{-kx}$

حيث k وسيط حقيقي.

ليكن $(C_k)$ التمثيل البياني للدالة $f_k$ في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) بين ان كل المنحنيات $(C_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما .

2) احسب نهايتي الدالة $f_k$ عند $-\infty$ و $+\infty$ . ( ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k )

3) أ) احسب $f_k'(x)$ ، ثم حدد حسب قيم الوسيط الحقيقي k اتجاه تغير الدالة $f_k$ .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f_k$ من اجل كل k عدد حقيقي موجب تماما .

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي k الأوضاع النسبية للمنحنيين $(C_k)$ و $(C_{k+1})$.

II) $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=(x+1)^2e^{-2x}$ نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ .

1) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ ، ثم ارسم المنحنى $(C_f)$ على المجال $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) أ) بين ان المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ احدهما $\alpha$ حيث : $-1.28<\alpha<-1.27$

ب) عين قيم العدد حقيقي $m$ التي من اجلها تقبل المعادلة $\left|\frac{x+1}{e^x}\right|=\left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا .

3) $g$ دالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x)=(x+1)e^{-2x}$ .

أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ فإن : $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$ ثم استنتج دالة اصلية لـــ $g$ على $\mathbb{R}$ ..

ب)باستعمال المكاملة بالتجزئة ، احسب $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد المنحنى $(C_f)$ ومحور الفواصل و المستقمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

## التدريب 10

**(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2018 )**

**I.** $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2+(x-1)e^{-x}$.

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

**ب)** ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

**ج)** بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-0.38<\alpha<-0.37$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

**II.** لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

**ب)**احسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(2x+1))$ ،ثم فسّر النتيجة بيانيا.

**ج)** ادرس الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ حيث: $(\Delta): y=2x+1$ .

2) بيّن أنّه من اجل كل عدد حقيقي $x$ يكون $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

4) ارسم $(\Delta)$، $(T)$ والمنحني $(C_f)$ (نأخذ $f(\alpha)=0.8$ ).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول $x$: $x=(1-m)e^{x}$ .

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل $x=1$

ب) احسب العدد $A$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $x=1$، $x=3$، $y=2x+1$ .

## التدريب 11

## بكالوريا شعبة رياضيات دورة (2018)

**I.** $g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:.

$$g(x)=(1+x+x^2)e^{-\frac{1}{x}}-1$$

1) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $g'(x)=\frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة $g$ على المجال $]0;+\infty[$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $0.9<\alpha<1$ ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

**II.** $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

والتمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ .

ب)بيّن أنّه من أجل كل $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}(xe^{-\frac{1}{x}}-x)=-1$ (يمكن وضع $t=-\frac{1}{x}$ ) ثم استنتج أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$ .

3) $h$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{-\frac{1}{x}}$ .

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ وادرس اتجاه تغير الدالة $h$ واستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$ .

ب) تحقق أن $f(x)-x=(1+x)h(x)$ ثم استنتج الوضعية النسبية لـ$(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

4) ارسم المستقيم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ .(نأخذ $f(\alpha)\simeq 1.73$ ).

5) $(U_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام $u_n$ حيث: $u_n=\frac{n}{n+1}f(\frac{1}{n})-\frac{n^2}{n+1}$ .

أ) اكتب $u_n$ بدلالة $n$ ثم بين أن المتتالية $(u_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $u_1$ .

ب) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث:

$$S_n=\left(\frac{1}{2}f(1)-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}f(\frac{1}{2})-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right)-\frac{1}{n+1}\right)$$

## التدريب 12

### (بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2018 )

$f$ الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;1[$ : $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$ .

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) احسب $\lim\limits_{x\to 1^{<}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ .

2) بيّن أنّه من أجل كل من $x$ من $]-\infty;1[$ : $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ وادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ)اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة صفر.

ب) $h$ دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=e^{-x}+x-1$ . ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ ثم استنتج أنه من أجل كل $x$ من $]-\infty;1[$ : $h(x)\geq 0$.

بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $]-\infty;1[$ : $f(x)+x=\frac{xh(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمماس $(T)$ .فسر النتيجة بيانيا.

1) أكتب معادلة المستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل مبدأ المعلم $O$ والنقطة $A\left(-2;\frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين $(T)$، $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $[-2;1[$.

2) أ) بين أنه أجل كل $x$ من $[-1;0]$ : $\frac{x}{x-1}\leq f(x)<e^{-x}$ .

ب)تحقق أنه من أجل كل $x$ من $[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ ثم بين أن: $1-\ln 2\leq \int_{-1}^{0} f(x)dx<e-1$ .

3) $m$ وسيط حقيقي ،ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$ ،حيث $x\in[-2;1[$

## التدريب 13

### (بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2017 )

I. نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2-x^2e^{1-x}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ واعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

2- أ) بين أنه من اجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x)=x(x-2)e^{1-x}$ .

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اكتب معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

II. نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=1-xe^{1-x}$.

1) بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x)\geq 0$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمماس $(T)$



إعداد الأستاذ
حليلات عمار

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $-0.7 \langle \alpha \langle -0.6$ .

3) انشئ المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $[-1;+\infty[$ .

$F$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=2x+(x^2+2x+2)e^{1-x}$

تحقق أن $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ، ثم احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x=0$ و $x=1$ .

## التدريب 14

**(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2017)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ)احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ،استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ يطلب تعيين معادلة له.

2-ب) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$ . ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

3- اكتب معادلة $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 2 .

4- $h$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$ . ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدد عندئذ وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة الى $(T)$ على المجال $[0;+\infty[$ .

5- ارسم المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $[0;+\infty[$ .

6- نعتبر $m$ وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$ الموجب $(E).......f(x)=m(x-2)$

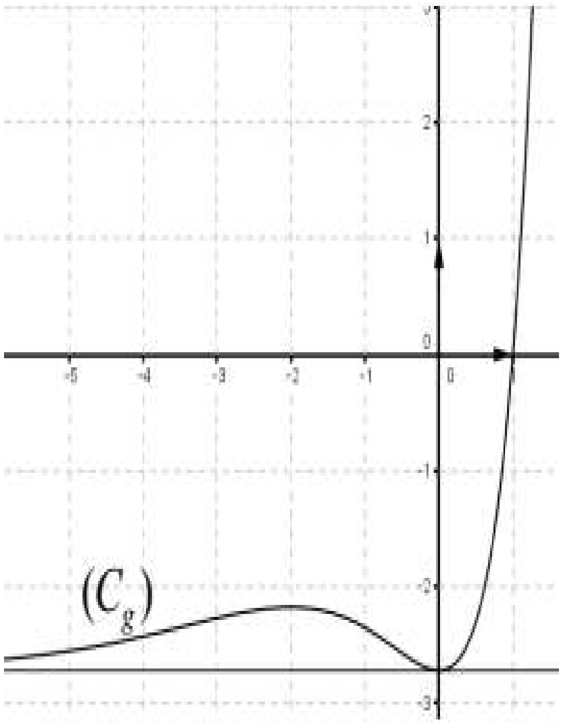
ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد الحلول المعادلة (E).

7- $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ . اعتمادا على السؤال رقم **(1)** ، شكل جدول تغيرات الدالة $g$ .

## التدريب 15

## (بكالوريا شعبة علوم تجريبية الإستثنائية دورة 2017 )

**-I** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ: $g(x)=x^2e^x-e$




$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ( كما هو في الشكل المقابل ) .

1- احسب $g(1)$ .

2- بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي **x** .

3- نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$$f(x)=e^{-x}-2-\frac{e}{x}$$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب على المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

4- احسب النهايات الأتية: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

1- بين أن المنحنى $(\gamma)$ الذي معادلته : $y=e^{-x}-2$ والمنحنى $(C_f)$ متقاربان بجوار $-\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة لــ $(\gamma)$.

2- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم $x$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{-g(-x)}{x^2}$ .

3- استنتج أن الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$ ،ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

4- بين كيف يمكن انشاء المنحنى $(\gamma)$ انطلاقا من منحنى الدالة : $x\mapsto e^x$ ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين $(\gamma)$ و $(C_f)$ في نفس معلم السابق.

5- ليكن $n$ عددا طبيعيا و $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(\gamma)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-e^n$ و $x=-e^{n+1}$ .

- احسب العدد الحقيقي $l$ حيث $l=A(0)+A(1)+\dots\dots+A(2016)$

## التدريب 16

**(بكالوريا شعبة رياضيات الدورة الاستثنائية 2017)**

المستوي منسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 1cm$ .

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ . $(C_f)$ تمثيلها البياني.

1- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3- اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثييهما،احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المنحنى $(C_f)$

II. ليكن $m$ وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة $f_m$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$

وليكن $(C_m)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1- اثبت ان جميع المنحنيات $(C_m)$ تشمل نقطة ثابتة $\omega$ يطلب تعيين إحداثييها .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة $f_m$ واستنتج قيم $m$ التي من تقبل الدالة $f_m$ قيمتين حديتين يطلب تعيينهما .

3- $M_m$ نقطة من المنحنى $(C_m)$ فاصلتها $x_m$ حيث $x_m = 1-m$ .

أثبت أنّه عندما $m$ يمسح $\mathbb{R}$ فإن: $M_m$ تنتمي على منحنى يطلب تعيين معادلة له.

4- ادرس حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حيث : $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين $(C_f)$ و $(C_m)$.

5- احسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما $\alpha$ ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنيين $(C_3)$ $(C_f)$

المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 0$ و $\mathbf{x} = \boldsymbol{\alpha}$ ، ثم احسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} A(\alpha)$ .

## التدريب 17

**(بكالوريا شعبة تقني رياضي الدورة الاستثنائية 2017)**

لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - 2xe^{-x}$

- ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)(1+2e^{-x})$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1-أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

ب ) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2- أ) بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x] = 1$ ثم استنتج معادلة لـ $(\Delta)$ ، المستقيم المقارب المائل للمنحنى $(C_f)$

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

3- اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا وحيدا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له

4- عيّن قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين.

5- ليكن $\alpha$ عددا حقيقيا موجبا ، نرمز بـ $A(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$ .

- احسب $A(\alpha)$ بدلالة $\alpha$ ثم $\lim_{x\to+\infty} A(\alpha)$ .

## التدريب 18

## (بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2016 )

I. $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2+x-1)e^{-x}$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن للمعادلة $g(x)=0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم و الآخر $\alpha$ حيث $-1.52\langle\alpha\langle-1.51$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

II. $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+(x^2+3x+2)e^{-x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، ( وحدة الطول **1 cm**)

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=-g(x)$.(حيث $f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$ ).

ج) شكل جدول التغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ، ( نأخذ $f(\alpha)\approx0.38$ ).

د) عين دون حساب: $\lim_{h\to0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

ج) بين أن للمنحنى $(C_f)$ نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما.

د) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $[-2;+\infty[$ .

هـ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة $(m-x)e^{x}+(x^2+3x+2)=0$ على المجال $[-2;+\infty[$.

III. $h$ و $H$ الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

عين الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ حتى تكون الدالة $H$ دالة أصلية للدالة $h$ على $\mathbb{R}$ .

أ) احسب التكامل التالي : $A(\lambda)=\int_0^{\lambda} h(x)dx$ حيث $\lambda$ عدد حقيقي موجب تماما وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} A(\lambda)$.

## التدريب 19

**(بكالوريا شعبة علوم تجريبية الدورة الاستثنائية 2016 )**

I - لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x^2-x$

1- أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g'$ (حيث $g'$ مشتقة الدالة $g$ )

ب) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)\succ 0$

جـ) احسب نهايتي الدالة $g$ عند كل من $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $-1,38\prec\alpha\prec-1,37$ .

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$ .

II- لتكن $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2e^x}{e^x-x}$. وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1-أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ .

ب) بين أنه، من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$ ( حيث $f'$ هي مشتقة الدالة $f$ )

ج) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أ) بين أن $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x^2\right]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ج) أنشئ المنحنى $(C_f)$ . (نعطي $f(\alpha)\simeq 0.29$ )

## التدريب 20

**(بكالوريا شعبة الرياضيات دورة 2016 )**

I. $\varphi$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\varphi(x)=(x^2-x+1)e^{-x+1}-1$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $\varphi$ ثم شكل جدول تغيراتها.

- بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا $\alpha$ يختلف عن 1 ثم تحقق أن: $2.79\prec\alpha\prec 2.80$ .

استنتج إشارة $\varphi(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. $f$ و $g$ الدالتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x-1)e^{-x+1}$ و $(C_f)$ و $(C_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

-2 بين أن المنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ مماسا مشتركا $(\mathrm{T})$ في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له.

-3 ارسم المماس $(\mathrm{T})$ و المنحنى $\left(C_f\right)$.

أ ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$

ب) ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $\left(C_f\right)$و$\left(C_g\right)$

ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي $x$ : $\int_1^x f(t)dt$.

د) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_g\right)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=1$ و $x=2$.

**III.** احسب $f''(x)$، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$ . أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم. ($f^{(n)}$ الدالة المشتقة من المرتبة $n$ للدالة $f$).

1) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ $f^{(n)}(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]e^{1-x}$

2) $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، كما يلي: $u_n=f^{(n)}(1)$.

أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم $k$، المجموع: $u_k+u_{k+1}$.

ب) استنتج بدلال $n$، المجموع: $u_1+u_2+\ldots+u_{2n}$.

## التدريب 21

**(بكالوريا شعبة تسيير واقتصاد دورة 2015 )**

$f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}-3$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا : $f(x)=\dfrac{4}{e^x+1}-3$

ب)احسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ ، ثم فسّر النتيجتين هندسيا

2)ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ)جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ مع حامل محور الفواصل .

ب) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة $\Omega(0;-1)$

جـ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا : $f(-x)+f(x)=-2$ ثم استنتج أن $\left(C_f\right)$ يقبل مركز تناظر

د) ارسم المماس $(T)$ و المنحنى $\left(C_f\right)$ في نفس المعلم .



اعداد الأستاذ
حليلات عمار

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=-\ln 3$ و $y=0$

5) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــ: $h(x)=f(|x|)$

$(C_h)$ منحناها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) بيّن أنّ $h$ دالة زوجية .

ب) اعتمادا على المنحني $(C_f)$، اشرح كيف يتم رسم المنحني $(C_h)$ ثمّ ارسمه في نفس المعلم السابق

## التدريب 22

### (بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2015 )

**I.** $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=1-2x-e^{2x-2}$ .

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $\mathbb{R}$ , ثم تحقق أن: $0,36\prec\alpha\prec 0,37$ .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**II.** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^{2x+2}-x+1$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ- بين انه من اجل كل $x$ من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{2x+2}g(-x)$

ب- استنتج ان الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ ومتزايدة على $[-\alpha;+\infty[$

2) احسب نهاية $f$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ , ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=-x+1$ .

3) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ، نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,1$ .

4) أ) تحقق أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3e^{2x+2}$ .

ب) استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

## التدريب 23

### (بكالوريا شعبة رياضيات دورة2015 )

لتكن الدالة $f$ المعرفة ب: $f(0)=0$ ،ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0]$ $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) ادرس استمرارية الدالة $f$ عند $0$ من اليسار.

2) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}\frac{f(x)}{x}$ , ثم فسر النتيجة هندسيا

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) بين أن $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ .

ب)استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$ , يطلب تعيين معادلة له.

5) $g$ الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ ب: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ .

أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ .

ب)ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

6) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0[$ , $f(x)\succ x$ .

ب)استنتج وضعية المنحنى $(C_f)$بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ .     ج) أنشئ المنحنى $(C_f)$.

7) $(u_n)$ المتتالية المعرفة ب: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$, $u_{n+1}=f(u_n)$ .

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$, $u_n\prec 0$ .

ب)حدد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$, $u_n\prec 0$ .

د) حدد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .

ه) بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة , ثم عين $\lim_{x\to+\infty} u_n$ .

$m$ عدد حقيقي $h(m)$ الدالة ذات المتغير الحقيقي $x$ الحقيقي المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ب: $h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$

- احسب $h'_m(x)$ حيث $h'_m$ هي الدالة المشتقة للدالة $h_m$ .
- باستعمال المنحنى $(C_f)$, ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$, عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$ .

## التدريب 24

## (بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2015 )

I. $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=(x+2)e^x-2$ .

1) احسب : $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ , ثم شكل جدول تغيراتها .

3) احسب $g(0)$ , ثم استنتج إشارة $g(x)$ .

II. $f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2x+3-(x+1)e^x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) بين أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ , ثم احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=-g(x)$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ , ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

ج) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $-\infty$

د) ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

3) أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث: $0,92\prec\alpha\prec0,93$ $-1,56\prec\beta\prec-1,55$

ب) ارسم المستقيم $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$

4) أ) بين أن الدالة : $x\mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=\alpha$ ( حيث $\alpha$ هي القيمة المعرفة في السؤال 3)

ج) جد حصرا للعدد A .

## التدريب 25

## (بكالوريا شعبة رياضيات دورة2014 )

**I.** $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

**1.** ادرس تغيرات الدالة $g$.

**2.** بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلان $\beta,\alpha$ حيث $-1,2\prec\alpha\prec-1,1$ و $1,8\prec\beta\prec1,9$

**3.** استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

**II.** الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$. $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1. عين نهاية $f$ عند كل من $-\infty$ و $+\infty$. و فسر النتيجتين بيانيا.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$ .

4. احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى $(C_f)$

5. * $\lambda$ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1.

أ- احسب بدلالة $\lambda$ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda)=\int_1^{\lambda}\left[f(x)-1\right]dx$

ب- احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول $\lambda$ إلى $+\infty$.

## التدريب 26

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2014)

$f$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

1. عين نهاية $f$ عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أ- بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$ , ثم تحقق أن $1,27 \prec \alpha \prec 1,28$

ب- أكتب معادلة $(T)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 .و حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$

ج- أرسم $(T)$ و $(C_f)$ .

4. عين قيم العدد الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^{x}-(m-1)e^{m}=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$
5. $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني

أ- بين أن الدالة $h$ زوجية.

ب- ارسم $(C_h)$ مستعينا بالمنحنى $(C_f)$

6. $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(ax+b)e^{x}$ حيث: $b,a$ عددان حقيقيان.

- عين $b,a$ حتى يكون: من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$

## التدريب 27

(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2013)

| x | f(x) |
|---|---|
| 0.20 | 0.037 |
| 0.21 | 0.016 |
| 0.22 | -0.005 |
| 0.23 | -0.026 |
| 0.24 | -0.048 |
| 0.25 | -0.070 |

I. $f$ الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـــ :

$$f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}.$$

و $C$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى $(C_f)$.

2) احسب $f'(x)$. بيّن أن الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا $\alpha$

- باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصرا للعدد $\alpha$ .

4) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى $C$ ، ثم ارسم المنحنى $C'$ الممثل للدالة $|f|$ .

5) عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية $m$ التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة .

**II.** $g$ الدالة المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $g(x)=f(2x-1)$. ( عبارة $g(x)$ غير مطلوبة )

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ على $]-\infty;1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) أ)تحقّق من أن : $g\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أن : $g'\left(\dfrac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$ .

ب)استنتج معادلة $T$ المماس لمنحني الدالة $g$ في النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{\alpha+1}{2}$ .

ج) تحقّق من أن : $y=\dfrac{2}{(\alpha-1)^3}x-\dfrac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم

## (بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2013 )

## التدريب 28

**I.** -الدالة $g$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$ .

1.أ-احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

ب-ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$ ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

( نأخذ: $g(1+\sqrt{2})=1,43$ و $g(1-\sqrt{2})=-0,25$ )

2.أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$،ثمّ تحقق أن احدهما معدوم و الأخر $\alpha$،

حيث : $-0.8\prec\alpha\prec-0.7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي $x$ .

**II.**الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)^2.e^{-x}$

$C_f$ المنحني الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$ )

1. أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب-بيّن أن المستقيم $\Delta$ ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحني $C_f$ عند $+\infty$.

ج ـ ادرس وضعية المنحني $C_f$ بالنسبة إلى المستقيم $\Delta$ .

2. أ-بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$، $f'(x)=g(x)$ ( يرمز $f'$ إلى المشتقة للدالة $f$ )

ب-شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ (نأخذ: $f(\alpha)=-0.9$ )

3. أ- بيّن أن المنحني $C_f$ يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ،يطلب تعيين معادلة لكل منهما

ب-مثّل $\Delta$ و المماسين و المنحني $C_f$

جـ ـ ناقش بيانيا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة ذات المجهول $x$ $(x+1)^2+m.e^{x}=0$

4. الدالة $H$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$

- بيّن أن $H$ دالة أصلية للدالة: $x\to(x+1)^2e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ .

## التدريب 29

**( بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة جوان 2013)**

**I.** الدالة $g$ معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x-1)e^{x}$

1) ادرس تغيرات $g$

2) بين انه, من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $1+(x-1)e^{x}\geq 0$

**II.** الدالة $f$ معرفة على $0;+\infty$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x} \ ; \ x\succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

ا) بين أن $f$ مستمرة على $0;+\infty$

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ , ثم شكل جدول تغيراتها

**III.** $n$ عدد طبيعي حيث $n\geq 1$ , $f_n$ الدالة المعرفة على: $0;+\infty$ بـ: $f_n(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x}+n\ln x$

$C_n$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة $f_n$ على $0;+\infty$ .

2- احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $C_n$ و $C_{n+1}$

4- بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة $B$ يطلب تعيين إحداثيتها .

5- أ) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي وحيد $\alpha_1$ من $0,3;0,4$ بحيث $f_1\ \alpha_1\ =0$ .

ب)بيّن أنه ،من أجل عدد طبيعي $n$ حيث $n\geq 1$ فإنّ : $f_n\ \alpha_1\ \prec 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha_n$ من $\alpha_1;1$ بحيث $f_n\ \alpha_n\ =0$

6- أ) بالاعتماد على الجزء **II** ؛بيّن أنه ، من أجل كل $x$ من $0;1$ : $\dfrac{e^{x}-1}{x}\leq e-1$ .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ حيث $n\geq 1$ : $\ln\ \alpha_n\ \geq\dfrac{1-e}{n}$ ، ثمّ $\alpha_n\geq e^{\frac{1-e}{n}}$

جـ) جد نهاية المتتالية $\alpha_n$ .

د) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ من $0;+\infty$ : $f'(x)=\dfrac{1+(x-1)e^{x}}{x^{2}}$

## التدريب 30

**(بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2012 )**

**I** - لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $[-1;+\infty[$

ب- تحقق أن $0,5 \prec \alpha \prec 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

**II** - نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي: $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) لتكن $f'$ مشتقة الدالة $f$. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-\infty\,;\,2]$ فإن: $f'(x)=-g(x)$

استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty\,;\,2]$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^{2}+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى $10^{-2}$ ).

4) أ- بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $-\infty$

ب- ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$.

5) أ- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين $x_1$ و $x_2$ حيث : $-1,6 \prec x_1 \prec -1,5$ و $1,5 \prec x_2 \prec 1,6$

ب- أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$.

6) لتكن $h$ الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax+b)e^{x}$ .

أ- عيّن العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث تكون $h$ دالة أصلية للدالة $x \to xe^{x}$ على $\mathbb{R}$ .

ب- استنتج دالة أصلية للدالة $g$ على $\mathbb{R}$ .

## التدريب 31 (بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2012)

I- $g$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2-xe^{x}$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$ حيث : $0,8 \prec \alpha \prec 0,9$

3) عيّن ، حسب قيم $x$ ، إشارة $g(x)$.

II- $f$ هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. ( وحدة الطول $2cm$ )

1) بيّن أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا . 2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب- بيّن أن المستقيم $(\Delta')$ ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$.

3) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta')$ و $(\Delta)$ حيث $(\Delta)$ هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ .

ب- بيّن أن : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

5) ارسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$ و $(C_f)$.

- ناقش ، بيانيا ، حسب قيم الوسيط $m$ ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$ .

## التدريب 32

### (بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2012)

I- $g$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-4+(4-2x)e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2-بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر $\alpha$ حيث : $1,59 \prec \alpha \prec 1,60$

3- استنتج إشارة $g(x)$.

II- $f$ هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$. $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. ( وحدة الطول $2cm$ )

1- بيّن أن $(C_f)$ يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب $y=-1$ و $y=0$

2- أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة $f$.

جـ) احسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم $x$ ، إشارة $f(x)$ .

3-أ) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$ ، حيث $\alpha$ هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب)استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ ( تدور النتائج إلى $10^{-2}$ ).

جـ) ارسم $(C_f)$.

4- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$،عدد و إشارة حلول المعادلة :
$2x-2=(e^x-2x)(m+1)$

5- $h$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^2$ .

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$ .

ب)شكّل جدول تغيرات الدالة $h$.

## التدريب 33

### (بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2011)

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^x-ex-1$

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1.أ- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

ب-احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

ج -شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

2. أ- بيّن أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $(-\infty)$.

ب- اكتب معادلة للمستقيم $(T)$ مماس المنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

ج- بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1.75;1.76[$ حلا وحيدا $\alpha$ .

د- ارسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ ثم المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;2]$

3-أ- أحسب بدلالة $\alpha$، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $C_f$ . وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=\alpha$.

ب-أثبت أن: $A(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^2-e\alpha+\alpha\right)$ هي وحدة المساحات $u$

## التدريب 34

(بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2011)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :- $f(x)=(3x+4)e^x$ و تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- احسب $f'$ ، $f''$ ، ........ $f^n$ ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم فإن $f^n(x)=(3x+3n+4)e^x$ حيث : $f'$ ، $f''$ ،.....، $f^n$ المشتقات المتابعة للدالة $f$

ب – استنتج حل المعالة التفاضلية :

2- أ- بين ان: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب – ادرس اتجاه تغير لدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أ- اكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة $\omega$ التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب – بين ان $\omega$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$

جـ - ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0]$

4- أ - $x$ عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^{x} te^t dt$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة $f$ على المجال $]-\infty;0]$

ب - $\lambda$ عدد حقيقي اصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

- احسب بدلالة $\lambda$ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=-\frac{4}{3}$ و $x=\lambda$ ، ثم جد $\lim\limits_{x\to-\infty} A(\lambda)$

## التدريب 35

(بكالوريا شعبة تقني رياضي دورة 2011 )

**.I** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=3-\frac{4}{e^x+1}$

$(C_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- ادرس تغيرات الدالة $f$.

2- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C_f)$

3- بين ان المنحنى $(C_f)$ نقطة انعطاف $\omega$ يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة لمماس $(C_f)$ عندها .

4- لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=f(x)-x$

أ- ادرس تغيرات الدالة

ب- بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $2.7\langle\alpha\langle 2.8$

5- أ – حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$

ب – ارسم المماس والمستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته : $y=x$ والمنحنى $(C_f)$

جـ- المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0=1$ ومن اجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=f(U_n)$

**II.** باستخدام $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ مثل $U_0$ و $U_1$ و $U_2$ على حامل محور الفواصل .

1- بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $1\langle U_n\langle\alpha$

2- بين ان المتتالية $(U_n)$ متزايدة تماما .

3- استنتج ان $(U_n)$ متقاربة وبين ان : $\lim\limits_{x\to+\infty}U_n=\alpha$

## التدريب 36

**بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة (2010)**

نعتبر الدالة العددية $f$ على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

نرمز بـ $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\<}}f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة .

جـ) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$

ب) أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$ .

3) أثبت أن النقطة $\omega\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$ .

4) أ)بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث: $\ln2\prec\alpha\prec1$ وَ $-1{,}4\prec\beta\prec-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـ $(C_f)$ توازي المستقيم $(\Delta)$؟

ج) ارسم $(\Delta)$ و $(\Delta')$ ثم المنحنى $(C_f)$ .

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x}=m$

## التدريب 37

### ( بكالوريا رياضيات دورة 2010)

I - $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(3-x)e^{x}-3$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الأخر $\alpha$ حيث : $2,82\prec\alpha\prec2,83$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

II - $f$ الدالة العددية على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}-1} & ;x\neq0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بيّن أن الدالة $f$ تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ $(T)$ مماس $(C_f)$ عند المبدأ $O$

2) أ) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}x^{3}e^{-x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل $x\neq0$ فإن : $f'(x)=\dfrac{x^{2}}{(e^{x}-1)^{2}}.g(x)$

ج) تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له . د) أنشئ جدول تغيرات الدالة $f$.

3) احسب $f(x)+x^{3}$ و استنتج الوضعية النسبية لـ $(C_f)$ و$(C)$ منحنى الدالة $x\to-x^{3}$

4) بيّن ان $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x^{3}\right]=0$ و فسر النتيجة هندسيا .

5) أنشئ في نفس المعلم المماس $(T)$ و المنحنيين $(C)$ و $(C_f)$

## التدريب 38

### (بكالوريا تقني رياضي دورة 2010)

$f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^{*}$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3xe^{x}-3x-4}{3(e^{x}-1)}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- عيّن العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^{x}-1)}$ من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^{*}$

2- احسب نهايات الدالة $f$ عند اطراف مجالات تعريفها

3- بيّن ان $f$ متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها .

أ) $(D)$ و $(D')$ المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$

بيّن ان $(D)$ و $(D')$ مقاربان للمنحنى $(C_f)$ ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما .

ب ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $x_0$ و $x_1$ حيث : $0,9\prec x_0\prec0,91$ و $-1,66\prec x_1\prec-1,65$

جـ) احسب من أجل كل عدد حقيقي $x$ غير معدوم $f(x)+f(-x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

د) ارسم $(D)$ و $(D')$ و $(C_f)$ .

4- $m$ عدد حقيقي ، $(D_m)$ المستقيم المعرف بالمعادلة $y=x+m$ .

ناقش بيانيا حسب قيم $m$ عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

6- نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=[f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة $g$ دون حساب $g(x)$ بدلالة $x$.

## التدريب 39

## ( بكالوريا تقني رياضي دورة 2009 )

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- احسب $f(x)+f(-x)$ من اجل كل عدد حقيقي $x$، ثم استنتج ان النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$

2- ادرس تغيرات الدالة $f$ على المجال $[0;+\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3- بين ان المستقيم ذي المعادلة $y=x$ هي مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(C_f)$ عند $-\infty$

4- بين ان المعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا $\alpha$ بحيث $-1.7\langle\alpha\langle-1.6$

5- ارسم $(C_f)$ من اجل $x\in\mathbb{R}$

6- بين انه من اجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=x+\frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

7- احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات ذات المعادلات :

$y=x+2$ و $x=0$ و $x=\alpha$

- بين ان $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$

## التدريب 40

## (بكالوريا شعبة علوم تجريبية دورة 2008 )

نعتبر $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يأتي:

$f(x)=(ax+b)e^{-x}+1$ حيث : $a$ و $b$ عددان حقيقيان

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $1cm$.

عيّن قيمتي $a$ و $b$ بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى $(C_f)$ و معامل توجيه المماس عند $A$ يساوي $(-e)$ .

**I.** نعتبر الدالة العددية $g$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $[-2;+\infty[$ كما يلي

$g(x)=(-x-1)e^{-x}+1$ ، $(C_g)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا .( نذكر أن $\lim\limits_{u\to-\infty} ue^u=0$ )

ب) ادرس تغيرات الدالة $g$ ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

ج) بيّن ان المنحنى $(C_g)$ يقبل نقطة إنعطاف $I$ يطلب تعيين احداثييها .

د) اكتب معادلة المماس للمنحنى $(C_g)$ عند النقطة $I$ . هـ) ارسم $(C_g)$ .

**II.** لتكن $k$ الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يأتي : $k(x)=g(x^2)$

– باستعمال مشتقة دالة مركبة ، عيّن اتجاه تغير الدالة $k$ ثم شكل جدول تغيراتها

## التدريب 41

**( بكالوريا شعبة رياضيات دورة 2008 )**

**I.** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{4}{e^x+1}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. ادرس تغيرات الدالة $f$ .

2. أ) بيّن أن $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف $\omega$ و أكتب معادلة لمماس $(C_f)$ عند النقطة $\omega$

–أثبت أن $\omega$ مركز تناظر للمنحني $(C_f)$.

3. أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+3)]$.

ب) استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما

4. أ) بيّن أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0$ من المجال $]-2{,}77;-2{,}76[$

ب) احسب $f(1)$ و $f(-1)$ ( تدور النتائج إلى $10^{-2}$) ثم ارسم $(C_f)$ ومستقيميه المقاربين.

**III.** $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=-x+3-\dfrac{4}{e^x+1}$ . $(C_g)$منحنى الدالة $g$

1– بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فإن : $g(x)=f(-x)$ ، استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول $(C_f)$ إلى $(C_g)$

2– أنشئ في نفس المعلم السابق $(C_g)$ ( دون دراسة $g$ )

## التدريب 42

**(بكالوريا المغرب شعبة علوم تجريبية الدورة العادية 2004)**

لتكن $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كما يلي :

$$f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$$

و $(C)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ – تحقق من أن : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$

ب – استنتج أن $f$ فردية

2) بين أن : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}_+$

– استنتج ان : $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$ لكل $x$ من $\mathbb{R}_+$ .

3) بيّن ان : $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا

4) أنشئ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المستقيم الذي معادلته : $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى $(C)$.

## التدريب 43

**Bac S France septembre 2005**

**الجزء الأول** : لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=(20x+10)e^{-\frac{1}{2}x}$$

$(C_f)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) ادرس نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$

2) ادرس تغيرات $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=10$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $[0;+\infty[$. أعط قيمة مقربة إلى $10^{-3}$ للعدد $\alpha$ .

4) ارسم المنحنى $(C_f)$.

**الجزء الثاني:** نضع $y(t)$ قيمة درجة حرارة تفاعل كيميائي ، مقدرة بالدرجات سيلسيوس، عند اللحظة $t$ ، مقدرة بالساعات. القيمة الابتدائية عند اللحظة $t=0$ هي $y(0)=10$ .

نقبل بأن الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي $t$ من المجال $[0;+\infty[$ العدد $y(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:

$$y'+\frac{1}{2}y=20e^{-\frac{1}{2}t}\;.........(1)$$

1) تحقق من ان الدالة $f$ المدروسة في الجزء الأول حل للمعادلة التفاضلية $(1)$ على المجال $[0;+\infty[$

2) نقترح فيما يلي : البرهان أن الدالة $f$ هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $(1)$ على المجال $[0;+\infty[$ التي تأخذ القيمة 10 عند اللحظة 0.

3) أ) ليكن $g$ حلا كيفيا للمعادلة التفاضلية $(1)$ على المجال $[0;+\infty[$ بحيث: $g(0)=10$ .

- بيّن أن الدالة $g-f$ حل للمعادلة التفاضلية: $y'+\frac{1}{2}y=0.......(2)$

ب) حل المعادلة التفاضلية $(2)$.

ج) ماذا تستنتج ؟

3) ما هو الوقت اللازم حتى تنزل درجة الحرارة إلى قيمتها الابتدائية ؟ تدور النتيجة إلى الدقيقة

## التدريب 44

(من البكالوريات الأجنبية)

**الجزء الأول** : تحديد حل المعادلة التفاضلية : $f'-2f=xe^{x}$

1- حل المعادلة التفاضلية :

$y'-2y=0.....(2)$ حيث $y$ دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2- ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين و $\mu$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ : $\mu(x)=(ax+b)e^{x}$

أ ) حدد $a$ و $b$ حتى يكون $\mu$ حلا للمعادلة (1)

ب) برهن أن الدالة $v$ تكون حلا للمعادلة (2) إذا وفقط إذا كان $\mu+v$ حلا للمعادلة (1)

ج) استنتج مجموعة حلول المعادلة (1).ثمحدد الحل للمعادلة (1) والذي ينعدم عند القيمة **0**

**الجزء الثاني** : **دراسة دالة مساعدة:** لتكن $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^{x}-x-2$

1. ادرس تغيرات الدالة $g$
2. حدد عدد حلول المعادلة: $g(x)=0$. نسمي $\alpha$ الحل غير المعدوم تحقق أن :
$-1.6\prec\alpha\prec-1.5$
3. حدد إشارة $g(x)$ تبعا لقيم $x$

**الجزء الثالث :** دراسة الدالة $f$ : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^{x}$

1) حدد نهاية $f$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها

3) بيّن أن : $f(\alpha)=-\dfrac{\alpha^{2}+2\alpha}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

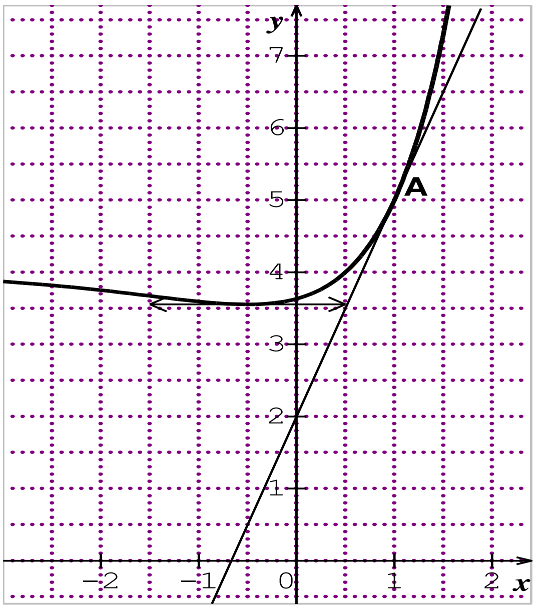
4) ارسم المنحنى $(C_f)$.

## التدريب 45

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x)=(ax+b)e^{x-1}+c$

$(C_f)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث $(C_f)$ يقبل مماس $(T)$ عند النقطة $A(1;5)$ ويشمل النقطة $B(0;2)$

ويقبل مماس آخر يوازي محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة $-\dfrac{1}{2}$




**جزء $A$ :** 1) حدد قيم $f(1)$؛ $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$؛ $f'(1)$

ثم أكتب معادلة $(T)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية $c;b;a$

**جزء $B$ :** نعتبر فيما يلي الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$

كما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{x-1}+4$

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ فان $f(x)=\frac{2}{e}xe^{x}-\frac{1}{e}e^{x}+4$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات $f$

4) استنتج اشارة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم بين أن المعادلة $f(x)=6$ تقبل حل وحيد $\alpha$ ينتمي للمجال $[1;2]$

**جزء** $C$: نعتبر الدالة $F$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=(2x-3)e^{x-1}+4x$ و $(\Gamma)$ تمثيلها البيني

1) أحسب $F'(x)$ ماذا نقول عندئذ عن الدالة $F$

2) استنتج اتجاه تغير $F$ دون دراسة ثم برر أن $(\Gamma)$ لا يقبل مماسات موازية لمحور الفواصل

3) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد واشارة حلول المعادلة $2x-1=\frac{m-4}{e^{x-1}}$

## التدريب 46 من الكاب المدرسي

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^{x}-1}{xe^{x}+1}$

و ليكن $\mathscr{C}$ المنحني الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد .

**الجزء الأول: دراسة دالة مساعدة**

1. لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=xe^{x}+1$

ادرس تغيرات $h$ و بين أن $h(x)>0$ من أجل $x$ من $\mathbb{R}$.

2. لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+2-e^{x}$

أ- عين نهايات الدالة $g$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$. ب-ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ و شكل جدول تغيراتها.

جـ -بين ن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. نرمز بـ $\alpha$ و $\beta$ إلى هذين الحلين حيث $\alpha>\beta$.

بين أن $1{,}14<\alpha<1{,}15$

د- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

**الجزء الثاني: دراسة تغيرات الدالة $f$ و رسم المنحني $\mathscr{C}$:**

1. عين نهايات الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2. أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x)=\frac{e^{x}.g(x)}{(xe^{x}+1)^{2}}$

ب-استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين أن: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}$ ثم باستعمال حصر $\alpha$ عين حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته $10^{-2}$

4. عين معادلة للمماس $(T)$ للمنحني $\mathscr{C}$ عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $f(x)-x=\frac{(x+1)u(x)}{xe^{x}+1}$ حيث $u(x)=e^{x}-xe^{x}-1$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة $u$ و استنتج إشارة $u(x)$ -استنتج وضعية المنحني $\mathscr{C}$ بالنسبة للمماس $(T)$

6. ارسم $\mathscr{C}$ و $(T)$. تؤخذ وحدة الطول $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب.

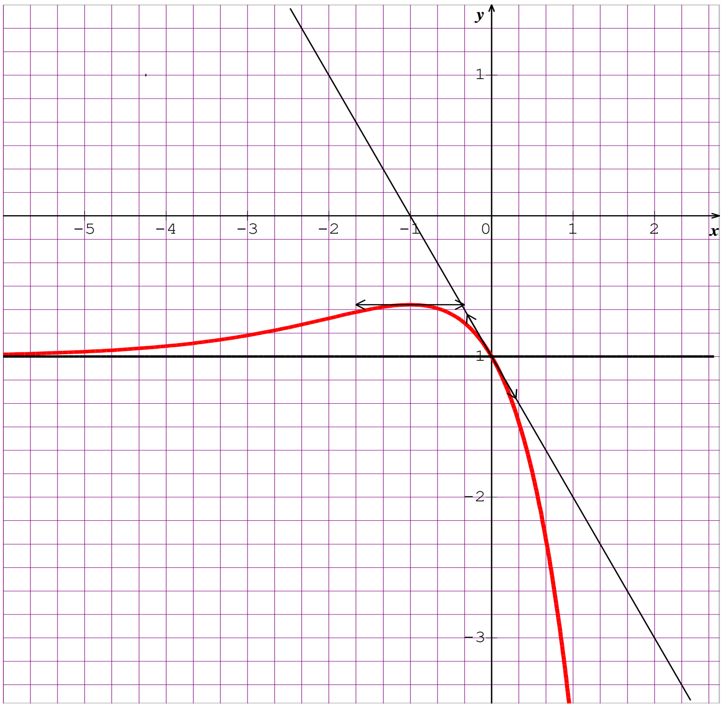
نقبل أن $-1{,}85<\beta<-1{,}84$ و $-1{,}19<f(\beta)<-1{,}18$.

## التدريب 47

**الجزء الأول** : $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=(ax+b)e^{x}+c$

وليكن $(C_g)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بقراءة بيانية للمنحنى $(C_g)$ :




أ)عيّن $g(0)$ ، $g'(-1)$ ، $g'(0)$

ب) نهايات الدالة $g$ عند حدود مجموعة تعريفها

جـ) جدول تغيرات الدالة $g$

د) إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$

2) أوجد الأعداد $a$ ، $b$ و $c$ .

**الجزء الثاني:** $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $]-\infty;2]$ بـ :

$$f(x)=-x+(1-x)e^{x}$$

وليكن $(C_f)$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أن $f'(x)$ لها نفس إشارة $g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة $f$

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(D)$. يطلب تعيين وضعيته بالنسبة لـ $(C_f)$

4) اكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0

5) اثبت أن للمنحنى $(C_f)$ نقطة انعطاف يطلب إيجاد إحداثييها.

6) بيّن انه يوجد عدد حقيقي $x_0$ ينتمي إلى المجال $\left]\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right[$ حيث: $f(x_0)=0$

7) ارسم $(\Delta)$ و $(D)$ و $(C_f)$.

8) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\begin{cases} f(x) & x\le 0 \\ e^{x} & x\succ 0\end{cases}$ $(C_h)$ تمثيلها البياني

أ) ادرس استمرارية الدالة $h$ عند0 .

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة $h$ عند القيمة 0 و فسّر النتائج هندسيا و اكتب معادلتي نصفي المماسين $T_1$ و $T_2$ للمنحنى $(C_h)$ عند النقطة التي فاصلتها0.

جـ )استنتج رسم المنحنى $(C_h)$ انطلاقا من رسم $(C_f)$.

## التدريب 48

**الجزء الأول** : لتكن الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كما يلي :

$$f(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$$

ليكن $(C_f)$ هو المنحني الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- ادرس تغيرات الدالة $f$ و اكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحني $(C_f)$

2- عيّن إحداثيات نقط تقاطع $(C_f)$ مع المحورين الإحداثيين .

3- ادرس وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي وحدد نقطة تقاطعهما $A$.

4- اكتب معادلة المماس للمنحني $(C_f)$ عند النقطة $A$ ثم ارسم المماس و المنحني $(C_f)$

**الجزء الثاني** : نعتبر الدالة $g$ المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{(e^x-2)^2}{(e^x-1)(e^x+1)}$

$(C_g)$ هو المنحني الممثل للدالة $g$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1- عيّن مجموعة تعريف الدالة $g$

2- باستعمال مشتقة مركب دالتين أوجد $g'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة $g$.

3- بيّن أن النقطة $\omega\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني $(C_g)$.

4- ارسم المنحني $(C_g)$

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $(1-m)e^{2x}-4e^x+4+m=0$

## التدريب 49

**I.** $g$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كما يلي: $g(x)=1-xe^{1-x}$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$.

2) استنتج إشارة $g(x)$

**II.** $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة كما يلي : $f(x)=x+(x+1)e^{1-x}$

$(C_f)$ هو المنحني الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

2) ادرس تغيرات الدالة $f$

3) أ) احسب: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) بيّن ان: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ و أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة

4) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا $(\Delta)$ معامل توجيهه 1.اكتب معادلة هذا المماس.

5) اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left]-1;\dfrac{-1}{2}\right[$

6) ارسم المماس $(\Delta)$ و المنحني $(C_f)$ .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x+1)e^{1-x}=m$

**التدريب 50**

*Bac S nouvelle- Calédonie décembre 2001*

$f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ المعرفـة بـ:
$$f(x)=x-\left(x^2+4x+3\right)e^{-x}$$
وليكن $C_f$ منحنيها البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

**الجزء الأول :** نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$$g(x)=\left(x^2+2x-1\right)e^{-x}+1$$
1- بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسّر هذه النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية الدالة $g$ عند $-\infty$ .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $g$ .

3- أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ . نسمي $\alpha$ الحل غير المعدوم

ب) بيّن أن $-2.4\prec\alpha\prec-2.3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم $x$ .

**الجزء الثاني :** 1- بيّن من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$

2- ادرس تغيرات الدالة $f$ ، نأخذ $\alpha=-2.35$

3- أثبت ان المستقيم $(D)$ الذي معادلته : $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ في جوار $+\infty$

4- بيّن أن المستقيم $(D)$ و المنحنى $(C_f)$ يتقاطعان في نقطتين $A$ و $B$ يطلب تعيينهما .

5-ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(D)$.

6-ارسم المستقيم $(D)$ و المنحنى $(C_f)$ .

**التدريب 51**

( بكالوريا شعبة علوم الطبيعة والحياة دورة 2006 )

**1/** لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة كما يلي : $g(x)=(3-2x)e^x+2$

أ) ادرس تغيرات الدالة $g$

ب) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $\alpha\in\left]1.68;1.69\right[$

ج) استنتج إشارة $g(x)$ .

**2/ $f$** الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ حيث : $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث الوحدة: $2cm$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون : $f'(x)=\dfrac{2.g(x)}{\left(e^x+1\right)^2}$

ب) بيّن أن : $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم أعط حصرا للعدد ، ادرس تغيرات الدالة $f$

3/ أ) أثبت أن $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له بالرمز $(\Delta)$

ب)ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

4/ أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة التي فاصلتها $x_0=0$

5/ أرسم $(T)$ و $(\Delta)$ ثم $(C_f)$

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $me^x-4x+m+2=0$

## التدريب 52

لتكن $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(1-x)e^{1-x}-1$.

1) أدرس تغيرات الدالة $g$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $a$ حيث: $0.4<a<0.5$.

3) استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

**I.** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=xe^{1-x}-x+2$

نسمي التمثيل البياني للدالة $f$ في المعلم $(C_f)$ $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2. أ)بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$ معادلته $y=-x+2$.

ب)ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$.

3. أ) برهن أن من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=g(x)$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

ج)بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماس $(T)$ معامل توجيهه"$-1$" يطلب تعيين معادلته.

أثبت أن $f(a)=1-a+\dfrac{1}{1-a}$ ثم اعط حصرا لـ $f(a)$.

4. أ)بين أنه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(-x+2)=e^{x-1}f(x)$.

ب)بيّن ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما $\beta$، بين أن "$-\beta+2$" هو الحل الاخر.

5. ارسم $(T)$،$(\Delta)$ و $(C_f)$ (نأخذ $\alpha=0.4$، $\beta=2.5$، $f(-1)=-4.4$ )

**II.** نعتبر الدالة $H_m$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H_m(x)=-(x+1)e^{1-x}+(2-m)x+2018$

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $H'(x)=f(x)-(-x+m)$

2) ناقش حسب قيم $m$ عدد و اشارة حلول المعادلة: $f(x)=-x+m$

3) ناقش حسب قيم $m$ عدد النقط الحدية للدالة $H_m$.

## التدريب 53

**I.** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(1+x)e^{-x}$ .

1. ادرس تغيرات الدالة $g$ .

2. بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-1.28\prec\alpha\prec-1.27$

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

**II.** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^{-x}-x+1}{e^{-x}+1}$ .

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ .

1. أ) احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+x-1\right]$ .

ب) استنتج المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين احدهما $(\Delta)$ ، حيث : $(\Delta)$ هو المستقيم المقارب المائل .

جــ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ .

2. أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=\frac{-g(x)}{(e^{-x}+1)^2}$ .

ب) ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

3. أ) بين ان : $f(x)=-\alpha$

ب) اثبت ان المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ .

4. بين انه يوجد مماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها $-\alpha$ يوازي المستقيم $(\Delta)$ ثم اكتب معادلة ديكارتية له

5. ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و $(C_f)$ .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد إشارة حلول المعادلة : $f(x)+m=-x$

7. $h$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(x^2)$

- احسب $h'(x)$
- استنتج جدول تغيرات $h$ .

اقرأ بفهم :

**الهدية**

-من أراد النجاح في هذا العالم عليه أن يتغلّب على أسس الفقر الستة: النوم.. التراخي.. الخوف.. الغضب.. الكسل.. المماطلة.

السير نحو النجاح رحلة لا نهاية لها، توقف قليلاً عن السير وراجع ما قطعته في رحلتك وصحح أخطائك وطور مهاراتك واشحذ همتك وانظر للحياة بتفائل وسعادة ثم أكمل مسيرتك

-النجاح لا يأتي بالخجل ومشاهدة الناجحين فقط لكنه يأتي بالتركيز عليه .نحو النجاح والتخطيط له والاهم من ذلك هو الفعل.

-.وإذا كانت النفوس كباراً... تعبت في مرادها الأجسام

-.النجاح يتكون من الانتقال من فشل إلى فشل دون فقدان الحماس

-.لا يصل الناس إلى حديقة النجاح دون أن يمروا بمحطات التعب والفشل واليأس

الوقتُ أنفسُ ما عنيتَ بحفظه *** وأراهُ أسهلَ ما عليك يضيعُ

**.Health is a great blessing of Allah, we must preserve it**

**.I wish for you more excellence and success**

*My success is not but through Allah. Upon him I have relied, and to Him I return*