المتتاليات العددية
Les suites numériques

تعريف

نسمي متتالية عددية كل دالة عددية معرفة على $\mathbb{N}$ أو على مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من أو تساوي العدد الطبيعي n_0.

■ يرمز لها بـ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ أو $(u_n)_{n\geq n_0}$ أو بصيغة مبسطة أكثر (u_n).

إتجاه التغير

- المتتالية (u_n) متزايدة إذا كان $u_{n+1}\geq u_n$;
- المتتالية (u_n) متزايدة تماما إذا كان $u_{n+1}>u_n$;
- المتتالية (u_n) متناقصة إذا كان $u_{n+1}\leq u_n$;
- المتتالية (u_n) متناقصة تماما إذا كان $u_{n+1}<u_n$;
- المتتالية (u_n) ثابتة إذا كان $u_{n+1}=u_n$;
- إذا كانت المتتالية متزايدة أو متناقصة ، نقول أنها رتيبة.

تقارب متتالية

نقول أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو ℓ. $\ell\in\mathbb{R}$ إذا كانت:

- متزايدة ومحدودة من الأعلى $u_n\leq\ell$;
- متناقصة ومحدودة من الأسفل $u_n\geq\ell$;
- $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\ell$

◂ **ملاحظة :** في حالة: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\pm\infty$ نقول أن (u_n) متباعدة نحو $\pm\infty$

$$\lim_{n\to+\infty} n^k=+\infty\ ;\ k\in\mathbb{N}^* \qquad \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n^k}=0\ ;\ k\in\mathbb{N}^*$$

$$\lim_{n\to+\infty} q^n=+\infty\ ;\ q>1 \qquad \lim_{n\to+\infty} q^n=0\ ;\ -1<q<1 \qquad \lim_{n\to+\infty} q^n\ ;\ q\leq-1$$ غير موجودة و q^n متباعدة

Adel.gc17@gmail.com

المتتالية الهندسية Suite géométrique		المتتالية الحسابية Suite arithmétique
$u_{n+1}=u_n\times q.$ $q\in\mathbb{R}$: أساس المتتالية	**تعريف** Définition	$u_{n+1}=u_n+r.$ $r\in\mathbb{R}$: أساس المتتالية
$u_n=u_p\times q^{n-p}.$ u_p: الحد الأول	**عبارة الحد العام** Expression du terme général	$u_n=u_p+(n-p)\times r.$ u_p: الحد الأول
$\sum_{k=p}^{n}u_k=u_p\times\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$	**مجموع الحدود** Somme de termes	$\sum_{k=p}^{n}u_k=(n-p+1)\times\frac{u_p+u_n}{2}$
c,b,a ثلاث حدود متعاقبة: $b^2=a\times c$	**الوسط الحسابي**	c,b,a ثلاث حدود متعاقبة: $2b=a+c$
في حالة $u_p>0$: $q>1$: (u_n) متزايدة تماما $0<q<1$: (u_n) متناقصة تماما في حالة $u_p<0$: $q>1$: (u_n) متناقصة تماما $0<q<1$: (u_n) متزايدة تماما في حالة $q=0$ أو $q=1$: المتتالية ثابتة عندما $q<0$: المتتالية متناوبة (إذن هي ليست رتيبة)	**إتجاه التغير** Sens de variation	$r>0$: (u_n) متزايدة تماما $r<0$: (u_n) متناقصة تماما $r=0$: (u_n) ثابتة

ABDELHAFIDI ADEL
Adel.gc17@gmail.com

المتتاليتان المتجاورتان :

- إحداهما متزايدة
- الأخرى متناقصة
- $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(u_n-v_n\right)=0$

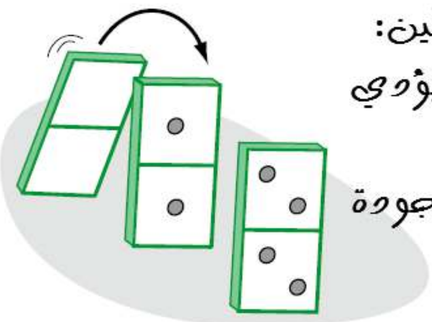
■ المتتاليتان المتجاورتان متقاربتان نحو نفس العدد.

البرهان بالتراجع

لتكن $\mathcal{P}_n$ خاصية متعلقة بالعدد الطبيعي n.
للبرهان على أن $\mathcal{P}_n$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $n \geq n_0$ ،
يكفي أن نثبت أن:

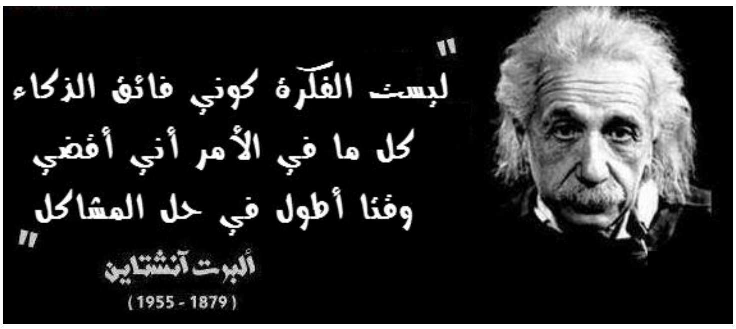
1. الخاصية صحيحة من أجل القيمة n_0 ؛
2. نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي كيفي k $(k \geq n_0)$ ، ونبرهن صحتها من أجل $k+1$.

فكرة البرهان بالتراجع



■ لنتخيل أنه لدينا عدد معين من الدومينو مصطفين واحد تلو الآخر، لإسقاطهم لابد من توفر شرطين: يجب إسقاط دومينو كما أن سقوطه لابد أن يؤدي إلى سقوط الدومينو التالي. عند توفر هاذين الشرطين، نتقبل بديهيا أن بقية الدومينو الموجودة بعد الدومينو الأول سوف تسقط.

■ لنتخيل أنه لدينا سلم، إذا علمنا كيف نصعد الدرجة الأولى و إذا علمنا كيفية الصعود من أي درجة إلى الدرجة الموالية، نتقبل بديهيا بأنه يمكننا الوصول إلى أي درجة موجودة بعد الدرجة الأولى التي صعدناها.
هذه هي الفكرة التي سوف نضعها على شكل دستور.



Adel.gc17@gmail.com